

**Н. ЗИНОВЬЕВ**

**ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД  
ОЦЕНКИ ВИБРАЦИОННОЙ  
НАДЕЖНОСТИ ТУРБИНЫХ  
ДИСКОВ**

ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА  
ТАЛЛИН 1953



Er. 6.7

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

---

СЕРИЯ А

№ 108

1958

Н. ЗИНОВЬЕВ

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД  
ОЦЕНКИ ВИБРАЦИОННОЙ  
НАДЕЖНОСТИ ТУРБИННЫХ  
ДИСКОВ

Er. 1346

ENSV Teaduste Akadeemia  
Keskraamatukogu

ИЗДАТЕЛЬСТВО

ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

ТАЛЛИН, 1958



*Излагается приближенный метод расчета на вибрацию облопаченных турбинных дисков конического профиля. В основу метода положена экспериментально установленная зависимость между частотами колебаний с различным числом узловых диаметров. Предлагаемый метод расчета позволяет значительно сократить объем вычислительных работ при сохранении необходимой для практических целей точности.*

В практике эксплуатации паровых турбин принято считать вибрационную характеристику облопаченных дисков важнейшим показателем надежности работы турбины. Вследствие этого, в процессе проектирования турбины, при определении конструктивных размеров дисков всегда учитываются требования вибрационной надежности. Требования вибрационной надежности сводятся к следующему:

- а) Величина вибрационной характеристики  $\frac{kn}{\bar{f}_k}$  не должна быть равна единице.
- б) Разность  $(1 - \frac{kn}{\bar{f}_k}) 100\%$  по данным Campbell'a не должна быть, по абсолютной величине, меньше 15% при колебаниях с 2 узловыми диаметрами и 10% с 3-мя и 4-мя узловыми диаметрами.  
 $k$  — число узловых диаметров при колебаниях диска.  
 $n$  — секундное число оборотов диска.  
 $\bar{f}_k$  — статическая частота колебаний диска с числом узловых диаметров равно  $k$ .

Для определения частоты собственных колебаний облопаченного диска  $\bar{f}_k$ , входящей в выражение вибрационной характеристики, обычно используется весьма трудоемкий энергетический метод. Анализ обширного эксперименталь-

ного материала по вибрации дисков позволил установить простую зависимость между частотами колебаний турбинных облопаченных дисков с различным числом узловых диаметров.

Как известно, для диска равной толщины закрепленного в центре и свободного по краям, Southwell'ом [Л. 2] было получено точное решение для частот собственных колебаний. На основании точного решения, значение частоты собственных колебаний диска с различным числом узловых диаметров может быть определено из выражения:

$$f_k = \frac{f_\alpha}{2\pi} \frac{h}{D_2^2} \sqrt{\frac{Eg}{3(1-\nu^2)\gamma}}; \quad (1)$$

$2h$  — толщина диска равной толщины.

$D_2$  — наружный диаметр диска.

$E$  — модуль упругости при изгибе.

$g$  — ускорение силы тяжести.

$\nu$  — коэффициент Пуассона.

$\gamma$  — удельный вес материала.

$\alpha$  — коэффициент зависящий от вида колебаний.

Величина коэффициента  $\alpha$  при колебаниях с различным числом узловых диаметров приведена в таблице № 1. [Л. 2].

Т а б л и ц а 1

К	1	2	3
$\alpha$	0	29	156

Полученную в результате точного решения, для случая колебаний диска равной толщины, зависимость (1) мы пытались распространить на случай колебания турбинных облопаченных дисков конического профиля при условии соответствующего изменения коэффициента  $\alpha_k$  и нахождения зависимости его от размеров диска.

При экспериментальной проверке зависимости (1) для конических облопаченных дисков величина  $\alpha_k$  была представлена нами как:

$$\alpha_k = \frac{f_2}{2\pi} \frac{h}{D_2^2} \sqrt{\frac{Eg}{3(1-\nu^2)\gamma}}, \quad (2)$$

где:

$\vartheta$  — коэффициент показывающий, во сколько раз частота колебаний с  $k$  узловыми диаметрами превышает частоту колебаний диска с 2 узловыми диаметрами.

$f_2$  — статическая частота колебаний облопаченного конического диска с 2 узловыми диаметрами.

Учитывая выражение (2), перепишем зависимость (1) для случая колебаний конического облопаченного турбинного диска в виде:

$$f_k = \vartheta f_2; \quad (3)$$

Из уравнения (3) видим, что для того, чтобы определить частоту колебаний диска с  $k$ -м числом узловых диаметров надо знать величину коэффициента  $\vartheta$  и частоту колебаний диска с двумя узловыми диаметрами:  $f_2$

Очевидно величина коэффициента  $\vartheta$  зависит от размеров диска, облопачивания и от вида колебаний.

Величину коэффициента  $\vartheta$  определяем экспериментально для каждого вида колебания одного и того же диска. Для этой цели по оси ординат будем откладывать величину  $\ln \vartheta$  равную  $\ln \frac{f_k}{f_2}$ , а по оси абсцисс величину  $(k-2)$

соответствующую виду колебания.

На рис. 1. приведена указанная зависимость построенная для пяти различных турбинных дисков.

Как видим, во всех случаях, до  $k=6$  экспериментальные точки с достаточной точностью ложатся на прямую, уравнение которой будет:

$$\ln \frac{f_k}{f_2} = \beta (k-2); \quad (4)$$

$\beta$  — тангенс угла наклона прямой.

Потенцируя выражение (4) получаем:

$$\vartheta = \frac{f_k}{f_2} = e^{\beta (k-2)}; \quad (5)$$

Анализ результатов вибрационных испытаний облопаченных дисков паровых турбин показывает, что величина коэффициента  $\beta$  зависит в основном от величины обода, ступицы и облопачивания. Влияние указанных факторов на частоту собственных колебаний диска учитывается коэффициентом  $\beta$ .

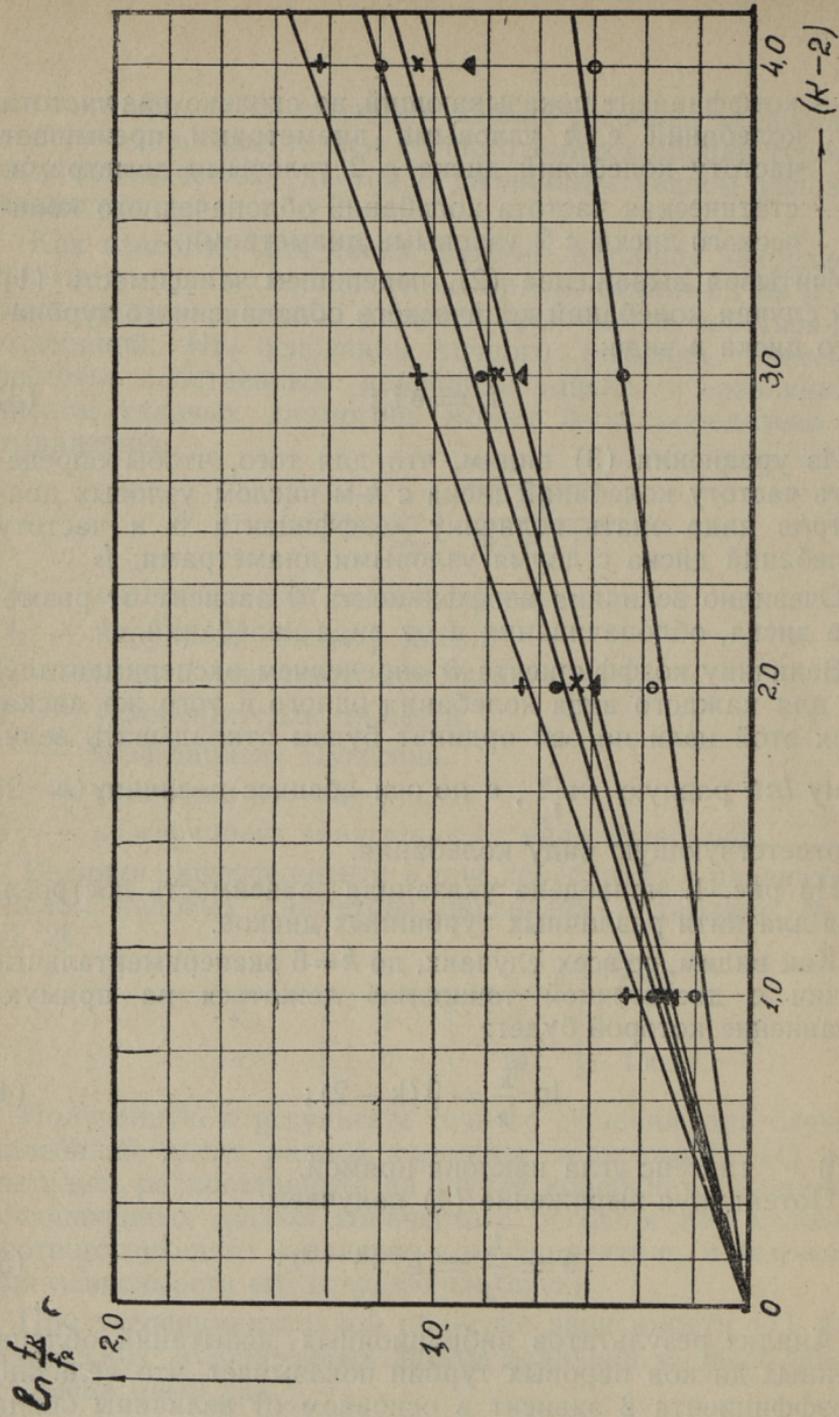


Рис. 1. Зависимость изменения величины  $\ln \frac{f_k}{f_2}$  от вида колебания (числа узловых диаметров).

На рис. 2 приведена зависимость  $\beta$  от величины  $\alpha_2$  при колебаниях с двумя узловыми диаметрами, построенная по экспериментальным данным для различных дисков, отличающихся размерами и облопачиванием.

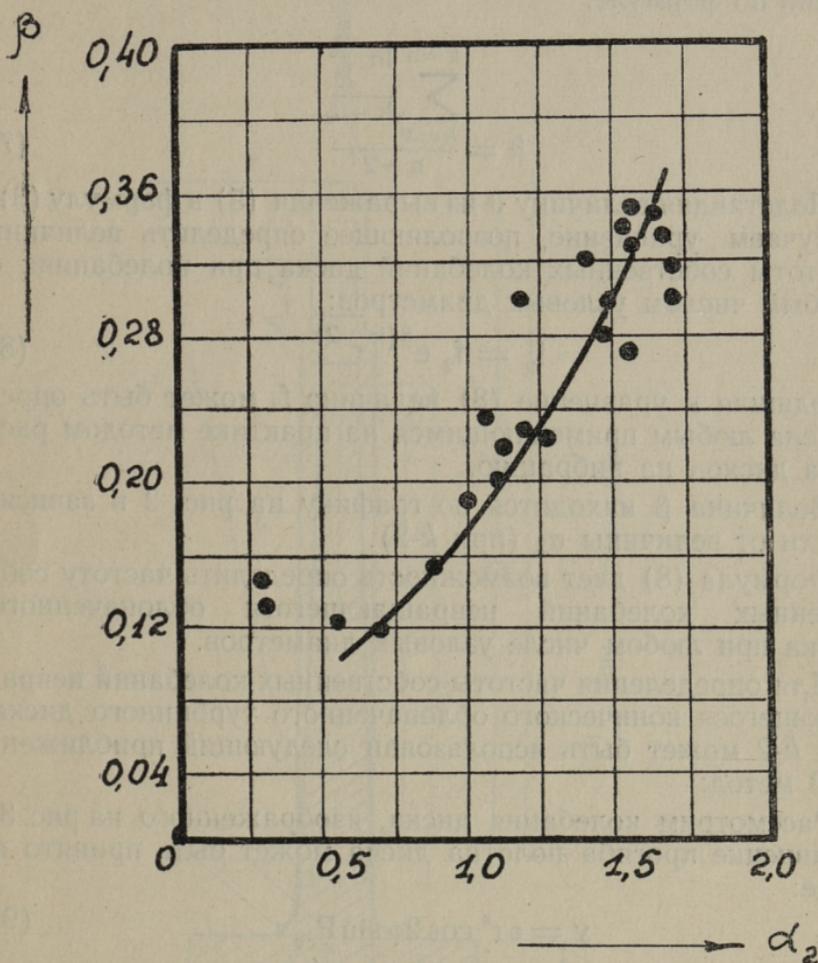


Рис. 2. Зависимость коэффициента  $\beta$  от величины  $\alpha_2$ .

Как видим, диски, имеющие одинаковую величину  $\alpha_2$ , практически имеют одинаковую величину коэффициента  $\beta$ .

Приведенная на рис. 2 зависимость построена по данным вибрационных испытаний дисков конденсационных турбин мощностью 6000 ÷ 12000 квт. Величина  $\alpha_2$  определялась как:

$$\alpha_2 = \frac{f_2}{\frac{h}{2\pi D_2^2} \sqrt{\frac{Eg}{3\gamma(1-\nu^2)}}}; \quad (6)$$

а величина показателя  $\beta$  определялась как средняя из значений по формуле:

$$\beta = \frac{\sum_{k=3}^{k=n} \ln \frac{f_k}{f_2}}{n-2} \quad (7)$$

Подставляя величину  $\Phi$  из выражения (5) в формулу (3), получаем уравнение, позволяющее определить величину частоты собственных колебаний диска при колебаниях с любым числом узловых диаметров:

$$f_k = f_2 e^{\beta(k-2)} \quad (8)$$

Входящая в уравнение (8) величина  $f_2$  может быть определена любым применяющимся на практике методом расчета дисков на вибрацию.

Величина  $\beta$  находится по графику на рис. 2 в зависимости от величины  $\alpha_2$  (при  $k-2$ ).

Формула (8) дает возможность определить частоту собственных колебаний невращающегося облопаченного диска при любом числе узловых диаметров.

Для определения частоты собственных колебаний невращающегося конического облопаченного турбинного диска при  $k-2$  может быть использован следующий приближенный метод:

Рассмотрим колебания диска, изображенного на рис. 3. Уравнение прогиба полотна диска может быть принято в виде:

$$y = \varepsilon r^s \cos 2\varphi \sin P_{\text{ст}} \tau \quad (9)$$

- где:
- $r$  радиус диска.
  - $\varepsilon$  постоянный коэффициент.
  - $S$  показатель параболы в уравнении прогиба полотна.
  - $P_{\text{ст}}$  круговая частота невращающегося диска.
  - $\tau$  время.
  - $\varphi$  угловая координата.

Задаваясь различными значениями  $s$ , находим максимальное значение кинетической и потенциальной энергий при колебаниях турбинного диска.

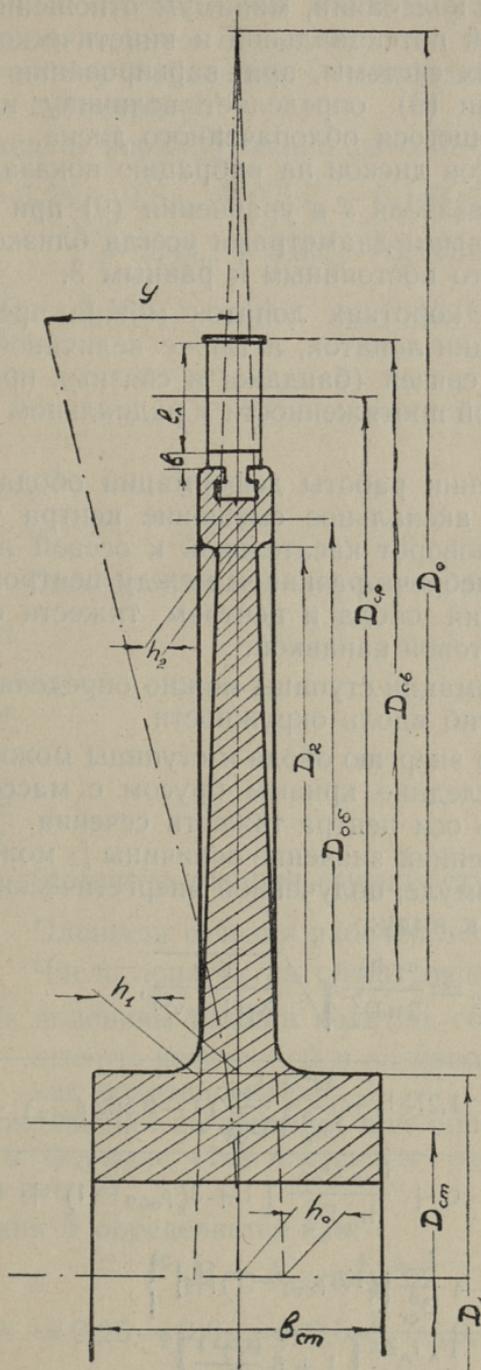


Рис. 3. Эскиз диска.

Согласно теории колебаний, минимум отношения величины максимальной потенциальной и кинетической энергий при колебаниях системы, при варьировании показателя  $s$  в уравнении (9) определяет величину круговой частоты невращающегося облопаченного диска.

Практика расчетов дисков на вибрацию показала, что:

1) значение показателя  $s$  в уравнении (9) при колебаниях с двумя узловыми диаметрами всегда близко к 3, и может быть принято постоянным и равным 3.

2) при наличии коротких лопаток можно пренебречь энергией деформации лопаток, а также величиной потенциальной энергии связей (бандажа и связных проволок) вследствие их малой протяженности в радиальном направлении.

3) при определении работы деформации обода можно учитывать только аксиальное смещение центра тяжести сечения обода и поворот касательной к осевой линии, а также можно пренебречь разницей между центром тяжести полного сечения обода и центром тяжести сечения, ослабленного хвостовой канавкой.

4) работу деформации ступицы можно определять, учитывая только прогиб вдоль окружности.

5) кинетическую энергию обода и ступицы можно определять считая последние кривым брусом с массой, распределенной вдоль оси центра тяжести сечения.

При этих допущениях значение величины  $f_2$  может быть определено по формуле, полученной энергетическим методом, приведенной к виду:

$$f_2 = \frac{\alpha_2 h_2}{2\pi D_2^2} \sqrt{\frac{Eg}{3\gamma(1-\nu^2)}}, \quad (10)$$

где:

$$\alpha_2 = 4 \sqrt{\frac{1,275B + \frac{D_2^2}{h_0^3} \left\{ \frac{I_{o6}}{D_{o6}^3} (1 - 0,562 \rho_{o62}) + \right.}{C + \frac{F_{o6} D_{o6}}{h_0 D_2^2} [1 + 3(\rho_{o62} - 1) + \left. + 4 \frac{I_{cr}}{D_{cr}^3} [(1,5 \rho_{cr1} - 1) \rho_{12}^3]^2 \right\}}{\frac{F_{\wedge} I_{\wedge} Z}{\pi D_2^2 h_0} \left[ 1 + 6 \frac{b+1}{D_2} \right]^2}}$$

В отличие от коэффициента  $\alpha$  в формуле 1, коэффициент  $\alpha_2$  учитывает влияние обода, ступицы и, частично, лопаток на частоту собственных колебаний диска с двумя узловыми диаметрами.

Входящие в формулу величины означают:

$$B = 0,25 - 0,6\rho_{20} + 0,5\rho_{20}^2 - 0,143\rho_{20}^3 - \rho(0,25 - 0,6\rho_{10} + 0,5\rho_{10}^2 - 0,143\rho_{10}^3)$$

$$C = 0,125(1 - \rho_{12}^8) - \rho_{20} \cdot 0,11 \cdot (1 - \rho_{12}^9);$$

$$\rho_{20} = \frac{D_2}{D_0}$$

$$\rho_{10} = \frac{D_1}{D_0}$$

$$\rho_{12} = \frac{D_1}{D_2}$$

Относительные радиусы

$$\rho_{об1} = \frac{D_{об}}{D_1}$$

$$\rho_{об2} = \frac{D_{об}}{D_2}$$

$$P_{ст1} = \frac{D_{ст}}{D_1}$$

$I_{ст}; I_{об};$  Моменты инерции сечения ступицы и обода

$F_л; F_{об};$  Площади сечения рабочей лопатки и обода

$Z$  Число лопаток на ободу диска

$h_1; h_2; h_0$  половины толщин полотна, согласно рис. 3.

$b; l$  высоты неактивной и активной части лопаток, как показано на рис. 3.

Для сокращения вычислений при определении величин  $B$  и  $C$  в формуле (10) построены расчетные графики. (рис. 4 и рис. 5).

Величина  $B$  определяется как:

$$B = A_1 - \rho_{12}^4 A_2,$$

где:

$$A_1 = 0,25 - 0,6\rho_{20} + 0,5\rho_{20}^2 - 0,143\rho_{20}^3;$$

$$A_2 = 0,25 - 0,6\rho_{10} + 0,5\rho_{10}^2 - 0,143\rho_{10}^3;$$

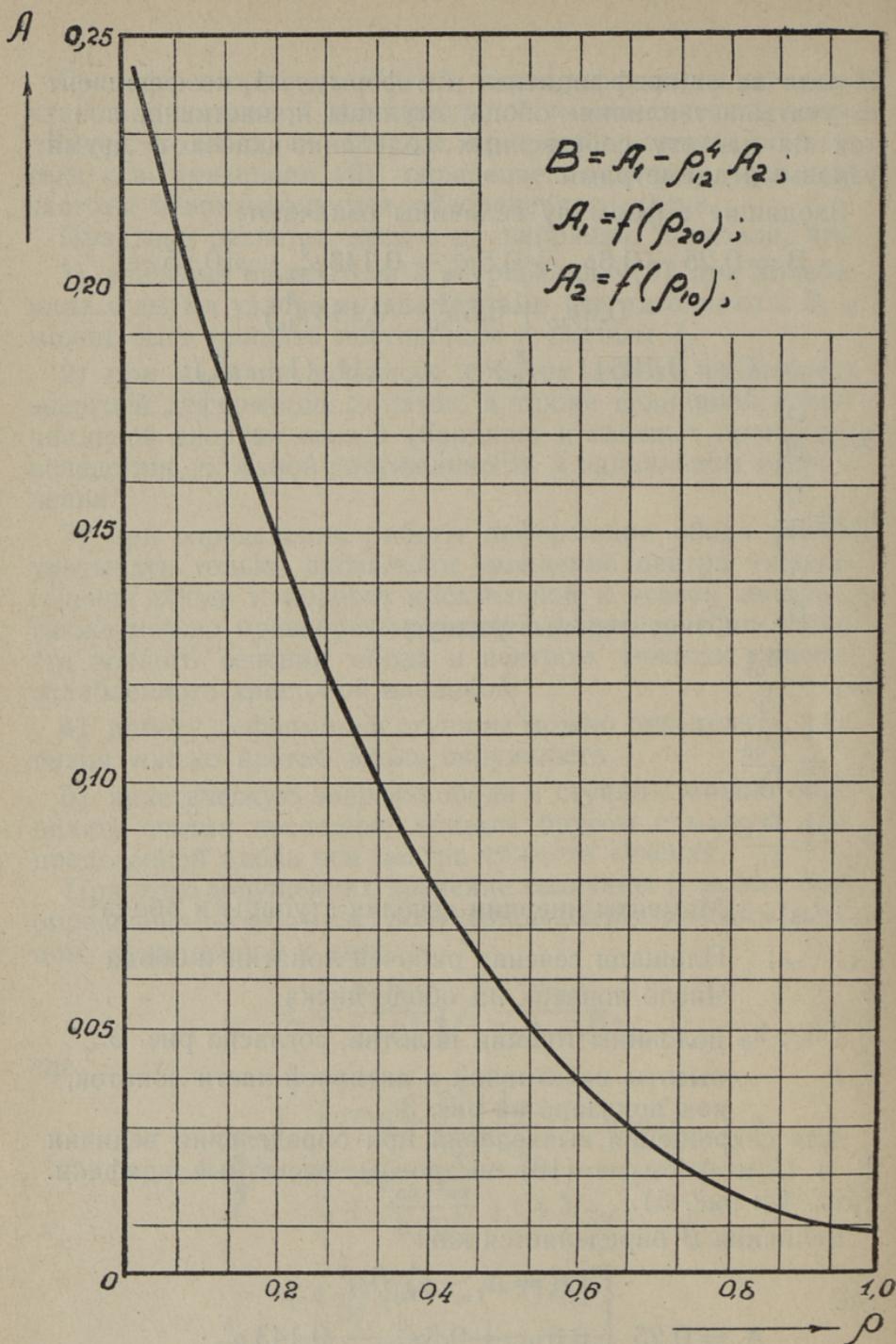


Рис. 4. График для определения величины  $A_1$  и  $A_2$  при различной величине относительного радиуса.

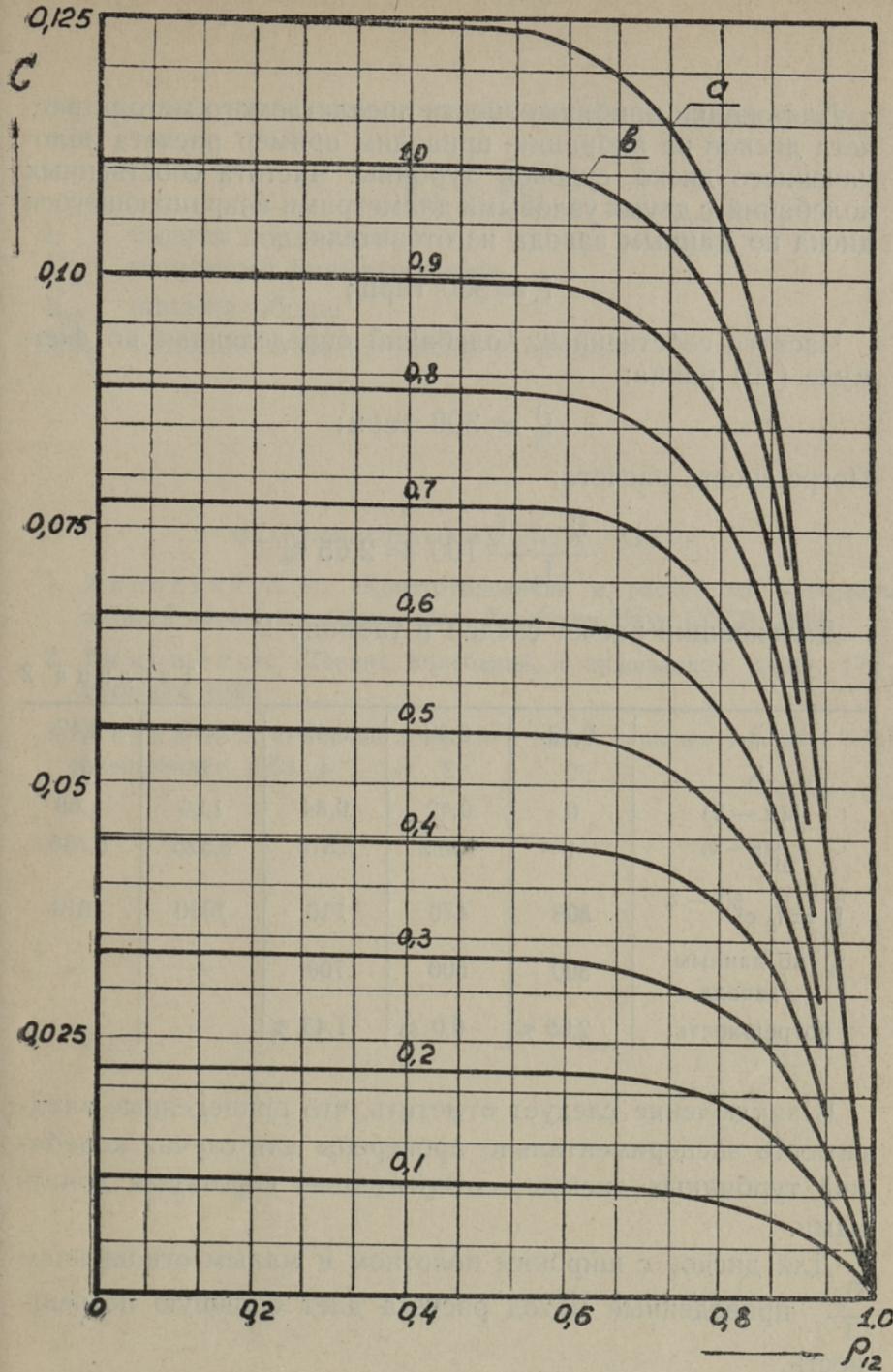


Рис. 5. График для определения величины  $C$  при различной величине относительных радиусов  $\rho_{12}$  и  $\rho_{20}$ .  
 Кривая  $a$  дает величину первого члена в зависимости от величины  $\rho_{12}$ .  
 Остальные кривые дают величину второго члена в зависимости от величины  $\rho_{12}$  и  $\rho_{20}$ . Цифры на кривых соответствуют величине  $\rho_{20}$ .

Для оценки приближенности предлагаемого метода расчета дисков на вибрацию приводим пример расчета облопаченного диска судовой турбины. Частота собственных колебаний с двумя узловыми диаметрами невращающегося диска по данным завода изготовителя:

$$f_2 = 300 \text{ герц};$$

Частота собственных колебаний определенная по формуле (10) равна:

$$f_2^1 = 308 \text{ герц};$$

Погрешность расчета:

$$\frac{f_2^1 - f_2}{f_2} 100 = 2,65 \%$$

Дальнейший расчет сведен в таблицу 2.

Таблица 2

$\beta$	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42
K	2	3	4	5	6
$\beta(k-2)$	0	0,42	0,84	1,26	1,68
$e^{\beta(k-2)}$	1	1,522	2,316	3,525	5,365
$f_k = f_2 e^{\beta(k-2)}$	308	470	710	1080	1610
$f_k$ по данным завода	300	500	700	—	—
погрешность	2,65 %	6,0 %	1,43 %	—	—

В заключение следует отметить, что приведенные зависимости экспериментально проверены для случая колебаний турбинных дисков с относительно короткими лопатками.

Для дисков с широким полотном и малым отношением  $\frac{D_2}{1}$  приведенный метод расчета дает бóльшую погрешность.

Отношение  $\frac{D_2}{1}$  при проведении вибрационных испытаний дисков превосходило 5, ширина обода диска не

превышала удвоенной толщины полотна диска у обода,  
т. е.

$$h_{об} \leq 4 h_2$$

- l        высота лопатки.  
D<sub>2</sub>     наружный диаметр диска.  
h<sub>об</sub>     ширина обода.  
2h<sub>2</sub>    толщина полотна диска у обода.

#### ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Яновский М. И. «Конструирование и расчет на прочность деталей паровых турбин», Изд. Академии Наук СССР, 1947.
2. Тимошенко. «Теория колебаний в инженерном деле», Гос-техиздат, 1932.
3. Левин А. В. «Рабочие лопатки и диски паровых турбин». Гос-энергоиздат, 1953.

Н. Зиновьев

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ВИБРАЦИОННОЙ  
НАДЕЖНОСТИ ТУРБИННЫХ ДИСКОВ

Издательство Таллинского Политехнического Института

\*

Редактор И. Михельман

Технический редактор А. Тамм

Корректор Э. Адман

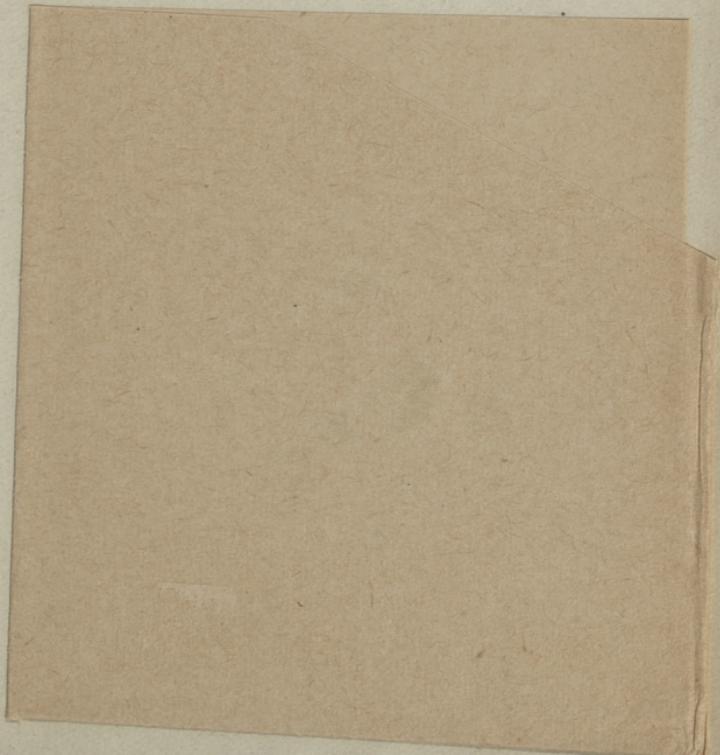
Сдано в набор 18 I 1958. Подписано к печати 24 II 1958. Бумага  $54 \times 84 \frac{1}{16}$ . Печатных листов 1,0. По формату  $60 \times 92$  печатных листов 0,82. Учетно-издательских листов 0,6. Тираж 800. МВ-01737.

Заказ № 210.

Типография «Юхисэлу». Таллин, ул. Пикк 40/42.

Цена 45 коп.

ENSV Teaduste Akadeemia  
Keskraamatukogu



Цена 45 коп.