

Er.6.7

**691**

ISSN 0136-3549

0203-7343

**TALLINNA TEHNIKAÜLIKOOLI**

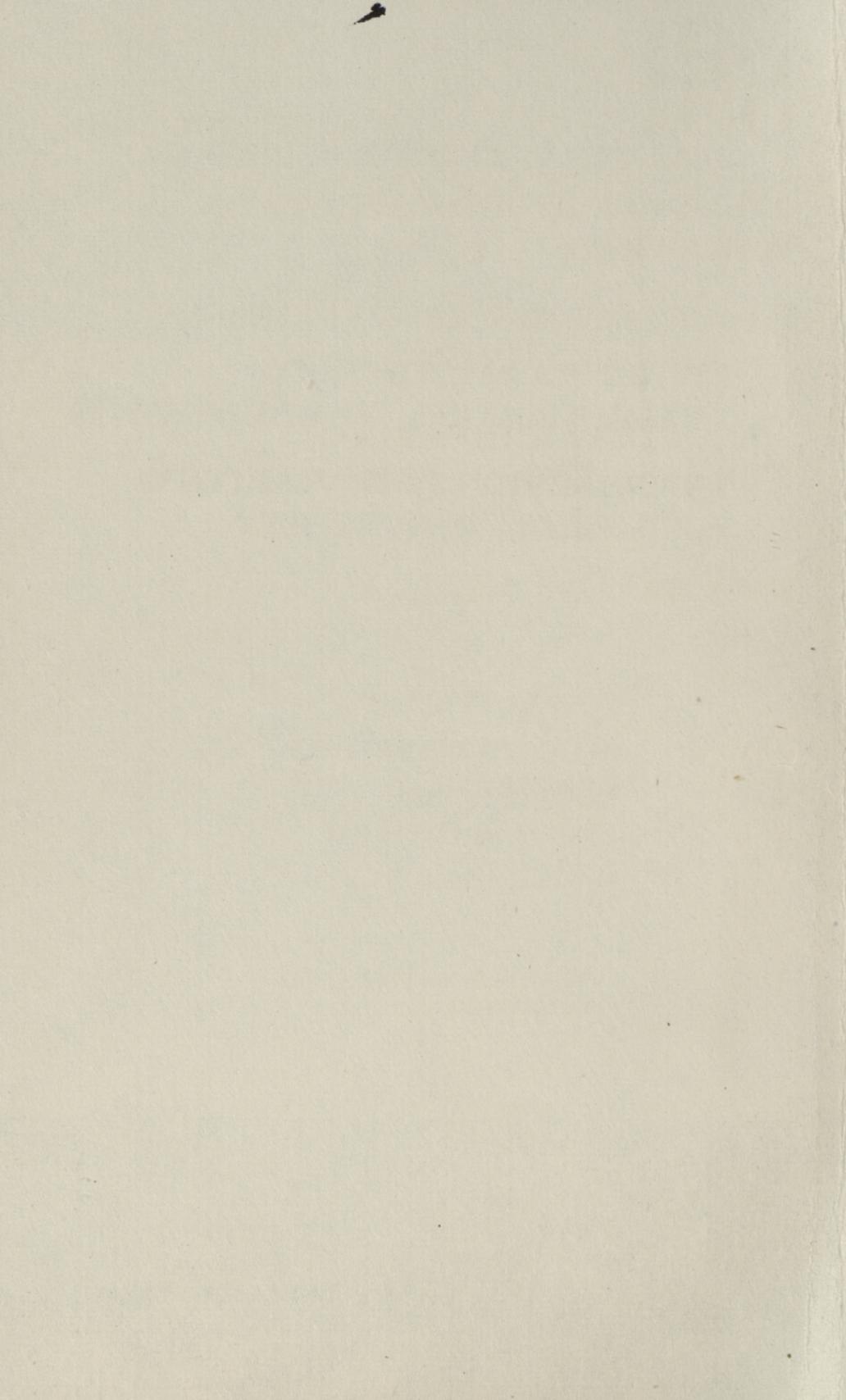
# **TOIMETISED**

**ТРУДЫ ТАЛЛИННСКОГО  
ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**

**TRANSACTIONS OF TALLINN  
TECHNICAL UNIVERSITY**

**ТОНКОСТЕННЫЕ  
ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ  
КОНСТРУКЦИИ**

**TALLINN 1969**



# 691

ALUSTATUD 1937

TALLINNA TEHNIKAÜLIKOOLI  
TOIMETISED

TRANSACTIONS OF TALLINN  
TECHNICAL UNIVERSITY

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО  
ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

■ УДК 624.01/04

ТОНКОСТЕННЫЕ  
ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ  
КОНСТРУКЦИИ

Строительные конструкции и  
строительная механика ХХУ111

TALLINN 1989

ТАЛЛИНСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Труды ТТУ № 691

Тонкостенные и пространственные конструкции  
Строительные конструкции и строительная механика XXУШ

На русском языке

Отв. редактор В. Яанисо

Техн. редактор В. Ранник

Сборник утвержден коллегией Трудов ТТУ 22.06.89

Подписано к печати 23.11.89

МВ-06081

Формат 60x90/16

Печ. л. 8,25 + 0,5 приложение

Уч.-изд. л. 7,0

Тираж 300

Зак. № 628

Цена 1 руб. 40 коп.

Таллинский технический университет,

200108 Таллинн, Эхитаяте теэ, 5

Ротапринт ТТУ, 200006 Таллинн, ул. Коскла, 2/9

© Таллинский технический университет, 1989



АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ НЕЛИНЕЙНОСТИ ДЕФОРМАЦИИ КОНТУРА  
СЕДЛОВИДНОГО ВИСЯЧЕГО ПОКРЫТИЯ

## I. Общие замечания

Как известно, экономическая целесообразность применения седловидных висячих покрытий зависит главным образом от формы обрамляющего контура. Отыскание рациональной формы контура обычно сводится к применению замкнутых пространственных кривых плавной формы, изгибающие моменты которых минимальны. Сюда относятся кривые, образуемые пересечением поверхности гиперболического параболоида с эллиптическим или круговым цилиндром. Так как в вышеуказанных покрытиях контур обычно соединяется наружной стеной здания, его вертикальные перемещения невозможны. Но горизонтальные перемещения обрамляющего контура следует обязательно учитывать. Они оказывают существенное влияние на работу сетки тросов, особенно в случае безраспорного контура.

При весьма малых жесткостях горизонтальные перемещения контура характеризуются порядком величины, соизмеримой размерами поперечного сечения контура. Поэтому был выполнен анализ допустимости учета линейной зависимости между перемещениями контура и действующими на контур усилиями.

Анализ был выполнен методом последовательных приближений, причем в качестве исходной была принята деформированная форма контура. Процесс итерации был закончен, когда параметры деформации контура сошлись с параметрами деформированной формы контура.

## 2. Изучение влияния нелинейности деформаций контура седловидного висячего покрытия с круглым контуром

Рассмотрим седловидное висячее покрытие круглого очертания в плане (рис. 1) при действии равномерно распределенной вертикальной нагрузки. Предполагаем, что распределение

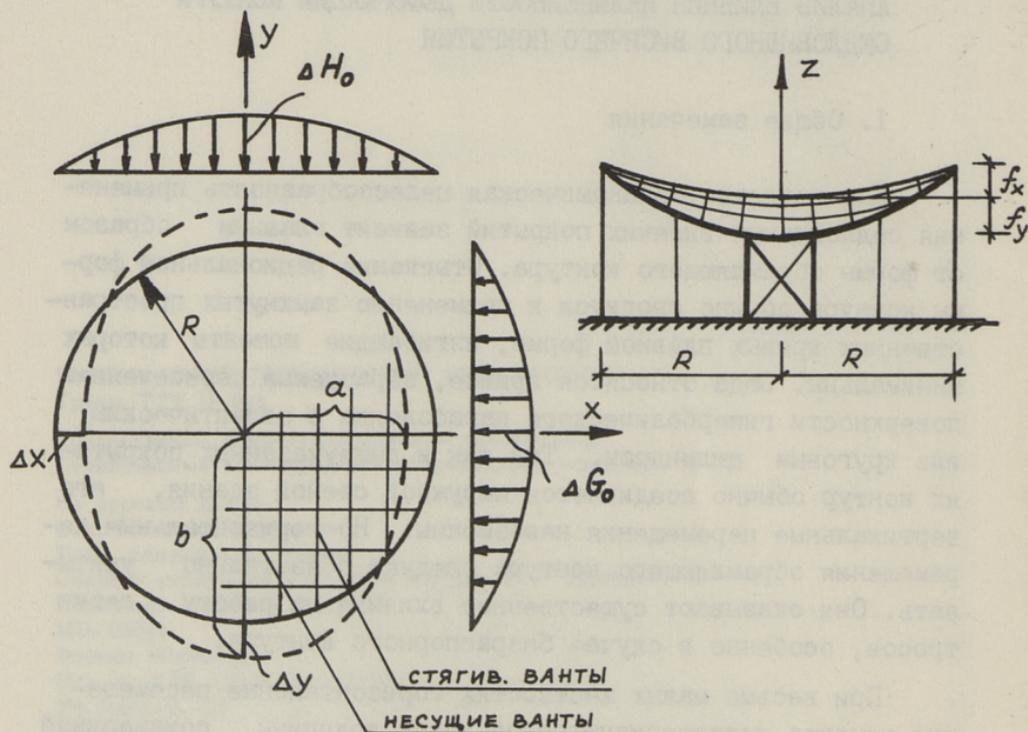


Рис. 1.

дополнительных распоров несущих и стягивающих вант изменяется по квадратной параболе, т.е.  $\Delta G = \Delta G_0 \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)$  и  $\Delta H = \Delta H_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)$ . Исходным объектом для дальнейших расчетов была выбрана модель гипероло-параболоидального покрытия, которая в плане имела форму окружности с радиусом  $R \cong \cong 47$  см. Сетка покрытия образовалась из девяти несущих и девяти стягивающих вант диаметром  $\sim 1,0$  мм. В ходе теоретических расчетов постоянными остались такие величины, как: радиус  $R$ , приведенная толщина вант  $\delta_x = \delta_y = 0,0008$  см<sup>2</sup>/см,

соотношение  $\alpha = f_y / f_x = 1,0$ , интенсивность предварительного напряжения  $H_0 = G_0 \cong 2I$  Н/см, равномерно распределенная вертикальная нагрузка  $q_y = 2,2 \cdot 10^{-3}$  МПа. В ходе вычислений изменили только диаметр поперечного сечения контура (конечно в допускаемых пределах).

Х о д р е ш е н и я:

1) Вычисляем соответствующие безразмерные параметры круглого контура ( $a = b = R$ ),

$$q_V^* = \frac{9q_0 a^4}{10E\delta x f_x^3} \left(1 + \frac{5f_x^2}{3a^2}\right) - \text{параметр равномерно распределенной нагрузки,}$$

$$\lambda = \frac{9(G_0 + H_0 \frac{a^2}{b^2}) a^2}{10E\delta x f_x^2} \left(1 + \frac{5f_x^2}{3a^2}\right) - \text{параметр предварительного напряжения,} \quad (I)$$

$$\xi = \frac{5E\delta y a^{7/2} b^{-1/2}}{72EI \left(1 + \frac{5f_y^2}{3b^2}\right)} - \text{параметр изгибной жесткости контура,}$$

$$\psi = \frac{a^4 \delta y \left(1 + \frac{5f_x^2}{3a^2}\right)}{b^4 \delta x \left(1 + \frac{5f_y^2}{3b^2}\right)} - \text{геометрический параметр}$$

2) Найдем методом приближенной итерации параметр прогиба сети  $\zeta_0$  ( $\zeta_0 = \frac{W_{000}}{f_x}$ ) из кубического уравнения

$$\begin{aligned} & \zeta_0^3(1 + \psi + 4\xi) + 3\zeta_0^2[1 - \alpha\psi + 2(1 - \alpha)\xi] + \\ & + 2\zeta_0\left\{1 + \alpha^2\psi + (1 - 2\alpha + \alpha^2)\xi + \lambda\left[1 + \left(1 + \frac{1}{\psi}\right)\xi\right]\right\} = \\ & = q_V^*\left[1 + \left(1 + \frac{1}{\psi}\right)\xi\right]. \end{aligned} \quad (2)$$

3) Вычислим экстремальные дополнительные распоры несущих и стягивающих вант

$$\begin{aligned} \frac{\Delta G}{E\delta x} &= \frac{5f_x^2 \zeta_0 [2 + \zeta_0 + 2\xi(1 - \alpha + \zeta_0)]}{9a^2 \left(1 + \frac{5f_x^2}{3a^2}\right) \left[1 + \xi\left(1 + \frac{1}{\psi}\right)\right]} \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) \\ \frac{\Delta H}{E\delta y} &= \frac{-5f_x^2 \zeta_0 [2\alpha - \zeta_0 - 2\frac{\xi}{\psi}(1 - \alpha + \zeta_0)]}{9b^2 \left(1 + \frac{5f_y^2}{3b^2}\right) \left[1 + \xi\left(1 + \frac{1}{\psi}\right)\right]} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

4) Учитывая перемещения круга, определяем суммарные смещения круглого контура по оси  $x$  и  $y$

$$\Delta x = \Delta y = 0,06944 \frac{R^4}{EI} (\Delta G_0 - \Delta H_0) \quad (4)$$

после горизонтальных деформаций круга получается новая форма контура — эллипс с полуосями

$$a = R - \Delta x$$

$$b = R + \Delta y.$$

5) Вычисляем снова безразмерные параметры  $q^*$ ,  $\lambda$ ,  $\xi$ ,  $\psi$  (I) для получаемого эллиптического контура.

6) Методом приближенной итерации снова вычисляем параметр прогиба  $\zeta_0(2)$  и по формуле (3) дополнительные распоры несущих ( $\Delta G_0$ ) и стягивающих вант ( $\Delta H_0$ ).

7) Учитывая смещения плоского эллиптического кольца определяем суммарные смещения контура по оси  $x$  и  $y$

$$\Delta x = \frac{0,06944}{EI} (a^{1/2} b^{7/2} \Delta G_0 - a^{5/2} b^{3/2} \Delta H_0) \quad (5)$$

$$\Delta y = \frac{0,06944}{EI} (a^{3/2} b^{5/2} \Delta G_0 - a^{7/2} b^{1/2} \Delta H_0).$$

8) Сравниваем соответствующие деформации контура (4) и (5).

Процесс итерации заканчиваем, когда параметры деформации контура сойдутся с параметрами деформированной формы контура.

Результаты расчетов представлены в таблице I и на рис.2.

### 3. Результаты анализа

I. С увеличением параметра жесткости контура  $\xi$  при равномерно распределенной нагрузке экстремальные усилия в несущих и стягивающих вантах постепенно увеличиваются, но в начале они в стягивающих вантах отрицательные (при  $\xi < 3$ ). Дополнительные усилия стягивающих вант, достигая положительных величин ( $\xi > 4$ ), будут постепенно приближаться к усилиям несущих вант, в которых дополнительные распоры почти не изменяются. В случае довольно гибкого контура ( $\xi > 100$ ) изменение экстремальных усилий минимально, а разница между усилиями несущих и стягивающих вант незначительная.

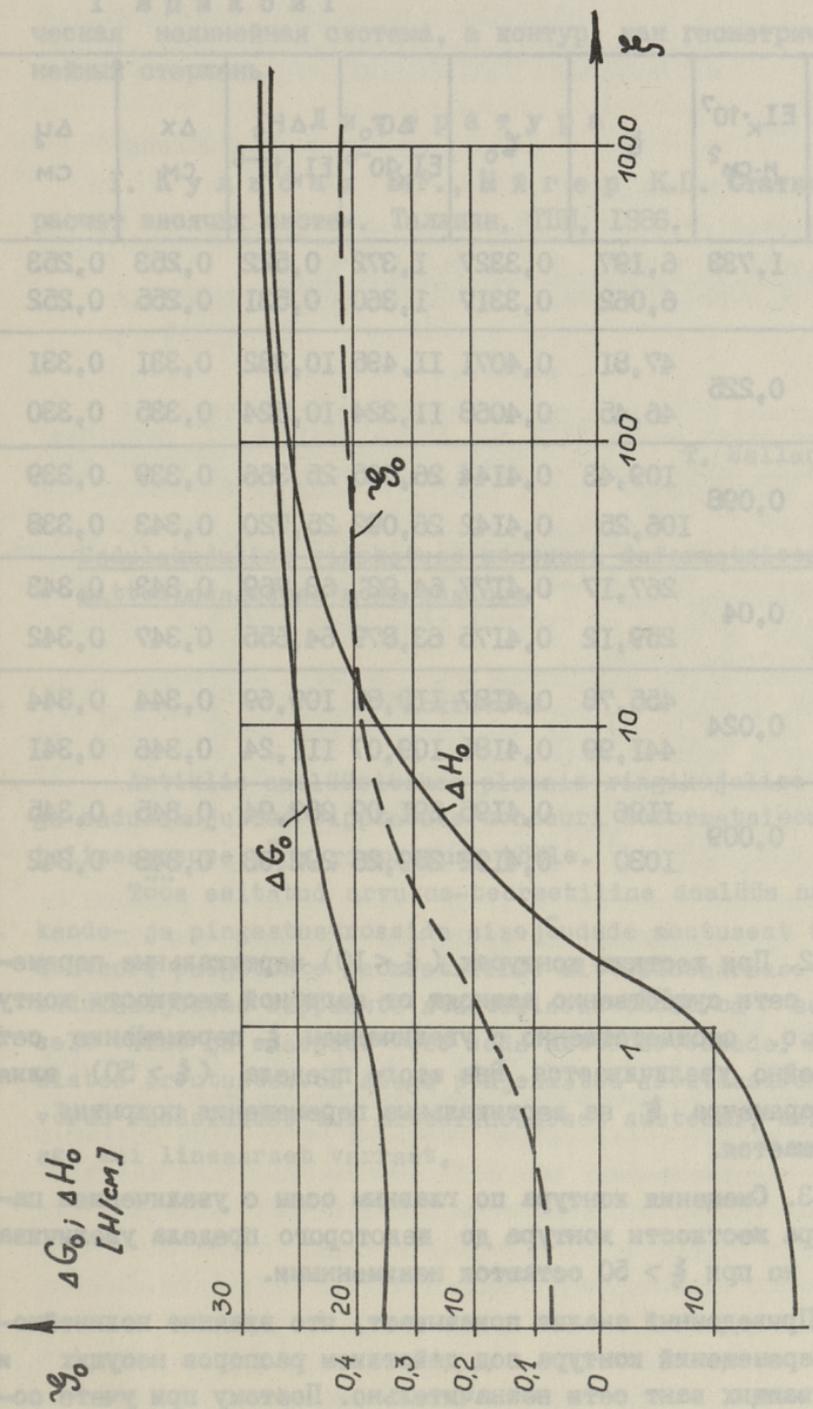


Рис. 2.

Т а б л и ц а I

Ø кон- тура мм	$EI_K \cdot 10^7$ н·см <sup>2</sup>	$\xi$	$\zeta_0$	$\frac{\Delta G_0}{EI_K \cdot 10^{-6}}$	$\frac{\Delta H_0}{EI_K \cdot 10^{-6}}$	$\Delta x$ см	$\Delta y$ см
20,5	1,733	6,197	0,3327	1,372	0,522	0,253	0,253
		6,062	0,3317	1,360	0,531	0,255	0,252
12,3	0,225	47,81	0,4071	II,495	10,382	0,331	0,331
		46,45	0,4068	II,324	10,524	0,335	0,330
10,0	0,098	109,43	0,4144	26,505	25,366	0,339	0,339
		106,25	0,4142	26,092	25,720	0,343	0,338
8,0	0,04	267,17	0,4177	64,92	63,769	0,343	0,343
		259,12	0,4175	63,879	64,655	0,347	0,342
7,0	0,024	455,78	0,4187	110,85	109,69	0,344	0,344
		441,99	0,4185	109,07	111,24	0,346	0,341
5,5	0,009	1196	0,4195	291,09	289,94	0,345	0,345
		1030	0,4192	289,26	292,03	0,348	0,342

2. При жестких контурах ( $\xi < 10$ ) вертикальные перемещения сети существенно зависят от изгибной жесткости контура, т.е. соответственно с увеличением  $\xi$  перемещение сети нелинейно увеличивается. Вне этого предела ( $\xi > 50$ ) влияние параметра  $\xi$  на вертикальные перемещения покрытия уменьшается.

3. Смещения контура по главным осям с увеличением параметра жесткости контура до некоторого предела увеличиваются, но при  $\xi > 50$  остаются неизменными.

Приведенный анализ показывает, что влияние нелинейности перемещений контура под действием распоров несущих и стягивающих вант сети незначительно. Поэтому при учете совместной работы сети и контура обосновано применение расчетной схемы, в которой сеть рассматривается как геометри-

ческая нелинейная система, а контур как геометрически линейный стержень.

## Л и т е р а т у р а

И. Кульбах В.Р., Нйгер К.П. Статический расчет висячих систем. Таллинн, ТПИ, 1986.

T. Hallang

### Sadulakujulise rippkatuse kontuuri deformatsioonide mittelineaarsuse mõju analüüs

#### Kokkuvõte

Artiklis analüüsitakse plaanis ringikujulise kontuuri-ga sadulakujulise rippkatuse kontuuri deformatsioonide mittelineaarsuse mõju rippkatuse tööle.

Töös esitatud arvutus-teoreetiline analüüs näitab, et kande- ja pingestustrosside sisejõudude muutusest tulenev kontuuri paigutuste geomeetrilise mittelineaarsuse mõju sadulakujulise rippkatte staatilisele tööle on suhteliselt väike ja edaspidi võib seda mitte arvestada. Edaspidistes arvutustes on seega põhjendatud arvutusskeem, kus võrku vaadeldakse kui mittelineaarset süsteemi, kontuuri aga kui lineaarset varrast.

T. Hallang

Analysis of Influence of Nonlinear Deformation of  
Contour on Saddle-shaped Hanging Roof

Abstract

The paper deals with the investigation of nonlinear deformation of contour on saddle-shaped hanging roof with circular basic plan.

The analysis was performed using the method of gradual approximation. The process of iteration was finished when the placing indices of contour coincided with the indices of the deformed contour.

The results of the analysis show that taking into account the joint work of the net and the contour it is justified to use the calculating scheme in which the net is regarded as a geometrical nonlinear system and the contour as a geometrical linear rod.

В.А. Гендриксон, К.П. Нйгер,  
И.Р. Тальвик

### АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ ПЕВЧЕСКОЙ ЭСТРАДЫ г. ТАРТУ

На кафедре строительных конструкций ТПИ разработано конструктивное решение для акустического экрана проектируемой певческой эстрады в городе Тарту. Конструкция экрана представляет собой комплексную конструкцию. Ортогональная вантовая сеть, натянутая внутри пространственного контура, образует седловидную поверхность. В плане эллиптический контур с полуосями 27,55 и 21,35 м выполнен из стальной трубы диаметром 1220 мм. Для выполнения акустической функции покрытие повернуто на  $20,6^{\circ}$  вокруг длинной оси (рис. I). К узлам сети и к контуру закреплена сплошная деревянная оболочка, которая образует звукоотражающую поверхность и в то же время повышает жесткость покрытия в целом и уменьшает усилия вант и контура. Контур опирается сбоку и сзади на стойки, передняя часть контура работает консолью. Опорная система позволяет контуру в направлениях осей  $x$  или  $y$  свободно деформироваться.

При расчете легких большепролетных висячих систем особое внимание надо уделить ветровой нагрузке, так как такие системы довольно деформативные, а постоянные нагрузки относительно малы, в то же время неравномерно распределенная ветровая нагрузка вызывает большие кинематические перемещения покрытия. Расположение акустического экрана таково, что в верхней части покрытия нагрузка от ветрового давления в отличие от других нагрузок имеет значительные горизонтальные составляющие. Таким образом необходимость учета ветровых нагрузок при проектировании очевидна, в то же время сведений по определению их на уровне норм [1], а также в литературе в данное время не имеется. В этой ситуации наи-

более эффективным подходом является аэродинамическое моделирование.

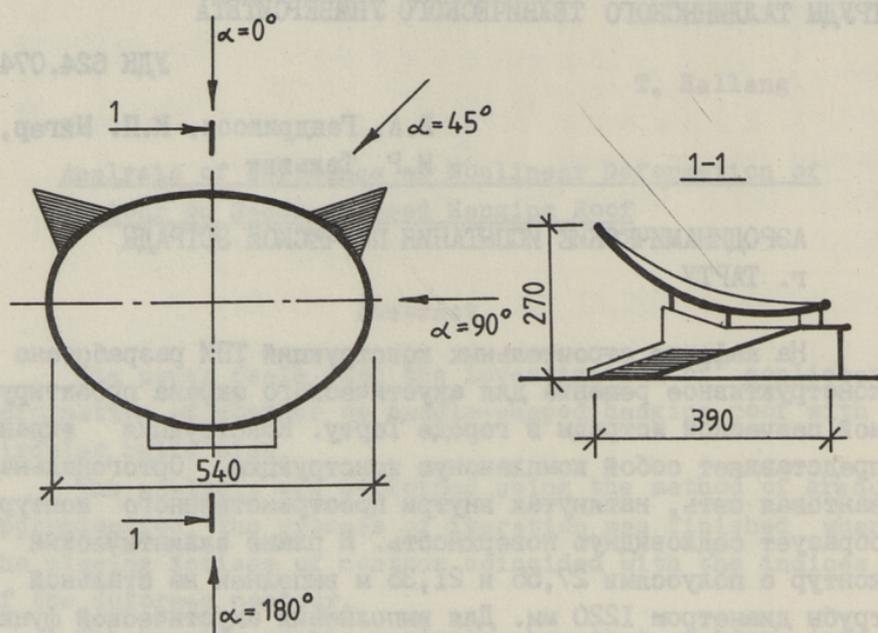


Рис. 1. Схема модели.

Основной задачей настоящей работы было определение распределения ветрового давления на акустический экран певческой эстрады г. Тарту путем продувки модели экрана в аэродинамической трубе. Опыты проводились на аэродинамическом стенде ИТЭФ АН ЭССР. Это аэродинамическая труба с открытой рабочей частью размерами  $900 \times 1000 \times 1100$  мм. Наличие открытой рабочей части позволило избежать эффекта стесненности потока при достаточно больших размерах модели в масштабах  $1:100$  (540 и 420 мм по главным осям и высотой 270 мм). Опыты проводились при скорости набегающего потока 10 м/с ( $Re = 4 \cdot 10^5$ ). Специфика конструкции (достаточно резкие края, а также высокий уровень турбулентности потока - 6 %) обеспечивали условия автомодельности течения и следовательно, достаточно надежное соответствие натурным условиям. Седловидное покрытие модели было изготовлено на вакуумоформовочной установке из ударпрочного полистирола

на гипсовой форме. Для дренажных исследований на каждой симметричной половине были просверлены отверстия диаметром 1,0 мм (76 шт.). К отверстиям были приклеены штуцеры из оргстекла для крепления шлангов, присоединяющих модель к манометру. Покрытие модели было изготовлено в двух вариантах, чтобы исследовать распределение давления на верхней и нижней поверхности экрана. Общий вид установки с моделью приведен на рис. 2. Использовалась измерительная методика, описанная в [2].

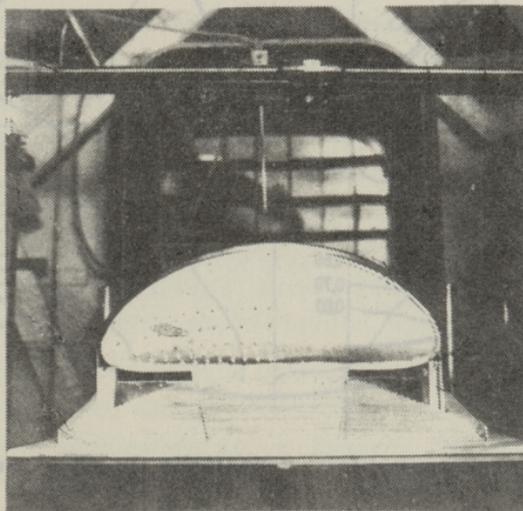


Рис. 2. Модель на аэродинамическом стенде.

Испытания проводились при различных положениях модели относительно направления набегающего потока (угол скольжения  $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ ). На рис. 3-5 изображены характерные результаты некоторых испытаний, представленные в виде линий равных давлений. Коэффициент давления

$$\bar{p} = p - p_\infty / 0,5 \rho v^2.$$

где  $p$  — давление в данной точке;

$p_\infty$  — статическое давление невозмущенного потока;

$v$  — скорость набегающего потока;

$\rho$  — плотность набегающего потока.

При угле скольжения  $\alpha = 0^\circ$  (поток спереди) верхняя поверхность испытывает довольно равномерно распределенный отсос  $\bar{p} = -0,6 - -0,7$  (рис. 3). Наибольшее разрежение отмечается в средней части, наименьшее в передней непосредствен-

но за кромкой. Нижняя поверхность подвержена положительному давлению  $\bar{p} = 0,6 - 0,8$ . На задней стороне нижней поверхности наблюдается понижение давления вследствие влияния сту-

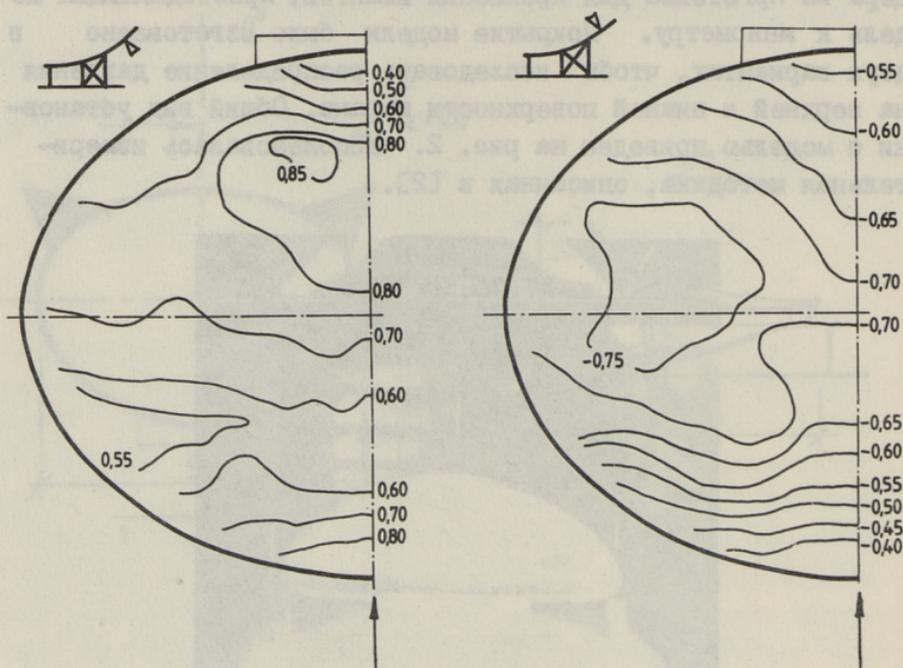


Рис. 3. Распределение коэффициента давления при  $\alpha = 0^\circ$ .

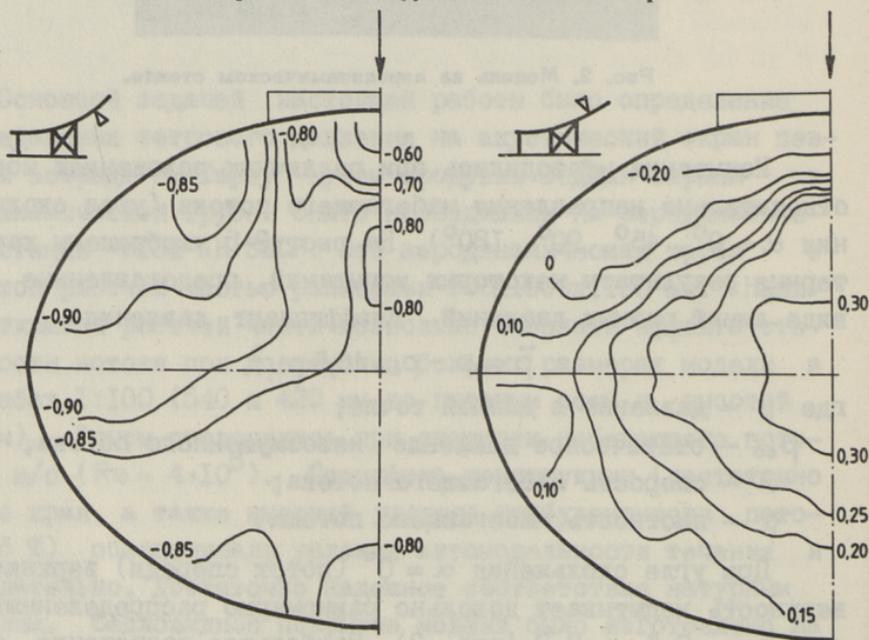


Рис. 4. Распределение коэффициента давления при  $\alpha = 180^\circ$ .

пенчатой эстрады и щели между покрытием и задней стеной.

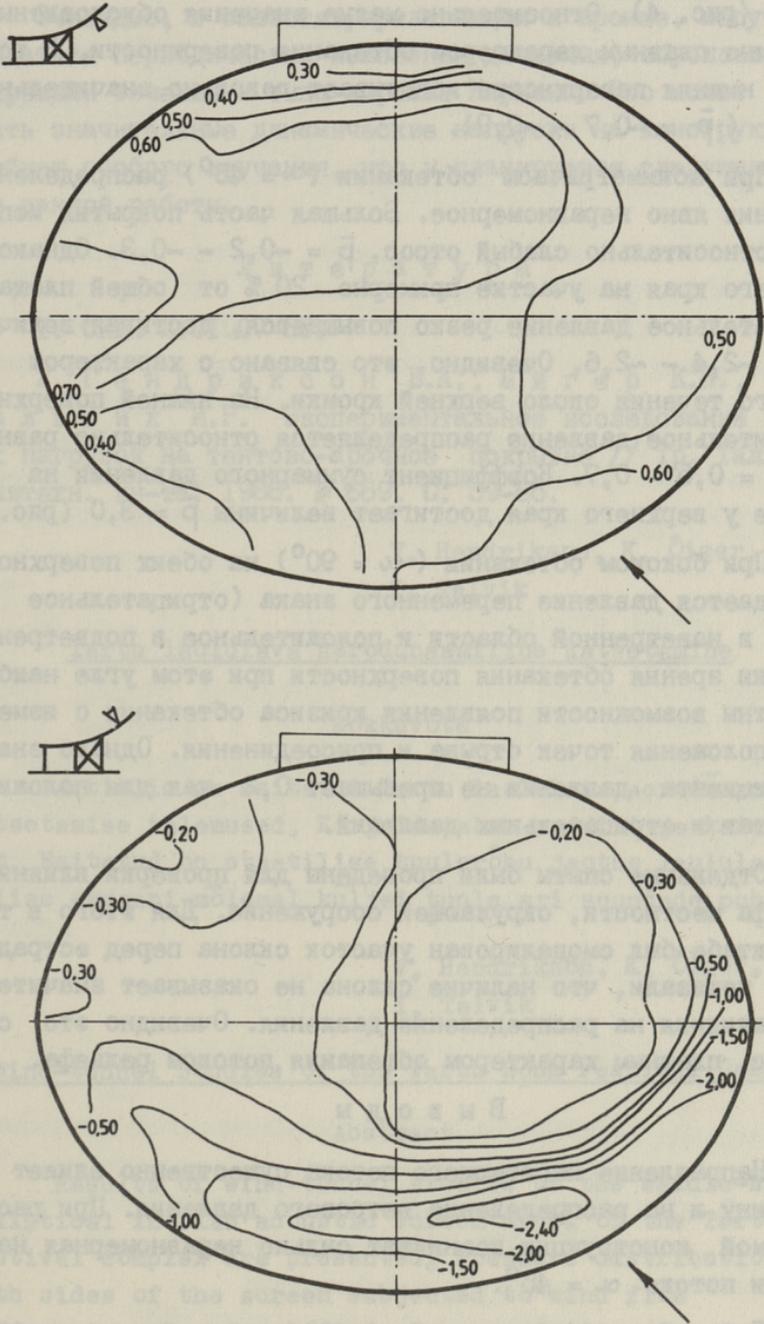


Рис. 5. Распределение коэффициента давления при  $\alpha = 45^\circ$ .

но за кромкой. Нижняя поверхность подвержена положительному давлению  $\bar{p} = 0,6 - 0,8$ . На задней стороне нижней поверхности наблюдается понижение давления вследствие влияния сту-

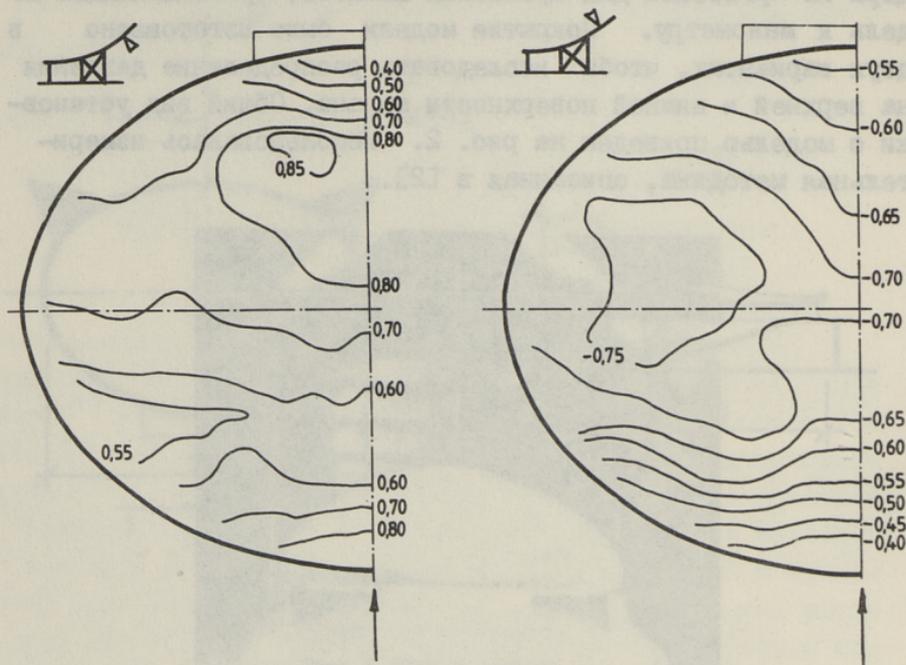


Рис. 3. Распределение коэффициента давления при  $\alpha = 0^\circ$ .

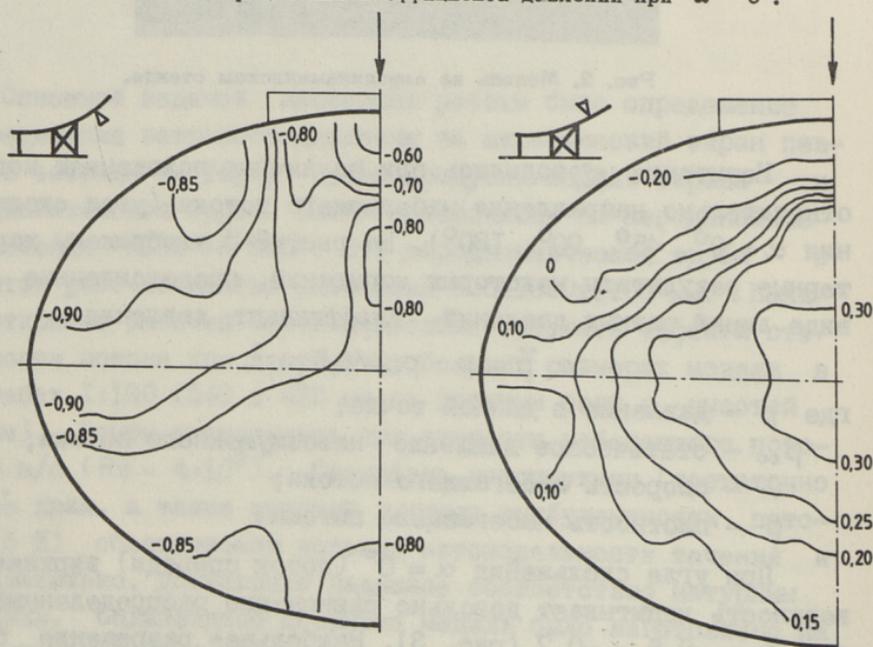


Рис. 4. Распределение коэффициента давления при  $\alpha = 180^\circ$ .

пенчатой эстрады и щели между покрытием и задней стеной.

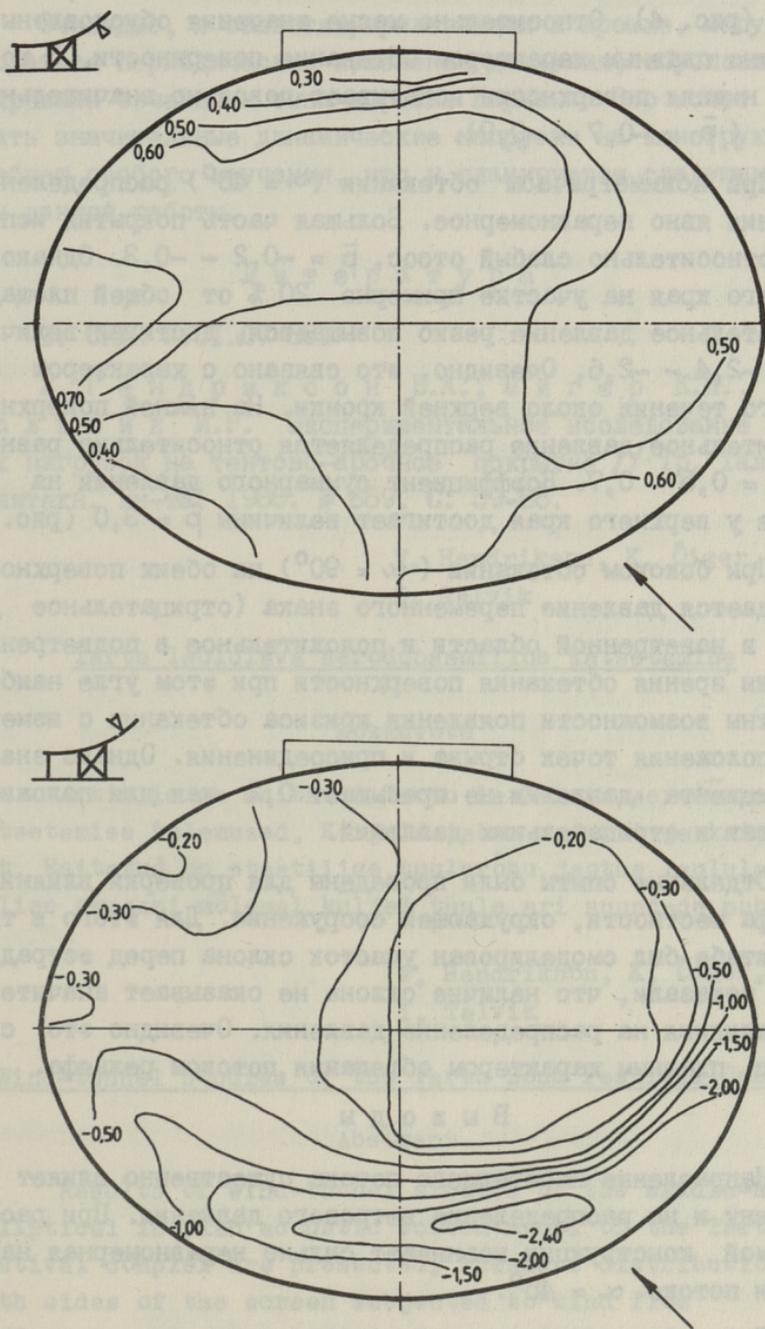


Рис. 5. Распределение коэффициента давления при  $\alpha = 45^\circ$ .

При  $\alpha = 180^\circ$  (поток сзади) верхняя поверхность подвержена довольно равномерно распределенному давлению  $\bar{p} = 0,1 - 0,3$  (рис. 4). Относительно малые значения обусловлены достаточно плавным характером обтекания поверхности. В то же время нижняя поверхность испытывает довольно значительный отсос ( $\bar{p} = -0,7 - -0,9$ ).

При асимметричном обтекании ( $\alpha = 45^\circ$ ) распределение давления явно неравномерное. Большая часть покрытия испытывает относительно слабый отсос,  $\bar{p} = -0,2 - -0,3$ . Однако у верхнего края на участке примерно 20 % от общей площади отрицательное давление резко повышается, достигая величины  $\bar{p} = -2,4 - -2,6$ . Очевидно, это связано с характером отрывного течения около верхней кромки. На нижней поверхности положительное давление распределяется относительно равномерно,  $\bar{p} = 0,5 - 0,7$ . Коэффициент суммарного давления на покрытие у верхнего края достигает величины  $\bar{p} = 3,0$  (рис. 5).

При боковом обтекании ( $\alpha = 90^\circ$ ) на обеих поверхностях наблюдается давление переменного знака (отрицательное давление в наветренной области и положительное в подветренной). С точки зрения обтекания поверхности при этом угле наиболее вероятны возможности появления кризиса обтекания с изменением положения точек отрыва и присоединения. Однако значение коэффициента давления не превышает 0,2 как для положительных, так и отрицательных давлений.

Отдельные опыты были проведены для проверки влияния рельефа местности, окружающей сооружение. Для этого в трубе в масштабе был смоделирован участок склона перед эстрадой. Опыты показали, что наличие склона не оказывает значительного влияния на распределение давления. Очевидно это связано с плавным характером обтекания потоком рельефа.

### В ы в о д ы

Направление набегающего потока существенно влияет на величину и на распределение ветрового давления. При рассматриваемой конструкции возникает сильно неравномерная нагрузка при потоке  $\alpha = 45^\circ$ .

При расчете конструкции на действие ветра следует учитывать три различных варианта нагрузки. При этом при потоке  $\alpha = 0^\circ$  и  $\alpha = 180^\circ$  можно принимать ветровую нагрузку равно-

мерно распределенной, а при  $\alpha = 45^\circ$  неравномерно распределенной, где в определенных областях покрытия действуют максимальные значения давления.

Очевидно, в областях, прилегающих к кромке, могут наблюдаться периодические изменения давления, обусловленные вихревыми течениями типа дорожки Кармана. Это может вызвать значительные динамические нагрузки на конструкцию и требует особого изучения, что и планируется следующим этапом данной работы.

## Л и т е р а т у р а

1. СНиП 2.01.07-85.

2. Гендриксон В.А., Йигер К.П., Тальвик И.Р. Экспериментальное исследование ветровых нагрузок на тентово-арочное покрытие // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1988. № 669. С. 59-68.

V. Hendrikson, K. Öiger,  
I. Talvik

### Tartu laululava aerodünaamiline katsetamine

#### Kokkuvõte

Artiklis on esitatud Tartu laululava aerodünaamilise katsetamise tulemused. Kirjeldatakse mudelit ja katseseadet. Esitatud on staatilise tuulerõhu jaotus laululava akustilise ekraani mõlemal küljel tuule eri suundade puhul.

V. Hendrikson, K. Öiger,  
I. Talvik

### Wind-tunnel Studies of the Tartu Song Festival Complex

#### Abstract

Results of wind-tunnel studies of the saddle-shaped elliptical in plan acoustic screen model of the Tartu song festival complex are presented. Pressure distribution on both sides of the screen subjected to wind flow under different angles is studied. Recommendations for determining the design wind loads are obtained.

## УЧЕТ ПОДАТЛИВОСТИ ОПОР ВИСЯЧИХ КОНСТРУКЦИЙ

Опыт исследования и возведения висячих систем показывает, что поведение конструкций зависит в значительной степени от условий уравнивания горизонтальных усилий в опорных узлах вант. В то время как сами ванты представляют собой безусловно геометрически нелинейные элементы, то перемещения опор в большинстве случаев прямо пропорциональны горизонтальным усилиям, передаваемым вантами. Указанные зависимости также приняты нами в основу дальнейших рассуждений.

## I. Гибкая нить

При составлении разрешающих уравнений статики гибкой нити [1] исходим из условий равновесия и уравнения совместности деформаций. При действии только вертикальной распределенной нагрузки (рис. 1) имеем условия равновесия: для исходного состояния

$$H_0 \frac{d^2 z}{dx^2} = p_0(x) \quad (1)$$

и для конечного состояния

$$\Delta H \frac{d^2(z+w)}{dx^2} + H_0 \frac{d^2 w}{dx^2} = p_1(x), \quad (2)$$

где  $p_0$  и  $p_1$  — начальная и дополнительная нагрузки соответственно;

$H_0$  и  $\Delta H$  — начальный распор и приращение распора под действием нагрузки  $p_1$ .

Уравнение совместности деформаций

$$\frac{du}{dx} + \frac{dw}{dx} \left( \frac{dz}{dx} + \frac{1}{2} \frac{dw}{dx} \right) = \frac{\Delta H}{EA} \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}, \quad (3)$$

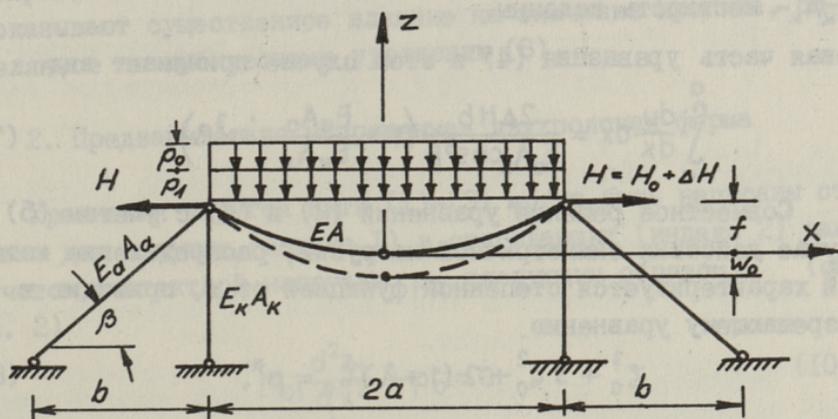


Рис. 1.

где  $EA$  — жесткость нити на растяжение.

Для исключения горизонтальных перемещений  $u$  производим интегрирование

$$\int_{-a}^a \frac{du}{dx} dx = \frac{\Delta H}{EA} \int_{-a}^a \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} dx - \int_{-a}^a \frac{dw}{dx} \left( \frac{dz}{dx} + \frac{1}{2} \frac{dw}{dx} \right) dx, \quad (4)$$

при котором использовано сокращенное разложение

$$\left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} \approx 1 + \frac{3}{2} \left( \frac{dz}{dx} \right)^2.$$

Левая часть уравнения (4) представляет собой суммарное горизонтальное перемещение (сближение) опор нити. В случае линейной зависимости между усилиями и перемещениями можно записать

$$\int_{-a}^a \frac{du}{dx} dx = 2\Delta H \bar{u}, \quad (5)$$

где  $\bar{u}$  — перемещение опоры под действием единичной нагрузки.

Перемещение  $\bar{u}$  может быть определено обычными методами линейной строительной механики. В качестве примера может рассматриваться шарнирно опертая колонна с наклонной анкерной вантой (рис. 1). В этом случае

$$\bar{u} = \frac{b}{E_a A_a \cos^3 \beta} \left( 1 + \frac{E_a A_a}{E_k A_k} \sin^3 \beta \right), \quad (6)$$

где  $E_a A_a$  — жесткость анкерной ванта;

$E_k A_k$  - жесткость колонны.

Левая часть уравнения (4) в этом случае принимает вид

$$\int_{-a}^a \frac{du}{dx} dx = \frac{2\Delta H b}{E_a A_a \cos^3 \beta} \left( 1 + \frac{E_a A_a}{E_k A_k} \sin^3 \beta \right). \quad (7)$$

Совместное решение уравнений (2) и (4) с учетом (5) в случае действия симметричной нагрузки, распределение которой характеризуется степенной функцией от  $x$ , приводит к разрешающему уравнению

$$\zeta_0^3 + 3 \zeta_0^2 + 2(1 + \lambda) \zeta_0 = p^*, \quad (8)$$

где  $\zeta_0$  - относительный прогиб:

$$p^* = \frac{2(2n+3)p_1}{(n+1)(n+2)^3 E A f^3} \left[ 1 + \frac{3(n+2)^2 f^2}{2(2n+3)a^2} + \frac{E A \bar{u}}{a} \right],$$

$\lambda = p^* \frac{p_0}{2p_1}$  - параметр предварительного напряжения;  
 $n$  - степень ординаты  $x$ .

Перемещение опоры нити отражается в третьем члене множителя в квадратных скобках для значений параметров  $p^*$  и  $\lambda$ . Значение этого члена в случае опор, представленных на схеме рис. 2, будет

$$\frac{E A b}{E_a A_a a \cos^3 \beta} \left( 1 + \frac{E_a A_a}{E_k A_k} \sin^3 \beta \right). \quad (9)$$

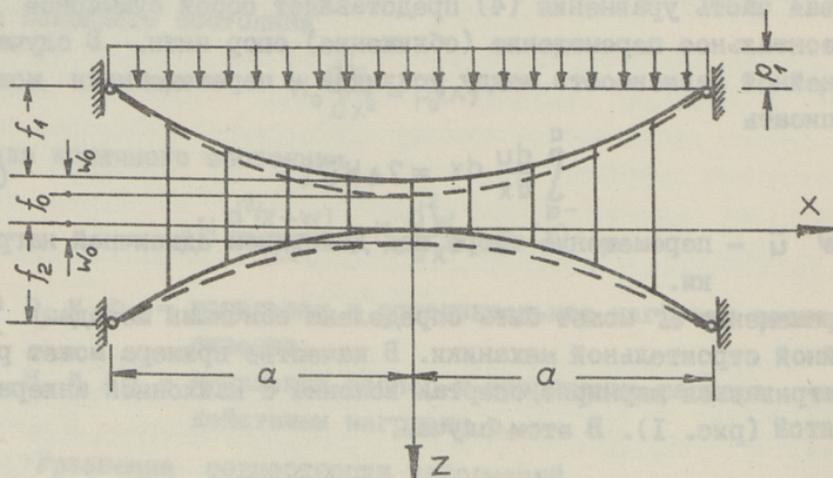


Рис. 2.

По выражению (9) легко видеть, что деформации опорной ванты оказывают существенное влияние на значение прогиба, определяемое по кубическому уравнению (8).

## 2. Предварительно напряженная двухпоясная ферма

Уравнения упругой нити (I)–(3) могут быть написаны отдельно для несущих (индекс 1) и стягивающих (индекс 2) вант с учетом контактной нагрузки  $p_c$  следующим образом (см. рис. 2)

$$H_{01} \frac{d^2 z_1}{dx^2} + p_0 = 0 \quad (I0)$$

$$H_{02} \frac{d^2 z_2}{dx^2} - p_0 = 0 \quad (II)$$

$$H_1 \left( \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{d^2 z_1}{dx^2} \right) + p_c + p = 0 \quad (I2)$$

$$H_2 \left( \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{d^2 z_2}{dx^2} \right) - p_c = 0 \quad (I3)$$

$$\frac{du_1}{dx} + \frac{dw}{dx} \left( \frac{dz_1}{dx} + \frac{1}{2} \frac{dw}{dx} \right) = \frac{H_1 - H_{01}}{EA_1} \left[ 1 + \left( \frac{dz_1}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} \quad (I4)$$

$$\frac{du_2}{dx} + \frac{dw}{dx} \left( \frac{dz_2}{dx} + \frac{1}{2} \frac{dw}{dx} \right) = \frac{H_2 - H_{02}}{EA_2} \left[ 1 + \left( \frac{dz_2}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}, \quad (I5)$$

где  $p$  – внешняя нагрузка;

$p_0$  – начальное значение контактной нагрузки, определяемое предварительным напряжением вант;

$H_1 = H_{01} + \Delta H_1$  и  $H_2 = H_{02} + \Delta H_2$  – конечные значения распоров несущих и стягивающих вант соответственно.

Принимая начальное очертание несущих и стягивающих вант в виде квадратных парабол, получим после исключения контактной нагрузки из системы (I2)–(I5) разрешающее уравнение для случая равномерно распределенной нагрузки в виде [2]

$$(1 + \psi) \zeta_0^3 + 3(1 - \alpha\psi) \zeta_0^2 + 2[(1 + \alpha^2\psi) + \lambda] \zeta_0 = p^*, \quad (I6)$$

где  $\zeta_0 = \frac{w_0}{f_1}$  – относительный прогиб;

$$\alpha = \frac{f_2}{f_1}; \quad \psi = \frac{A_2 \left( 1 + 2 \frac{f_1^2}{a^2} + \frac{EA_1 \bar{u}_1}{a} \right)}{A_1 \left( 1 + 2 \frac{f_2^2}{a^2} + \frac{EA_2 \bar{u}_2}{a} \right)} - \text{геометрические параметры};$$

$$p^* = \frac{3pa^4}{4EA_1 p_1^3} \left( 1 + 2 \frac{f_1^2}{a^2} + \frac{EA_1 \bar{u}_1}{a} \right) - \text{параметр нагрузки};$$

$$\lambda = p^* \frac{p_0}{2p} - \text{параметр предварительного напряжения};$$

$\bar{u}_1, \bar{u}_2$  - перемещения опор несущих и стягивающих вант соответственно.

Перемещения опор несущих и стягивающих вант отражаются в параметрах  $p^*$  и  $\lambda$ , а также в значении геометрического параметра  $\psi$ . Во многих случаях перемещение опор несущих, а также стягивающих вант определяется совместным воздействием усилий как несущих, так и стягивающих вант. В этом случае в оба названные параметры включаются как величины  $\bar{u}_1$ , так и величины  $\bar{u}_2$ .

### 3. Висячий мост при действии распределенной нагрузки

При выводе уравнений статики висячего моста [3] принимаем, что начальная нагрузка  $p_0$  принимается только кабелем параболического очертания. В этом случае (см. рис. 3)

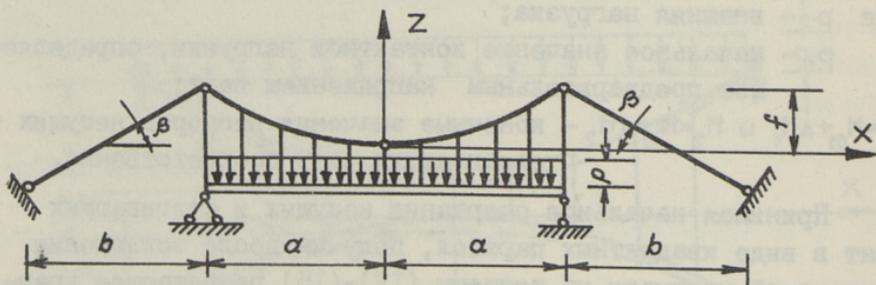


Рис. 3.

$$H_0 \frac{d^2 z}{dx^2} = p_0. \quad (I7)$$

При действии дополнительной нагрузки имеем

для кабеля

$$H \left( \frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{d^2 w}{dx^2} \right) = p_0 + p'(x) \quad (18)$$

и для балки жесткости

$$EJ \frac{d^4 w}{dx^4} = -p''(x),$$

где  $p'(x)$  и  $p''(x)$  — доли дополнительной нагрузки, воспринимаемые соответственно кабелем и балкой жесткости;

$H_0$  и  $H$  — распор кабеля в исходном и конечном состояниях.

Обозначая полную нагрузку  $p = p_0 + p' + p''$  и параметр жесткости  $c^2 = EJ/H$ , мы сможем представить дифференциальное уравнение для функции прогиба в виде

$$\frac{d^4 w}{dx^4} - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{2f}{a^2 c^2} - \frac{p}{EJ}. \quad (19)$$

Наряду с уравнением (19) необходим учет условия совместности деформаций кабеля

$$\frac{du}{dx} + \frac{dw}{dx} \left( \frac{dz}{dx} + \frac{1}{2} \frac{dw}{dx} \right) = \frac{H - H_0}{EA} \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}. \quad (20)$$

Для решения задачи необходимо интегрирование уравнения (20), причем используем зависимости (4) и (7). В результате имеем условие совместности деформаций в виде

$$\int_{-a}^a \frac{dw}{dx} \left( \frac{fx}{a^2} + \frac{1}{4} \frac{dw}{dx} \right) dx = \frac{(H - H_0)a}{EA} \left( 1 + 2 \frac{f^2}{a^2} + \frac{EA}{E_a A_a \cos^3 \beta} \right), \quad (21)$$

где  $E_a A_a$  — жесткость на растяжение анкерной ванты.

При необходимости могут также быть приняты во внимание деформации пилонов с учетом второго члена в скобках уравнения (7).

Точное решение дифференциального уравнения (19) с учетом зависимости (21) сводится к трансцендентному уравнению относительно параметра  $c$  [3]. Весьма хорошие результаты можно получить при аппроксимации функции прогиба в виде  $w(x) = -w_0 \cos \frac{\pi x}{2a}$ . В этом случае разрешающее уравнение может быть представлено в виде кубического уравнения для определения относительного прогиба

$$\zeta_0^3 + 3\zeta_0^2 + 2(1 + \kappa + \lambda)\zeta_0 = p^*. \quad (22)$$

где

$$\rho^* = \frac{5\rho_0 d^4 \left(1 + 2 \frac{f^2}{a^2} + \frac{EA}{E_0 A_0 \cos^3 \beta}\right)}{6EAf^3} \quad \text{-- параметр нагрузки;}$$

$$\kappa = \frac{2EJ \left(1 + 2 \frac{f^2}{a^2} + \frac{EA}{E_0 A_0 \cos^3 \beta}\right)}{EAf^2} \quad \text{-- параметр жесткости балки;}$$

$$\lambda = \frac{4\rho_0 d^4 \left(1 + 2 \frac{f^2}{a^2} + \frac{EA}{E_0 A_0 \cos^3 \beta}\right)}{EAf^3} \quad \text{-- параметр предварительного напряжения.}$$

Податливость анкерных вант отражается в виде третьего члена в скобках числителей параметров  $\rho^*$ ,  $\kappa$ ,  $\lambda$ . В усилиях вант и изгибающих моментах податливость опор вант отражается только через соответствующее значение прогиба  $\xi_0$ .

#### 4. Седловидное висячее покрытие с эллиптическим контуром

В случае седловидного висячего покрытия с ортогональной сеткой вант и безраспорным эллиптическим контуром (рис. 4) при действии вертикальной нагрузки уравнения типа (1)...(3) следует составлять как для несущих, так и для стягивающих вант [2]. При этом обычные производные заменяются на част-

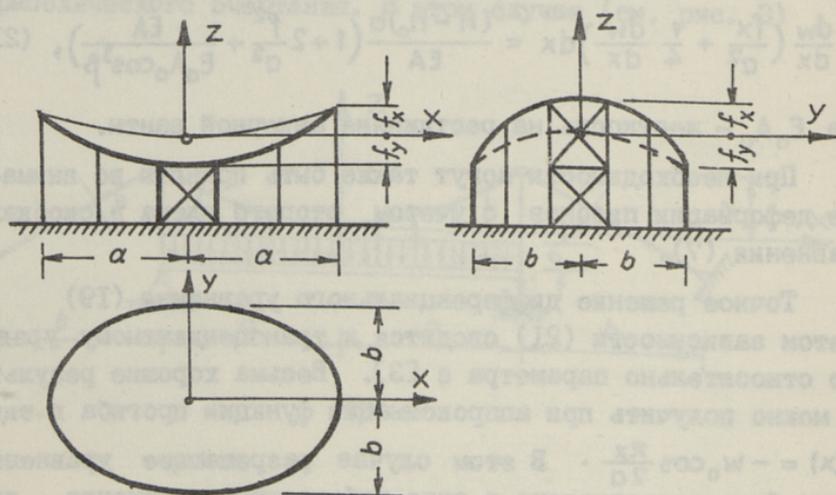


Рис. 4.

ные. Контактная нагрузка исключается путем приравнения прогибов несущих и стягивающих вант так же, как в случае двухпоясных ферм. Исключение горизонтальных смещений  $u$  и  $v$  производится путем интегрирования вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно. При этом следует иметь в виду, что деформации контура в направлениях  $x$  и  $y$  обусловлены распорами обоих семейств вант. Соответствующие перемещения под действием единичных распределенных распорных нагрузок от вант могут быть определены зависимостями

$$u_x(y) = \frac{-b^3(ab)^{1/2}}{12EJ} \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)^{3/2} \left[\frac{19}{24} + \frac{1}{20} \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)\right], \quad (23)$$

$$v_x(x) = \frac{ab^2(ab)^{1/2}}{12EJ} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{3/2} \left[\frac{7}{8} - \frac{1}{20} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)\right], \quad (24)$$

$$u_y(y) = \frac{a^2b(ab)^{1/2}}{12EJ} \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)^{3/2} \left[\frac{7}{8} - \frac{1}{20} \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)\right], \quad (25)$$

$$v_y(x) = \frac{-a^3(ab)^{1/2}}{12EJ} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{3/2} \left[\frac{19}{24} + \frac{1}{20} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)\right]. \quad (26)$$

в которых индекс обозначает направление действующей нагрузки.

После решения системы из условий равновесия и геометрических уравнений с учетом перемещений (23)-(26) путем аппроксимации функции перемещения в виде

$$w(x, y) = w_{00} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right)$$

мы приходим в разрешающему уравнению

$$(1 + \psi + 4\xi) \zeta_0^3 + 3[1 - \alpha\psi + 2(1 - \alpha)\xi] \zeta_0^2 + 2\{1 + \alpha^2\psi + (1 - \alpha)^2\xi + \\ + \lambda[1 + (1 + \frac{1}{\psi})\xi]\} \zeta_0 = p^*[1 + (1 + \frac{1}{\psi})\xi], \quad (27)$$

где  $\zeta_0 = \frac{w_{00}}{f_x}$  - относительный прогиб;

$$\alpha = \frac{f_y}{f_x}; \quad \psi = \frac{a^4 t_x (1 + \frac{5}{3} \frac{f_x^2}{a^2})}{b^4 t_y (1 + \frac{5}{3} \frac{f_y^2}{b^2})} - \text{геометрические параметры};$$

$$p^* = \frac{9pa^4}{10Et_x f_x^3} \left(1 + \frac{5}{3} \frac{f_x^2}{a^2}\right) - \text{параметр нагрузки};$$

$\lambda = \frac{9 \rho_0 d^4 (1 + \frac{1}{\alpha})}{20 E t_x f_x^3} (1 + \frac{5}{3} \frac{f_x^2}{d^2})$  - параметр предварительного напряжения;

$\mu = \frac{5 E t_y d^3 (\frac{d}{b})^{1/2}}{72 E_k J_k (1 + \frac{5}{3} \frac{f_x^2}{d^2})}$  - параметр изгибной жесткости контура;

$t_x$  и  $t_y$  - приведенная толщина семейств несущих и стягивающих вант соответственно;

$G_0$  и  $H_0$  - начальные распоры на единицу ширины семейства несущих и стягивающих вант.

## 5. Заключение

Представленная методика учета податливости опорных конструкций висячих систем базируется на представлении уравнений упругой нити в перемещениях. Она позволяет непосредственно учитывать совместную работу вант и опорных конструкций. Наряду с рассмотренными случаями симметричного нагружения, предлагаемая методика может быть распространена также на случаи одностороннего нагружения конструкций.

## Л и т е р а т у р а

1. К у л ь б а х В.Р. Вопросы статического расчета висячих систем. Таллинн, ТПИ, 1970.

2. К у л ь б а х В.Р., Ы й г е р К.П. Статический расчет висячих систем. Таллинн, ТПИ, 1986.

3. А а р е И.И., К у л ь б а х В.Р. Статический расчет пешеходных висячих мостов // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1985. № 596.

Tugede siirete arvestamine rippkonstruktsioonide  
arvutamisel

Kokkuvõte

Rippkonstruktsioonide uurimise ja kasutamise kogemused näitavad, et konstruktsiooni käitumine sõltub oluliselt horisontaaljõudude tasakaalustamisest vantide toesõlmedes. TTÜ ehituskonstruktsioonide kateedri uurimistööde alusel võib öelda, et vante tuleb käsitleda geomeetriselt mitte-linearsete varrastena, kuid tugede siirded võib enamikul juhtudel lugeda võrdelisteks mõjuvate jõududega. See lähtekoht on võetud aluseks ka järgnevas. On vaadeldud üksiknii-ti (vanti), eelpingestatud vantsõrestikku, jäikurtalaga ripp-silda ja elliptilise kontuuriga hüparikujulist rippkatust. Kõikidel juhtudel on lähtutud kande- ja pingestusvantide ta-sakaalu ning deformatsioonide pidevuse diferentsiaalvõrran-ditest. Viimaste integreerimisel saadud toesõlmede horison-taalsiirded võrrutatakse vantidelt üleantava horisontaaljõu ja ühiskoormusest põhjustatud toe siirde korrutisega. Nime-tatud võrrandite lahendamise tulemusel saame lahendvõrran-did, milles tugede siirded on vahetult arvesse võetud. Ar-tiklis on vaadeldud ainult konstruktsiooni sümmeetrilise koormamise juhte. Esitatud mõttekäiku saab aga kasutada ka konstruktsiooni ühepoolisel koormamisel.

Influence of Cable Support Displacements  
on the Behaviour of Suspended Structures

Abstract

The experience gained from our investigations and practice shows that the behaviour of suspended structures depends greatly on the co-operation between cables and their supporting structures. Investigations of various suspended roofs at Tallinn Technical University have proved that displacements of supporting points of cables are practically proportional to the cable forces. In view of that presumption, we deal with separate cables, prestressed cable trusses, girder-stiffened suspended bridges and hyperformed hanging roofs with elliptical contour beam. In the cases involved we started from the differential equations of equilibrium and compatibility of relative elongations of carrying and stretching cables. After integration of the compatibility condition we may write down the equality equation for horizontal displacements of the cable and the supporting structures. The latter may be expressed by multiplying the cable force and the displacement of the support structures, caused by the unit force. So we get equations, which immediately take into account the displacements of supporting structures. In the paper we have analysed the symmetrical loading cases only; the same technique may also be used for unsymmetrical loading.

## АНАЛИЗ РАБОТЫ АКУСТИЧЕСКОГО ЭКРАНА ТАРТУСКОЙ ПЕВЧЕСКОЙ ЭСТРАДЫ

Среди конструктивных элементов Тартуской певческой эстрады наибольшее внимание заслуживает экран, представляющий собой висячее седловидное покрытие, контур которого может свободно деформироваться в горизонтальном направлении. Новшество конструкции выражается в учете совместной работы подкровельной конструкции и вантовой сети, а также опирания экрана на три плоских опоры. В результате такого опирания значительная часть контура остается свободно висячей. После выбора конструктивной схемы были проведены расчеты для подбора основных параметров конструкции. Более точные данные ожидаются от эксперимента, который проводится на физической модели покрытия, изготовленной в масштабе 1:10.

В настоящей работе приводятся некоторые результаты численного анализа поведения экрана, полученные при помощи системы "Лира", которая базируется на методе конечных элементов в линейной постановке. Исследуемая конструкция характеризуется большими перемещениями, в силу которых поведение конструкции под нагрузкой станет нелинейным и точный расчет требует учета этого. Линейный подход обусловлен отсутствием в нашем распоряжении более совершенных систем, учитывающих геометрическую и физическую нелинейность сложных конструкций. Сложность рассматриваемой конструкции выражается в учете одновременной работы оболочки, сети и контура, что в свою очередь заставляет применять метод конечных элементов, позволяющий более точно учитывать физические свойства материалов. Поскольку нелинейность в данном случае не учтена, следует ожидать оценки внутренних силовых факторов, а также перемещений, которые несколько пре-



вышают фактически, т.е. с некоторым запасом. Эксперимент на модели покрытия должен дать ответ на вопрос: насколько можно доверять результатам, полученным подобным путем — достаточно точны ли они для предварительной оценки поведения экрана.

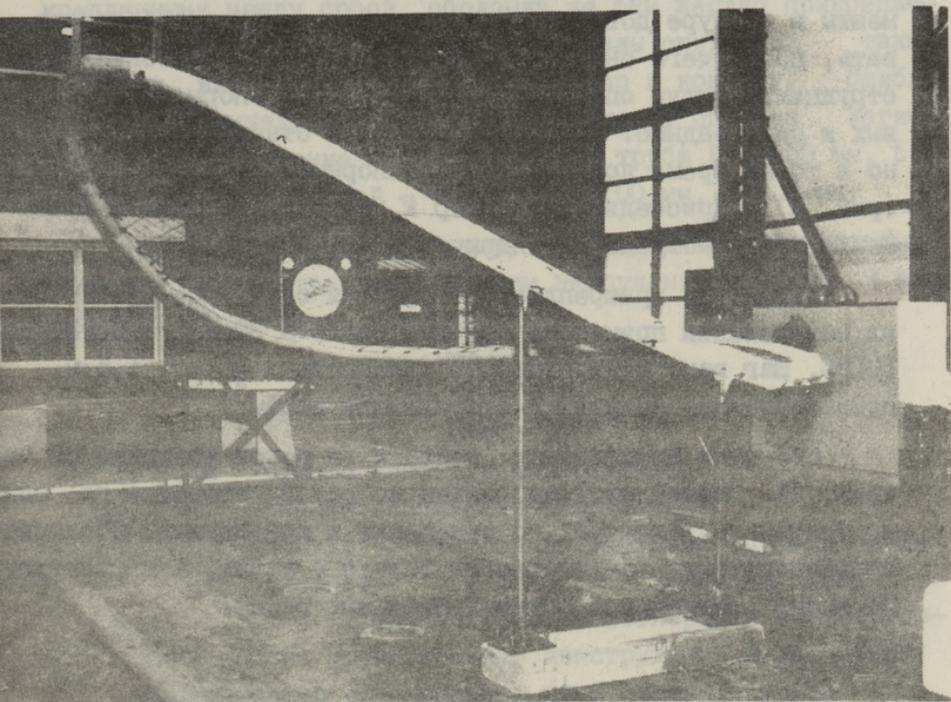


Рис. 2. Общий вид модели покрытия.

Геометрическая поверхность экрана — часть гиперболического параболоида

$$z' = 4,0 \frac{(x')^2}{21,0^2} - 3,0 \frac{(y')^2}{27,0^2},$$

расположенного внутри эллиптического цилиндра

$$\frac{(x')^2}{21,0^2} + \frac{(y')^2}{27,0^2} = 1.$$

Применены две системы координат: " $X'; Y'; Z'$ " и " $X; Y; Z$ ", которые отличаются друг от друга поворотом вокруг оси " $y$ " на  $20,6^\circ$ . Таким образом для обеих систем координат ось " $y$ " общая (рис. 1).

Основные части экрана: контур, вантовая сеть и деревянная оболочка. Контур образуется из прямолинейных участ-

ков стальной трубы внешним диаметром  $D = 1220$  мм и толщиной стенки  $t = 14$  мм. Точки пересечения осей прямых участков находятся на пространственной кривой, которая образуется при пересечении двух вышеупомянутых поверхностей. Материал для контура — сталь 09Г2С. Так как изгибающие моменты в контуре довольно большие, его следует забетонировать, после чего он будет работать как трубобетонная конструкция. Контур опирается на три парные опоры: две боковых и одну заднюю. Опоры обеспечивают стабильность системы, но в то же время допускают безраспорные деформации контура (рис. 2). Присоединение опор к контуру, а также к фундаменту предусмотрено цилиндрическими шарнирами.

К контуру прикрепляется вантовая сеть. Для вант обоих направлений применена круглая сталь  $\phi 30$  мм, материал 10Г2С. Шаг вант в проекции на плоскости  $x'y'z = 1,5$  м, одинаковый для несущих и стягивающих вант.

Оболочка трехслойная состоит из досок толщиной 30 мм (рис. 3). Первый слой направлен по оси  $y$ , второй — по оси  $x$ , третий по углом  $45^\circ$  по отношению к предыдущим. Оболочка прикрепляется к вантовой сети только в узлах, а к контуру по всему периметру с помощью стальных ребер.



Рис. 3. Разрез оболочки:  
1 — стягивающая ванта, 2 — несущая ванта.

Поскольку вышеописанная конструкция весьма сложна, то расчетную схему следует как можно упростить. Сложность расчетной схемы в первую очередь ограничивается физическими возможностями вычислительного комплекса по решению задачи, а также возможностями механизировать введение исходных данных и обработку результатов. В окончательном варианте вантовая сеть  $1,5 \times 1,5$  м заменена сетью  $6,0 \times 6,0$  м (рис. 1), тем самым увеличивая диаметр ванты от 30 до 60 мм. На рис. 1 не показана нумерация всех узлов расчет-

ной схемы, но все пересечения изображенных элементов конструкции являются узлами расчетной схемы. Оболочка разделена на треугольные элементы, вершины которых располагаются в узлах сети. Ванты в таком узле считаются жестко закрепленными между собой, оболочка же там жестко прикреплена к вантовой сети. Все остальные узлы считаются также жесткими, включая узлы соединения опор к контуру. Ошибка здесь незначительная, поскольку жесткость опор на изгиб весьма мала. Сечение опорных стоек — труба  $D = 400$  мм,  $t = 10$  мм; сечение связей — труба  $D = 100$  мм,  $t = 4$  мм.

Результаты приводятся для трех разных конструктивных схем покрытия и трех разных схем нагружения — всего 9 вариантов. Обозначения вариантов:

IOK	ПОК	ШОК
IL	ПЛ	ШЛ
IOЛ	ПОЛ	ШОЛ

I, II, III — разные конструкции покрытия,  
OK, I, OЛ — разные комбинации нагружения.

I — контур изготовлен из стальной трубы внешним диаметром  $D = 1220$  мм и толщиной стенки  $t = 14$  мм, который забетонирован и представляет собой трубобетонную конструкцию. В расчетной

схеме контур смоделирован как стальная труба  $D = 1220$  мм,  $t = 64$  мм. Поверхность экрана состоит из вантовой сети и деревянной оболочки.

II — отличается от I-го тем, что оболочка не учтена как конструктивный элемент, т.е. работает только сеть.

III — отличается от схемы II тем, что контур не забетонирован. Конструктивными элементами являются контур  $D = 1220$  мм,  $t = 14$  мм и вантовая сеть. Оболочка учтена только в собственном весе покрытия.

OK — состоит из равномерно распределенной вертикальной нагрузки по горизонтальной проекции экрана  $g_1 = 0,9$  кН/м<sup>2</sup> и равномерно распределенной нагрузки по длине контура  $g_2 = 32,5$  кН/м для I OK и II OK и  $g_2 = 4,2$  кН/м для III OK. Нагружение OK достаточно точно соответствует собственному весу покрытия (рис. 4).

L — равномерно распределенная вертикальная нагрузка по всей горизонтальной проекции экрана  $p_1 = 1,6$  кН/м<sup>2</sup>; соответствует снеговой нагрузке.

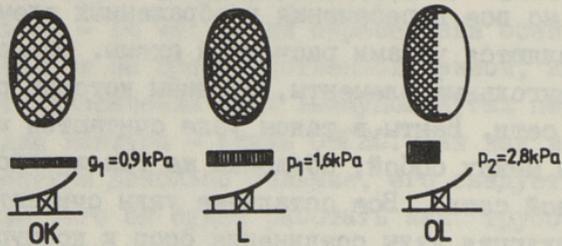


Рис. 4. Схемы нагружения.

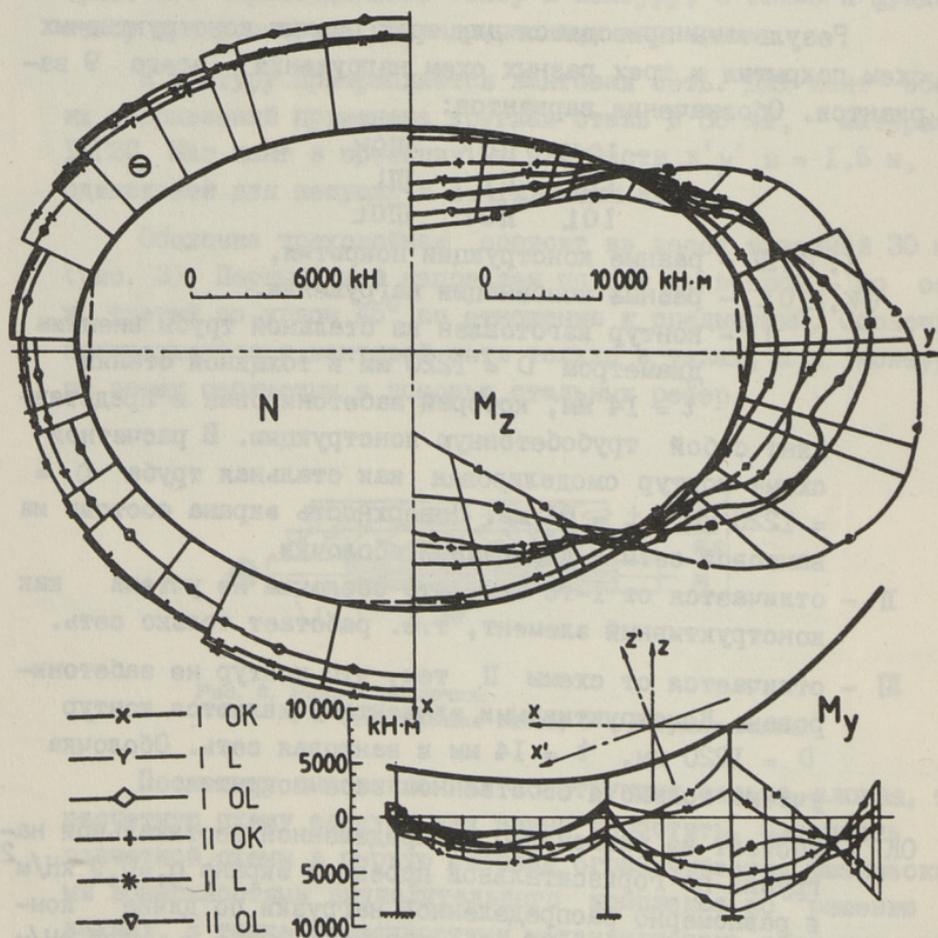


Рис. 5. Изгибающие моменты и продольные силы в контуре.

OL - равномерно распределенная вертикальная нагрузка по горизонтальной проекции "нижней" половины экрана  $p_2 = 2,8 \text{ кН/м}^2$ ; соответствует снеговой нагрузке на нижней половине экрана.

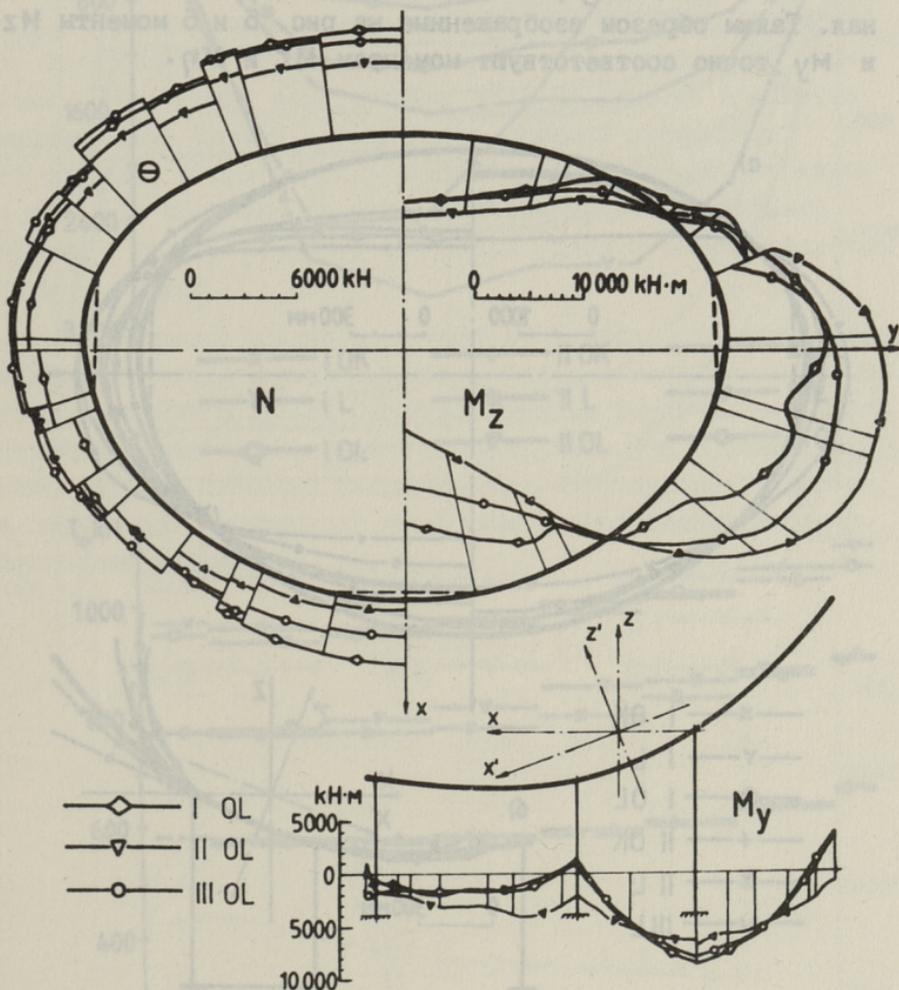


Рис. 6. Изгибающие моменты и продольные силы в контуре.

На рисунках 5, 6, 7, 8, 9 приведены результаты расчета.

В системе "Лира" применяются две системы координат: "глобальная" - " $x; y; z$ " и "локальная" - " $\xi; \eta; \zeta$ ". Глобальные координаты совпадают с координатами  $x; y; z$ , изображенными на рис. 1. Локальные координаты связаны с эле-

ментами. Направление локальных координат для пространственных стержней следующее: первый узел элемента – начало координат, второй узел – направление оси  $\xi$ , положение осей  $\eta$  и  $\zeta$  намечены так, что все три образуют правую систему координат, в то же время  $\eta$  остается параллельным к плоскости  $xy$ , а проекция  $\zeta$  на ось  $z$  положительная. Таким образом изображенные на рис. 5 и 6 моменты  $M_z$  и  $M_y$  точно соответствуют моментам  $M_\zeta$  и  $M_\eta$ .

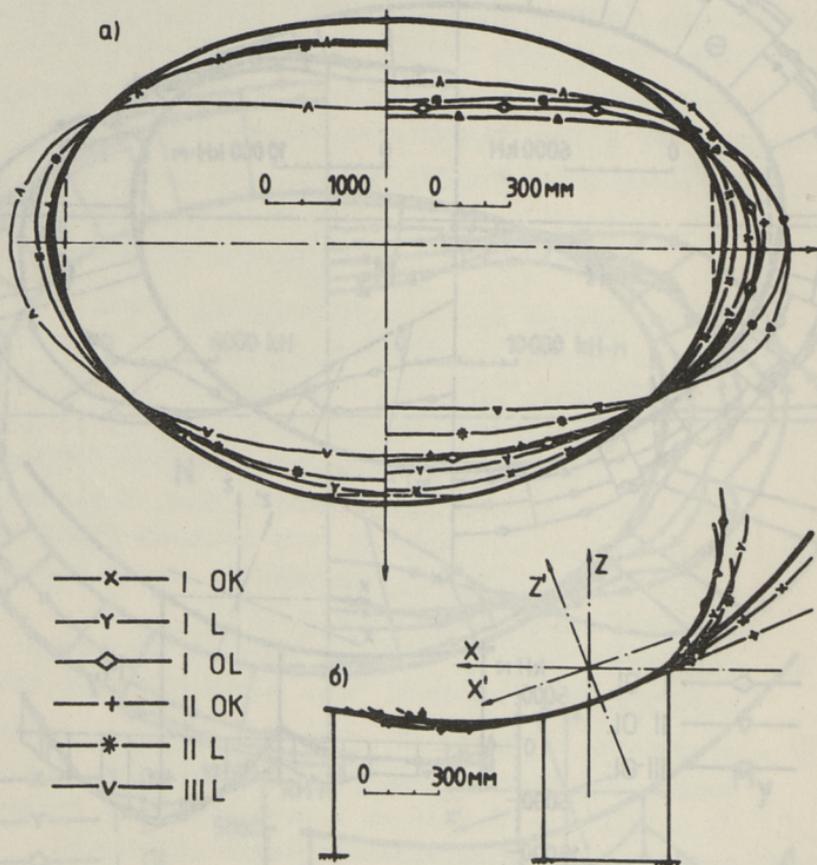


Рис. 7. Перемещения контура:  
 а) в горизонтальной плоскости,  
 б) в вертикальной плоскости.

В ходе расчетного анализа оказалось, что покрытие с принятыми параметрами сумеет выдержать внешние нагрузки лишь в случае трубобетонного контура и при надежном креплении оболочки к контуру. В этом нас убеждают рис. 8 и 9, где показаны продольные силы в вантах и также прогибы ван-

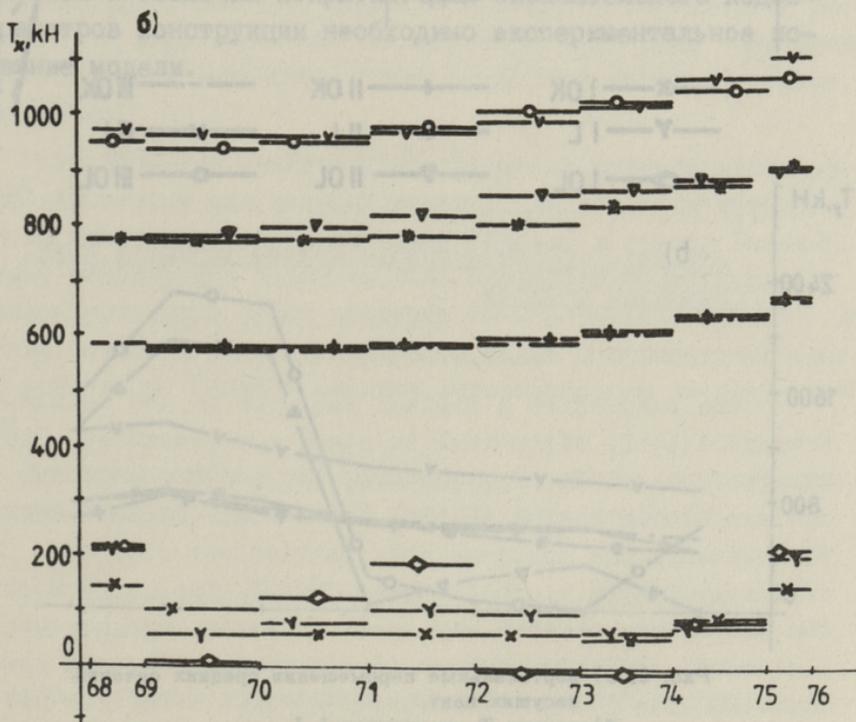
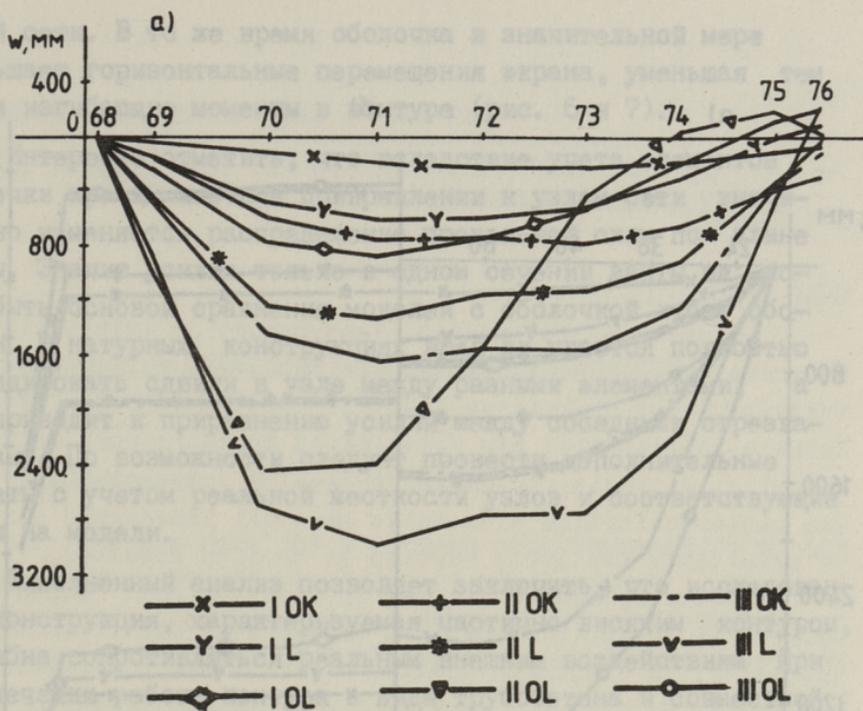


Рис. 8. а) вертикальные перемещения средних сечений стягивающих вант, б) усилия в разных отрезках средней несущей ванты.

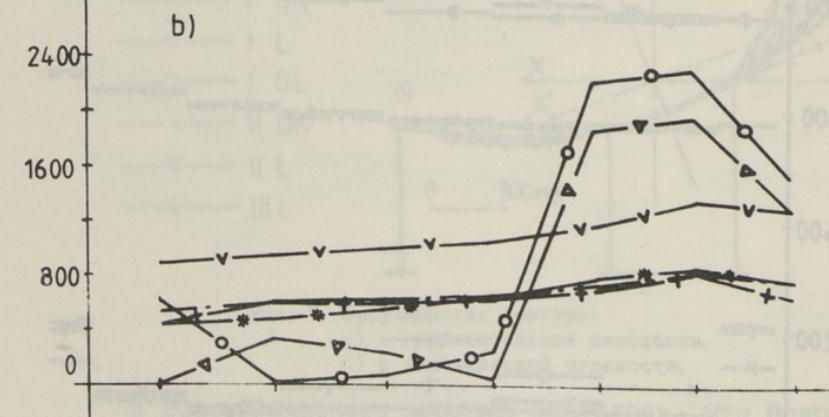
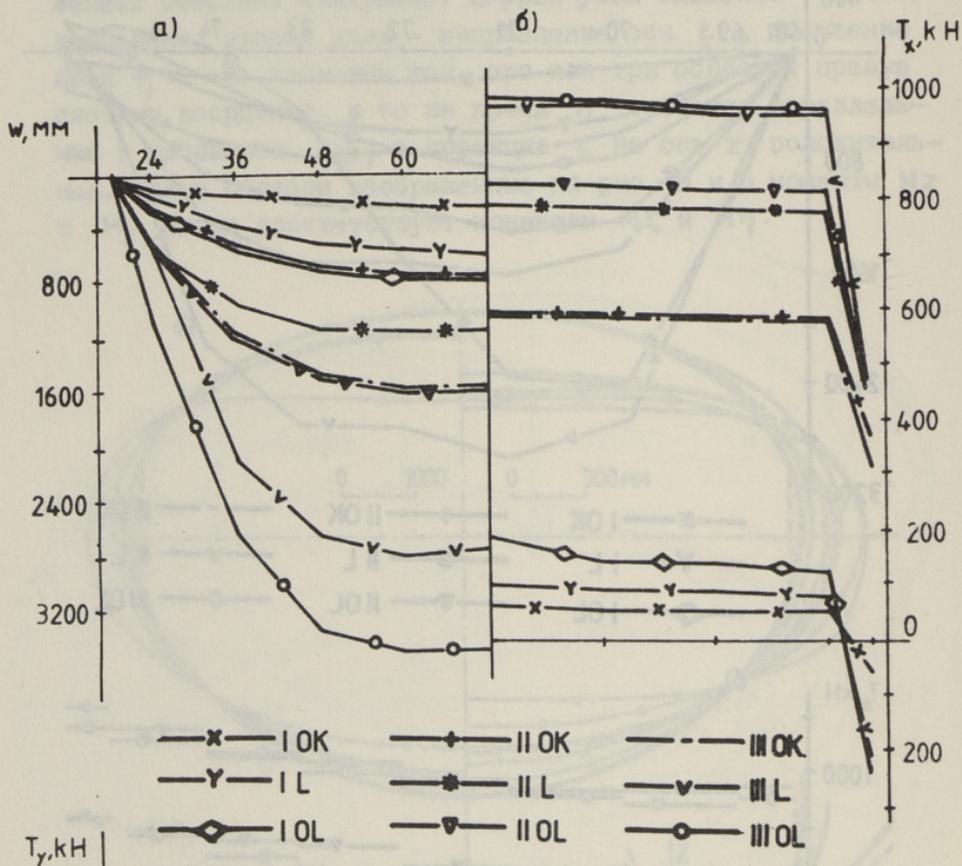


Рис. 9. а) вертикальные перемещения средних сечений несущих вант,  
 б) усилия  $T_y$  в сечении 1-1,  
 в) усилия  $T_x$  в сечении 2-2.

товой сети. В то же время оболочка в значительной мере уменьшает горизонтальные перемещения экрана, уменьшая тем самым изгибающие моменты в контуре (рис. 6 и 7).

Интересно отметить, что вследствие учета элементов оболочки при их жестком прикреплении к узлам сети значительно изменяется распределение продольной силы по длине ванты. Значит усилия только в одном сечении ванты не могут быть основой сравнения моделей с оболочкой и без оболочки. В натуральных конструкциях вряд ли удастся полностью ликвидировать сдвиги в узле между разными элементами, а это приводит к приравнению усилий между соседними отрезками вант. По возможности следует провести дополнительные расчеты с учетом реальной жесткости узлов и соответствующие опыты на модели.

Выполненный анализ позволяет заключить, что исследованная конструкция, характеризуемая частично висячим контуром, способна сопротивляться реальным внешним воздействиям при обеспечении работы контура в виде трубобетона и совместной работы сети и оболочки покрытия. Для окончательного подбора параметров конструкции необходимо экспериментальное исследование модели.

Tartu laululava akustilise ekraani töö analüüs

## Kokkuvõte

On esitatud kontuurist, vantvõrgust ja puitkoorikust koosneva sadulpinnaga plaanis ellipsikujulise rippkonstruktsiooni töö numbrilise analüüsi tulemused. Kate toetub kolmele paarisolevale, mis võimaldavad kontuuri horisontaalsuunalisi siirdeid. Tulemused on saadud süsteemi "Lyra" abil, mis baseerub lõplike elementide meetodil linearses seades. On arvestatud kontuuri, vantide ja kooriku koostööd. Väliskoormusest põhjustatud siirded ja sisejõud on esitatud epuuridel. Arvutustulemused on kasutatavad mudelkatsete planeerimisel ja natuurkonstruktsiooni esialgsete parameetrite maaramisel.

P. Paane

Analysis of the Acoustic Screen of Tartu Song Festival Complex

## Abstract

The results of a digital analysis of the saddle-shaped suspended roof, elliptical in plan, are presented. The roof structure consists of a contour, cable net and timber shell. The supporting system enables horizontal displacements of the contour. The analyses were carried out with the help of linear finite element system "Lyra". The joint work of the cable net, contour and shell is taken into account. Displacements and inner forces of structural elements caused by dead and live loads are given. The results will be used in planning model studies.

## МОДЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ МЕТАЛЛО-КЛЕЕДЕРЕВЯННОЙ МОДЕЛИ ШПРЕНГЕЛЬНОЙ ФЕРМЫ

### I. Введение

В течение ряда лет в системе республиканского объединения "Эстагострой" совместно со строительной кафедрой Таллиннского политехнического института ведутся работы по исследованию и возведению конструкций из клееной древесины.

В статье описывается конструкция модели металло-клеедеревянной шпренгельной фермы и приводятся характерные результаты об исследованиях. Исследования проведены сектором исследования строительных конструкций Технического центра объединения.

Разработанные металло-клеедеревянные шпренгельные фермы предназначены для несущих конструкций покрытия тренировочного зала спортивного общества "Калев" в городе Таллинн. Несущая конструкция покрытия зала представляет треугольную металло-деревянную ферму пролетом 45 м, высотой 6,5 м и верхним поясом в виде шпренгельной балки с применением клееной древесины. Главная затяжка спроектирована из стального троса.

Исследования напряженно-деформированного состояния конструкции были произведены на моделях в масштабе 1:5.

### 2. Геометрические характеристики и конструкция модели

Для изучения напряженно-деформированного состояния металло-клеедеревянной шпренгельной фермы под статической нагрузкой была изготовлена модель фрагмента несущей конструкции покрытия. По проекту были предусмотрены утепленные па-

нели покрытия с обшивками из металла, которые не обеспечивают пространственной жесткости покрытия и поэтому их не моделировали.

Фрагмент состоит из двух моделей фермы, которые соединены между собой прогонами и связями устойчивости через каждый шаг фермы (рис. 1).

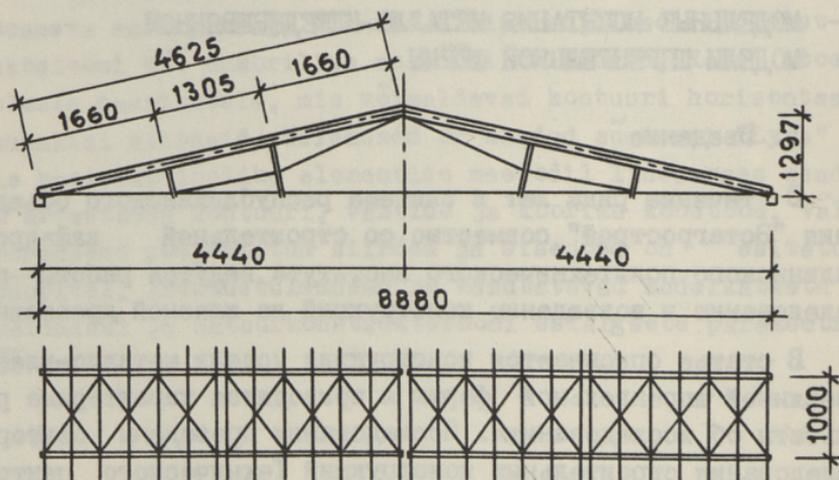


Рис. 1. Схема модели фермы и план фрагмента несущей конструкции покрытия.

Геометрические данные модели фермы указаны на рис. 1. Необходимо добавить, что главная затяжка изготовлена из арматурной стали  $\Phi 16A1$  вместо проектируемого стального троса.

Верхний пояс модели фермы представляет шпренгельную балку. В свою очередь верхний пояс шпренгельной балки состоит из двух клеендеревянных балок с сечением  $200 \times 22$  мм, которые соединены между собой через деревянные прокладки с шагом 370 мм при помощи болтов  $\phi 4$  мм. Стойки шпренгельной балки с сечением  $70 \times 40$  мм также выполнены из клееной древесины и удлинены до главных затяжек фермы. Последние прикреплены к стойкам, и таким образом уменьшили провес стержней главной затяжки. Затяжка шпренгельной балки выполнена из арматурной стали  $\Phi 12AIII$ , установлены две муфты натяжения.

Элементы верхнего пояса в коньковом и опорном узле были установлены с эксцентриситетом 40 мм ниже центральной оси составной балки из клееной древесины.

Прогоны из цельной древесины с сечением 50x34 мм закреплены к удлиненным прокладкам составной балки верхнего пояса.

Крестовые связи устойчивости изготовлены из стальных стержней  $\phi$  4 мм. На обоих концах стержня имелась резьба, которая позволяла при помощи гаек натягивать связи, которые установлены насквозь верхних граней клеедеревянных составных балок.

### 3. Испытание модели

Целью испытания было поставлено несколько задач:

- исследование напряженно-деформированного состояния фермы при статической нагрузке и сравнение полученных величин перемещений и внутренних сил с теоретическими;
- исследование общей устойчивости фрагмента;
- исследование влияния предварительного напряжения шпренгельной балки;
- уточнение внутренних сил в связях устойчивости;
- исследование перемещений при длительной нагрузке.

Для выполнения поставленных вопросов было произведено 10 вариантов нагружения.

Модель фрагмента покрытия была испытана на специальном стенде. В состав стенда вошли опоры из металлических элементов и деревянные устройства для прикрепления необходимых измерительных приборов.

Для измерения перемещений в вертикальном и в горизонтальном направлениях использовались прогибомеры типа Максимова в общем количестве 48 шт. и шесть индикатор-часов.

Измерение деформации произведено при помощи тензодатчиков с базой 50 мм в количестве 254 шт. Регистрация деформации производилась тензометрическим мостом ЦТМ-5. Измерения производились за 10 минут после приложения нагрузки.

Модель нагружали силикатными кирпичами через стержневую систему. При этом нагрузка была приложена на каждый узел соединения прогонов с фермами. Нагружение произведено ступенчато. Одна ступень составляла 25 % от расчетной нагрузки. Максимальная приложенная величина нагрузки равнялась двукратной расчетной.

#### 4. Анализ результатов

Теоретические расчеты выполнены по методу сил при помощи ЭВМ ЕС-1032. Поскольку ферма является статически неопределимой системой, то необходимо было установить модули упругости клееной древесины. С этой целью были дополнительно произведены опыты для установления изгибной жесткости каждого составного элемента из клееной древесины. Установлено, что среднее значение модуля упругости  $E = 12400$  МПа, которое принято за основу при обработке данных исследования и при расчетах.

В результате экспериментального исследования получено большое количество данных испытаний. В данной статье излагаются основные результаты исследования напряженно-деформированного состояния элементов модели фрагмента.

Максимальный прогиб верхнего пояса фермы по расчетной нагрузке - 6 мм, при этом относительный прогиб является  $\frac{f}{l} = \frac{1}{700}$ , при двукратной нагрузке - 13 мм. Расчетная величина прогиба при этих же нагрузках меньше соответственно на 20 и 30 %. Исследования показали, что линейность между прогибами и нагрузкой наблюдается до 1,5 расчетной нагрузки.

Прогиб конькового узла при расчетной нагрузке получен 7,3 мм, а относительный прогиб при этом составляет  $\frac{1}{1200}$ .

Анализ усилий показал, что в верхнем поясе фермы элементы составной балки из клееной древесины имеют разные величины внутренних сил под нагрузкой. Максимальные величины напряжения в элементах отличаются на 24 - 39 %. Это обстоятельство связано, с одной стороны, с точностью изготовления элементов составной балки и с другой стороны, с точным опиранием балки на опорные пластины в коньковом и опорном узлах.

Анализ эпюр изгибающих моментов при исследовании показал, что они количественно сходятся с расчетными, но по качеству расходятся. Величины напряжений от изгибающего момента в клеодеревянных балках на 30 % больше теоретических значений (рис. 2).

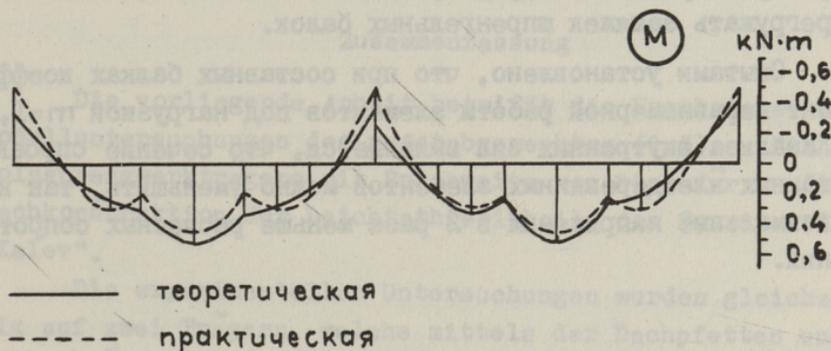


Рис. 2. Эпюра изгибающих моментов при симметричном расчетном нагружении ферм.

В то же время растягивающая сила в затяжках на 20 % меньше теоретического. Разница между данными исследования и расчетов в некоторой степени объясняется деформациями соединения в узлах крепления стоек шпренгельной балки верхнего пояса фермы. Так при испытании фермы в условиях, где шпренгельная балка имеет предварительное натяжение, разница данных исследования и теоретического расчета уменьшается. При проектировании шпренгельных балок необходимо указать мероприятия для предварительного натяжения их. Из анализа результатов исследований модели фрагмента выяснилось, что устойчивость плоской формы деформирования фермы намного зависит от крепления горизонтальных связей устойчивости. Опытами установлено, что необходимо предварительное натяжение крестовых связей, расположенных на верхней кромке верхнего пояса. Также установлено, что не требуются вертикальные связи, так как стойки шпренгельных поясов, которые удлинены до главных затяжек и скреплены между собой, в достаточной мере гарантируют плоскую форму деформирования фермы.

## 5. Выводы

Результаты исследования показали, что предварительное натяжение шпренгельных балок, входящих в конструкции фермы, необходимо для ликвидации люфтов в соединениях, а также для придания строительного подъема. При проектировании ферм нужно учитывать предварительное натяжение, чтобы не перегружать затяжек шпренгельных балок.

Опытами установлено, что при составных балках коэффициент неравномерной работы элементов под нагрузкой  $\eta=1,2$ . Из анализа внутренних сил выявляется, что сечение спроектированных кледедеревянных элементов можно уменьшить, так как максимальные напряжения в 2 раза меньше расчетных сопротивлений.

E. Just, O. Pukk

### Liimpuit-metallsprengelfermide mudelkatsed

#### Kokkuvõte

Käesolevas artiklis esitatakse andmed spordiühingu "Kalev" kergejõustikumaneži katteks projekteeritud 44-m avaga liimpuit-metallsprengelfermide mudelkatsete kohta katsemudelil mastaabis 1:5.

Mudelkatsed tehti üheaegselt kahel omavahel stabiilsussidemetega ühendatud fermimudelil.

Artiklis esitatakse mudeli ehituskirjeldus, katsemetoodika ja osa põhilistest katseandmetest.

## Die Modelluntersuchungen des Stahl-Holzsprenghwerkträgers

### Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit betrifft die Ergebnisse der Modelluntersuchungen des maßstabgerechten (1:5) Stahl-Holzsprenghwerkträgers mit Spannweite von 44 m für die Dachkonstruktion der Leichtathletikhalle des Sportvereins "Kalev".

Die experimentellen Untersuchungen wurden gleichzeitig auf zwei Trägern, welche mittels der Dachpfetten und Stabilitätsverbindungen verbunden waren, durchgeführt.

Die Einzelheiten des Modellbauens, die Untersuchungsmethodik und die wesentlichen Ergebnisse werden in diesem Aufsatz präsentiert.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГО-  
ПЛАСТИЧЕСКОГО ИЗГИБА СТАЛЬНОГО ЛИСТА

## Практическая задача

Метод рулонирования широко использован при монтаже стальных резервуаров. Процесс рулонирования листовых конструкций на заводе и процесс их размотки при монтаже связаны с упругопластическими деформациями стали. В зависимости от степени развития пластических деформаций при рулонировании и разрулонировании появляется то или иное отклонение от начальной (прямой формы листа) и от проектного радиуса резервуара.

Радиус сворачивания в рулон, толщина стали и предел текучести ее оказывают влияние на остаточные деформации при изгибе за пределом упругости, т.е. чем меньше радиус сворачивания и предел текучести и чем больше толщина изгибаемого полотнища, тем больше будет остаточная кривизна при разворачивании рулона.

Таким образом, полотнище стенки, свернутое в транспортальный рулон (диаметром 2660 мм) в упругопластическом состоянии, после перерезания удерживающих планок самостоятельно разворачивается до остаточного радиуса, который будет тем меньше, чем меньше высота упругого ядра сечения. В рулонах для больших ( $10000-50000 \text{ м}^3$ ) резервуаров остаточный радиус нижних, наиболее толстых поясов стенок равен 2-4 м по данным [1], что значительно меньше проектных (14-30 м).

Для придания стенке проектной формы требуется принудительное разворачивание. Однако на крайних участках этот процесс сложный. Чтобы замкнуть монтажные стыки, надо и на тех участках достигнуть радиусов, близких к проектным.



формы краевому участку полотна с помощью шаблона обратной кривизны. Таким образом, решение задачи сводится к определению формы шаблона в зависимости от следующих параметров:  $E$  - модуля Юнга стали,  $\mu$  - коэффициента Пуассона,  $R_{cb}$  - радиуса рулона,  $R_{np}$  - проектного радиуса резервуара,  $a_1$ ,  $a_2$  - ширины зон,  $t$  - толщины листа корпуса резервуара и диаграммы растяжения образцов конкретной стали.

Институтами Гипронефтеспецмонтаж и ТПИ разработано оригинальное приспособление для изгиба концевых участков рулонированных полотенц в виде скобы возможностями изменить кривизну изгиба. Приспособление испытано на практике.

В данной работе даны материалы об исследовании упруго-пластического изгиба стального листа при помощи модели этого приспособления.

### Эксперименты

Проводили два эксперимента. Модель в масштабе 1:2 показана на рис. 2. Приспособление снабжено двумя универсаль-

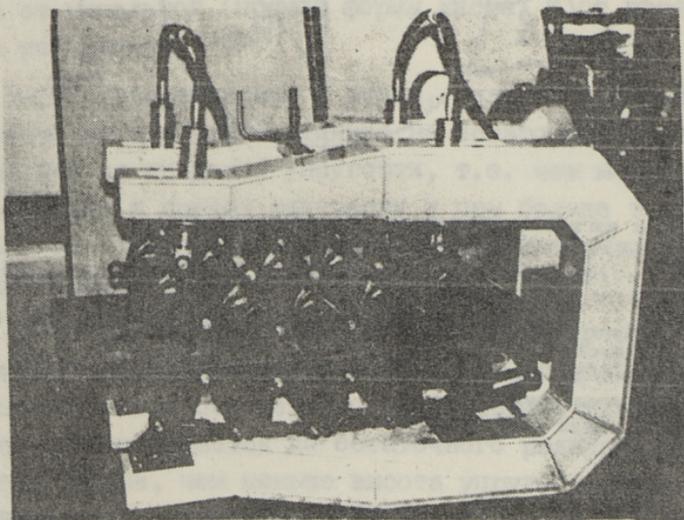


Рис. 2. Модель - приспособление для изгиба листа.

ными шаблонами, радиусы которых можно регулировать в пределах от 1500 до 3500 мм, изменив расстояние между осями проушин прижимов. Для этого используем резьбовые соедине-

ния между ними. Для придания усилия используем гидравлические домкраты (всего 4 шт.). Верхние и нижние группы на определенных линиях концов прижимов представляют собой шаблоны с определенными радиусами. В обоих экспериментах в качестве образца использовали стальной лист толщиной 8 мм, размерами 1000х700 мм и пределом текучести 340 МПа. На рис. 3 показано приспособление с данным образцом во время эксперимента.



Рис. 3. Образец в приспособлении.

Размеры модели в 2 раза меньше по отношению к промышленному приспособлению, поэтому для получения адекватного напряженно-деформированного состояния (см. зависимость на рис. 4) надо использовать образцы толщиной в 2 раза меньше (на практике, например, толщина листа 17 мм - образец толщиной 8 мм).

Принципиальная схема испытания конкретным приспособлением дана на рис. 4 а. Оба испытания разделены на 3 этапа: I - положение до изгиба, образец свободно опирается на нижний шаблон; II - приложение нагрузки гидроцилиндрами верхнего шаблона, сжатие образца между шаблонами. На лист действуют упругопластические деформации; III - разгрузка гидроцилиндров и подъем верхнего шаблона, пружинение образца. На каждом этапе регистрировали прогибы образца (т.е. прогибы срединной плоскости образца) и относительные деформации

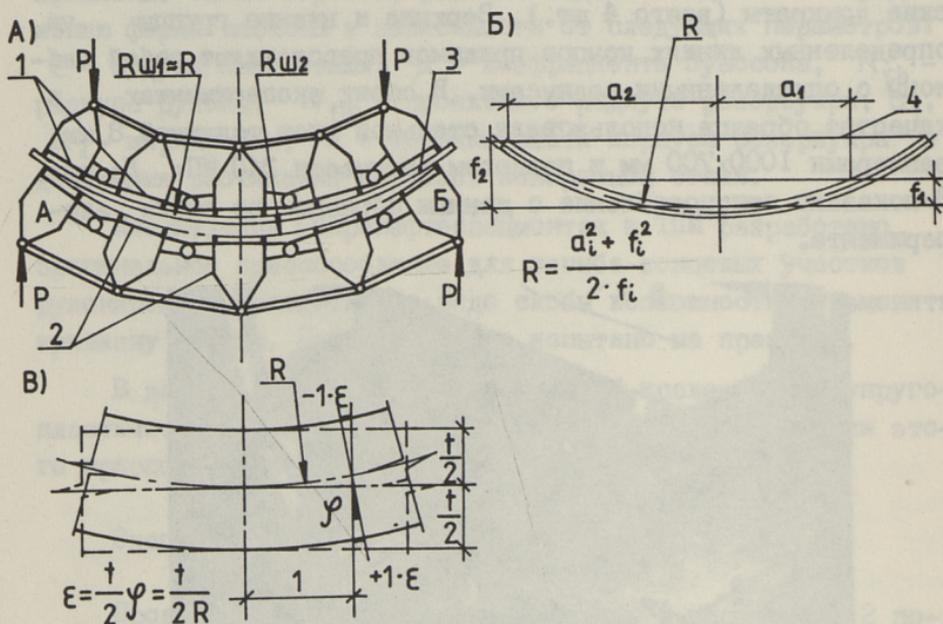


Рис. 4. Схема эксперимента:

- Образец между шаблонами: 1 - верхний шаблон, 2 - нижний шаблон, 3 - образец, R - радиус нейтрального слоя образца, R<sub>ш1</sub> - радиус верхнего шаблона, R<sub>ш2</sub> - радиус нижнего шаблона, А, Б - крайние прижимы нижнего шаблона.
- Определение прогибов образца: 4 - базовая веревка, a<sub>i</sub> - половина расстояния между фиксированными точками, f<sub>i</sub> - стрела кривизны,
- ε - относительное удлинение, t - толщина листа.

на обеих поверхностях листа. Перемещения отдельных зафиксированных точек листа (отклонения от начального уровня) измерим с помощью металлической линейки, снабженной острым наконечником для точной фиксации точки измерения. Отсчеты прогибов фиксировали с помощью базовой веревки (рис. 4 б). Точность измерения прогибов составляла  $\pm 0,5$  мм. Измерение деформации листа на верхней и нижней поверхностях производилось с помощью тензодатчиков сопротивления типа ЦНИИСК с базой 20 мм, R = 200 Ω. Проволочные датчики позволяют довольно точно измерить упругопластические деформации

ции, так как константан имеет одинаковую зависимость между изменением сопротивления и относительной деформации для обеих областей деформации. Максимальное относительное удлинение, при котором можно получить правильные результаты, по данным литературы до 0,3 %, а например, при радиусе образца 1800 мм теоретическое относительное удлинение на поверхности листа составляет  $\varepsilon = t/2 R = 4/1800 = 0,22\%$ . Показания для определения деформаций получены с помощью приборов:

- I эксперимент - ЦТМ-5,  $\varepsilon_i = 0,5 \cdot 10^{-5}$  x разница отсчетов,
- II эксперимент - АИД-I,  $\varepsilon_i = 1,0 \cdot 10^{-5}$  x разница отсчетов.

Во время испытаний  $R_{\omega_1}$  и  $R_{\omega_2}$  (рис. 4 а) были неодинаковые.  $R_{\omega_2}$  оказалось немного меньшим и средняя часть нижнего шаблона не прилегала плотно к образцу, так как образец приобретал форму только при помощи верхнего шаблона. Значит, на практике можно делать упрощение, т.е. избавиться от данной конструкции нижнего шаблона и использовать только прижимы на обоих концах (рис. 4 а, прижимы А, Б).



Рис. 5. Схема расположения датчиков и точки измерения прогибов.

Далее при определении радиуса образца не считали половину толщины листа ( $4 \text{ мм}$ ,  $4/1800 = 0,22 \%$ ), так как это влияние незаметно, значит  $R$  является в то же время и  $R_{ш1}$ .

Схема образца с расположением датчиков и точками измерения прогибов дана на рис. 5. Линию I'-6' использовали только во время второго эксперимента.

Точ- ки изм.	Отсчеты			Прогибы	
	I	II	III	II	III
	этап	этап	этап	этап	этап
1	161	153	160	7	1
2	160	118	155	42	5
3	159	95	150	64	9
4	160	93	152	67	8
5	158	107	152	51	6
6	158	139	155	19	3

Ли- ния	№ дат.	Отсчеты датчиков			$\epsilon/0,5 \cdot 10^{-5}$		
		I этап	II этап	III этап	II-I	III-I	II-III
1	23	2792	2743	2797	-49	5	-54
	24	не работал					
2	21	2660	2258	2650	-402	-10	-392
	22	2900	3244	2909			
3	19	2970	2287	2829	-583	-141	-442
	20	2764	3389	2892			
4	17	3491	2887	3411	-604	-80	-524
	18	2411	2969	2487			
5	15	2938	2474	2914	-464	-24	-440
	16	3112	3524	3155			
6	13	2967	2918	2955	-49	-12	-37
	14	3300	3283	3299			

В первом эксперименте исходная форма образца была плоская. Прямой лист поставлен так, что меньшие цифры пар датчиков (23/24, 21/22, ..., т.е. 23, 21, ...) отмечают верхнюю поверхность листа (отсчеты I этапа). Радиус верхнего шаблона  $R_{ш1}$  оказался  $\sim 1,8 \text{ м}$ . В связи с упругопластическим

деформированием (отсчеты II этапа) и пружинением получили остаточный радиус образца  $\sim 11,5$  м (отсчеты III этапа). Отсчеты и вычисления соответствующих прогибов приведены в таблице I, отсчеты и вычисление деформаций в таблице 2. Использовали только данные продольной линии I3/I4...23/24, потому что изменение деформации по поперечным линиям не имеет особого значения из-за одинаковой кривизны листа на этой линии на конкретном этапе. Например, разница отсчетов датчиков 5, 17, 29 на соответствующих этапах почти одинакова.

На рис. 6 дана схема эксперимента и соответствующие диаграммы.

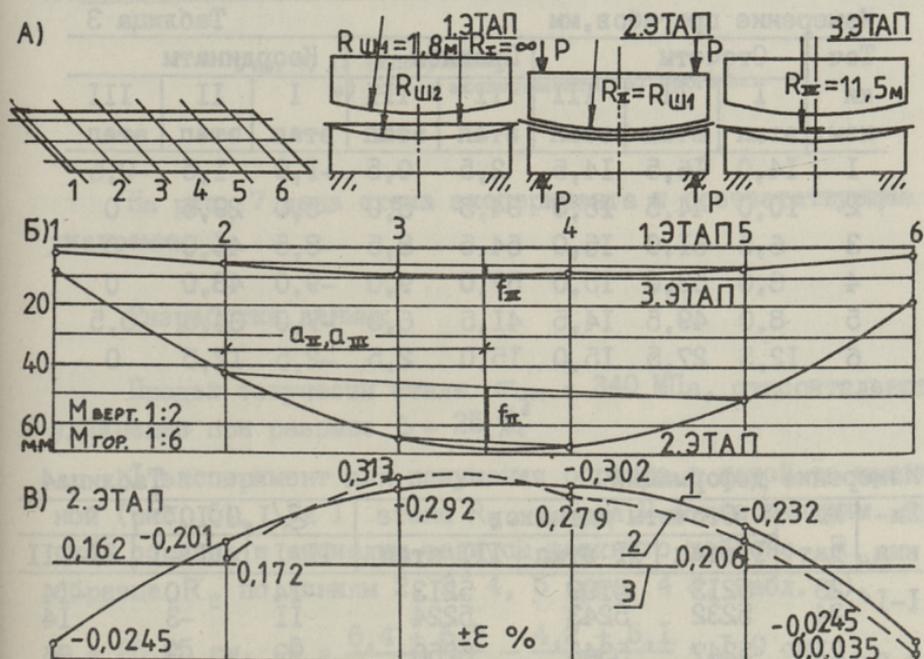


Рис. 6. 1 эксперимент.

а) Схема эксперимента, б) Прогибы, в) Относительные деформации второго этапа.

1 - верхние датчики, 2 - нижние датчики, 3 - соответствует пределу текучести.

Во втором эксперименте исходная форма образца радиусом  $\sim 11,5$  м поставлена в приспособление стрелой кривизны вверх

(отсчеты I этапа). Здесь меньшие цифры пар (23/24, 2I/22, ..., т.е. 23, 2I...) отмечают нижнюю поверхность листа. При испытании обратного изгиба радиусом  $\sim 2,3$  м (отсчеты II этапа) получим практически прямолинейную форму листа (отсчеты III этапа). Здесь кривизна характеризовалась различными знаками и поэтому введено понятие координатной плоскости, координаты которой почти совпадают с координатами прогибов III этапа (см. рис. 7 б). Отсчеты и вычисления соответствующих прогибов даны в таблице 3, отсчеты и вычисление деформаций - в таблице 4.

Измерение прогибов, мм

Таблица 3

Точки изм.	Отсчеты			Прогибы		Координаты		
	I	II	III	II	III	I	II	III
	этап	этап	этап	этап	этап	этап	этап	этап
1	14,0	16,5	14,5	2,5	0,5	-1,0	1,5	-0,5
2	10,0	44,5	15,0	34,5	5,0	-5,0	29,5	0
3	6,5	61,0	15,0	54,5	8,5	-8,5	46,0	0
4	6,0	63,0	15,0	57,0	9,0	-9,0	48,0	0
5	8,0	49,5	14,5	41,5	6,5	-7,0	34,5	-0,5
6	12,5	27,5	15,0	15,0	2,5	-2,5	12,5	0

Измерение деформаций

Таблица 4

Ли- ния	№№ дат.	Отсчеты датчиков			$\varepsilon/I, 0 \cdot 10^{-5}$		
		I этап	II этап	III этап	II-I	III-I	II-III
1-1	23	5213	5199	5213	-14	0	-14
	24	5232	5243	5224	11	-3	14
2-2	21	5247	5346	5250	99	3	96
	22	5197	5197	5190	-110	-7	-103
3-3	19	5305	5501	5347	196	42	154
	20	5162	4957	5112	-205	-50	-155
4-4	17	5280	5455	5309	175	29	146
	18	5309	5118	5280	-191	-29	-162
5-5	15	5298	5430	5303	132	5	127
	16	5297	5155	5280	-142	-17	-125
6-6	13	5407	5400	5400	-7	-7	0
	14	5307	5299	5299	-8	-8	0

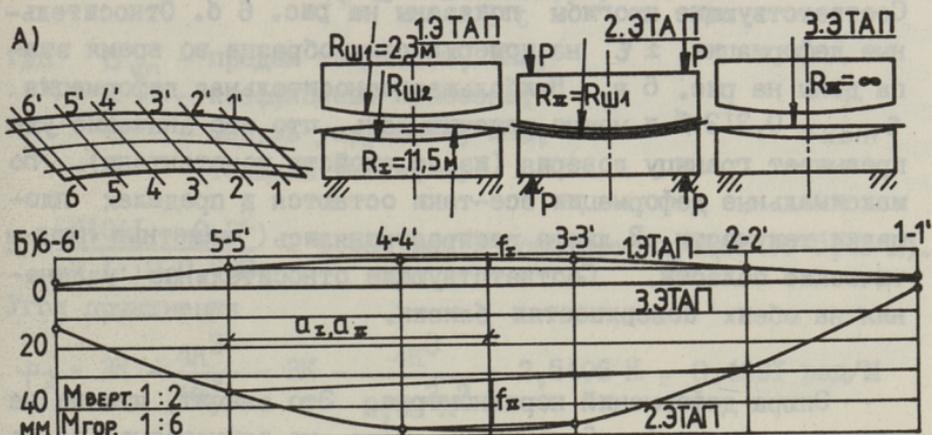


Рис. 7. 11 эксперимент.  
а) схема эксперимента, б) прогибы.

На рис. 7 дана схема эксперимента и соответствующие диаграммы.

#### Разработка данных

Предел текучести стали  $\sigma_{yn} = 340 \text{ МПа}$ , относительное удлинение при разрыве  $\epsilon = 25 \%$ .

I эксперимент для получения образца с какой-то кривизной (рис. 6). На I этапе  $R_I = \infty$ , на II этапе измерим прогибы образца и вычислим радиусы верхнего шаблона  $R_{ш1}$  и образца  $R_{II}$  по линиям 2, 3, 4, 5 (рис. 4 б, табл. I).

$$a = 26,25 \text{ см}, \quad f = \frac{6,4 + 6,7}{2} - \frac{4,2 + 5,1}{2} = 1,9 \text{ см.}$$

$$\text{Отсюда } R_{II} = \frac{26,25^2 + 1,9^2}{2 \cdot 1,9} = 182,3 \text{ см.}$$

После изгиба и пружинения получим остаточную кривизну:

$$a = 26,25 \text{ см}, \quad f = \frac{0,9 + 0,8}{2} - \frac{0,5 + 0,6}{2} = 0,3 \text{ см}$$

$$R_{III} = \frac{26,25^2 + 0,3^2}{2 \cdot 0,3} = 11,49 \text{ м.}$$

Соответствующие прогибы показаны на рис. 6 б. Относительные деформации  $\pm \epsilon$  на поверхностях образца во время этапа даны на рис. 6 в. Наибольшая относительная деформация  $\epsilon_{\max} = 0,313 \%$  и можно рассчитывать, что это значение уже превышает границу доверия (из-за свойств константана). Но максимальные деформации все-таки остаются в пределах пластичности. В листе распространялись заметные пластические области. Соответствующие относительные удлинения на обеих поверхностях близки.

Эпюра деформаций неравномерна. Это значит, что не на каждой линии от I до 6 кривизны листа не одинаковые из-за неточности установки верхнего шаблона на определенную равномерную кривизну. На линиях I и 6 и не должны развиваться заметные деформации.

Явствует также, что относительные удлинения поверхностей листа колеблются в значительных пределах и не могут быть приняты в основных расчетных параметрах гибки.

Деформированное состояние на обеих поверхностях образца показывает, что для сталей ярко выраженной пластичности (например, 09Г2С [2]) можно использовать диаграмму Прандтля и на втором этапе по толщине листа существуют три зоны в виде упругого ядра и двух пластических зон. В последних материал не подвергается упрочнению при реальных толщинах листа (резервуары).

На III этапе из-за влияния упругого ядра в сечении образца останутся остаточные деформации, которые регистрировались на поверхностях листа (табл. 2, III-I).

Данные первого эксперимента можно сравнить с теоретическими, используя, например, методику [4] (см. рис. 7). Хотя радиус кривизны не был равномерный, можно все-таки проверить область, расположенной в центре, длину образца.

$$R_{\omega_1} = R_{\pi} = 1,823 \text{ м, кривизна шаблона } \varphi_0 = \frac{1}{R_{\omega_1}} = \frac{1}{1,823} = 0,5485 \text{ рад/м} = 2,98 \text{ К,}$$

где 2К - наибольшая кривизна, которую можно придать образцу упругим изгибом, т.е. без образования пластических деформаций в крайних волокнах:

$$K = \frac{\sigma_{\text{чр}}(1 - \mu^2)}{E \cdot t}$$

где  $\sigma_{\text{чр}}$  - предел текучести, МПа;  
 $\mu$  - коэффициент Пуассона;  
 $E$  - модуль упругости, МПа;  
 $t$  - толщина листа, м.

$$K = \frac{340(1 - 0,3^2)}{2,1 \cdot 10^4 \cdot 0,008} = 0,184 \text{ рад/м (соответствующие } R = 5,43 \text{ м).}$$

Угол пружинения

$$\varphi_2 = 3K - \frac{4K^3}{\varphi_0^2} = 3K - \frac{4K^3}{2,98^2 K^2} = 2,5496 K = 0,4691 \text{ рад/м}$$

и остаточная кривизна

$$\varphi_1 = \varphi_0 - \varphi_2 = 0,5485 - 0,4691 = 0,0794 \text{ рад/м.}$$

$$R_{\text{ш}} = R_{\text{ост}} = \frac{1}{\varphi_1} = 12,6 \text{ м.}$$

Разница:

$$\frac{12,6 - 11,5}{11,5} = 9,5 \%, \text{ что удовлетворительно.}$$

II эксперимент устроили с целью правки образца. Поскольку радиус кривизны был слишком большой, то пробовали получить плоскую форму образца (рис. I). Определение формы шаблона:

Сначала имеем  $\varphi_0 = 0,5845 \text{ рад/м} = 2,98 K$ ,  $K = 0,184 \text{ рад/м}$ ,

$$\varphi_1 = \frac{1}{R_{\text{ш, I}}} = \frac{I}{11,49} = 0,087 \text{ рад/м,}$$

где  $R_{\text{ш, I}} - R_{\text{ш}}$  I эксперимента.

Далее используем зависимость:

$$\beta_0^3 - \beta_0^2(\varphi_1 + 6K) + 32K^3 = 0, (*)$$

где  $\beta_0$  - общий угол кривизны.

Сопоставим величины  $\varphi_1$  и  $K$  с зависимостью (\*), получим  $\beta_0 = 0,986 \text{ рад/м}$ .

Из зависимости  $\beta_0 = \beta + \varphi_0$  найдем кривизну изгиба для получения плоского полотнища  $\beta = \beta_0 - \varphi_0 = 0,986 - 0,5485 = 0,4375 \text{ рад/м}$  и радиуса шаблона  $R_{\text{ш, I}} = \frac{1}{0,4375} = 2,28 \text{ м}$ .

На I этапе  $R_I = 11,49$  м, т.е.  $R_{ш,I}$ . Чтобы выпрямить обратным изгибом образец, поставили его в приспособление стрелой кривизны вверх. Верхнему шаблону дали радиус 2,3 м. Вследствие правки получена форма образца, данные которого в табл. 3 и на рис. 7 б. Получим почти плоский образец.

Деформационное состояние на поверхностях листа развивалось аналогично состоянию во время первого эксперимента. Деформационное состояние представлено в табл. 4.

### Заключение

Данная модель изгиба предполагает:

- линейность деформаций изгиба (гипотеза плоских сечений),
- идеальную упругопластическую модель деформаций,
- гипотезу нерастяжимости срединной плоскости листа.

Исследования показали достоверность при использовании этих допущений. При помощи шаблона получаем в образце равномерный изгибающий момент, когда все торцы прижимов находятся на одном радиусе.

Не учитывали конкретную конструкцию прижимов и рассматривали шаблоны как непрерывные.

Основными выводами являются:

1. Для углеродистых и малолегированных сталей следует для исследования напряженно-деформированного состояния пользоваться диаграммой Прандтля при определении параметров гибки и правки.

2. В полотнище корпуса резервуара сохраняется при гибке с обратным изгибом упругое ядро, а пластические зоны ярко распространены.

3. Для определения формы шаблона в качестве исходных данных используем основной геометрический фактор кривизны крайних зон полотнища.

4. Целесообразно изменить конструкцию нижнего шаблона и оставить только прижимы А и В (рис. 4 а).

## Л и т е р а т у р а

1. Поповский Б.В., Ритчик Г.А. Обеспечение геометрической формы стенок рулонных резервуаров в зонах монтажных стыков // Монтажные и специальные работы в строительстве. 1986. № II. С. 12-15.

2. Принять участие в проведении научно-исследовательских работ и подготовке данных по созданию технологического процесса замыкания вертикальных монтажных стыков различных емкостей и выдаче исходных требований на проектирование приспособлений (ведущая организация - Гипронефтеспецмонтаж): Отчет/ВНИИМонтажспецстрой; № ГР 0182. 8058715; Шифр НИР I.03.0174.82.2.М. 1983.

3. Исследование некоторых вопросов пространственной работы конструкций при монтаже тяжелых объектов: Отчет / Таллинск. политехн. ин-т. Рук. Кульбах В.; Инв. № ЕК 919/1043 / Таллинн, 1982. 222 с.

4. Сахненко В.Л. Холодная гибка и правка деталей. М.: Машиз, 1951. 139 с.

A. Kuningas

### Teraslehe elastoplastse painde katseline uurimine

#### Kokkuvõte

Artiklis on esitatud teraslehe painutuskatsete tulemused. Õhukesele (paksus 8 mm, plaanimõõtmed 1000x700 mm) teraslehele anti spetsiaalse painutusseadme abil elastoplastne paine ja selle tulemusena teatav kõverus, hiljem leht sirgestati vastupainde abil. Protsess imiteeris osaliselt rullmeetodil püstitatavate reservuaaride montaažijät-kude tagamisel tehtavaid lehepainutusoperatsioone.

Katseandmete analüüsi tulemusena selgus, et vastupainde šabloonu kuju määramisel osutuvad põhilisteks geomeetrilisteks parameetriteks metall-lehe paigutised.

Voolupiiri ja voolavuslõiku omavate teraste puhul on rakendatav Prandtli diagramm ja reaalsete lehepakuste ning kõveruste (reservuaarid) korral ei ületa suhtelised piki-deformatsioonid teraslehes voolavuslõigu piire.

Painutusseadme šabloonipaari konstruktsiooni on soovitatud muuta otstarbekamaks.

A. Kuningas

An Experimental Investigation of Steel-sheet  
Elastic-plastic Bending

Abstract

The paper presents an experimental study of stresses, strains and deflections of a bended thin steel-sheet. Special bending installations were used.

The applications of those studies are used in mounting of huge steel tanks from rolled walls.

As a result of the first experiment a curvature has been given to the steel-sheet by elastic-plastic bending, the cross-section of the sheet dividing into plastic zones in the upper and lower parts of the sheet and an elastic zone in the middle. The aim of the second experiment was the decreasing of the curvature by using sheet deflections as main technological data.

The results of the experiments and theoretical data have been compared.

## КОМБИНИРОВАННОЕ ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ГРАНИЧНЫХ И КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ДИФРАКЦИИ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ОБОЛОЧКАХ

Проблемам дифракции акустических волн на упругих оболочках в жидкости посвящено большое число публикаций. В большинстве из них рассмотрены круговые цилиндрические или сферические оболочки. Обзор этих исследований можно найти в работе [1]. Современное состояние проблем, связанных с дифракцией звука конечными цилиндрическими оболочками, можно найти в обзоре [2]. Для решения задачи дифракции на оболочках произвольной геометрии, наиболее перспективными являются численные методы: метод конечных элементов (МКЭ) [3], метод Т - матрицы (метод нулевого поля) [4], метод интегральных уравнений [5], метод граничных элементов (МГЭ) в сочетании с МКЭ [6, 7]. Практическое применение тех или иных численных методов ограничено недостаточным быстродействием и объемом памяти современных ЭВМ.

В данной работе реализуются идеи исследования [8], в котором приложен алгоритм комбинированного применения МГЭ и МКЭ. При этом рассматриваемая задача разбивается на три самостоятельные задачи. Методом конечных элементов определяют матрицу влияния, которая устанавливает зависимость между перемещением и давлением в узловых точках поверхности оболочки. Во второй задаче с учетом матрицы влияния составляются интегральные уравнения; которые определяют рассеянное поле давления. В третьей задаче при помощи интеграла Кирхгофа вычисляют дальнейшее акустическое поле давления.

**1. Постановка задачи.** Пусть в бесконечной идеально сжимаемой жидкой среде находится замкнутая оболочка произвольной формы, на которую падает сферическая волна давления

$$p^*(t) = p_0 e^{-i\omega t}, \quad p_0 = A_0 e^{ikl} / l.$$

Здесь

$k = \omega/c$ ,  $\omega$  – угловая частота;

$c$  – скорость звука в жидкости;

$t$  – время;

$A_0$  – постоянная;

$l$  – расстояние от точки источника  $K$  до точки наблюдения (рис. 1).

Требуется найти рассеянное волновое поле давления  $p_s$ .

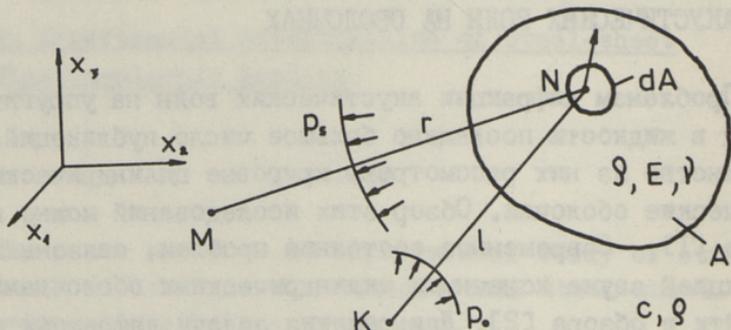


Рис. 1. К постановке задачи.

Рассеянное поле давления в жидкости можно вычислить при помощи интеграла Кирхгофа [7].

$$p_s(M) = \frac{1}{4\pi} \int_A \left\{ p_s(N) \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial p_s(N)}{\partial n} \right\} dA. \quad (I)$$

Здесь  $r$  – расстояние от точки наблюдения  $M$  до точки интегрирования;

$n$  – внешняя нормаль поверхности оболочки;

$A$  – поверхность оболочки.

В интеграле Кирхгофа (I) требуется знание двух величин: давления  $p_s$  и его нормальной производной  $\partial p_s / \partial n$  на поверхности оболочки. Как правило, они неизвестны. Для их определения можно использовать следующее интегральное уравнение

$$p_s(M) = \frac{1}{2\pi} \int_A \left\{ p_s(N) \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial p_s(N)}{\partial n} \right\} dA \quad (2)$$

и граничное условие

$$\frac{\partial(p_0 + p_s)}{\partial n} = \rho \omega^2 w, \quad (3)$$

где  $\rho$  - плотность среды;

$w$  - нормальное перемещение поверхности оболочки;

$p_0$  - падающая волна давления на поверхности оболочки.

Неизвестное нормальное перемещение  $w$  в условии (3) целесообразно представить выражением

$$w = - \int_A (p_s + p_0) G dA, \quad (4)$$

где  $G$  - функция Грина.

Поскольку функция Грина (именуемая также функцией влияния) не зависит от окружающей оболочку среды, то ее можно найти из уравнений движения оболочек отдельно без учета жидкости.

Благодаря зависимостям (3), (4), неизвестную нормальную производную  $\partial p_s / \partial n$  в уравнении (1), (2) можно представить в следующем виде

$$\frac{\partial p_s}{\partial n} = - \frac{\partial p_0}{\partial n} - \rho \omega^2 \int_A (p_s + p_0) G dA. \quad (5)$$

Подставляя выражение (5) в соотношения (1) и (2), получим соответственно

$$p_s(M) = \frac{1}{4\pi} \int_A \left\{ p_s(N) \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} + \rho \omega^2 \frac{e^{ikr}}{r} \int_A (p_s + p_0) G dA + \frac{\partial p_0(N)}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} \right\} dA \quad (6)$$

$$\begin{aligned} p_s(M) - \frac{1}{2\pi} \int_A \left\{ p_s(N) \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} + \rho \omega^2 \frac{e^{ikr}}{r} \int_A p_s G dA \right\} dA = \\ = \frac{1}{2\pi} \int_A \left\{ \rho \omega^2 \frac{e^{ikr}}{r} \int_A p_0 G dA + \frac{\partial p_0}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} \right\} dA. \end{aligned} \quad (7)$$

Поставленная задача решается при помощи МКЭ и МГЭ. При дискретизации вместо функции Грина (6) вычисляется матрица влияния  $G_{kN}$ .

2. Вычисление матрицы влияния. При вычислении матрицы влияния используется изопараметрический элемент МКЭ, приве-

денный в работах [9, 10, 11]. Для описания геометрии элемента оболочки в рассмотрение принимаются глобальные декартовы координаты  $x_i$  и локальные координаты  $\xi_i$ , которые связаны следующим выражением

$$x_i = \psi_\alpha(\xi_1, \xi_2) x_i^\alpha + \psi_\alpha(\xi_1, \xi_2) \frac{1}{2} \xi_3 v_{3i}^\alpha, \quad (8)$$

где  $x_i^\alpha$  - координаты узловой точки  $\alpha$ ;  
 $v_{3i}^\alpha$  - проекции вектора толщины в точке  $\alpha$ ;  
 $\psi_\alpha$  - интерполяционная функция Лагранжа (функция формы).

Перемещение  $u_i$  в направлении координат  $x_i$  интерполируется в виде

$$u_i = \psi_\alpha(\xi_1, \xi_2) u_i^\alpha + \psi_\alpha(\xi_1, \xi_2) \frac{1}{2} \xi_3 t^\beta v_j^\beta \varphi_j^\alpha. \quad (9)$$

Здесь  $u_i^\alpha$ ,  $\varphi_j^\alpha$  - перемещения и углы поворота нормали поверхности оболочки в узловой точке  $\alpha$ ;  
 $v_j^\beta$  - единичные векторы, относительно которых определяются повороты  $\varphi_j^\alpha$ ;  
 $t^\beta$  - толщина оболочки в узловой точке  $\alpha$ .

В пределах конечного элемента нормальная нагрузка  $q$  представляется в виде

$$q = \psi_\alpha(\xi_1, \xi_2) q^\alpha, \quad (10)$$

где  $q^\alpha$  - нормальная нагрузка в узловой точке  $\alpha$ .

Приведем эту нагрузку к силам  $F_i^\alpha$  узловой точки  $\alpha$  в направлении координаты  $x_i$

$$F_i^\alpha = \int_A \psi_\beta(\xi_1, \xi_2) q^\beta n_i(\xi_1, \xi_2) \psi_\alpha(\xi_1, \xi_2) dA, \quad (11)$$

где  $n_i(\xi_1, \xi_2)$  - проекция внешней нормали на глобальных координатах оси.

Задавая по очереди в  $N$ -ой узловой точке оболочки единичную нагрузку, а в остальных узловых точках принимая нагрузку нулевой, можем получить  $N$  вариантов нагрузки

$$q_V^N = \delta_{m\alpha}, \quad (12)$$

где  $\delta_{m\alpha}$  - символ Кронекера.

После объединения всех элементов имеем следующее матричное уравнение

$$(K - \omega^2 M) d_N = F_N, \quad (13)$$

где  $K, M$  - матрицы жесткости и массы соответственно;  
 $d_N, F_N$  - векторы узловых сил и узловых перемещений при  $N$ -ом варианте нагрузки.

Нормальные перемещения  $w_{KN}$  в узловой точке  $K$  от  $N$ -го варианта нагружения получим из узловых перемещений  $u_{iN}^k$

$$w_{KN} = n_i^k u_{iN}^k. \quad (14)$$

Здесь по индексам  $K$  и  $N$  суммирование не производится. Матрица влияния определяется соотношением

$$G_{KN} = w_{KN}. \quad (15)$$

Матрица влияния связывает нормальные перемещения  $w_K$  и полное акустическое давление  $p_0 + p_s$  вместо интеграла (4) зависимостью

$$w_K = -G_{KL} (p_s^L + p_0^L). \quad (16)$$

Как видно из уравнения (13), матрица влияния  $G_{KN}$  зависит от частоты  $\omega$ . При резонансных частотах ее найти невозможно.

3. Определение рассеянного давления на поверхности оболочки. Давление на поверхности оболочки находится путем решения уравнения (7) методом граничных элементов. Для этого поверхность оболочки разбивается на те же элементы, что при вычислении матрицы влияния. Акустическое давление в пределах граничного элемента аппроксимируется теми же интерполяционными функциями Лагранжа  $\psi(\xi_1, \xi_2)$ , что и при конечных элементах

$$p_s = \psi_\alpha(\xi_1, \xi_2) p_s^\alpha, \quad (17)$$

где  $p_s^\alpha$  - рассеянное давление в узловых точках оболочки.

Интегральное уравнение (7) с учетом выражений (16) и (17) принимает вид

$$\begin{aligned} p_s^M - \frac{1}{2\pi} \sum_{\Delta A}^{(e)} \int \psi_\alpha p_s^\alpha \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} dA - \\ - \frac{1}{2\pi} \rho \omega^2 \sum_{\Delta A}^{(e)} \int \psi_\alpha G_{\alpha M} p_s^M \frac{e^{ikr}}{r} dA = \\ = \frac{1}{2\pi} \rho \omega^2 \sum_{\Delta A}^{(e)} \int \psi_\alpha G_{\alpha M} p_0^M \frac{e^{ikr}}{r} dA + \\ + \frac{1}{2\pi} \sum_{\Delta A}^{(e)} \int \frac{\partial p_0}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} dA. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь  $\sum^{(e)}$  - обозначает суммирование по элементам;  
 $\Delta A$  - площадь элемента.

Для вычисления сингулярных интегралов используется схема Гаусса-Радо [12].

4. Вычисление дальнего поля. Дальнее рассеянное поле давления в точке  $M$  вычисляется с помощью интеграла Кирхгофа (6), который с учетом выражений (16) и (17) имеет вид

$$\begin{aligned}
 p_s^M = & \frac{1}{4\pi} \sum^{(e)} \int_{\Delta A} \psi_\alpha p_s^\alpha \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} dA + \\
 & + \frac{1}{4\pi} \rho \omega^2 \sum^{(e)} \int_{\Delta A} \psi_\alpha G_{\alpha k} (p_s^k + p_0^k) \frac{e^{ikr}}{r} dA + \\
 & + \frac{1}{4\pi} \sum^{(e)} \int_{\Delta A} \frac{\partial p_0}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} dA.
 \end{aligned} \tag{19}$$

Таким образом, рассматриваемая задача была разбита на три подзадачи, которые решаются по очереди.

5. Тест-задача. Для проверки алгоритмов и программ вычислялось волновое поле, рассеянное стальной сферической оболочкой относительной толщиной  $1/50$  радиуса в воде как в рядах Фурье, так и по приведенным методам. Частота падающей сферической волны была выбрана так, чтобы волновой радиус был  $1$ . Оболочка была разбита на  $72$  элемента с  $290$  узловыми точками. Здесь был использован четырехугольный элемент с  $9$ -ю узловыми точками.

Сравнивались рассеянные поля давления как на поверхности оболочки, так и за ее пределами. Сравнение полей показано на рис. 2 а. На левой половине рисунка показано давление на поверхности оболочки, а на правой половине рисунка - дальнее поле давления. Как видно из рисунка, совпадение решения в рядах (сплошная линия) с решением МГЭ-МКЭ (кружочки) хорошее.

6. Численные результаты. Численные результаты получены для задачи дифракции сферической волны на стальной цилиндрической оболочке с полусферическими оконечностями. Длина цилиндрической части равна двум радиусам, а толщина оболочки составляет  $1/50$  радиуса. Частота выбрана так, чтобы волновой радиус был  $1$ . Поверхность оболочки была разбита на  $96$  элементов с  $386$  угловыми точками.

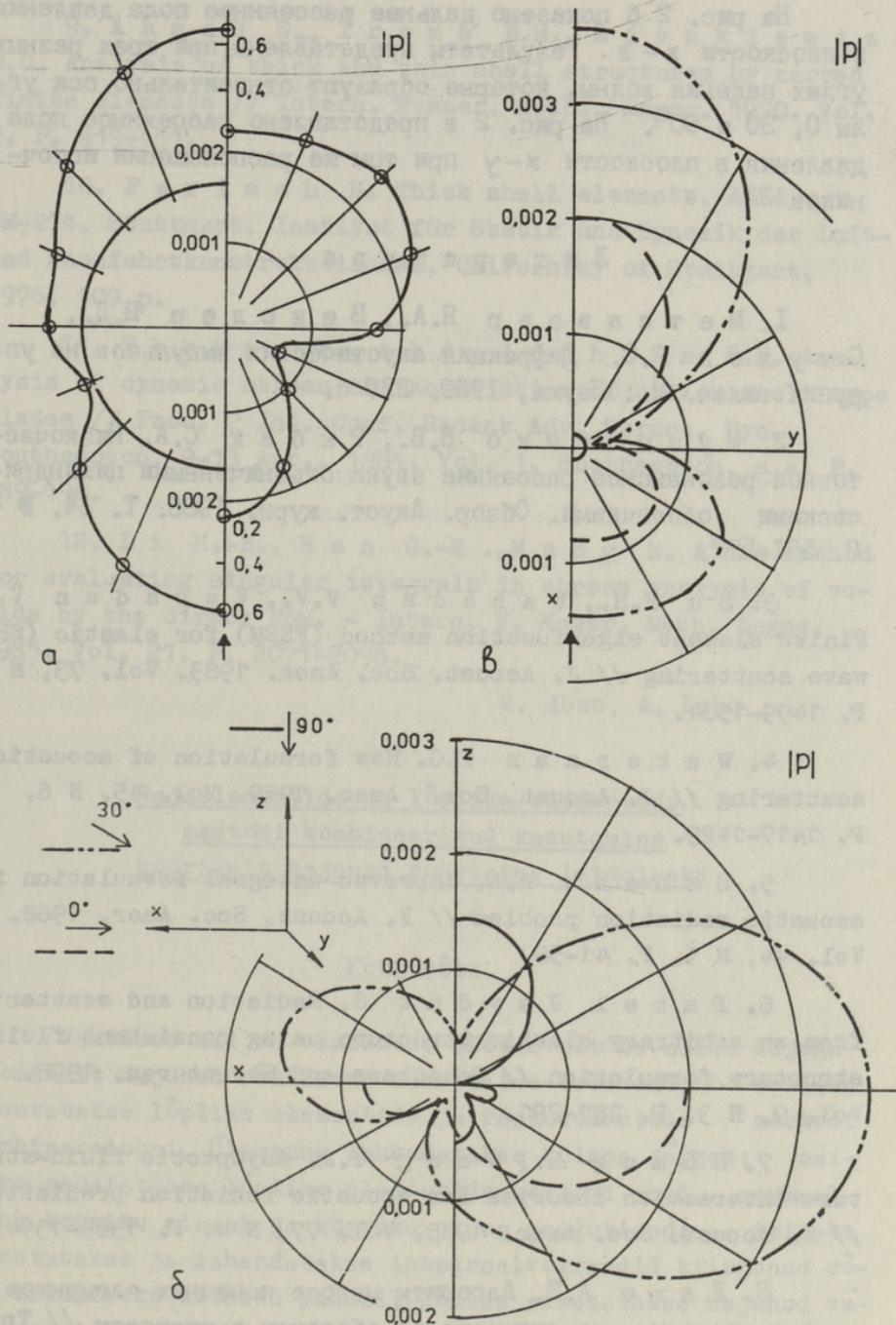


Рис. 2. Численные результаты. Рассеянное поле давления.

На рис. 2 б показано дальнейшее рассеянное поле давления в плоскости  $x-z$ . Результаты представлены при трех разных углах падения волны, которые образуют относительно оси углы  $0$ ,  $30$  и  $90^\circ$ . На рис. 2 в представлено рассеянное поле давления в плоскости  $x-y$  при том же расположении источников

### Л и т е р а т у р а

1. М е т с а в з э р Я.А., В е к с л е р Н.Д., С т у л о в А.С. Дифракция акустических импульсов на упругих телах. М.: Наука, 1969. 239 с.
2. М у з ы ч е н к о В.В., Р ы б а к С.А. Низкочастотное резонансное рассеяние звука ограниченными цилиндрическими оболочками. Обзор. Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 4. С. 561-577.
3. S u F.H., V a r a d a n V.V., V a r a d a n V.K. Finite element eigenfunction method (FEEM) for elastic (SH) wave scattering // J. Acoust. Soc. Amer. 1983. Vol. 73, N 5. P. 1499-1504.
4. W a t e r m a n P.C. New formulation of acoustic scattering // J. Acoust. Soc. Amer. 1969. Vol. 45, N 6. P. 1417-1429.
5. S c h e n k H.A. Improved integral formulation for acoustic radiation problem // F. Acoust. Soc. Amer. 1968. Vol. 44, N 1. P. 41-58.
6. P a t e l J a y d n t S. Radiation and scattering from an arbitrary elastic structure using consistent fluid structure formulation // Computers and Structures. 1978. Vol. 9, N 3. P. 287-291.
7. H u a n g H., W a n g Y.F. Asymptotic fluid-structure interaction theories for acoustic radiation prediction // F. Acoust. Soc. Amer. 1985. Vol. 77, N 4. P. 1389-1394.
8. Л а х е А.Я. Алгоритм метода конечных элементов для вычисления эхо-сигналов от оболочек в жидкости // Тр. Таллиннск. политехн. ин-та. 1984. № 575. С. 65-72.

9. Ahmad S., Irons B.M., Zienkiewicz O.C. Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements // Intern. Nummer. Meth., Engng. 1970. Vol. 2. P. 419-451.

10. Parisch H. Thick shell elements, ASKA UM-214. Stuttgart, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, University of Stuttgart, 1976. 109 p.

11. Thomas F., Abdulrahman S.H. Analysis of dynamic stress characteristics of hollow shell type blades // Proc. 2 Int. Conf. Recent Adv. Struct. Dyn., Southampton, 9-13 Apr., 1984. Vol. 1. Southampton, s.a. P. 189-198.

12. Li H.-B., Han G.-M., Mang H. A new method for evaluating singular integrals in stress analysis of solids by the direct BEM. - Intern. F. Numer. Meth. Engng. 1985. Vol. 21. P. 2071-2098.

M. Aben, A. Lahe

D.V.

Rajaelementide ja lõplike elementide  
meetodi kombineeritud kasutamine  
koorikult hajunud rõhulaine leidmiseks

Kokkuvõte

Vaatluse all on vedelikus asetsevalt suvalise kujuga koorikult hajunud rõhulaine numbriline leidmine. Selleks kasutatakse lõplike elementide ja rajaelementide meetodi kombinatsiooni. Ülesanne lahendatakse kolmes järgus: esiteks seostatakse lõplike elementide meetodi abil normaalrõhk kooriku pinnal ja kooriku pinna paigutised; teiseks koostatakse ja lahendatakse integraalvõrrandid kiirgunud rõhu leidmiseks kooriku pinnal; lõpuks arvutatakse hajunud väli vedelikus Kirchhoffi integraali abil.

Esitatakse numbrilised tulemused sfääriliste otstega silindrilise teraskooriku kohta vees. Kooriku silindrilise osa pikkus on 2 raadiust. Langeva laine sagedus on valitud nii, et redutseeritud sagedus oleks 1.

M. Aben, A. Lahe

Combined Application of the Boundary  
and Finite Element Methods for Acoustic  
Wave Scattering on Shells

Abstract

The problems of acoustic wave scattering on shells in liquid medium are of great interest. Mostly shells of spherical or round cylindrical shape have been under consideration. In this paper scattering on shells of arbitrary shape using numerical methods has been observed.

The solution has been divided into three parts. Using the finite element method the displacements of the shell from normal pressure are computed. Secondly integral equations are completed for determining the scattered field of pressure on the surface of the shell. At last the far field of pressure is computed using the Kirchhoff formula.

Numeric results are represented for a cylindrical shell with semisphere shells in the ends.

РАСЧЕТ СТАЛЬНОГО КОРПУСА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО АППАРАТА  
В ОБЛАСТИ ПРИСОЕДИНЕНИЯ МОНТАЖНОГО ШТУЦЕРА

В настоящее время строповка крупногабаритных тяжело-весных аппаратов при монтаже осуществляется с помощью монтажных штуцеров, выполненных в виде коротких патрубков и присоединяемых к корпусу аппарата с помощью сварки [1].

При этом на стенку аппарата в области узла соединения с патрубком действуют моментная и тангенциальная нагрузки. Направление этих нагрузок относительно аппарата в процессе подъема непрерывно меняется от окружного в начале подъема до осевого в конечной стадии. Институтом Гипронефтеспецмонтаж совместно в кафедрой строительных конструкций Таллиннского политехнического института были проведены экспериментально-теоретические исследования напряженного и деформированного состояния стенки аппарата в области присоединения монтажных штуцеров. Эти исследования позволили разработать методику расчета прочности корпуса аппарата на монтажные нагрузки [2, 3]. Однако при проведении теоретических расчетов не учитывалось влияние жестко присоединенного патрубка. Кроме того расчеты производились по линейной теории, а предельно допустимые нагрузки определялись в соответствии с [5] из условия достижения предельного состояния балки прямоугольного сечения, вырезанной из оболочки.

В данной статье рассматривается метод оценки прочности корпуса стального цилиндрического аппарата от внешней моментной нагрузки, передаваемой на стенку аппарата через жестко присоединенный патрубок с учетом нелинейно-упругой стадии работы конструкции. В соответствии с Государственными стандартами [4, 5] условие обеспечения прочности корпуса цилиндрического аппарата от действия локальной моментной нагрузки при монтаже записывается в виде:

$$M \leq [M], \quad (I)$$

где  $M$  - внешняя локальная моментная нагрузка;  
 $[M]$  - предельно допустимая локальная моментная нагрузка.

Величина предельно допустимой локальной моментной нагрузки может быть определена из выражения:

$$[M] = M_y \cdot K_n, \quad (2)$$

здесь  $M_y$  - предельная моментная нагрузка при упругой работе конструкции;

$K_n$  - коэффициент, учитывающий нелинейно-упругую стадию работы конструкции.

Учитывая, что при локальной моментной нагрузке касательные напряжения в стенке оболочки малы, предельная упругая моментная нагрузка характеризуется предельным упругим плоским напряженным состоянием:

$$\sigma_2 \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2} = \sigma_T, \quad (3)$$

где  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  - нормальные напряжения в стенке оболочки в продольном и кольцевом направлениях;

$\sigma_T$  - предел текучести материала оболочки.

Нормальные напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  определяются из известных выражений [2]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{M}{2rS^2} K_1 (1 + \nu_1) \\ \sigma_2 &= \frac{M}{2rS^2} K_2 (1 + \nu_2) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

здесь  $M$  - внешняя моментная нагрузка;

$r$  - радиус срединной поверхности патрубка;

$S$  - толщина стенки корпуса аппарата;

$\nu_1$  и  $\nu_2$  - отношение мембранных напряжений к изгибным в продольном и кольцевом направлениях;

$K_1$  и  $K_2$  - коэффициенты, определяющие часть напряжений от внутренних изгибающих моментов в продольном и кольцевом направлениях.

Коэффициенты  $K_1$ ;  $K_2$ ;  $\nu_1$  и  $\nu_2$  являются функциями параметров  $\frac{R}{S}$  и  $\frac{r}{R}$ , где  $R$  - радиус срединной поверхности оболочки.

Подставляя значения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  из формул (4) в (3) и проведя преобразования, получим выражение для определения предельной внешней моментной нагрузки при упругой работе конструкции:

$$M_y = \frac{2rS^2\sigma_T}{K_2(1+\nu_2)\sqrt{1 - \frac{K_1(1+\nu_1)}{K_2(1+\nu_2)} + \left[\frac{K_1(1+\nu_1)}{K_2(1+\nu_2)}\right]^2}} \quad (5)$$

Для определения коэффициентов  $K_1$ ;  $K_2$ ;  $\nu_1$  и  $\nu_2$  при направлении внешней моментной нагрузки в осевом и окружном направлениях, была использована расчетная модель в виде цилиндрической оболочки свободно опирающейся по торцам, с радиусом срединной поверхности  $R = 1$ . Посередине длины в двух диаметрально противоположных областях к оболочке жестко прикрепляются два патрубка длиной, равной их радиусу срединной поверхности. Толщина стенки патрубка принималась равной толщине стенки оболочки. Расчетная модель цилиндрической оболочки приведена на рис. 1. Расчет производился методом конечных элементов по программе СПИРИТ [6]. В качестве конечных элементов использовались пластинчатые элементы прямоугольной формы с шестью степенями свободы в каждом узле. В местах соединения патрубка с оболочкой использовались также элементы треугольной формы. В этом случае непрерывные поверхности цилиндрической формы оболочки и патрубков представляются в виде системы плоских прямоугольных и треугольных элементов, соединенных между собой в узлах.

Учитывая характер распределения напряжений в оболочке от локальных нагрузок и с целью повышения точности расчетов размеры конечных элементов в областях соединения с патрубками выбирались меньшими, чем в остальной области. Разбивка поверхности оболочки и патрубка в месте соединения приведена на рис. 2.

К торцам патрубков прикладывались два единичных противоположных по знаку момента в виде системы статически эквивалентных сил, приложенных в узлах конечных элементов. При этом, величины сил в направлении действия момента изменялись по линейному закону.

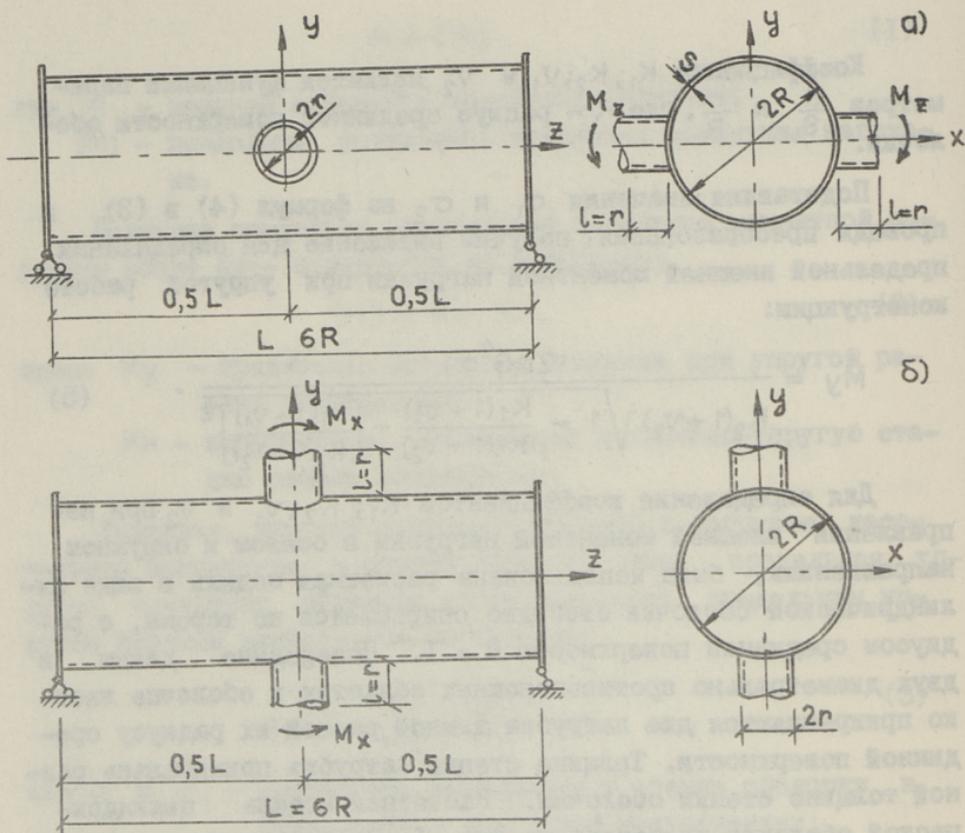


Рис. 1. Расчетная модель цилиндрической оболочки при передаче локальных моментов через патрубки:  
 а) в окружном направлении,  
 б) в осевом направлении.

В соответствии с принятой расчетной моделью были проведены расчеты для ряда цилиндрических оболочек, имеющих следующие параметры:

$$\frac{R}{S} = 25; 50; 75; 100; 150 \text{ и } 200$$

$$\frac{r}{R} = 0,10; 0,15; 0,20; 0,25; 0,30; 0,35 \text{ и } 0,40.$$

Коэффициент Пуассона  $\mu = 0,3$ .

Модуль упругости  $E = 2,1 \times 10^6 \text{ кгс/см}^2$ .

Полученные в результате расчетов значения коэффициентов  $K_1(1 + \nu_1)$  и  $K_2(1 + \nu_2)$  приведены на графиках рис. 3 и 4.

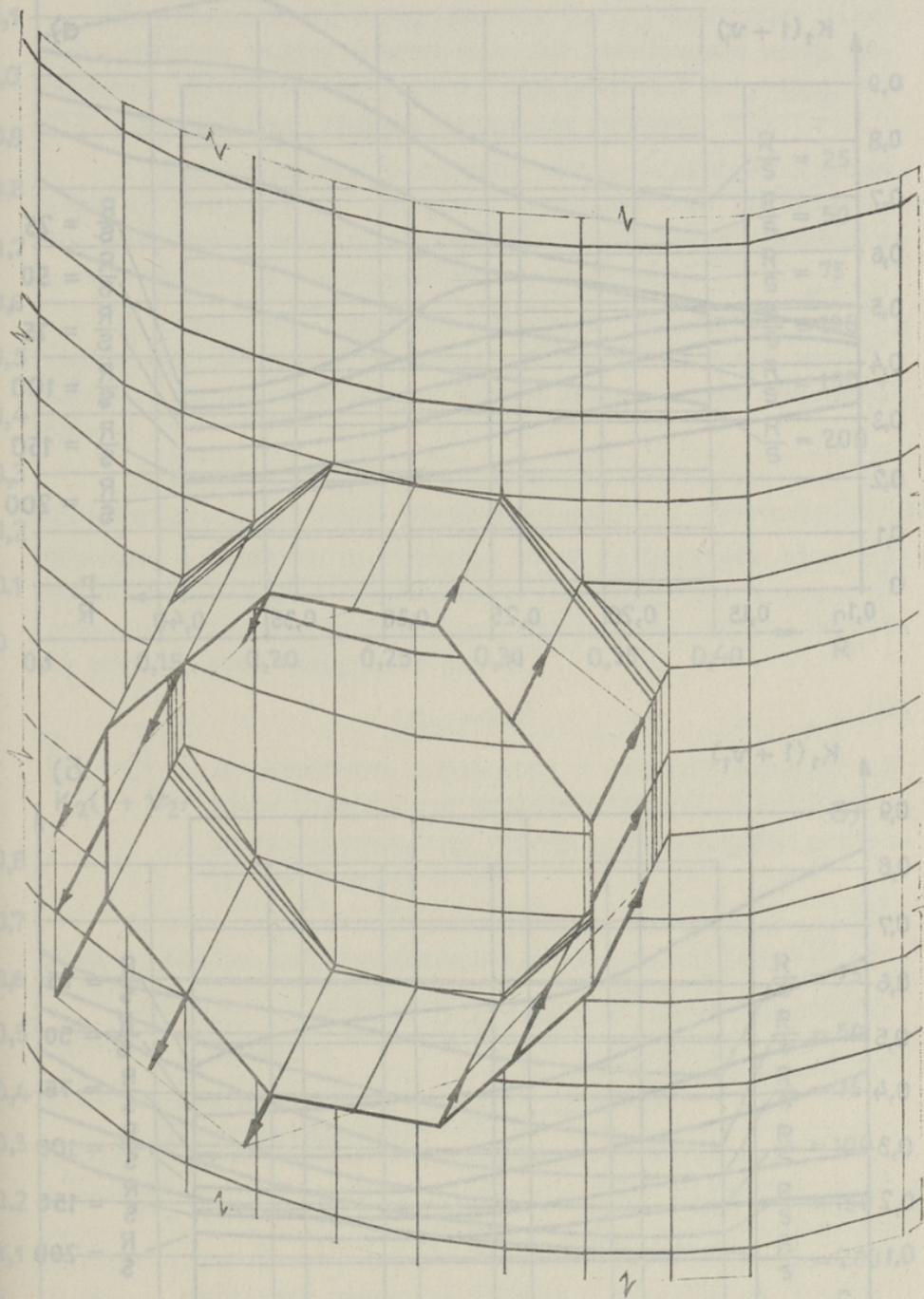


Рис. 2. Разбивка поверхности аппарата и патрубков в месте их соединения на конечные элементы.

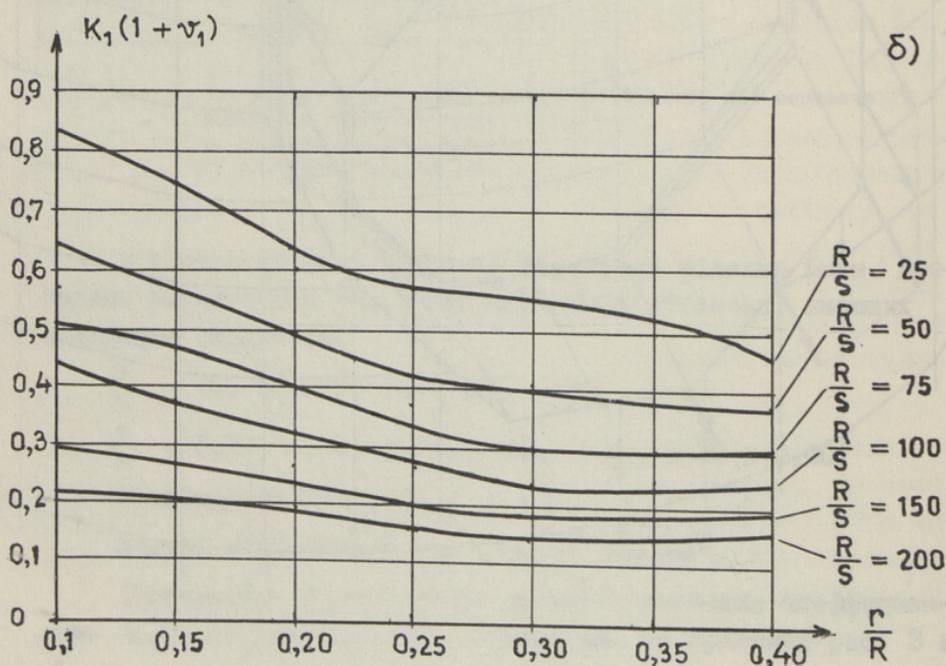
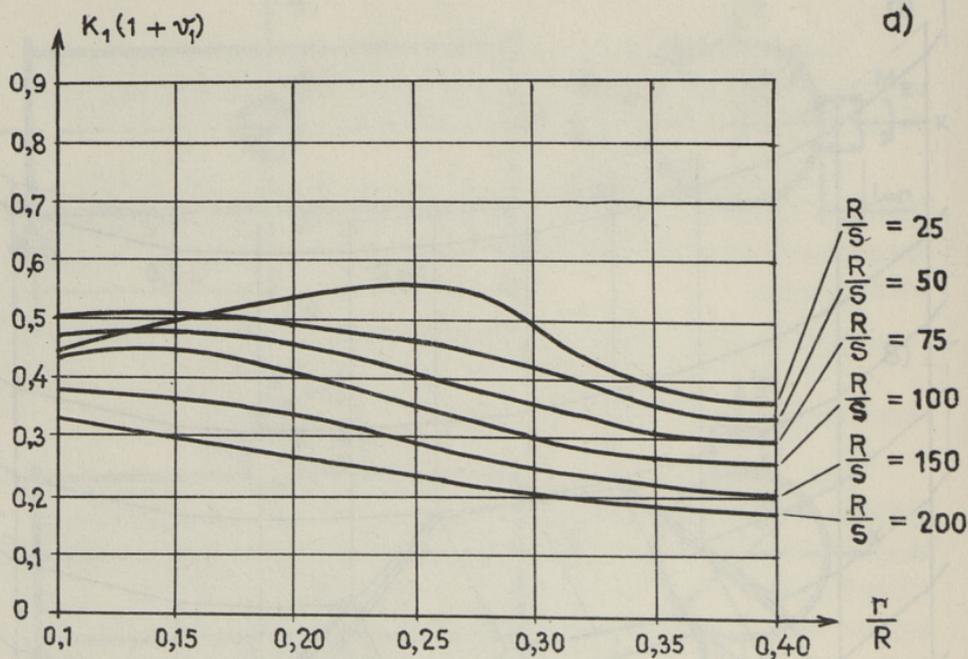


Рис. 3. Значения коэффициента  $K_1(1 + \nu_1)$  при действии внешней нагрузки:  
 а) в окружном направлении,  
 б) в осевом направлении.

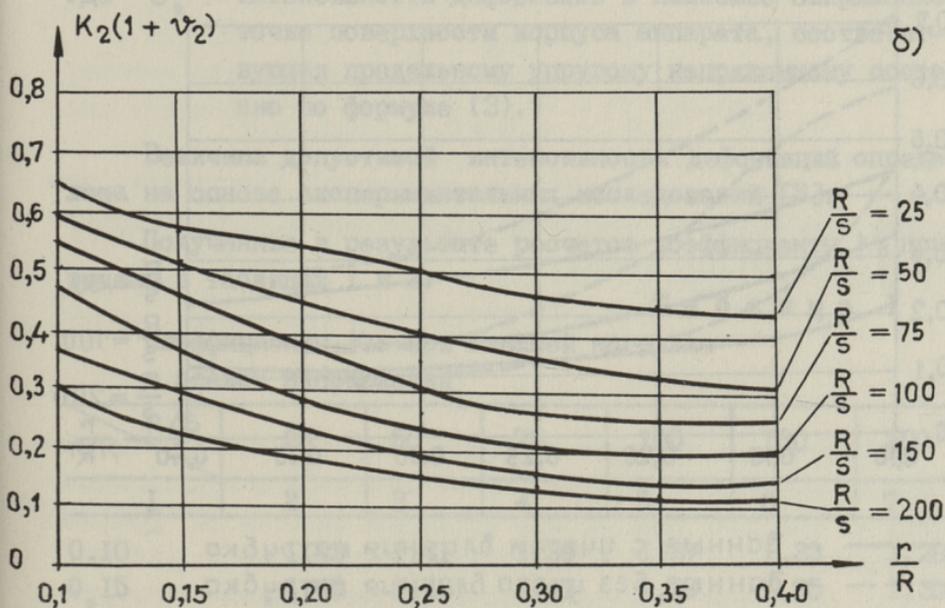
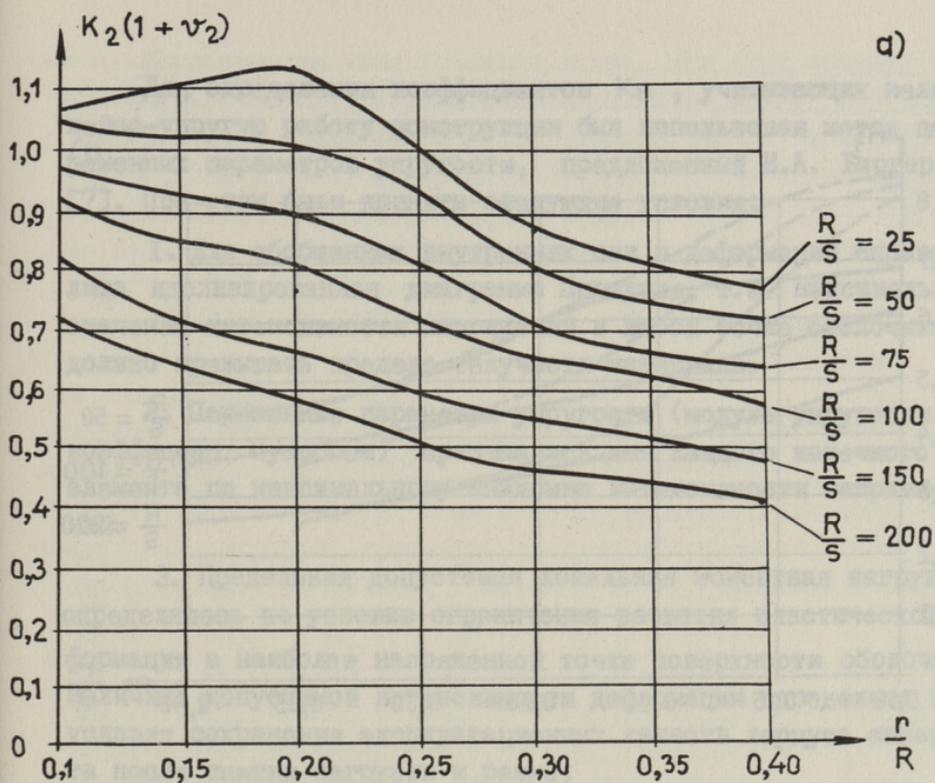
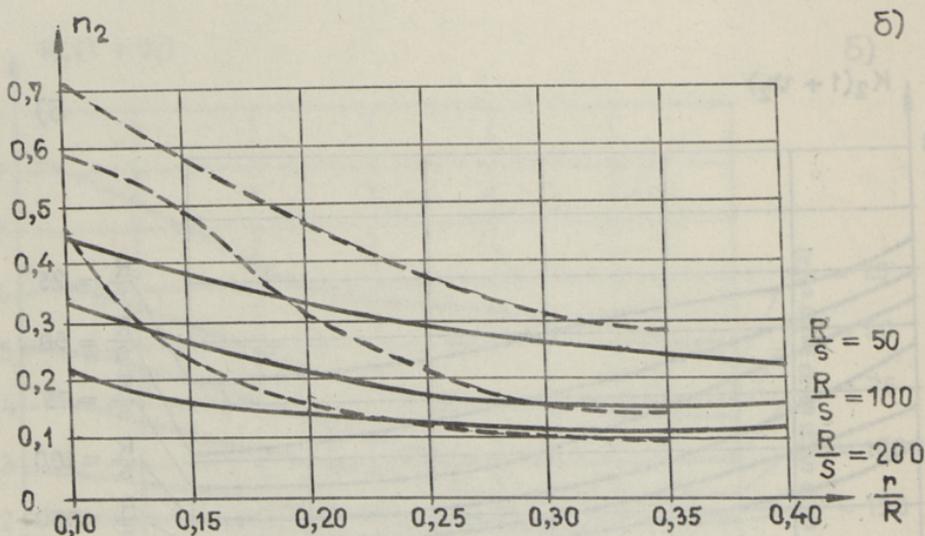
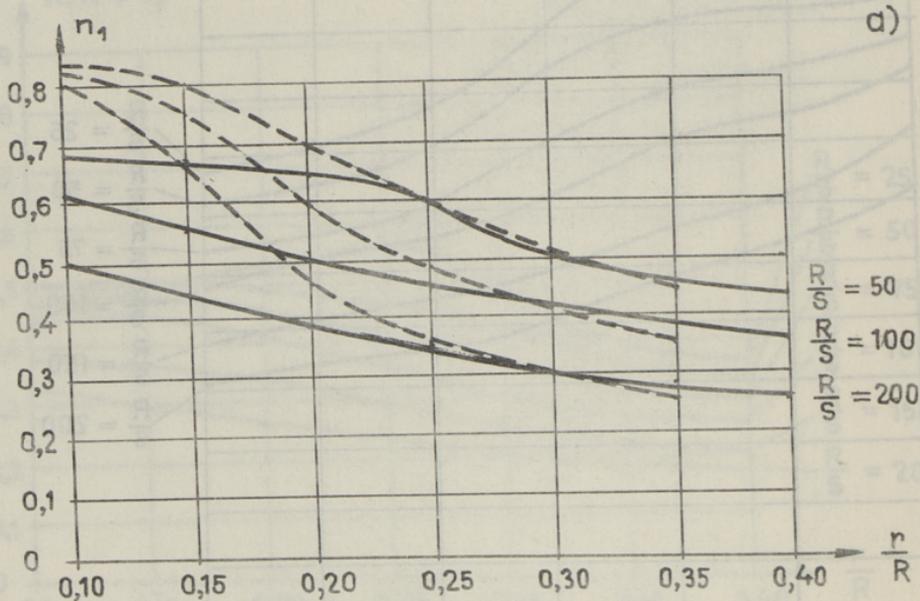


Рис. 4. Значения коэффициента  $K_2(1+\nu_2)$  при действии внешней нагрузки:  
 а) в окружном направлении,  
 б) в осевом направлении.



— — данные с учетом влияния патрубка  
 - - - - данные без учета влияния патрубка

Рис. 5. Коэффициенты  $n_1$  и  $n_2$ .

Для определения коэффициентов  $K_n$ , учитывающих нелинейно-упругую работу конструкции был использован метод переменных параметров упругости, предложенный И.А. Биргером [7]. При этом были приняты следующие условия:

1. Для обобщенных внутренних сил и деформаций справедлива идеализированная диаграмма Прандтля, т.е. максимальное значение интенсивности напряжений в любой точке оболочки не должно превышать предела текучести материала.

2. Переменные параметры упругости (модуль упругости и коэффициент Пуассона) принимались для каждого конечного элемента по максимальному значению интенсивности напряжений.

3. Предельная допустимая локальная моментная нагрузка определялась по условию ограничения развития пластической деформации в наиболее напряженной точке поверхности оболочки. Величина допустимой интенсивности деформации определена из условия сохранения эксплуатационных качеств корпуса аппарата после снятия нагрузки и равна:

$$[\varepsilon_i] = 2\varepsilon_i^y, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_i^y$  - интенсивность деформации в наиболее напряженной точке поверхности корпуса аппарата, соответствующая предельному упругому напряженному состоянию по формуле (3).

Величина допустимой интенсивности деформаций определена на основе экспериментальных исследований [3].

Полученные в результате расчетов коэффициенты  $K_n$  приведены в таблицах I и 2.

Т а б л и ц а I

Коэффициенты  $K_n$  при внешней нагрузке в осевом направлении

$r/R$ \ $R/S$	25	50	75	100	150	200
I	2	3	4	5	6	7
0,10	1,43	1,41	1,39	1,37	1,33	1,28
0,15	1,45	1,43	1,41	1,39	1,35	1,30
0,20	1,47	1,45	1,43	1,41	1,37	1,32
0,25	1,49	1,47	1,45	1,43	1,39	1,34

I	2	3	4	5	6	7
0,30	1,51	1,49	1,47	1,45	1,41	1,36
0,35	1,53	1,51	1,49	1,47	1,43	1,38
0,40	1,55	1,53	1,51	1,49	1,44	1,39

Т а б л и ц а 2

Коэффициенты  $K_n$  при внешней нагрузке в окружном направлении

$r/R$	25	50	75	100	150	200
0,10	1,32	1,31	1,30	1,29	1,27	1,24
0,15	1,34	1,33	1,32	1,31	1,29	1,26
0,20	1,35	1,34	1,33	1,32	1,30	1,28
0,25	1,37	1,36	1,35	1,34	1,32	1,30
0,30	1,39	1,38	1,37	1,36	1,34	1,32
0,35	1,41	1,40	1,39	1,38	1,36	1,34
0,40	1,42	1,41	1,40	1,39	1,37	1,36

Подставляя значение  $M_y$  из формулы (5) в выражение (2) и введя обозначение

$$n = \frac{K_n}{K_2(1+\nu_2) \sqrt{1 - \frac{K_1(1+\nu_1)}{K_2(1+\nu_2)} + \left[ \frac{K_1(1+\nu_1)}{K_2(1+\nu_2)} \right]^2}},$$

получим формулу для определения предельной допустимой моментной нагрузки на корпус аппарата в месте присоединения монтажного штуцера в виде:

$$[M] = 2rS^2\sigma_T \cdot n, \quad (7)$$

где

$$n = f\left(\frac{r}{R}; \frac{R}{S}\right).$$

Полученные значения коэффициентов  $n_1$  для окружной моментной нагрузки и  $n_2$  для осевой моментной нагрузки приведены на графиках рис. 5. Для сравнения на этих же графиках приведены аналогичные коэффициенты, полученные в работах [2, 3] без учета влияния жесткости присоединенного патрубка, исходя из предельно допустимой внешней нагрузки по ГОСТ 26202-84.

Из сравнения этих графиков видно, что учет жесткости присоединенных патрубков дает значительный эффект при малых величинах соотношения радиусов патрубка и аппарата  $\frac{r}{R} = 0,1-0,2$ . В этом случае допустимая внешняя нагрузка увеличивается в 1,5-2 раза. Это особенно важно при монтаже аппаратов большого диаметра. При больших соотношениях значения коэффициентов  $\eta$  практически совпадают.

### Л и т е р а т у р а

1. ГОСТ 14114-85 - ГОСТ 14116-85. Устройства строповые для сосудов и аппаратов. Штуцера монтажные.
2. В о р о н о в В.А. Расчет корпуса цилиндрического стального аппарата колонного типа на нагрузку от монтажных штуцеров или бестросовых захватов // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1986. № 624. С. 19-28.
3. Г о р д о н Э.Я., В о р о н о в В.А. Обеспечение прочности аппаратов колонного типа при монтаже / Экспресс-информация Минмонтажспецстроя СССР. Серия: Монтаж оборудования и трубопроводов. Вып. 6. 1988. С. 7-12.
4. ГОСТ 14249-80. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность.
5. ГОСТ 26202-84. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность обечаек и днищ от воздействия опорных нагрузок.
6. Инструкция к программе расчета комбинированных систем методом конечного элемента (СПРИНТ). Государственный фонд алгоритмов и программ. М. 1982.
7. Б и р г е р И.А. Круглые пластины и оболочки вращения. Оборонгиз. М. 1961. С. 265.

Silinderreaktori teraskorpuse arvutus montaažistutsi kinnituse piirkonnas

Kokkuvõte

Suurte silindriliste reaktorite montaažil kasutatakse peamiselt reaktori korpuse külge keevitatud stutse. Silinderkooriku pingeolek on sel juhul määratud momendi- ja nihkekoormuse mõjuga. TTÜ ja instituudi "Giproneftespetsmontaž" koostöös varem väljatöötatud meetod võimaldab arvutada kooriku pinge- ja deformatsiooniolukorda lineaarselt jaotatud koormuse korral. Käesolevas artiklis analüüsitakse kooriku ja stutsi kui ühise süsteemi käitumist, võttes arvesse pingete ja deformatsioonide vahelise seose mitte-lineaarsust. Töö tulemused on esitatud graafikutena, mis võimaldavad määrata kooriku pingeoleku kooriku ja stutsi erinevate geomeetriliste parameetrite jaoks.

E. Gordon

Analysis of the Stress State of Cylindrical Reactors Connected with a Gripping Member

Abstract

To mount huge cylindrical reactors, the gripping members, welded to the shell body, are mostly applied. The stress state of a reactor as cylindrical shell is determined under the action of the moment and shifting loads. Earlier theoretical and experimental investigations, carried out jointly at Tallinn Technical University and the Institute "Giproneftespetsmontaž" have enabled us to work out a calculation method for stress-strain state of the shell under the action of linearly distributed loads. In the paper the behaviour of a connected system of shell and gripping member is analysed, taking into account the nonlinearly elastic relationship between strains and stresses. Diagrams illustrating the determination of shell stresses for different geometrical parameters of shell and the gripping member are presented.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕРЕВЯННОГО РЕБРИСТОГО КУПОЛА

### I. Введение

В данной статье описываются конструкция модели деревянного ребристого купола и устройства нагружения его. По результатам исследований напряженно-деформированного состояния деревянного купола получено характерное распределение внутренних сил от своеобразного размещения нагрузок на конструкции.

Экспериментальные исследования работы деревянного купола выполнены Техническим центром республиканского объединения "Эстагрострой" совместно с лабораторией легких строительных и крановых конструкций Таллиннского политехнического института.

Целью данного исследования является разработка рекомендаций проектирования деревянного ребристого купола с пролетом 42 м и стрелой подъема II,44 м для реконструкций манежа в поселке Хеймтали ЭССР.

Опираясь на навыки изготовления модели и эксперименты, выводятся основные рекомендации для разработки и возведения деревянного ребристого купола из клееной древесины.

### 2. Геометрическая характеристика и конструкция купола

Для экспериментального исследования была изготовлена модель в масштабе 1:5. Очертание модели ребристого купола сферическое в виде шарового сегмента (рис. 1). Таким образом купол спроектирован и изготовлен с пролетом 8,4 м, стрелой подъема 2,3 м и центральным углом  $57,26^\circ$ .

Общий вид модели показан на рис. 2.

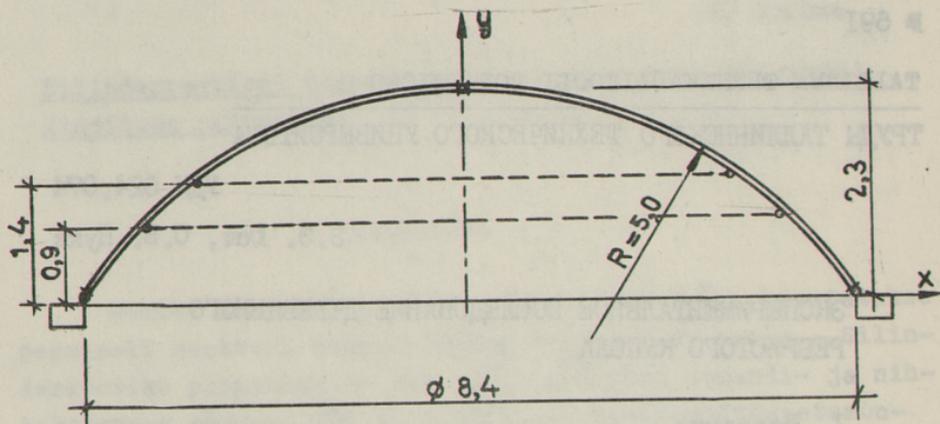


Рис. 1. Схематический разрез модели купола.



Рис. 2. Общий вид модели.

Нижнее опорное кольцо изготовлено из железобетона и представляет собой 24-гранный многоугольник по окружности радиусом 4,2 м. При этом опорное кольцо с сечением 160 х х 300 мм изготовлено разбираемым на 6 элементов. Армирование опорного кольца симметричное. Рабочая арматура в сечении принята 4Ф16АIII и поперечная Ф6АI с шагом 150 мм. Ребристый купол состоит из 24-меридианальных ребер в виде полуарок. Полуарки изготовлены из клееной древесины сечением 160х32 мм. Радиус кривизны каждого элемента 5 м. Элементы склеены из досочек толщиной 18 мм на клей ДЖ-14Р.

Концы полуарок соединены с опорным кольцом шарнирно через металлический башмак. Расстояние между арками по опорному кольцу принято 1096 мм.

Верхнее кружальное кольцо с внутренним диаметром 400 мм, которое воспринимает сжимающие усилия, изготовлено из стали высотой 33 мм и шириной 50 мм. К кольцу с наружной стороны приварены ушки из листовой стали толщиной 4 мм, имеющие щели. Между ушками вставляются верхние концы полуарок и фиксируются нагелями, входящими в щели.

Кольцевые ребра на модели расположены в двух плоскостях параллельно с основанием (см. рис. 2) и на высоте соответственно 918 и 1400 мм от основания. Ребра изготовлены из цельной древесины и являются прямолинейными элементами сечением 30х60 мм нижние и 30х40 мм верхние. Ребра закреплены между полуарками при помощи шурупов и стальных уголков, которые одновременно служат для нагружения модели.

На верхнюю часть модели, начиная с верхнего кольцевого ребра, была прикреплена обрешетка из прямолинейных элементов с сечением 30х15 мм и шагом 150 мм при помощи гвоздей.

Косой настил выполнен в два слоя из досочек с сечением 30х5 мм. Доски нижнего слоя уложены в одном направлении по всей поверхности под углом приблизительно 45° от одной полуарки до другой. Доски верхнего слоя сорментированы перпендикулярно к доскам нижнего слоя. В местах пересечения соединены слои досок между собой одним гвоздем, при этом стыковка досок настила выполняется впритык.

Между ребрами установлены перекрестные связи из стержневой стали  $\Phi 6$ . На куполе установлены три пары связей. Связевые стержни закреплены одним концом к верхним кольцевым ребрам и другим к опорным узлам полуарок.

### 3. Испытание модели

Нагружение производилось при помощи рычажной системы и домкрата.

Рычажная система была составлена по расчетной схеме моделирования. Это значит, что на той части купола, кото-

рая покрыта настилом, образуется равномерно распределенная нагрузка и в узлах соединения кольцевых ребер с полуарками сосредоточенная нагрузка. Нагрузка на купол передавалась тремя домкратами. Таким образом имелась возможность нагрузить модель симметричной нагрузкой и нагрузками на третьи части купола.

Рычажная система нагружения состоит из стальных стержней Ф8А1 и деревянных брусьев. Нижние элементы рычажной системы изготовлены из металла и вся система заанкерована к силовому полу.

Внешняя сила на рычажную систему нагружения подается при помощи домкрата по принципу рычага.

Модель нагружали ступенчато, причем одна ступень составляла 25 % от расчетной нагрузки.

Необходимо отметить, что несимметричной нагрузке были характерны два варианта нагружения:

- а) было нагружено более  $2/3$  части поверхности модели;
- б) было нагружено более  $1/3$  части поверхности модели.

Для измерения деформации при нагружении модели использовали электрические тензодатчики ЦНИИСКА. Тензодатчики с базой 50 мм наклеены на полуарки и на элементы кольцевого ребра, а также на некоторые места досок настила. Датчики с базой 10 и 20 мм установлены на поверхности металлических элементов: на кружальное кольцо, перекрестные связи и главные затяжки рычажной системы нагружения, которые служили для уточнения внешней нагрузки.

Деформации при нагружении купола измерялись в двух перекрестных арках. При этом на каждой полуарке наклеивались тензодатчики в десяти сечениях, с равномерным расстоянием от нижнего опорного узла до верхнего, в общем количестве 48 шт. на каждой.

Для выяснения внутренних сил в кольцевых ребрах и их влияния на работу меридианальных ребер были наклеены в общем количестве 80 датчиков на некоторые элементы кольцевых ребер, а именно тем, которые непосредственно примыкались к измеряемым полуаркам. Также датчики были наклеены на кружальное кольцо и на связевые стержни, чтобы уточнить изменения усилий через деформацию. В систему измерения были

включены 284 датчика. Деформации измеряли электронной системой измерения "АСТОР", в комплект которой вошли блок коммутации и измерения, а также ЭМ.

Вертикальные и горизонтальные перемещения измерялись прогибомерами типа Максимова с ценой деления 0,1 мм. Перемещения измерялись на полуарках с наклеенными тензодатчиками.

Для измерения перемещения от возможного вращения купола вокруг вертикальной оси были установлены два дополнительных прогибомера в двух плоскостях, а именно в срединной плоскости и плоскости кружального кольца. Общее количество прогибомеров 34.

Для исследования плоской формы деформирования полуарок на них были установлены отвесы.

С целью получения навыков проектирования и возведения деревянного ребристого купола исследовалась работа конструкции модели на разных стадиях его возведения:

- 1) при I стадии были установлены полуарки и кольцевые ребра;
- 2) при II стадии на модель установили обрешетку;
- 3) при III стадии модель полностью была возведена.

В процессе нагружений отсчеты приборов регистрировались за 10 минут после наложения нагрузки.

На первых двух стадиях испытаний нагрузки не превышали расчетную. На III стадии возведения купол нагружался двукратными расчетными нагрузками.

При каждой стадии возведения модель купола испытывалась несколькими вариантами нагружения. Нагружали симметричной и несимметричной нагрузкой. Кроме того в нескольких вариантах нагружения были включены в работу связи устойчивости купола.

#### 4. Результаты испытаний

В результате экспериментального исследования получено большое количество данных испытаний. В данной статье излагаются некоторые результаты исследования напряженно-деформированного состояния элементов купола при симметричной нагрузке и на разных стадиях возведения купола.

### а) перемещения

По результатам измерения перемещений на I стадии возведения модели от симметричной нагрузки установлено, что самые большие перемещения возникают в районе верхнего кольцевого ребра и у кружального кольца, которое поднимается. Абсолютные величины перемещений в одном и другом направлении составляют 4-5 мм. По предварительным расчетам перемещения в соответствующих точках составляли 3,2 и 4,4 мм.

При II стадии возведения - после установки обрешетки - перемещения уменьшаются в два раза.

Таким образом на этих стадиях наблюдается выпрямление полуарок, в результате чего кружальное кольцо поднимается и нижняя часть полуарок опускается. В основном наблюдается симметричная картина распределения прогибов во всех степенях нагружения. Некоторую несимметричность перемещений можно объяснить неравномерностью нагрузки и неоднородностью древесины.

Результаты перемещения на III стадии возведения показывают, что жесткость купола значительно увеличивается. Например, перемещения купола в вертикальном направлении у кружального кольца уменьшаются в 8 раз и максимальные величины вертикальных перемещений у полуарок в 1,4 раза. Перемещения от вращения купола без связей устойчивости вокруг вертикальной оси уменьшаются в 2,7 раза. На рис. 3 представлены перемещения купола от симметричной нагрузки при II и III стадиях возведения.

### б) усилия

При исследовании установлено, что величины изгибающих моментов от симметричной нагрузки при одной и той же величине зависят от наличия настила - деревянной оболочки. Изгибающие моменты при наличии настила уменьшаются в 1,8 раза. В районе кружального кольца величины изгибающих моментов практически равны нулю. Испытания также показали, что отрицательные моменты (растянутая зона вверху) возникают в полуарках в районе опорного кольца.

По изгибающим моментам установлено также, что полуарки в кружальном кольце упираются с некоторым эксцентриситетом - 12 мм ниже центральной оси элемента полуарки.

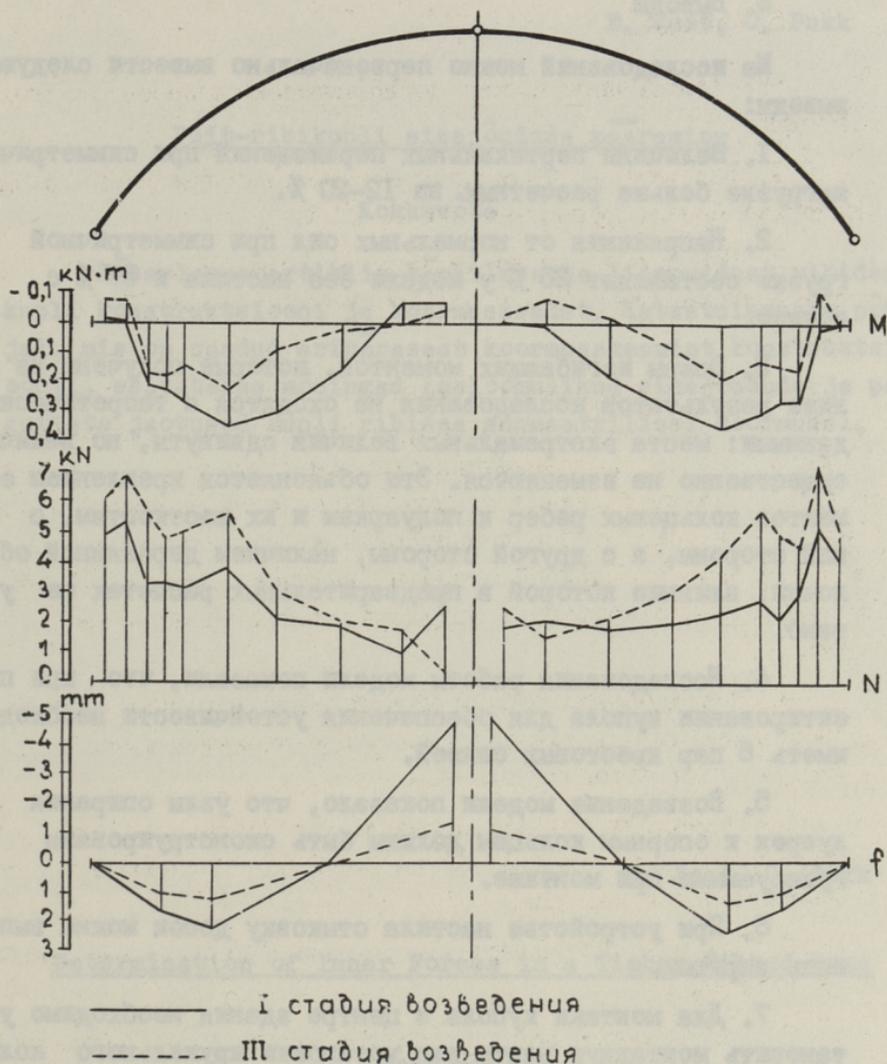


Рис. 3. Эпюры внутренних сил перемещений купола I и III стадий возведения.

Напряжения от продольных усилий при симметричной нагрузке составляют 20–25 % от напряжений изгибающих моментов.

При нагружении купола на I и III стадиях возведения одинаковыми видами нагружения величины продольных сил отличаются в среднем на 20 %. Продольные усилия увеличиваются в районе опорных узлов при наличии оболочки. На рис. 3 представлены эпюры внутренних сил при разных стадиях возведения модели.

## 5. Выводы

Из исследований можно первоначально вывести следующие выводы:

1. Величины вертикальных перемещений при симметричной нагрузке больше расчетных на 12-20 %.
2. Напряжения от нормальных сил при симметричной нагрузке составляют 26 % у модели без настила и 57 % с настилом.
3. Эпюры изгибающих моментов, которые получены из анализа результатов исследования, не сходятся с теоретическими данными: места экстремальных величин сдвинуты, но величины существенно не изменяются. Это объясняется креплением элементов кольцевых ребер к полуаркам и их жесткостям, с одной стороны, а с другой стороны, наличием деревянной оболочки, влияние которой в предварительных расчетах не учтено.
4. Исследования работы модели показали, что при проектировании купола для обеспечения устойчивости необходимо иметь 6 пар крестовых связей.
5. Возведение модели показало, что узлы опирания полуарок к опорным кольцам должны быть сконструированы регулируемыми при монтаже.
6. При устройстве настила стыковку досок можно выполнять впритык.
7. Для монтажа купола в центре здания необходимо установить монтажную мачту для установки кружального кольца и монтажа полуарок.
8. При устройстве модели выяснилось, что одновременно с установкой кольцевых ребер требуется монтаж крестовых связей не менее трех пар для первоначальной устойчивости на стадии возведения купола.

Puit-ribikupli sisejõudude määramine

Kokkuvõte

Käesolevas artiklis käsitletakse liimpuidust ribidega kupli konstruktsiooni ja koormusseadet. Katsetulemuste põhjal, mis on saadud eripärasest koormusskeemist konstruktsioonil, esitatakse mõningad iseloomulikud sisejõudude ja paigutiste jaotused kupli ribides sümmeetrilisel koormusel.

E. Just, O. Pukk

Determination of Inner Forces in a Timber Ribbed Dome

Abstract

The structure and work of a timber ribbed dome model is described.

Some results derived from our experimental investigations such as distribution of inner forces and displacements determined by a specific symmetrical load are given.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ КОНТУРНЫХ  
КОНСТРУКЦИЙ ДЕРЕВЯННЫХ КОНОИДАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

На кафедре строительных конструкций ТПИ была произведена серия испытаний на статическое нагружение моделей деревянных коноидальных оболочек. Модели испытывались при 12 различных комбинациях на симметричную и несимметричную равномерно распределенную нагрузку поверхности, при двух различных жесткостях диафрагм и предварительных натяжениях стрингеров бортовых элементов.

Все элементы модели были выполнены в масштабе 1:10 реальной конструкции. Модель в плане прямоугольная, размерами 180 см (пролеты диафрагм) и 120 см (длина бортового элемента) см. [1].

Диафрагмы, очерченные по квадратной параболе со стрелой подъема 55 и 25 см, изготовлены из десяти- и восьмислойного пакета досочек толщиной 5 мм на клею ДФК-14, ширина поперечного сечения 30 мм. Стальные затяжки диафрагм диаметром 5 мм.

Прямой бортовой элемент выполнен из древесины цельного сечения шириной 30 мм и высотой 47 - 22 мм со стальной затяжкой (стрингером), диаметром 5 мм, расположенной в нижней плоскости сечения (см. рис. 1), соединение бортовых элементов с диафрагмами осуществлено при помощи металлических башмаков. Опырование модели в углах оболочки шарнирное в плоскости диафрагм. Конструкции контурных элементов см. рис. 2.

Измерение деформаций было произведено при помощи электротензометрии. Датчики (базой 20 мм) были расположены сбоку у верхней и нижней плоскостей сечений в пяти сечениях на полупролет диафрагм и трех сечениях бортового элемента. Деформации металлических затяжек определялись при

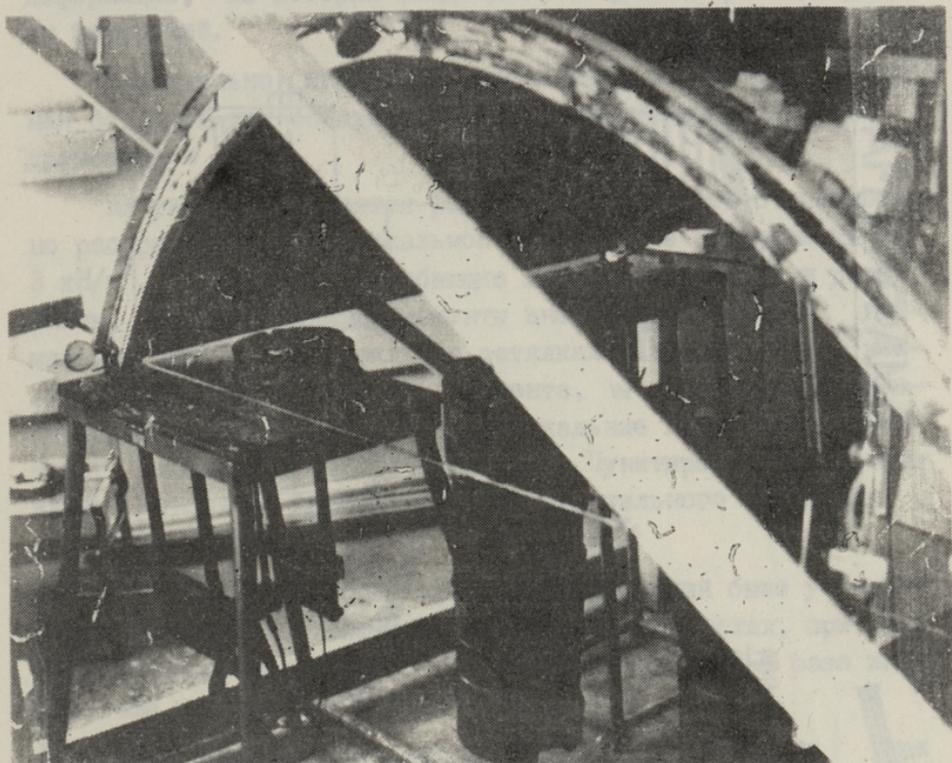
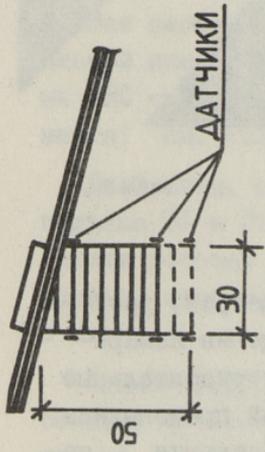
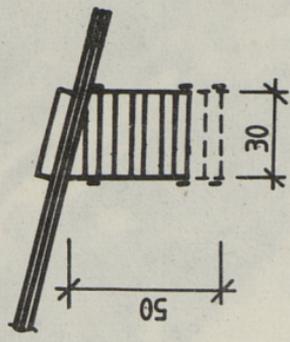


Рис. 1. Вид модели.

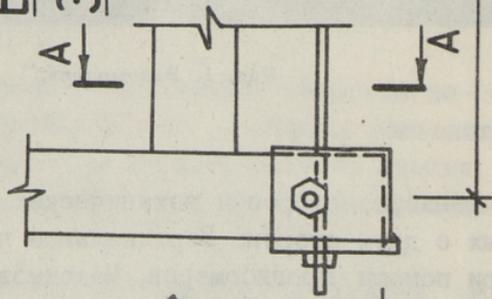
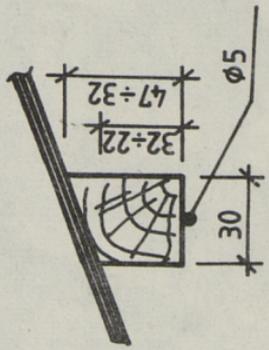
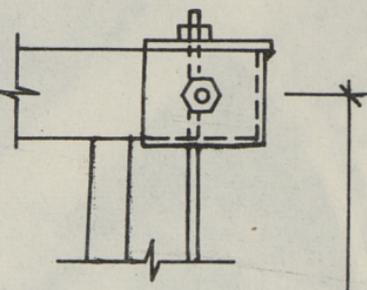
помощи тензорезисторов и механических тензометров, расположенных с двух сторон. Вертикальные перемещения измерялись при помощи прогибомеров Максимова, а горизонтальные индикаторами. Для определения опорных реакций применялись старированные металлические пластинки, работающие по схеме простой балки.

Модель испытывалась на специальном стенде, где вертикальное нагружение происходило ступенчато до  $3,0 \text{ кН/м}^2$ . Показания датчиков фиксировались на приборе ЦТМ-5 и печатались автоматически на "Искре". Для обработки данных измерений была составлена специальная программа и все данные обрабатывались на ЭВМ. После анализа результатов выяснились большие отклонения при тех же нагрузках и ступенях нагружения различных серий испытаний. Поэтому были дополнительно составлены графики зависимости нагрузки -

ДИАФРАГМА



БОРТОВОЙ ЭЛЕМЕНТ



A-A

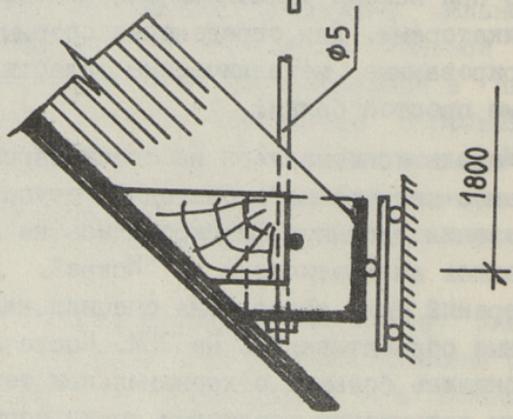


Рис. 2. Контуры конструкции.

деформации, из которых найдены более достоверные результаты измерений.

Параллельно испытанию модели были произведены испытания образцов для определения механических характеристик древесины и стали.

На рис. 3 приводятся результаты испытаний от равномерно распределенной вертикальной нагрузки на поверхность  $3 \text{ кН/м}^2$ , где  $M_x$  - изгибающие моменты в плоскости диафрагмы,  $M_y$  - изгибающие моменты вне плоскости,  $N$  - нормальные силы,  $X$  - усилия в затяжках диафрагмы,  $Y$  - усилия в стрингере бортового элемента,  $W$  - вертикальные перемещения диафрагмы и  $V$  - вертикальные перемещения бортового элемента в середине пролета. Пунктиром приведенные данные относятся к варианту предварительного натяжения стрингера 60 МПа.

При изучении работы краевых конструкций было установлено, что прогибы наблюдаются в обеих плоскостях, при этом максимальные вертикальные прогибы диафрагм в 2-3 раза меньше, чем у поверхности оболочки.

Суммарная величина усилий затяжек и стрингеров при данной геометрии модели приблизительно равна внешней нагрузке (при предварительном натяжении стрингеров  $3/4$  нагрузки). При испытании модели деревянного гипара приблизительно таких же параметров получено это соотношение 1,5, а также прогибы поверхности существенно больше. При данной модели усилия в затяжке высокой диафрагмы составляли приблизительно 25 % и низкой диафрагмы 40 % от суммарной внешней нагрузки. При предварительном натяжении стрингеров 60 МПа соответственно 20 и 35 %.

По результатам исследования можно сделать следующие выводы:

1) Модель обладает большой жесткостью, особенно при предварительном натяжении стрингеров, о чем свидетельствуют малые прогибы поверхности и контурных конструкций.

2) В низкой диафрагме в плоскости арки наблюдаются только положительные изгибающие моменты, что говорит о том, что нагрузки от поверхности оболочки передаются на диафрагму не только сдвигающими усилиями, но и вертикальным за-

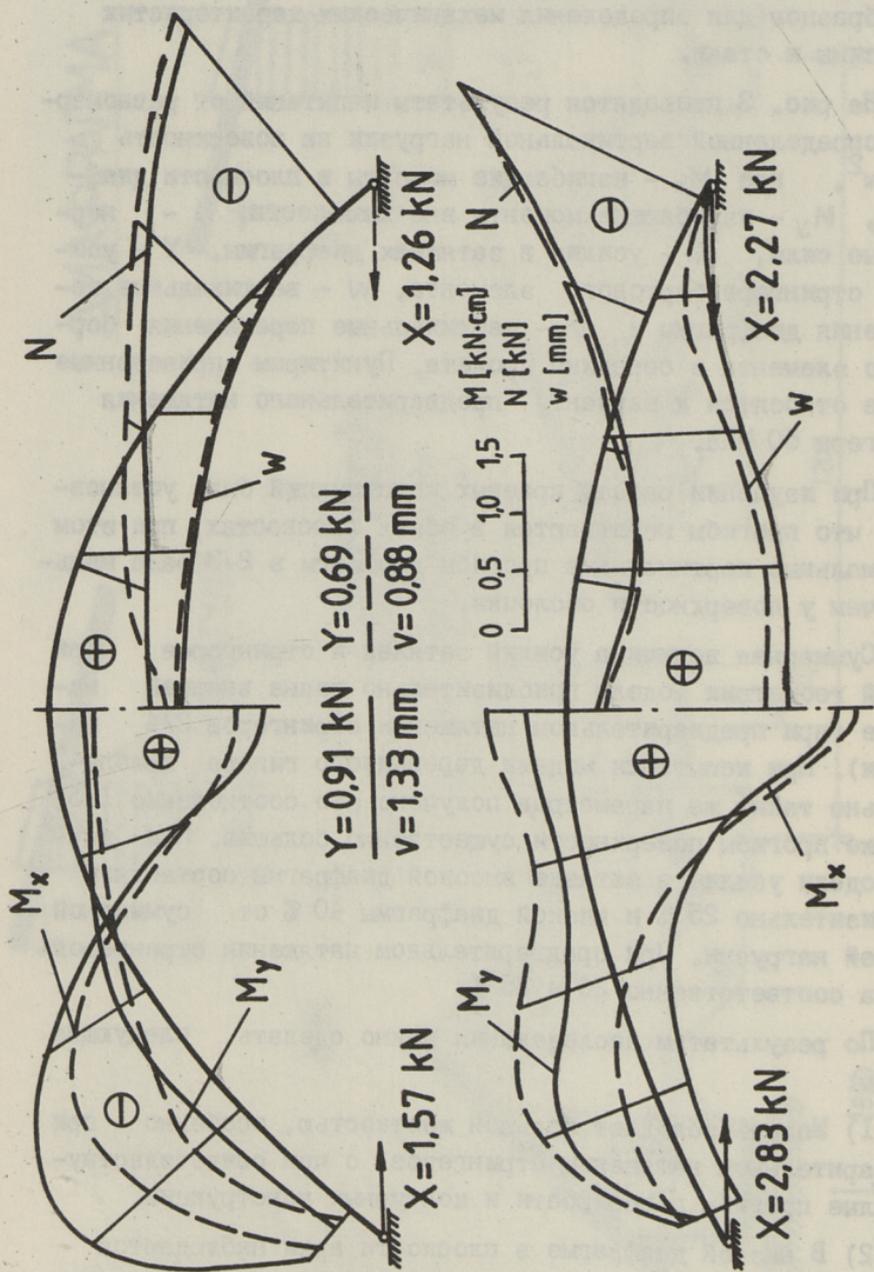


Рис. 3. Эпюры внутренних усилий.

гружением. Напряжения от моментов и нормальных сил такого же порядка.

3) Предварительное натяжение стрингеров облегчает работу (уменьшает внутренние усилия и прогибы) не только поверхности, но и контурных конструкций.

4) Поскольку диафрагма испытывает малые напряжения, то можно уменьшить высоту сечения (при том напряжения в поверхности оболочки существенно не изменяются), однако ширину уменьшать нецелесообразно, так как передача усилий поверхности оболочки на диафрагмы происходит сдвигающими усилиями, а при низкой диафрагме наблюдаются существенные изгибающие моменты вне плоскости арки.

### Л и т е р а т у р а

И. Лавров А.И., Федоров В.Г. Экспериментальное исследование работы деревянной коноцдальной оболочки // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1985. № 596. С. 127-133.

A. Lavrov

Puidust konoidkooriku aareelementide  
konstruktsioonide eksperimentaalne uurimine

Kokkuvõte

Artiklis esitatakse puidust konoidkooriku mudeli ruut-paraboolsete diafragmade ja aareliikmete eksperimentaalsete uurimuste tulemused. Mudeli plaanilised mõõtmed 1,2x1,8 m, diafragmade kõrgused 55 ja 25 cm. Katsetulemused on toodud ühtlaselt jaotatud vertikaalkoormustel  $3 \text{ kN/m}^2$ . Samuti esitatakse eelpingestatud aareliikmete (stringerite) katsetamise tulemused.

A. Lavrov

The Experimental Study of the Behaviour of  
the Edge-beams of the Wooden Conoidal Shells

Abstract

In this paper the results of the experimental study of the parabolic diaphragms and edge beams have been presented. The investigated model has the dimensions of 1.2 x 1.8 m; the rises of the diaphragms were 0.55 and 0.25 m. The model was subjected to the uniformly distributed load equal to  $3 \text{ kN/m}^2$ . The results of the experiment on the model with prestressed edge-beams have been presented as well.

## УПРОЩЕННОЕ АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ГИПАРА

Для предварительной оценки параметров конструкции привлечены упрощенные аналитические методы расчета, не требующие больших затрат времени. В статье рассматривается расчет деревянного ребристого гипара, при одностороннем подкреплении сеткой взаимно перпендикулярных ребер. Оболочка пологая, квадратная в плане.

В работе [1] приведена методика получения дифференциальных уравнений:

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2k_{xy} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - p_z = 0,$$

$$\frac{1}{T_2} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + \left( \frac{2(1+\nu)}{Eh} - \frac{2\nu}{T_1} \right) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{T_1} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} + 2k_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 = 0$$

и уравнение переноса оболочки в плане с учетом конечной жесткости затяжки (диагональная связь нижних опор).

$$\left[ \frac{2(1+\nu)}{Eh} + \frac{b}{\sigma E_3 A_3 \cos^2 \alpha} \right] \varphi_k = - \iint_A \left[ 2k_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] xy \, dx \, dy,$$

где  $D_1, D_2$  - жесткости подкрепленной оболочки при изгибе;

$D_3$  - жесткость оболочки при изгибе;

$T_1, T_2$  - жесткости подкрепленной оболочки при растяжении;

$T$  - жесткость оболочки при растяжении;

$E$  - модуль упругости оболочки;

$\nu$  - коэффициент Пуассона;

$a$  - размеры оболочки в плане;

$E_3, A_3$  - модуль упругости и поперечное сечение затяжки;  
 $\alpha$  - угол между затяжкой и контуром.

Граничные условия:

$$x = 0, \quad v = v_k = \text{const}, \quad \varepsilon_y = w = N_x = M_x = 0,$$

$$x = a, \quad v = w = N_x = M_x = 0,$$

$$y = 0, b, \quad u = w = N_y = M_y = 0.$$

Решаем эту систему методом Бубнова-Галеркина.

Этим условиям удовлетворяют функции прогиба и напряжений, принятых в виде

$$w = \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

$$\varphi = \sum_m \sum_n B_{mn} \sin \frac{(m+1)\pi x}{a} \sin \frac{(n+1)\pi y}{b} + \frac{\varphi_k}{ab} xy.$$

Для функций  $w$  и  $\varphi$  варьируемые параметры приняты  $A_{11}$ ,  $B_{11}$ . Выполнив процедуру Бубнова-Галеркина, получим систему трех линейных алгебраических уравнений:

$$\frac{A_{11}\pi^2}{2}(D_1 + D_3) + \frac{2k_{xy} \cdot a^2}{\pi^2} \left[ \frac{16}{9} B_{11} + \frac{4\varphi_k}{\pi^2} \right] - \frac{4a^4}{\pi^4} P_z = 0$$

$$\frac{B_{11}\pi^2}{2} \left( \frac{1+\nu}{E_0 h_0} + \frac{1-\nu}{T_1} \right) + \frac{2k_{xy} a^2}{\pi^2} \left( \frac{A_{11}}{9} \right) = 0$$

$$\left[ \frac{2(1+\nu)}{E_0 h_0} + \frac{2b^2}{E_3 A_3 a \cos \alpha} \right] \varphi_k = - \frac{2k_{xy} \cdot 4}{\pi^2} A_{11} = 0.$$

Для модели оболочки с характеристиками  $a = b = 240$  см,  $f = 48$  см. Ребра сечением  $4 \times 4$  см образуют сетку  $40 \times 40$  см. В узлах ребра соединяются между собой в вырезанные пазы. Жесткости оболочек [1]  $D_1 = D_2 = 4130$  МПа·см<sup>3</sup>,  $D_3 = 78$  МПа·см<sup>3</sup>,  $T_1 = T_2 = 3920$  МПа·см,  $E = 3000$  МПа, диаметр затяжки 12 мм, нагрузка  $p = 1,5$  кН/м<sup>2</sup>,  $\nu = 0,4$   $h = 0,64$  см (двухслойная дощатая оболочка).

Результаты расчета сравниваются с экспериментальными данными [2] и расчетом [1], где решалась система девяти нелинейных алгебраических уравнений.

Результаты расчета сравнивались с экспериментальными данными [2].

Полученные результаты хорошо согласуются с данными экспериментальных исследований, они также могут быть использованы как первое приближение для решения большой системы уравнений. Следует отметить, что это решение не дает

полной картины распределения внутренних усилий в оболочке, так как мы ограничились одним членом ряда в функциях прогиба и напряжений. Для выбора же конструктивных параметров оболочки и предварительной оценки поведения конструкции этого решения достаточно.

	Упрощенное аналитическое решение	Расчет по работе [11]	Эксперимен- тальные данные
Прогиб в центре оболочки	1,3179 см	1, 2154 см	1,81 см
Усилия в контуре			
Усилия в затяж- ке	8,94 кН	9,4 кН	8,82 кН

	Аналитическое решение	Экспериментальные данные
Прогиб в центре оболочки	1,32 см	1,81 см
Усилия в затяжке	8,94 кН	8,82 кН

### Л и т е р а т у р а

1. Н и г е р К.П., Ф е д о р о в В.Г. Расчет ребристого деревянного гипара // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1986. № 624. С. 73-80.

2. Ф е д о р о в В.Г. Экспериментальное исследование работы ребристых деревянных гипаров // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1985. № 596. С. 119-126.

Hüpari ülesande lihtsustatud analüütiline

lahendus

Kokkuvõte

Artiklis esitatakse lameda, ribidega tugevdatud kooriku paigutiste ja sisejõudude arvutamise lihtsustatud meetod.

On esitatud arvutuse tulemused, mis ühtivad hästi katsetel saaduga.

V. Fyodorov, K. Õiger

A Simplified Calculation Method for

Hypar Structures

Abstract

A simplified method to calculate displacements and inner forces in flat ribbed shells is proposed. The results of calculation and those of the tests are in good agreement.

АНАЛИЗ ДАННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ  
МОДЕЛЕЙ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК  $R_1/R_2 = 5-10$   
ДВОЙКОЙ КРИВИЗНЫ

В настоящей статье рассматриваются эксперименты с моделями оболочек из стеклопластика  $R_1/R_2 = 5$  и  $10$  прямоугольные в плане с отношением сторон  $L/l = 2$  и  $3$  (см. рис. 1).

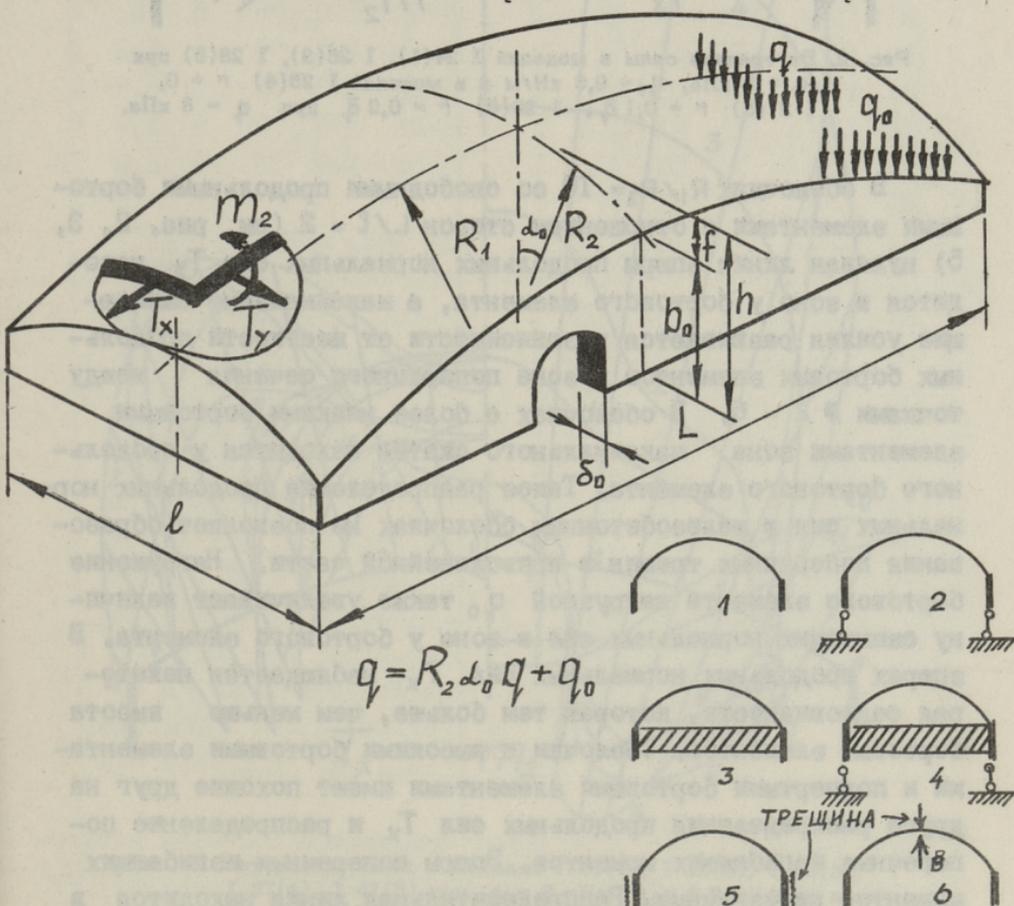


Рис. 1. Форма моделей, основные геометрические величины и рабочие схемы 1 - 6. Схемой моделируется поперечная трещина в пределах бортового элемента, схемой 6 продольная трещина.

Основные данные - размеры, упругие и прочностные свойства оболочек - представлены в виде таблицы. Рассматриваются модели I 24 - I 30 и I 43 - I 47 с параметрами  $R_1/R_2 = 10$ ,  $L/l = 2$ , модели I 31 - I 42 с параметрами  $R_1/R_2 = 10$ ,  $L/l = 3$ , модели II 12 - II 23 с параметрами  $R_1/R_2 = 5$ ,  $L/l = 2$ .

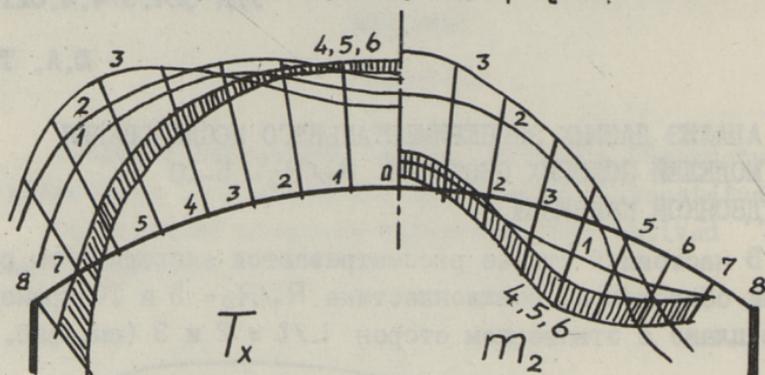


Рис. 2. Внутренние силы в моделях I 24(1), I 28(2), I 28(3) при  $q = 8$  кПа,  $q_0 = 0,6$  кН/м и в моделях I 25(4)  $r = 0$ , I 27(5)  $r = 0,1 \bar{q}$ , I 29(6)  $r = 0,2 \bar{q}$  при  $q = 8$  кПа.

В оболочках  $R_1/R_2 = 10$  со свободными продольными бортовыми элементами с отношением сторон  $L/l = 2$  (см. рис. 2, 3, 5) нулевая линия эпюры продольных нормальных сил  $T_x$  находится в зоне у бортового элемента, а максимальные сжимающие усилия развиваются в зависимости от жесткости продольных бортовых элементов в зоне поперечного сечения между точками № 2 - 6. В оболочках с более низкими бортовыми элементами зона максимального сжатия находится у продольного бортового элемента. Такое распределение продольных нормальных сил в железобетонных оболочках не позволяет образования поперечных трещин в криволинейной части. Нагружение бортового элемента нагрузкой  $q_0$  также увеличивает величину сжимающих нормальных сил в зоне у бортового элемента. В эпюрах продольных нормальных сил  $T_x$  наблюдается некоторая седловидность, которая тем больше, чем меньше высота бортовых элементов. Оболочки с высокими бортовыми элементами и подпертыми бортовыми элементами имеют похожие друг на друга распределения продольных сил  $T_x$  и распределение поперечных изгибающих моментов. Эпюры поперечных изгибающих моментов двухзначные. Распределительная линия находится в зависимости от жесткости бортовых элементов в зоне между

точками № 1 и 5 поперечного сечения. В оболочках с более высокими бортовыми элементами основная часть криволинейной плиты находится под действием положительных изгибающих моментов. Поперечные нормальные силы  $T_y$ , как правило, сжи-

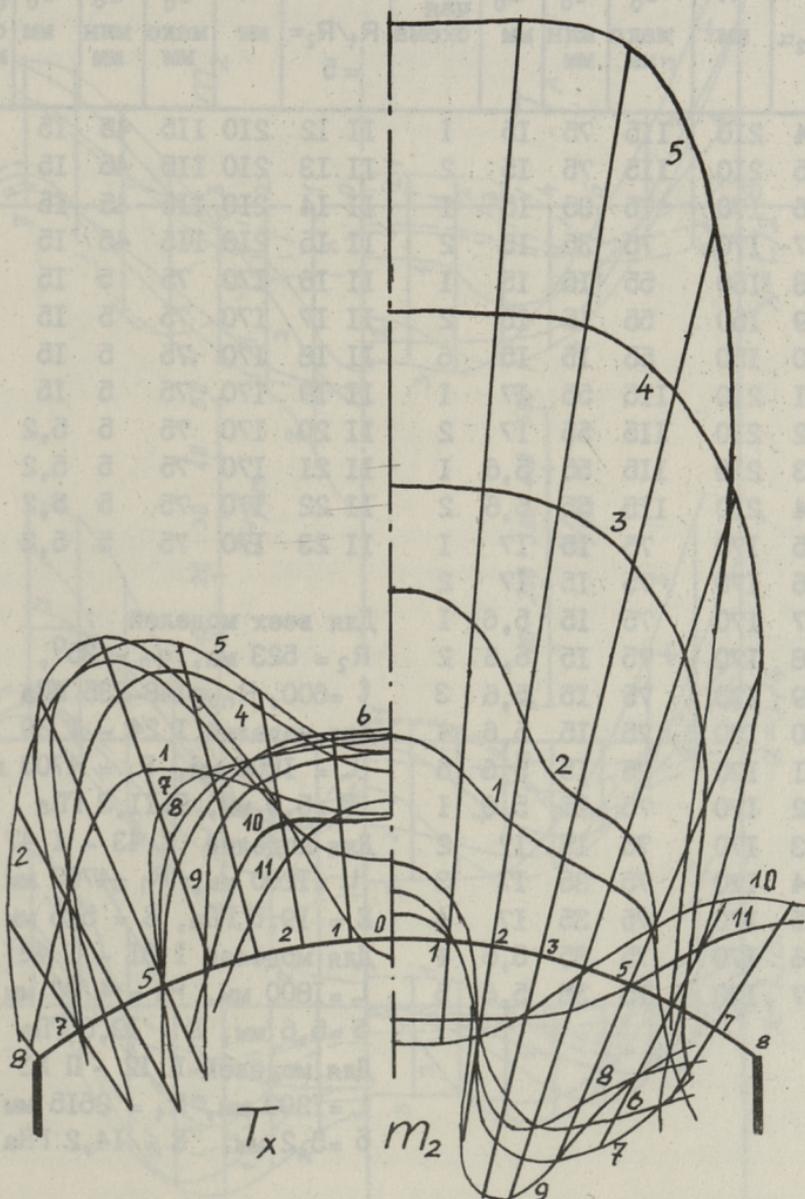


Рис. 3. Внутренние силы в моделях I 31(1), I 33(2), I 35(3), I 37(4), I 41(5) при  $q = 8$  кПа,  $q_0 = 0,6$  кН/м и в моделях I 32(6)  $r = 0,32 \bar{q}$ , I 34(7)  $r = 0,32 \bar{q}$ , I 36(8)  $r = 0,41 \bar{q}$ , I 38(9)  $r = 0,42 \bar{q}$ , I 39(10)  $r = 0,64 \bar{q}$ , I 40(11)  $r = 0,71 \bar{q}$  при  $q = 8$  кПа.

Т а б л и ц а  
Геометрические параметры (обозначения см. рис. I)

Модели	$h$	$b_0$	$b_0$	$\delta_0$	Рабо- чая схема	Модели	$h$	$b_0$	$b_0$	$\delta_0$	Рабо- чая схе- ма
$R_1/R_2 \approx$ $\approx 10$	мм	макс мм	мин мм	мм		$R_1/R_2 =$ $= 5$	мм	макс мм	мин мм	мм	
I 24	210	115	75	15	I	II 12	210	115	45	15	I
I 25	210	115	75	15	2	II 13	210	115	45	15	2
I 26	170	75	35	15	I	II 14	210	115	45	15	3
I 27	170	75	35	15	2	II 15	210	115	45	15	4
I 28	150	55	15	15	I	II 16	170	75	5	15	I
I 29	150	55	15	15	2	II 17	170	75	5	15	2
I 30	150	55	15	15	6	II 18	170	75	5	15	3
I 31	210	115	55	17	I	II 19	170	75	5	15	4
I 32	210	115	55	17	2	II 20	170	75	5	5,2	I
I 33	210	115	55	5,6	I	II 21	170	75	5	5,2	2
I 34	210	115	55	5,6	2	II 22	170	75	5	5,2	5
I 35	170	75	15	17	I	II 23	170	75	5	5,2	6B
I 36	170	75	15	17	2						
I 37	170	75	15	5,6	I						
I 38	170	75	15	5,6	2						
I 39	170	75	15	5,6	3						
I 40	170	75	15	5,6	4						
I 41	170	75	15	5,6	6						
I 42	170	75	15	5,6	I						
I 43	170	75	15	17	2						
I 44	170	75	35	17	3						
I 45	170	75	35	17	4						
I 46	170	75	35	5,6	4						
I 47	170	75	35	5,6	5						

Для всех моделей

$R_2 = 523$  мм,  $\alpha_0 = 35^\circ$ ,  
 $l = 600$ ,  $R_{np} = 148-235$  МПа

Для моделей I 24 - I 30

$L = 1200$  мм,  $R_1 = 4700$  мм,

$\delta = 5,9$  мм,  $E = 11,3$  ГПа

Для моделей I 43 - I 47

$L = 1200$  мм,  $R_1 = 4700$  мм

$E = 19,6$  ГПа,  $\delta = 5,6$  мм

Для моделей I 31 - I 42

$L = 1800$  мм,  $R_1 = 4700$  мм,

$\delta = 5,6$  мм,  $E = 19,6$  ГПа

Для моделей II 12 - II 23

$L = 1200$  мм,  $R_1 = 2615$  мм,

$\delta = 5,2$  мм,  $E = 14,2$  ГПа

мающие. Модели I 24 - I 30 имеют продольные бортовые элементы (см. рис. 2), которые позволяют воспринимать крутящие моменты. Бортовые элементы этих моделей сделаны по толщине монолитными. Сравнение с моделями I 43 - I 47 (см. рис. 5)

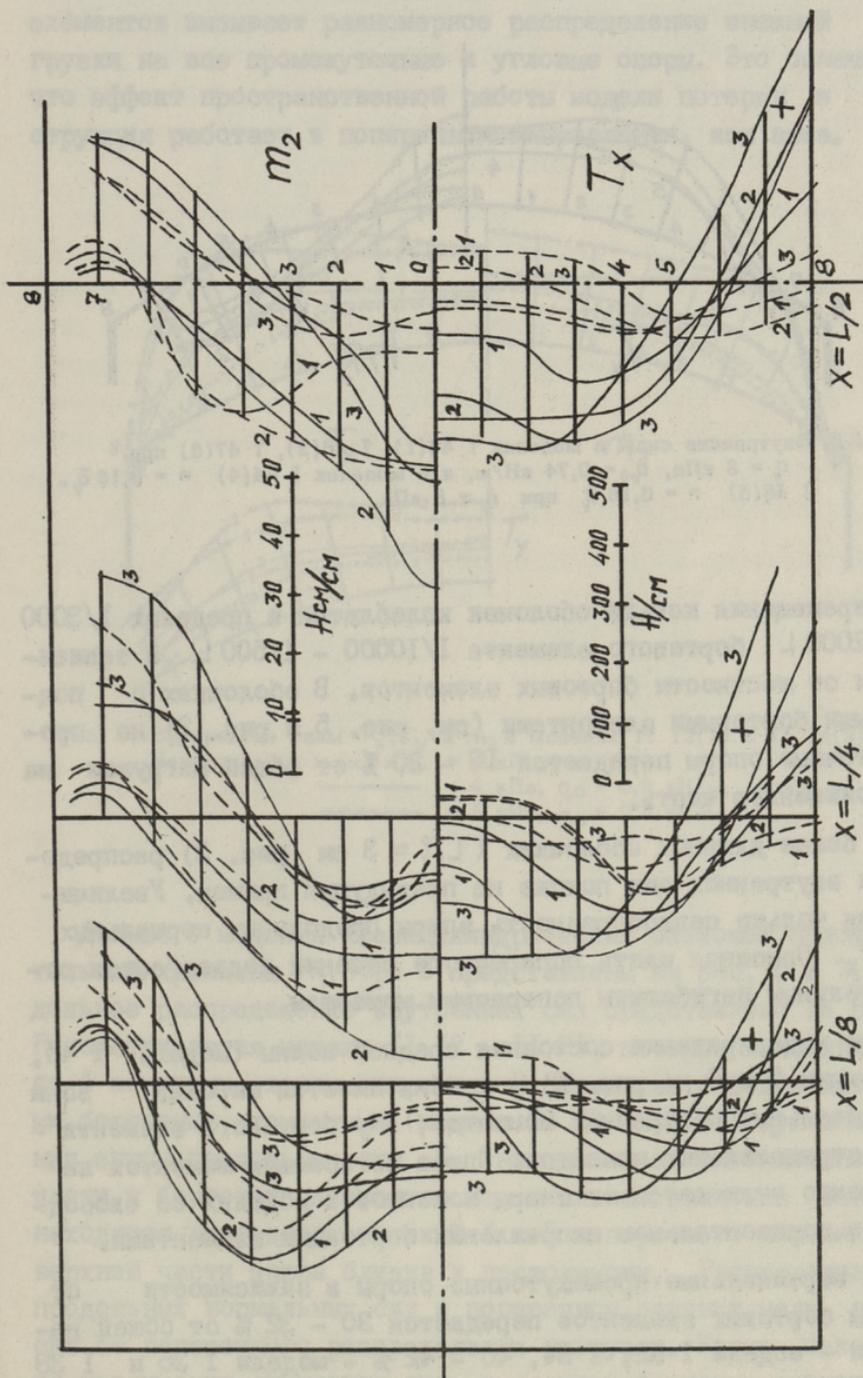


Рис. 4. Продольное и поперечное распределение внутренних сил  $T_x$  и  $m_2$  в моделях  
 Г 35(1), Г 37(2), Г 39(3), Г 41(4) при нагрузках  
 —  $q_0 = 0,30$  кН/м, — — —  $q = 4$  кПа, — — —  $q_0 = 0,30$  кН/м.

позволяет сделать вывод, что существенной разницы в распределениях внутренних сил не наблюдается.

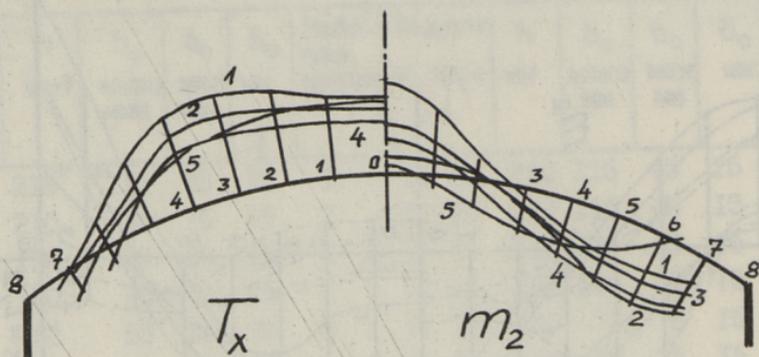


Рис. 5. Внутренние силы в моделях I 43(1), I 45(2), I 47(3) при  $q_1 = 8$  кПа,  $q_0 = 0,74$  кН/м, и в моделях I 44(4)  $r = 0,13 \bar{q}$ , I 48(5)  $r = 0,16 \bar{q}$ , при  $q_1 = 8$  кПа.

Перемещения конька оболочек колеблются в пределах  $1/3000 - 1/2000 L$ , бортового элемента  $1/10000 - 1/500 L$  в зависимости от жесткости бортовых элементов. В оболочках с подпертыми бортовыми элементами (см. рис. 5 и рис. 2) на промежуточные опоры передается 10 - 20 % от общей нагрузки на криволинейную часть.

В более длинных оболочках ( $L/l \approx 3$  см рис. 3) распределение внутренних сил похоже на предыдущий пример. Увеличивается только седлообразность эпюры продольных нормальных сил  $T_x$ . Основная часть поперечного сечения подвергается отрицательным изгибающим поперечным моментам.

При моделировании состояния средней волны (модель I 40, см. линии 5 и 6 на рис. 3) у гребня имеется широкая зона положительных поперечных моментов, а у бортового элемента - зона отрицательных моментов. Эпюра изгибающих моментов качественно отличается от эпюры моментов в моделях со свободными в горизонтальном направлении бортовыми элементами.

На вертикальные промежуточные опоры в зависимости от высоты бортовых элементов передается 30 - 32 % от общей нагрузки - модели I 32, I 34, 40 - 42 % - модели I 36 и I 38 64 - 70 % - модель I 40 - при моделировании средней волны



(т.е. отдельно стоящая оболочка и оболочка внутренней волны) не наблюдается. Поперечные нормальные силы  $T_y$  во всех точках поперечного сечения сжимающие. Основная часть поперечного сечения подвергается влиянию отрицательных поперечных изгибающих моментов, влияние которых довольно значительно. Распределение этих изгибающих моментов мало зависит от поперечного распределения нагрузки.

В оболочках с более низкими бортовыми элементами (модели II 16 - II 21) наблюдаются седловидные эпюры продольных нормальных сил  $T_x$ . Нулевая линия остается в зоне у бортового элемента, а максимум сжатия перемещается в сторону бортового элемента и находится в пределах точки № 5 поперечного сечения. Поперечные изгибающие моменты в большинстве точек поперечного сечения отрицательны и имеют значительные величины. Безмоментное состояние в этих квазицилиндрических оболочках не наблюдается.

Перемещения конька оболочек при нагрузках  $q_v = 4 \text{ кН/м}^2$  незначительны и колеблются в пределах  $1/1000 - 1/4000 L$ . Бортовые элементы перемещаются в пределах  $1/400 - 1/3400 L$  в зависимости от жесткости продольных бортовых элементов. При нагружении бортового элемента нагрузкой  $q_0$  в основном увеличиваются вертикальные перемещения бортового элемента ( $1/200 - 1/1000 L$ ). При применении дополнительных связей против горизонтального перемещения и поворота бортовых элементов (вариант внутренней волны - см. модель II 18) особенно сильно уменьшаются вертикальные перемещения бортовых элементов (сравнение моделей II 16 с II 18).

В оболочках с вертикально подпертыми бортовыми элементами (II 13, II 15, II 17, II 19, II 21) продольные нормальные силы  $T_x$  имеют значительную зону растяжения в криволинейной части. Нулевая линия находится в зоне между точками № 5 - 6 поперечного сечения. В железобетонных оболочках такое распределение продольных нормальных сил вызывает образование поперечных трещин в криволинейной части оболочки. Такие трещины наблюдаются и в моделях из микробетона. На промежуточные вертикальные опоры передаются 8 - 31 % от всей нагрузки на криволинейную часть в зависимости от жесткости продольных бортовых элементов. В оболочках с более жесткими бортовыми элементами эта доля менее значительна.

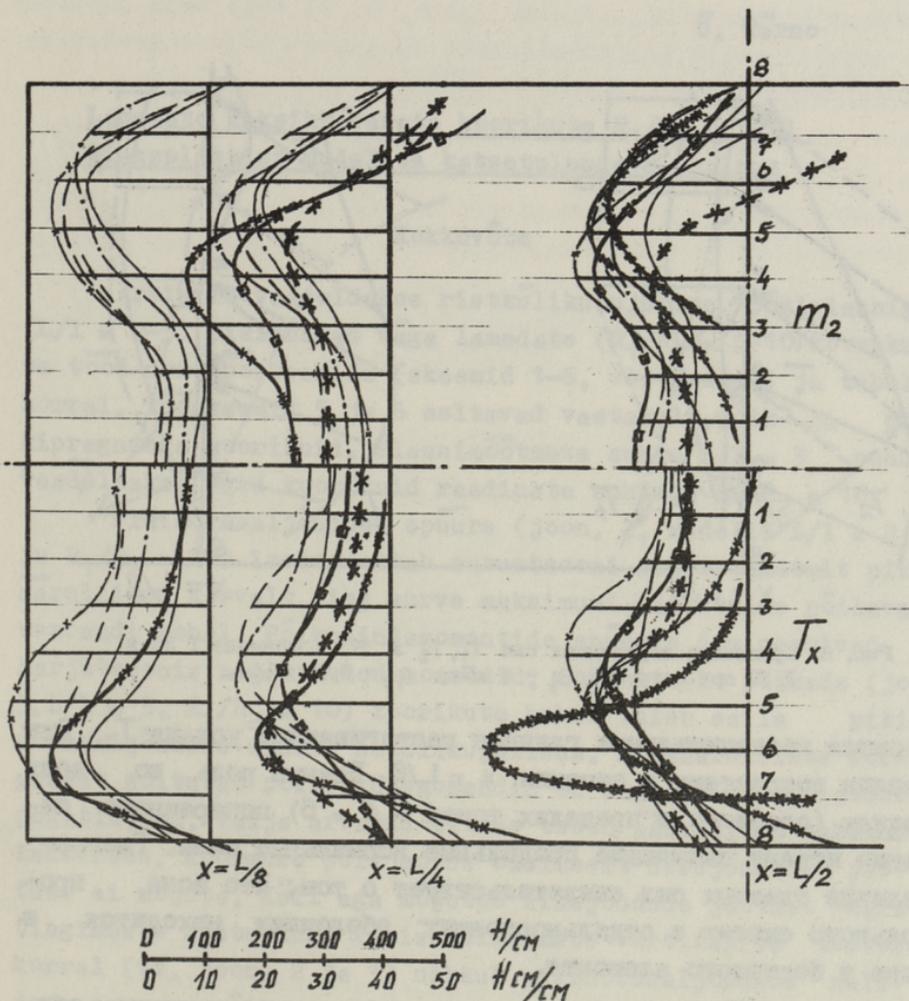


Рис. 7. Сравнение внутренних сил  $T_x$  и  $m_2$  в моделях из стеклопластика:  
 II 18 ———, II 20 — — —, II 22 — · — · —, II 23 — — — —  
 и в моделях из цементного раствора  
 II 1 × × × × ×, II 2 \* \* \* \* \*, II 5 △ △ △ △ △, II 6 □ □ □ □ □  
 Нагрузка  $q_1 = 4$  кПа,  $q_0 = 0,48$  кН/м.

Эпюры поперечных изгибающих моментов двухзначные, но мембранного состояния не наблюдается.

На рис. 7 представлено сравнение внутренних сил в моделях из стеклопластика II 16, II 20, II 22, II 23 и из армированного цементного раствора II 1, II 2, II 5 и II 6 (Тярно [1]) работающие как упругие, так и с поперечными и продольными трещинами.

На рис. 8 представлено распределение главных сил в моделях I 33 и I 39. Как, правило, в поперечном сечении  $x = L/4$

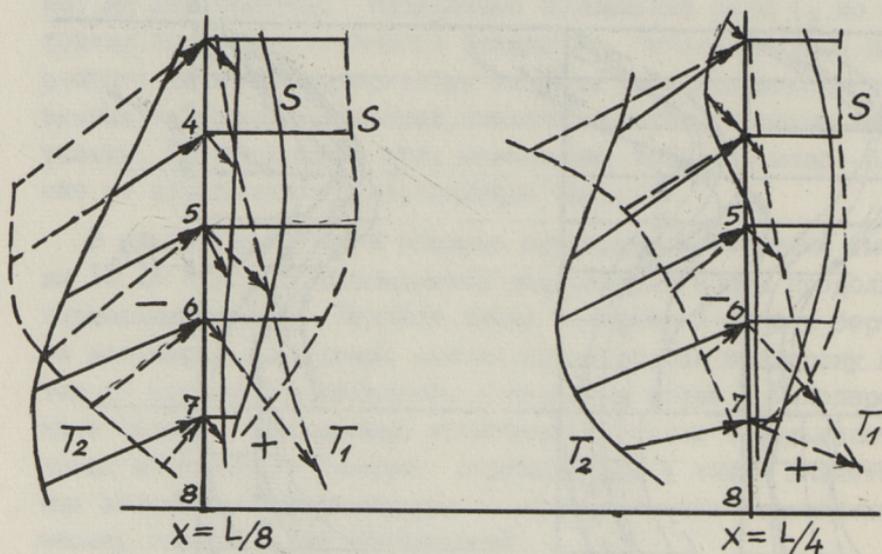


Рис. 8. Сравнение внутренних сил  $T_1, T_2$  и  $S$  в моделях I 33 и I 39 при нагрузке  $q = 4$  кПа,  $q_0 = 0,74$  кН/м.

имеются незначительные главные растягивающие усилия  $T_1$ . Эти усилия возрастают в сечении  $x = L/8$ . Важную роль во всех точках (особенно в пределах точек № 4 - 6) поперечного сечения играют сжимающие продольные нормальные силы. Распределение главных сил свидетельствует о том, что зона продольного сжатия в отдельностоящих оболочках находится в зоне у бортового элемента.

Можно сделать общий вывод, что квазицилиндрические оболочки положительной гауссовой кривизны при всех рабочих схемах работают в моментном состоянии в основном с отрицательными поперечными изгибающими моментами. Эпюры продольных нормальных сил, главных сжимающих сил и продольных изгибающих моментов свидетельствуют о влиянии продольного свода на общую работу оболочки.

### Л и т е р а т у р а

1. Тярно Д.А. Анализ данных экспериментального исследования моделей трансляционных оболочек из цементного раствора // Тр. Таллинск. политехн. ин-та. 1987. № 596. С. 67-81.

Lamedate kaksikkõverate koorikute  $R_1/R_2 = 5-10$   
klaasplastist mudelite katsetulemuste analüüs

Kokkuvõte

Artiklis vaadeldakse ristkülikukujulise põhiplaani (L/l = 2-3) pikisuunas väga lamedate ( $R_1/R_2 = 5-10$ ) koorikute tööd eri tooskeemide (skeemid 1-6, vt. joon. 1 ja tabel) korral. Tooskeemid 5 ja 6 esitavad vastavalt põik- ja pikipragudega koorikuid. Plaanimõõtmete suhte L/l = 3 puhul vaadeldakse vaid koorikuid raadiuste suhtega  $R_1/R_2 = 10$ .

Pikinormaaljõudude epüüre (joon. 2, mudelid L/l = 2 ja  $R_1/R_2 = 10$ ) iseloomustab survetsooni algus vahetult pikiaareliikme kõrvalt ning surve maksimumi paiknemine põikava veerandi kohal. Põikpaindemomentide epüüris domineerivad harjatsoonis negatiivsed momendid. Suhteliselt pikkade (joon. 3, L/l = 3,  $R_1/R_2 = 10$ ) koorikute puhul tuleb esile pikinormaaljõudude epüüri sadulakujulisus. Pikiaareliikme kõrgusest sõltuvad põikpaindemomendid on kogu põikava ulatuses negatiivsed, välja arvatud kitsas tsoon aareliikme vahetus läheduses. Koormuse põikjaotus oluliselt sisejõudude jaotust ei mõjuta. Küll aga mõjutab sisejõudude jaotust aaretingimuste muutumine. Pikiaareliikmete vertikaalse toetuse korral (vt. joon. 2 ja 3) nihkub pikinormaaljõudude nulljoon peaaegu põikava neljandikule ning kaob epüüri sadulakujulisus. Põikpaindemomentide epüüris suureneb positiivsete paindemomentide osa. Suured muutused toimuvad vertikaalselt toetatud aareliikmega sisemise laine kooriku sisejõududes (skeem 4). Pikisuunas kõveruse suurendamisel (joon. 6, 7, L/l = 2 ja  $R_1/R_2 = 5$ ) pikinormaaljõudude ja põikpaindemomentide epüürides olulisi muutusi ei toimu. Nullpikipraga kooriku (II 23) puhul tuleb esile negatiivsete põikpaindemomentide ümberjaotus. Tegelikus raudbetoonkoorikus võib see saada järgmiste pikipragude tekkimise põhjuseks. Nullpragu suurendab ka pikisisejõudude epüüri sadulakujulisust.

Klaasplastist ja armeeritud tsementmördist mudelite katsetulemuste võrdlus (joon. 7) lubab teha järelduse analoogselt sisejõudude jaotusest mõlemas mudeliseerias. Piki-

normaaljõudude pikijaotusest (joon. 4, 7) võib teha järelduse kujutletavate diagonaalkaarte olulisest mõjust toetamata pikiareliikmetega koorikute tööle.

Ü. Tärno

Analysis of Experimental Results of Fiberglassplastic Models of Flat Double Curvature  $R_1/R_2 = 5-10$  Shells

Abstract

The paper presents the working art of the very flat shells ( $R_1/R_2 = 5 - 10$ ) in the longitudinal direction with rectangular plan ( $L/l = 2 - 3$ ). Different working schemes have been used (1 to 6, see Fig. 1 and Table). The schemes No 5 and 6 present shells with transverse and longitudinal cracks. In case of models with sizes  $L/l = 3$  shells with the relation of radii  $R_1/R_2 = 10$  have been investigated only.

The diagrams of longitudinal normal forces (Fig. 2, models with sizes  $L/l = 2$  and  $R_1/R_2 = 10$ ) are characterized by the beginning of the pressure zones directly near the longitudinal edge beams. The maximum of pressure takes place near the quarter of transversal span. In the ridge of the shells negative transverse bending moments dominate. The relatively long shells (Fig. 3,  $L/l = 3$ ,  $R_1/R_2 = 10$ ) are characterized by a saddle-shape diagram of longitudinal normal forces. The transverse bending moments that depend on the height of the longitudinal edge beams are negative in a large zone of the whole cross section except for the narrow zone near the edge beam.

The inner forces, however, are considerably influenced by edge conditions. The neutral line of longitudinal normal forces moves to the quarter of the transversal span (Figs. 2, 3) in the shells with vertically supported edge beams. The saddle shape of the diagram disappears. There is an increase in the positive bending moments. Great changes take place in the inner forces of the shells of the vertically supported inner panels (scheme 4).

The changes of the longitudinal normal forces and transverse bending moments caused by the increase in the longitudinal radii are inconsiderable (see: Figs. 6, 7;  $L/l = 2$  and  $R_1/R_2 = 5$ ). In shells with zero longitudinal cracks the overchange of negative transverse bending moments takes place (II 23). In the reinforced concrete shells it brings about the appearance of new longitudinal cracks and an increase in the saddle shape of the diagram of longitudinal normal forces.

The comparison of the experimental data of fibreglass-plastic and reinforced concrete shells allows to conclude that the distribution of the inner forces in both series is analogous. The longitudinal distribution of the longitudinal normal forces (Figs. 4, 7) permits to draw the conclusion about the considerable influence of the diagonal arches on the work of the unsupported longitudinal edge beams.

Ю.А. Тярно

АНАЛИЗ ДАННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ  
МОДЕЛЕЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ИЗ СТЕКЛОПЛАСТИКА

В настоящей статье рассматриваются эксперименты с моделями цилиндрических оболочек из стеклопластика, прямоугольные в плане с отношением сторон  $L/l = 2-3$  (см. рис. 1). Основные данные - размеры, упругие и прочностные свойства оболочек - представлены в виде таблицы.

Представляются эпюры основных внутренних сил в моделях III 15 - III 40 с отношением плановых размеров  $L/l = 2$  и в моделях III 41 - III 55 с отношением размеров  $L/l = 3$ .

Модели III 15 - III 23 (см. рис. 2) имеют продольные бортовые элементы, позволяющие воспринять значительные крутящие моменты. Бортовые элементы этих моделей относительно толстые и по толщине монолитные. Это свойство отражается и в эпюрах поперечных изгибающих моментов. Моменты защемления почти во всех моделях отрицательные и влияние их распространяется далеко в криволинейную часть. Только при невысоких бортовых элементах (модель III 21) моменты защемления положительные. С увеличением отношения  $q_0/\bar{q}$  уменьшаются моменты защемления.

На рис. 2 представлено сравнение внутренних сил в упругой оболочке III 21 и в оболочке III 23 с искусственной продольной трещиной от отрицательных поперечных изгибающих моментов. Так как в трещине влияют значительные поперечные нормальные силы, которые в зависимости от эксцентриситета вызывают в зонах у трещины значительные поперечные моменты, то общее распределение внутренних сил мало изменяется.

Продольные нормальные сжимающие силы  $T_x$  имеют максимум у конька криволинейной части, а расположение нулевой линии зависит от поперечного распределения нагрузки. При

Т а б л и ц а  
Геометрические параметры (обозначения см. рис. I)

Модели	h мм	b <sub>0</sub> мм	δ <sub>0</sub> мм	Рабо- чая схема	Модели	h мм	b <sub>0</sub> мм	δ <sub>0</sub> мм	Рабо- чая схема
III 15	210	115	15	I	III 35	150	55	5,1	2
III 16	210	115	15	2	III 36	150	55	5,1	3
III 17	170	75	15	I	III 37	150	55	5,1	4
III 18	170	75	15	2	III 38	210	55	5,1	5
III 19	150	55	15	I	III 41	210	115	15,3	I
III 20	150	55	15	2	III 42	210	115	15,3	2
III 21	128	33	15	I	III 43	210	115	5,1	I
III 22	128	33	15	2	III 44	210	75	5,1	2
III 23	128	33	15	6	III 45	170	75	15,3	I
III 24	210	115	15,3	I	III 46	170	75	15,3	2
III 25	210	115	15,3	2	III 47	170	75	5,1	I
III 26	210	115	5,1	I	III 48	170	75	5,1	2
III 27	210	115	5,1	2	III 49	150	55	15,3	I
III 28	170	75	15,3	I	III 50	150	55	15,3	2
III 29	170	75	15,3	2	III 51	150	55	5,1	I
III 30	170	75	5,1	I	III 52	150	55	5,1	2
III 31	170	75	5,1	2	III 53	150	55	5,1	3
III 32	150	55	15,3	I	III 54	150	55	5,1	4
III 33	150	55	15,3	2	III 55	150	55	5,1	5
III 34	150	55	5,1	I					

Для этих моделей  $R = 523$  мм,  $\alpha_0 = 35^\circ$ ,  $f = 95$  мм,

$\delta = 5,1$  мм,  $l = 600$  мм,

$R_{np} = 148 - 255$  МПа

Для моделей III 15 - III 23  $L = 1200$  мм,  $E = 11,3$  ГПа

Для моделей III 24 - III 37  $L = 1200$  мм,  $E = 17,3$  ГПа

Для моделей III 41 - III 54  $L = 1800$  мм,  $E = 20$  ГПа.

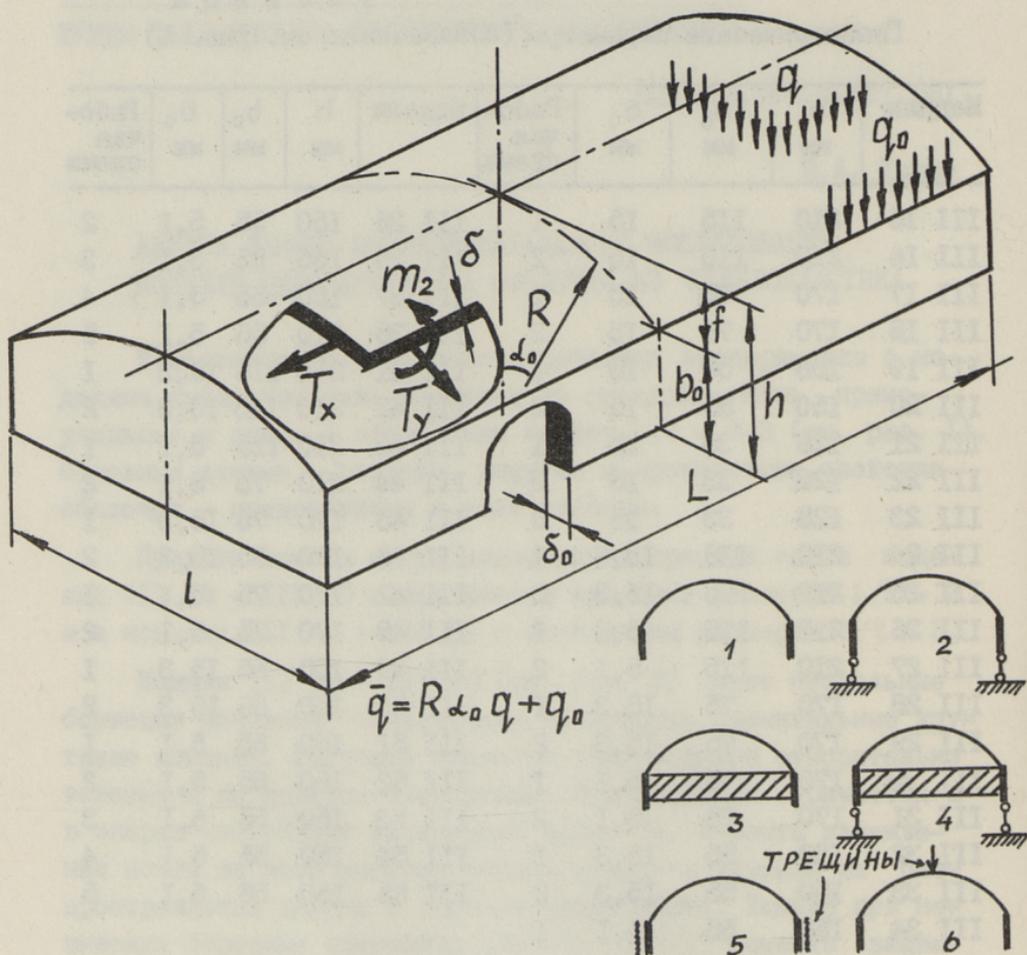


Рис. 1. Основные геометрические параметры и рабочие схемы исследуемых оболочек. Схема 1 - отдельностоящая оболочка со свободным бортовым элементом; схема 2 - отдельностоящая оболочка с подпертым бортовым элементом; схема 3 - оболочка в состоянии средней панели многоволнового покрытия; схема 4 - оболочка в состоянии средней волны с подпертым бортовым элементом; схема 5 - отдельностоящая оболочка с поперечными искусственными трещинами в пределах бортового элемента; схема 6 - отдельностоящая оболочка с продольными искусственными трещинами.

нагружении только криволинейной части нулевая линия находится у точки № 5 поперечного сечения при всех вариантах высоты бортовых элементов. При нагружении бортового эле-

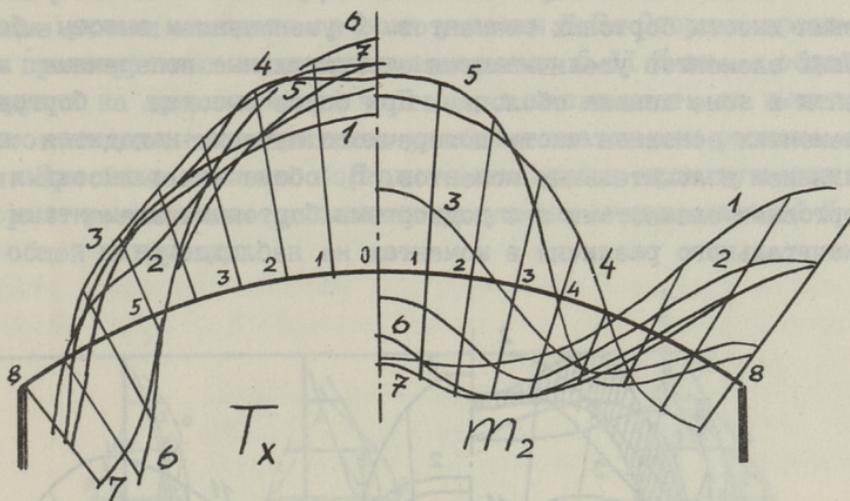


Рис. 2. Внутренние силы в моделях III 15(1), III 17(2), III 19(3), III 21(4), III 23(5) при  $q_v = 8$  кПа,  $q_0 = 0,6$  кН/м, и в моделях III 20(6)  $r = 0,03 \bar{q}$ , III 22(7)  $r = 0,10 \bar{q}$ , при  $q_v = 8$  кПа.

мента нулевая линия перемещается к бортовому элементу (между точками № 6 и 7). Поперечные нормальные силы  $T_y$ , сжимающие почти во всех точках поперечного сечения. Такие жесткие бортовые элементы, которые воспринимают значительные крутящие моменты, для железобетонных оболочек не применимы. Обычно бортовые элементы воспринимают только незначительную часть возможных крутящих моментов.

В моделях III 24 - III 37 (см.рис. 3) варьируются толщины и высоты бортовых элементов. При этом крепление между отдельными добавочными слоями бортовых элементов нежесткое.

При увеличении толщины бортовых элементов увеличивается только вертикальная жесткость, а жесткость на кручение увеличивается незначительно. Моменты заземления во всех исследуемых оболочках незначительны.

Продольные нормальные силы  $T_x$  в основном зависят от высоты бортовых элементов. Нулевая линия находится в пределах точек № 5 и 6. Максимальные сжимающие усилия наблюдаются в промежутке между точками № 0 и 3 поперечного сечения. Значительного уменьшения сжимающих сил у конька оболочки не наблюдается. Только в моделях с низкими бортовыми элементами это уменьшение заметно (см. модель III 32).

Особенно на поперечные изгибающие моменты влияют изменения высоты бортовых элементов. С уменьшением высоты бортовых элементов увеличиваются отрицательные поперечные моменты в зоне конька оболочки. При более высоких бортовых элементах основная часть поперечного сечения находится под влиянием положительных моментов. В оболочках с высокими бортовыми элементами и с подпертыми бортовыми элементами значительного различия в моментах не наблюдается.

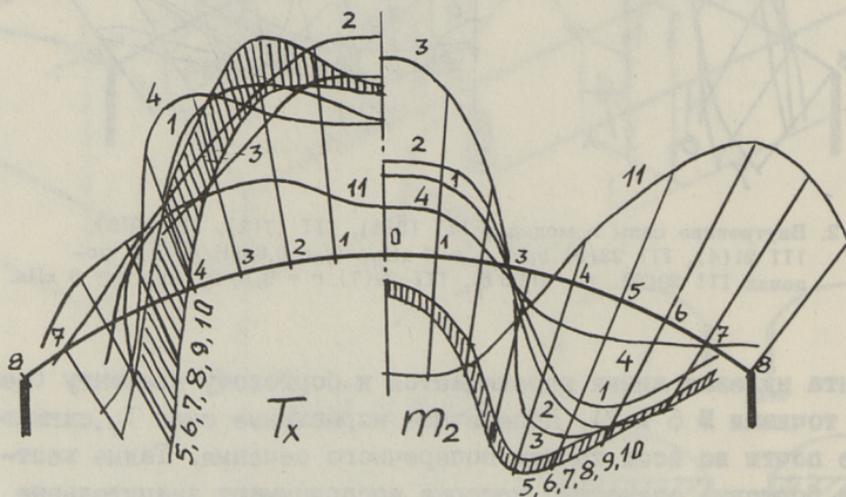


Рис. 3. Внутренние силы в моделях III 32(1), III 34(2), III 36(3), III 38(4) при  $q_0 = 8$  кПа,  $q_0 = 0,8$  кН/м и в моделях III 25 (5)  $r = -0,11 \bar{q}_0$ , III 27(6)  $r = -0,11 \bar{q}_0$ , III 29(7)  $r = -0,05 \bar{q}_0$ , III 31(8)  $r = 0,03 \bar{q}_0$ , III 33(9)  $r = 0,02 \bar{q}_0$ , III 35(10)  $r = 0,05 \bar{q}_0$ , III 37(11)  $r = 0,40 \bar{q}_0$  с подпертыми бортовыми элементами при  $q_0 = 8$  кПа.

Внутренние силы в середине продольного пролета  $x = L/2$  и вертикальные реакции промежуточных опор оболочек с подпертыми бортовыми элементами (модели III 25, III 27, III 29, III 31, III 33, III 35, III 37) представлены на рис. 2 и 3. Сжимающие продольные нормальные силы  $T_x$  развиваются выше точки № 5 на поперечном сечении. Максимальные сжимающие усилия развиваются в зоне у точек № 1 и 2 поперечного сечения. Эпюры продольных сил мало изменяются при изменении жесткости бортовых элементов. При имитировании работы внутренней волны (модель III 37) нулевая линия нахо-

дится у точки № 6 поперечного сечения, а максимальные сжимающие усилия находятся в зоне у точки № 3. Опорные реакции промежуточных опор составляют около 5-11 % от общей нагрузки на криволинейную часть и, в зависимости от высоты бортовых элементов, являются усилиями сжатия или растяжения. При более высоких бортовых элементах в промежуточных опорах развиваются растягивающие усилия и достигают 11 % от общей нагрузки.

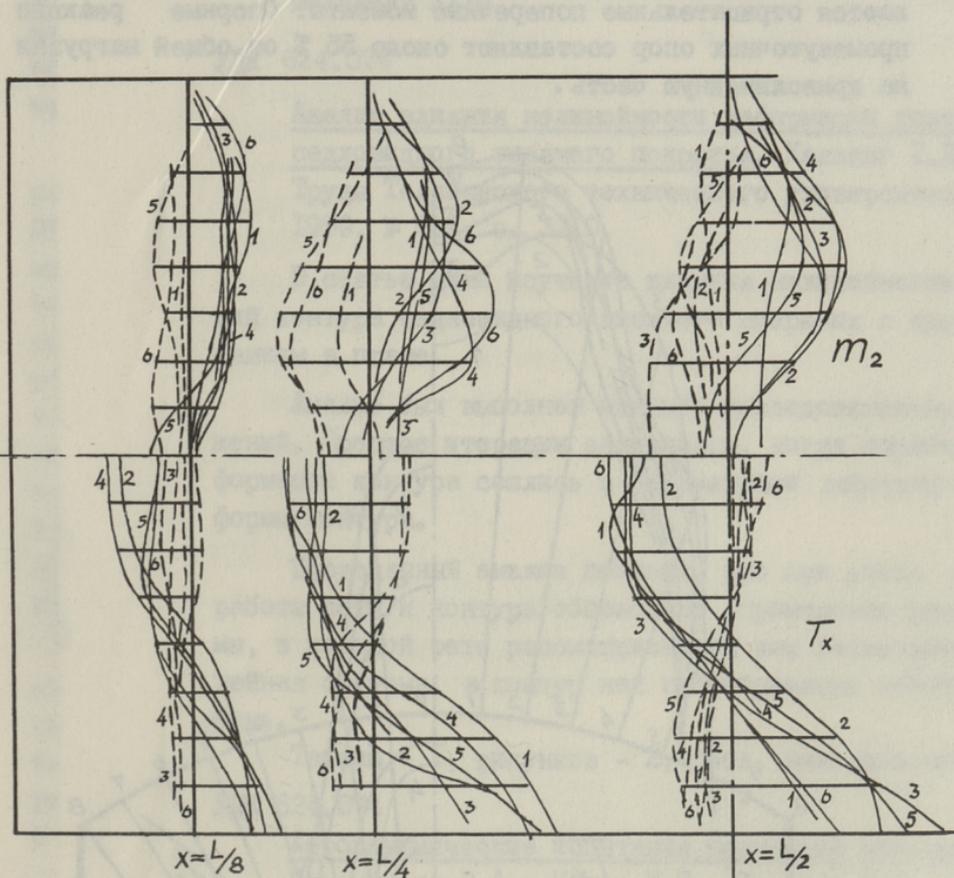


Рис. 4. Продольное распределение внутренних сил в моделях III 24(линия 1), III 26(линия 2), III 28(3), III 30(4), III 32(5) и III 34(линия 6).  
 Нагрузки: —  $q = 4$  кПа,  
 - - -  $q_0 = 0,3$  кН/м.

При вертикальном опирании продольных бортовых элементов поперечные изгибающие моменты  $m_2$  будут во всех точках поперечного сечения положительны и мало зависящими от

жесткости бортовых элементов. Максимальные положительные моменты развиваются у точки № 4 поперечного сечения. При имитации работы внутренней волны (модель Ш 37) имеются широкие зоны отрицательных изгибающих моментов у бортового элемента. Максимальные положительные моменты наблюдаются у конька оболочки, максимальные отрицательные моменты – у точки № 6 поперечного сечения. При моделировании подпертой оболочки внутренней волны в зоне бортового элемента развиваются отрицательные поперечные моменты. Опорные реакции промежуточных опор составляют около 55 % от общей нагрузки на криволинейную часть.

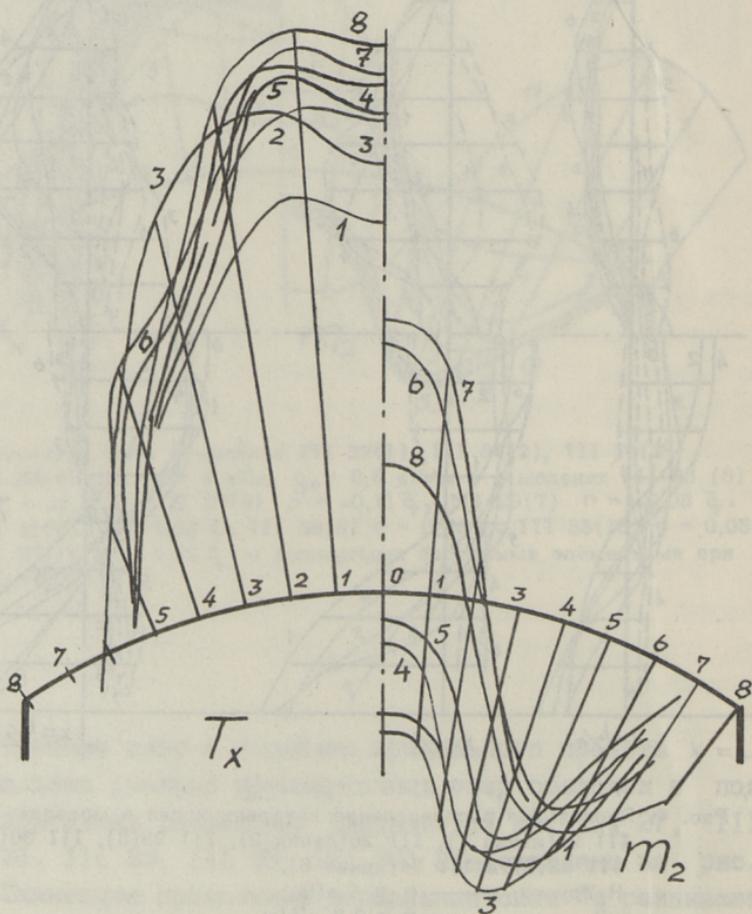


Рис. 5. Внутренние силы в моделях III 41(1), III 43(2), III 45(3), III 47(4), III 49(5), III 51(6), III 53(7), III 55(8) при нагрузке  $q = 8$  кПа,  $q_0 = 0,6$  кН/м.

На рис. 4 представлено продольное распределение внутренних сил в сечениях  $x = L/2$ ,  $x = L/4$  и  $x = L/8$ . При нагружении только криволинейной части нулевая линия продольных нормальных сил во всех моделях (Ш 24, Ш 26, Ш 28, Ш 30, Ш 32 и Ш 34) находится между точками № 4 и 5 на поперечном сечении. При нагружении только бортового элемента в зонах у бортового элемента развиваются сжимающие усилия, а конек оболочки растянут. В зависимости от нагружения изменяются и эпюры изгибающих моментов. Нагружение только бортового элемента вызывает значительные отрицательные поперечные изгибающие моменты.

На рис. 5 представлены эпюры внутренних сил в цилиндрических оболочках с отношениями плановых размеров  $L/l = 3$ . Оболочки имеют свободные в вертикальном направлении бортовые элементы. Изменяется высота и толщина продольных бортовых элементов. Значительных изменений в эпюрах продольных нормальных сил не наблюдается. Максимальные сжимающие усилия находятся у конька, а нулевая линия между точками 5 и 6 поперечного сечения. Значительные изменения имеют место в эпюрах поперечных изгибающих моментов. В оболочках с высокими бортовыми элементами имеются во всех точках положительные моменты (см. оболочка Ш 4I), в оболочках с невысокими бортовыми элементами в коньке имеются отрицательные моменты (см. Ш 5I).

На рис. 5 представлено сравнение моделей с одинаковыми высотами бортовых элементов, но изменяется жесткость изгиба за счет толщины или поперечных трещин. Модель Ш 53 работает в состоянии внутренней волны. Самые значительные отрицательные изгибающие моменты в коньке имеет оболочка Ш 55 с поперечными искусственными трещинами.

На рис. 6 представлены внутренние силы в оболочках с вертикально подпертыми бортовыми элементами. В зависимости от высоты бортовых элементов в дополнительных связях могут развиваться усилия растяжения или сжатия (у нас нагружена только криволинейная часть). В эпюрах имеются незначительные изменения в зависимости от размеров бортовых элементов.

Значительно изменяется картина изгибающих моментов при работе оболочки по схеме 4 — оболочка с подпертым бортовым элементом в состоянии средней волны. Уменьшаются положитель-

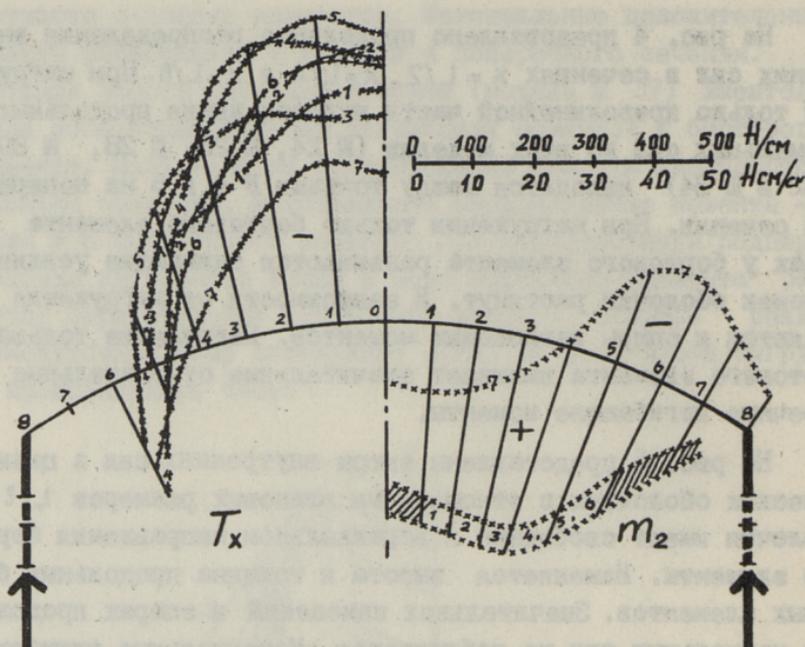


Рис. 6. Продольные нормальные силы  $T_x$ , поперечные нормальные силы  $T_y$ , поперечные изгибающие моменты  $m_2$  и вертикальные реакции  $r$  в моделях III 41 (линия 1,  $r = -0,15 \bar{q}$ ), III 44 (2,  $r = -0,09 \bar{q}$ ), III 48 (3,  $r = -0,07 \bar{q}$ ), III 48 (4,  $r = -0,01 \bar{q}$ ), III 50 (5,  $r = 0,05 \bar{q}$ ), III 52 (6,  $r = 0,11 \bar{q}$ ) и III 54 (7,  $r = 0,55 \bar{q}$ ). Нагрузка  $q = 4$  кПа.

ные изгибающие моменты, а отрицательные в зоне у бортового элемента увеличиваются. Значительная часть ( $0,55 \bar{q}$ ) нагрузки передается прямо на промежуточные опоры. Таким образом оболочка станет работать как свод.

На рис. 7 представлено продольное и поперечное распределение основных внутренних сил. Сравниваются внутренние силы в зависимости от геометрических параметров и от изменения поперечного распределения нагрузки. Изменение высоты продольных бортовых элементов в основном влияет на распределение поперечных изгибающих моментов. При исследуемых оболочках ( $L/l=3$ ) во всех поперечных сечениях при нагружении криволинейной части имеются только положительные моменты. Нагружение бортового элемента вызывает отрицательные моменты. Распределение продольных сил зависит от схемы нагружения.

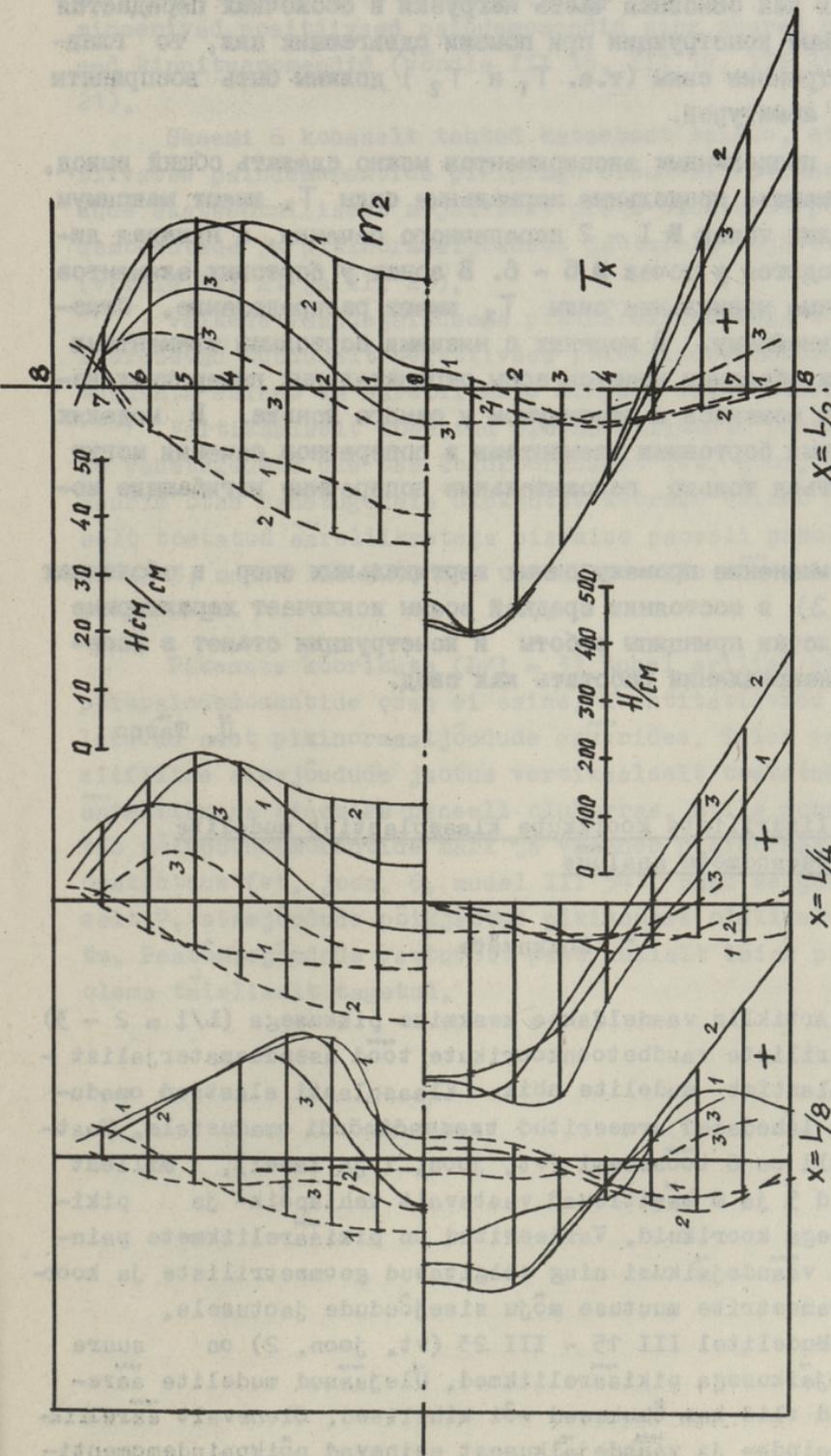


Рис. 7. Пролонгные распределение внутренних сил в моделях III 49(линия 1), III 51(линия 2) и III 53(линия 3).

Нагрузки: —  $q_0 = 4 \text{ кПа}$ ,  
 ---  $q_0 = 0,8 \text{ кН/м}$ .

Так как основная часть нагрузки в оболочках передается на опорные конструкции при помощи сдвигающих сил, то главные внутренние силы (т.е.  $T_1$  и  $T_2$ ) должны быть восприняты рабочей арматурой.

Из проделанных экспериментов можно сделать общий вывод, что сжимающие продольные нормальные силы  $T_x$  имеют максимум в пределах точек № 1 - 2 поперечного сечения, а нулевая линия находится у точек № 5 - 6. В зонах у бортовых элементов продольные нормальные силы  $T_x$  имеют распределение, близкое к линейному. В моделях с низкими бортовыми элементами у конька оболочки имеются зоны отрицательных поперечных изгибающих моментов с максимумом у самого конька. В моделях с высокими бортовыми элементами в поперечном сечении могут развиваться только положительные поперечные изгибающие моменты.

Применение промежуточных вертикальных опор в оболочках ( $L/l = 3$ ) в состоянии средней волны исключает характерные для оболочки принципы работы и конструкция станет в поперечном направлении работать как свод.

Ü. Tärno

Silindriliste koorikute klaasplastist mudelite katseandmete analüüs

Kokkuvõte

Artiklis vaadeldakse keskmise pikkusega ( $L/l = 2 - 3$ ) silindriliste raudbetoonkoorikute tööd asendusmaterjalist - klaasplastist mudelite abil. Klaasplasti elastised omadused on lähedased armeeritud tsemendimördi omadustele. Vaatluse all on 6 tööskeemi (vt. joon. 1 ja tabel), millest skeemid 5 ja 6 käsitlevad vastavalt tehispõik- ja piki- pragudega koorikuid. Varieeritud on pikiaareliikmete painde- ja väändejäikusi ning selgitatud geomeetriliste ja koorusparameetrite muutuse mõju sisejõudude jaotusele.

Mudelitel III 15 - III 23 (vt. joon. 2) on suure väändejäikusega pikiaareliikmed. Ülejäanud mudelite aareliikmed olid kas õhukesed või kihilised. Olenevalt aareliikmete painde- ja väändejäikusest esinevad põikpaindemomendi-

de eri jaotused. Kõrgete ääreliikmetega koorikutel on domineerivad positiivsed paindemomendid ning suured negatiivsed kinnitusemomendid (võrdle III 15, III 17, III 19 ja III 21).

Skeemi 6 kohaselt tehtud katsetest selgub, et negatiivsete paindemomentide pikipragu olenevalt põiknormaaljõudude ekstsentrilisest mõjumisest praos oluliselt põikpaindemomentide ja pikinormaaljõudude jaotusele mõju ei avalda (võrdle III 21 ja III 23).

Väikese väändejäikusega pikiaäreliikmetega koorikutel suurenevad tunduvalt negatiivsed põikpaindemomendid. Sama tendents esineb ka ääreliikmete kõrguse vähenemisel.

Vertikaalselt toetatud pikiaäreliikmete puhul kantakse vahetugele üle osa kogukoormusest (vt. joon. 2, 3, 6). Suurim otse vahetugele ülekantav koormus esineb vertikaalselt toetatud ääreliikmetega sisemise paneeli puhul (vt. joon. 3, mudel III 37). See viitab kooriku töö asendumisele võlvitööga.

Pikemate koorikute ( $L/l = 3$ ) puhul erilisi erinevusi põikpaindemomentide osas ei esine. Kvantitatiivsed muutused leiavad aset pikinormaaljõudude epüürides. Tuleb esile spetsiifiline sisejõudude jaotus vertikaalselt toetatud pikiaäreliikmega sisemise paneeli olukorras, mille puhul muutub põikpaindemomentide märk ja väheneb pikinormaaljõudude osatähtsus (vt. joon. 6, mudel III 54). Nagu selgub jooniselt 7, sisejõudude põikjaotus pikisuunas oluliselt ei muutu. Peatõmbejõudude vastuvõtt peab küllalt laias piirkonnas olema täielikult tagatud.

Analysis of Experimental Data of Fibreglassplastic  
Models of Cylindrical Shells

Abstract

The paper presents the working peculiarities of reinforced concrete middle-length cylindrical shells ( $L/l = 2-3$ ). The shells were investigated by using the fibreglassplastic models. The characteristics of elasticity of fibreglassplastic are close to the reinforced concrete. Six working schemes were investigated (Fig. 1 and Table). Schemes 5 and 6 describe shells with handmade transverse and longitudinal cracks. The flexural and torsional rigidities are varied and the effect of load and geometrical parameters to the distribution of inner forces is explained.

The models III 15 - III 23 have great torsional rigidity of the longitudinal edge beams. The edge beams of all the other models were thin or composed of layers. The distribution of transversal bending moments depends on the flexural and torsional rigidity of the edge beams. Positive bending moments of span and great negative end restraint moments (cf. III-15, III 17, III 19 and III 21) are dominating.

According to scheme 6 it becomes evident that the longitudinal cracks caused by negative bending moments that are affected by excentricity of transverse normal forces, have nonessential influence on the distribution of the inner forces (cf. III 21 and III 23).

There is essential increase of the negative transverse bending moments of span in the shells where torsional rigidity of edge beams is small. Analogous tendency takes place in shells with decreasing height of the edge beams.

A certain portion of loads is directed on intermediate supports if the shells have vertically supported edge beams (Figs. 2, 3, 6). The most essential portion of loads is transferred to the additional supports if the shells work as the medium panel (Fig. 3, model III 37). It indicates to the replacement of the shell work by vault work in transverse direction.

There are nonessential differences between short ( $L/l = 2$ ) and long ( $L/l = 3$ ) span shells. Only quantitative changes take place in the diagrams of the transversal normal forces. Specific distribution of inner forces takes place in case the inner vault panels are supported. The change of the mark of transverse bending moments and the decrease of the role of the longitudinal normal forces (Fig. 6, model III 54) take place. As it is shown on Fig. 7 there is a nonessential change of the transverse distribution of inner forces. The transmission of main inner forces must be guaranteed in the wide corner zone.

## С о д е р ж а н и е

I.	Т.Д. Халланг. Анализ влияния нелинейности деформации контура седловидного висячего покрытия.....	3
2.	В.А. Гендриксон., К.П. Нйгер, И.Р. Тальвик. Аэродинамические испытания певческой эстрады г. Тарту.....	II
3.	В.Р. Кульбах. Учет податливости опор висячих конструкций.....	18
4.	П.А. Паане. Анализ работы акустического экрана на Тартуской певческой эстрады.....	29
5.	Э.Э. Юст, О.В. Пукк. Модельные испытания металл-клеодевянной модели шпренгельной фермы.....	41
6.	А.Х. Кунингас. Экспериментальное исследование упруго-пластического изгиба стального листа.....	48
7.	М. Абен, А. Лахе. Комбинированное применение методов граничных и конечных элементов при решении задач дифракции акустических волн на оболочках.....	63
8.	Э.Я. Гордон. Расчет стального корпуса цилиндрического аппарата в области присоединения монтажного штуцера.....	73
9.	Э.Э. Юст, О.В. Пукк. Экспериментальное исследование деревянного ребристого купола....	85
10.	А.И. Лавров. Экспериментальное исследование работы контурных конструкций деревянных коноидальных оболочек.....	94
II.	К.П. Нйгер, В.Г. Федоров. Упрощенное аналитическое решение задачи гипара.....	101
12.	Ю.А. Тярно. Анализ данных экспериментального исследования моделей пологих оболочек $R_1/R_2 = 5-10$ двойкой кривизны.....	105
13.	Ю.А. Тярно. Анализ данных экспериментального исследования моделей цилиндрических оболочек из стеклопластика . . . . .	118

## ТОНКОСТЕННЫЕ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Строительные конструкции и строительная  
механика XXIII

УДК 624.074

Анализ влияния нелинейности деформации контура седловидного висячего покрытия. Халланг Т.Д. - Труды Таллиннского технического университета - 1989, № 69I, с. 3-10.

В статье дано изучение влияния нелинейности деформаций контура седловидного висячего покрытия с круглым очертанием в плане.

Анализ был выполнен методом последовательных приближений. Процесс итерации завершился, когда параметры деформации контура сошлись с параметрами деформированной формы контура.

Проведенный анализ показал, что при учете совместной работы сети и контура обосновано применение расчетной схемы, в которой сеть рассматривается как геометрически нелинейная система, а контур как геометрически линейный стержень.

Таблиц - I, рисунков - 2, библиографических наименований - I.

УДК 624.074

Аэродинамические испытания певческой эстрады г. Тарту Гендриксон В.А., Нйгер К.П., Тальвик И.Р. - Труды Таллиннского технического университета. 1989, № 69I, с. II-17.

В статье рассматриваются результаты испытания в аэродинамической трубе модели певческой эстрады г. Тарту. Приводится описание модели и экспериментальной установки. Оп-

ределилось распределение статического ветрового давления на обеих сторонах седловидного акустического экрана эстрады при разных углах скольжения потока.

Рисунков - 5, библиографических наименований - 2.

УДК 624.074

Учет податливости опор висячих конструкций.

Кульбах В.Р. - Труды Таллиннского технического университета. 1989, № 691, с. 18-28.

Приводятся исходные уравнения для расчета отдельной гибкой нити, предварительно напряженной вантовой фермы, висячего моста с балкой жесткости и для седловидного висячего покрытия с эллиптическим контуром. После интегрирования уравнений совместности деформаций, горизонтальное смещение опорных узлов вант приравнивается к произведению распора вант и перемещения опорных конструкций под действием единичной нагрузки. В результате получим разрешающие уравнения, в которые непосредственно входят перемещения опорных конструкций.

Рисунков - 4, библиографических наименований - 3.

УДК 624.074

Анализ работы акустического экрана Тартуской

певческой эстрады. Паане П.А. - Труды Таллиннского технического университета. 1989, № 691, с. 29-40.

Представлен численный анализ седловидного висячего покрытия в эллиптическом плане, которое состоит из контура, вантовой сети и деревянной оболочки. Покрытие опирается на три парные опоры, которые допускают безраспорные деформации контура. Результаты получены при помощи системы "Лира", которая базируется на методе конечных элементов в линейной постановке. Учтена совместная работа контура, вантовой сети и оболочки. Перемещения и внутренние усилия представлены на эпюрах. Результаты расчета будут применены при планировке эксперимента на физической моде-

ли, а также для первоначального подбора основных параметров натурной конструкции.

Рисунков - 9.

УДК 624.072

Модельные испытания металло-клеедеревянной модели шпренгельной фермы. Пост Э.Э, Пукк О.В. - Труды Таллиннского технического университета. 1989, № 691, с. 41-47.

В настоящей статье рассматриваются исследования металло-клеедеревянных шпренгельных ферм, предназначенных для несущей конструкции покрытия тренировочного зала спортивного общества "Калев" в городе Таллинне пролетом 44 м на моделях в масштабе 1:5.

Исследования были проведены одновременно на двух моделях, которые были соединены прогонами и связями устойчивости.

В статье изложены изготовление моделей, методика испытания и основные результаты.

Рисунков - 2.

УДК 624.953:621.98

Экспериментальное исследование упругопластического изгиба стального листа. Кунигас А.Х. - Труды Таллиннского технического университета. 1989, № 691, с. 48-62.

В статье рассматриваются эксперименты изгиба и обратного изгиба образцом в виде стального листа толщиной 8 мм (1000х700 мм) при помощи оригинального приспособления в виде скобы двумя шаблонами. Эксперименты связаны формированием монтажных стыков разрулоняруемых полотнищ стальных резервуаров.

Даны результаты измерения и анализ параметров упругопластического изгиба в виде относительных деформаций и прогибов образца и показано, что основными геометрическими па-

раметрами при оценке формы шаблона обратного изгиба являются перемещения.

Для сталей с площадкой текучести можно использовать диаграмму Прандтля.

В конструкции приспособления целесообразно использовать один полный шаблон и противоположный составленного с двумя группами прижимов в качестве опор.

Таблиц - 4, рисунков - 7, библиографических наименований - 4.

УДК 534.26

Комбинированное применение методов граничных и конечных элементов при решении задач дифракции акустических волн на оболочках. Абен М., Лахе А. - Труды Таллиннского технического университета. 1989, № 691, с. 63-72.

Рассматривается численное решение задач дифракции акустических волн на оболочках произвольной формы в жидкости. Излагается комбинация методов конечных и граничных элементов. Задача разбивается на три подзадачи: связывание нормального давления с нормальным перемещением в узловых точках методом конечных элементов; составление и решение интегральных уравнений для определения рассеянного поля давления на поверхности оболочки; определение дальнего рассеянного поля давления формулой Кирхгофа.

Представлены численные результаты для стальной цилиндрической оболочки с полусферами в концах в воде. Длина цилиндрической части оболочки равна 2 радиусам. Частота падающей сферической волны выбрана так, чтобы волновой радиус был 1.

Рисунков - 2, библиографических наименований - 12.

Расчет стального корпуса цилиндрического аппарата в области присоединения монтажного штуцера.

Гордон Э.Я. - Труды Таллиннского технического университета, 1989, № 691, с. 73-84.

На стенку цилиндрического аппарата в области присоединения монтажного штуцера действуют моментная и сдвиговая нагрузки. В наших ранних работах влияние штуцера было заменено линейно распределенной внешней нагрузкой. В данной статье оболочка аппарата и приваренный к ней штуцер рассматриваются как единая система. Кроме того, напряженное состояние системы определяется с учетом нелинейно упругой зависимости между напряжениями и деформациями. Результаты представлены в виде графиков, которые могут быть непосредственно применены для практического расчета.

Таблиц - 2, рисунков - 5, библиографических наименований - 7.

Экспериментальное исследование деревянного ребристого купола. Юст Э.Э., Пукк О.В. - Труды Таллиннского технического университета. 1989, № 691, с. 85-93.

В статье рассматривается конструкция модели деревянного ребристого купола с применением клееной древесины и устройства нагружения его. Из исследований напряженно-деформированного состояния купола приводятся некоторые характерные результаты распределения усилий и перемещений от симметричного своеобразного размещения нагрузок.

Рисунков - 3.

Экспериментальное исследование работы контурных конструкций деревянных коноидальных оболочек.

Лавров А.И. - Труды Таллиннского технического университета. 1989, № 691, с. 94-100.

Излагаются результаты экспериментального исследования диафрагм (очерченных по квадратной параболе) и бортовых элементов модели, размерами в плане  $1,2 \times 1,8$  м и стрелами подъема диафрагм 55 и 25 см. В статье приводятся данные испытаний при вертикально распределенных нагрузках  $3 \text{ нм/м}^2$ . Также излагаются данные испытаний при предварительном натяжении бортового элемента (стрингера).

Рисунков - 3, библиографических наименований - 1.

УДК 624.074.4

Упрощенное аналитическое решение задачи гипара.

Федоров В.Г., Нйгер К.П. - Труды Таллиннского технического университета. 1989, № 691, с. 101-104.

В статье представляется упрощенный метод расчета пологого, ребрами подкрепленного гипара. Приводятся результаты расчета, что хорошо согласуются с данными экспериментальных исследований.

Библиографических наименований - 2.

УДК 624.074.4.621.031

Анализ данных экспериментального исследования моделей пологих оболочек  $R_1/R_2 = 5 - 10$  двойкой кривизны.

Тярно Ю.А. - Труды Таллиннского технического университета, 1989, № 691, с. 105-117.

В статье рассматриваются эксперименты с моделями оболочек из стеклопластика,  $R_1/R_2 = 10$  и  $5$  прямоугольные в плане с отношением сторон  $R_1/R_2 = 2$  и  $3$ . В исследуемых оболочках нулевая линия эпюры продольных нормальных сил находится в зоне у бортового элемента, а максимальные сжимающие усилия развиваются вблизи нулевой линии. Такое распределение

продольных нормальных сил в железобетонных оболочках не позволяет образования поперечных трещин в криволинейной части. При моделировании средней волны многоволнового перекрытия вертикальное опирание бортовых элементов вызывает равномерное распределение внешней нагрузки на все промежуточные и угловые опоры. Это означает, что эффект пространственной работы модели потерян и конструкция работает в поперечном направлении как арка. Оболочки положительной гауссовой кривизны при всех рабочих схемах работают в моментном состоянии. В отдельностоящих оболочках наблюдается значительное влияние продольных сводов.

Таблиц - I, рисунков - 8, библиографических наименований - I.

УДК 624.074.4.621.031

Анализ данных экспериментального исследования моделей цилиндрических оболочек из стеклопластика,

Тярно Ю.А. - Труды Таллиннского технического университета, 1989, № 691, с. 118-132.

В статье рассматриваются данные экспериментов с моделями цилиндрических оболочек (39 шт.) из стеклопластика, прямоугольные в плане с отношением сторон  $L/l = 2-3$ . Рассматриваются разные рабочие схемы, в том числе оболочки с поперечными и продольными искусственными трещинами. Особенно на поперечные изгибающие моменты влияют изменения высоты продольных бортовых элементов. В оболочках с высокими бортовыми элементами и с подпертыми бортовыми элементами значительного различия в моментах не наблюдается. Опорные реакции промежуточных опор составляют около 5-11 % от общей нагрузки на криволинейную часть и в зависимости от высоты бортовых элементов, являются усилиями сжатия и растяжения. При имитации работы внутренней волны имеются широкие зоны отрицательных изгибающих моментов у бортового элемента. В моделях с низкими бортовыми элементами у конька оболочки имеются зоны отрицательных поперечных изгибающих моментов с максимумом у самого конька. В моделях

с высокими бортовыми элементами в поперечном сечении могут развиваться только положительные поперечные изгибающие моменты.

Таблиц - I, рисунков - 7.

Рисунков - 3, табл. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

180, 190, 200, 210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290, 300, 310, 320, 330, 340, 350, 360, 370, 380, 390, 400, 410, 420, 430, 440, 450, 460, 470, 480, 490, 500, 510, 520, 530, 540, 550, 560, 570, 580, 590, 600, 610, 620, 630, 640, 650, 660, 670, 680, 690, 700, 710, 720, 730, 740, 750, 760, 770, 780, 790, 800, 810, 820, 830, 840, 850, 860, 870, 880, 890, 900, 910, 920, 930, 940, 950, 960, 970, 980, 990, 1000.



Цена руб. 1.40