TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 295

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

СБОРНИК СТАТЕЙ

IX

ТАЛЛИН 1970

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 295 1970

УДК 539;
544

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

СБОРНИК СТАТЕЙ

IX

ТАЛЛИН 1970

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 295 1970

УДК 539.384

И.И. Ааре, С.И. Иднурм

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ТОНКОСТЕННОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ РАМЫ

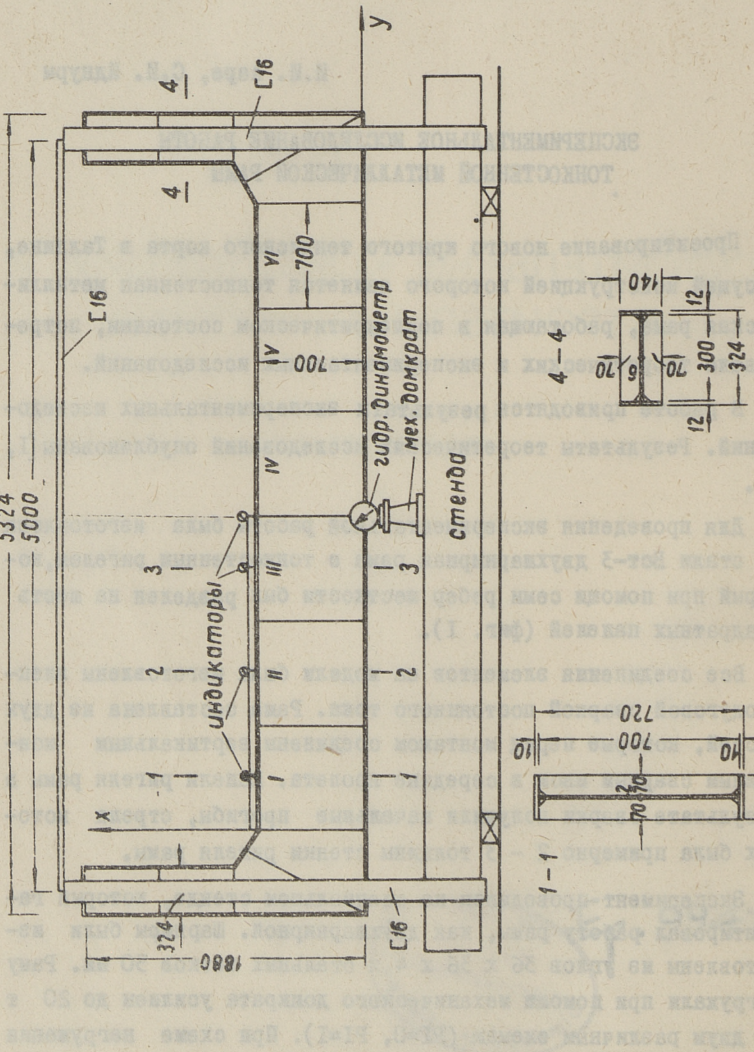
Проектирование нового крытого теннисного корта в Таллине, несущей конструкцией которого является тонкостенная металлическая рама, работающая в послекритическом состоянии, потребовало теоретических и экспериментальных исследований.

В работе приводятся результаты экспериментальных исследований. Результаты теоретических исследований опубликованы [I, 2].

Для проведения экспериментальной работы была изготовлена из стали Вст-3 двухшарнирная рама с тонкостенным ригелем, который при помощи семи ребер жесткости был разделен на шесть квадратных панелей (фиг. I).

Все соединения элементов на модели были изготовлены электродуговой сваркой постоянного тока. Рама составлена из двух частей, которые перед монтажом соединены вертикальным монтажным сварным швом в середине пролета. Панели ригеля рамы в результате сварки получили начальные прогибы, стрела которых была примерно 2 - 3 толщины стенки ригеля рамы.

Эксперимент проводился на специальном стенде, который гарантировал работу рамы, как двухшарнирной. Шарниры были изготовлены из углов 36 х 36 х 4 и стальных катков 50 мм. Раму нагружали при помощи механического домкрата усилием до 20 т по двум различным схемам (PI=0, PI=I). При схеме нагружения


y
x
C16
C16
C16
C16
4
4
5324
5000
700
700
VI
V
IV
III
II
I
1
2
3
индикаторы
гидр. динамометр
мех. домкрат
стенда
4 — 4
140
12
10
6
300
324
1 — 1
720
10
140
324
1880

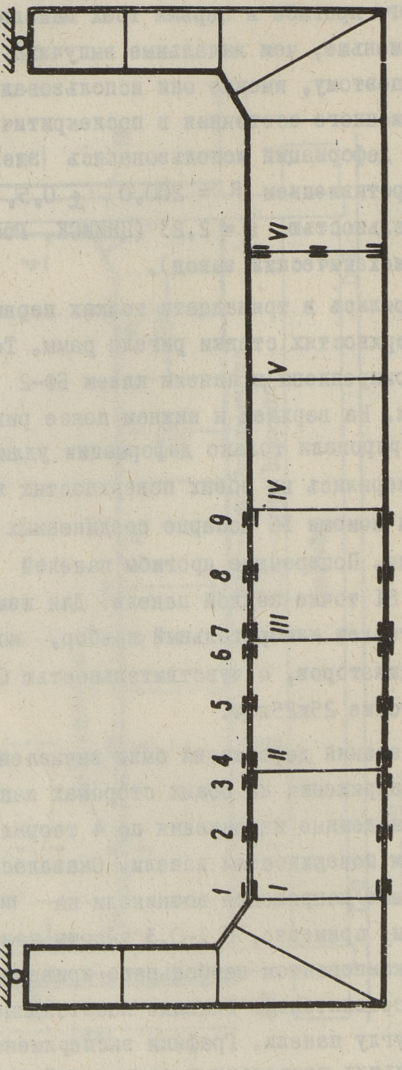
Фиг.1.

PI=0, усилие было приложено в середине пролета, а по схеме PI=I в двух точках на расстоянии 0,7 м от середины. Для измерения ~~усилия использовались~~ гидравлические динамометры SK-30 с измерительным участком до 30 тонн.

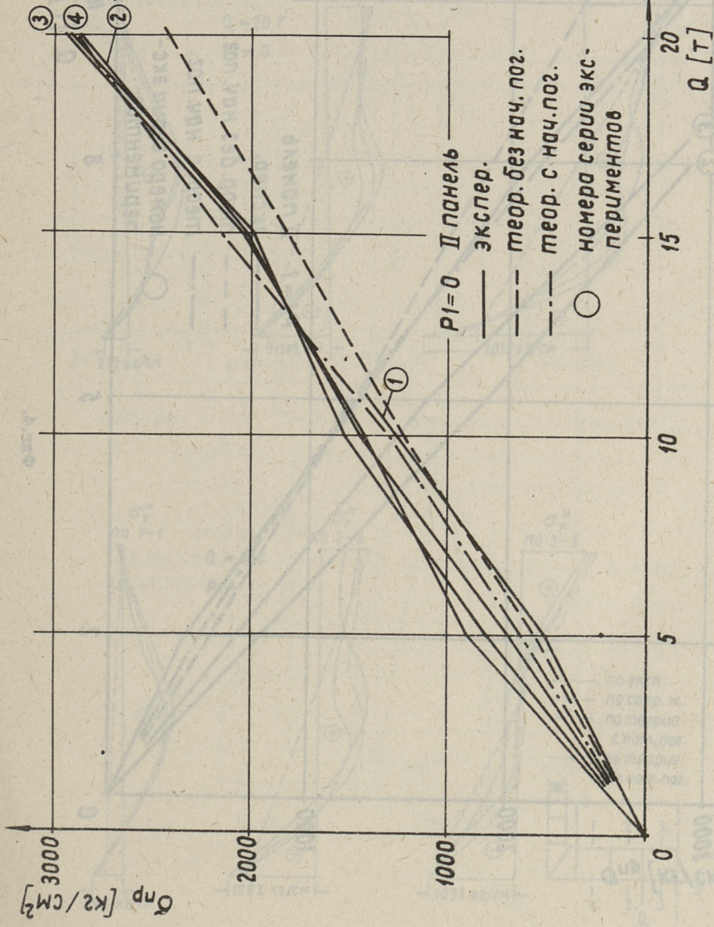
Стрела начального прогиба в первых трех панелях (I, П, Ш на фиг. I) была меньше, чем начальные выпучины в трех остальных панелях и поэтому, именно они использовались при исследовании напряженного состояния в послекритической стадии. Для измерения деформаций использовались электрические тензодатчики с сопротивлением R = 200,0 ± 0,5, с базой 25 мм и с чувствительностью s = 2,23 (ЦНИИСК, Госстрой СССР, экспериментальный механический завод).

Деформации измерялись в тринадцати точках первых трех панелей на обеих поверхностях стенки ригеля рамы. Тензодатчики сопротивления прикреплены к панели клеем БФ-2 в виде ĸ -образных розеток. На верхнем и нижнем поясе ригеля рамы тензодатчики регистрировали только деформации удлинения. Деформации поясов измерялись на обеих поверхностях в девяти точках (фиг. 2) при помощи 36 попарно соединенных тензодатчиков сопротивления. Поперечные прогибы панелей ригеля рамы измерялись в 8I точке каждой панели. Для измерения перемещений был изготовлен измерительный прибор, который состоит из девяти индикаторов, с чувствительностью 0,0I мм, прикрепленных на уголке 25х25х 4.

В результате измерений деформаций были вычислены нормальные и касательные напряжения на обеих сторонах панели, а также мембранные и приведенные напряжения по 4 теории прочности в I3 точках по обеим поверхностям панели. Оказалось, что наибольшие приведенные напряжения возникали на поверхности обычно на расстоянии, примерно, 0,I-0,3 высоты панели от его угла. Основным компонентом наибольшего приведенного напряжения оказались сравнительно большие касательные напряжения от кручения на углу панели. Графики экспериментальных и теоретических наибольших приведенных напряжений на поверхности II панели представлены на фиг. 3 и 4.

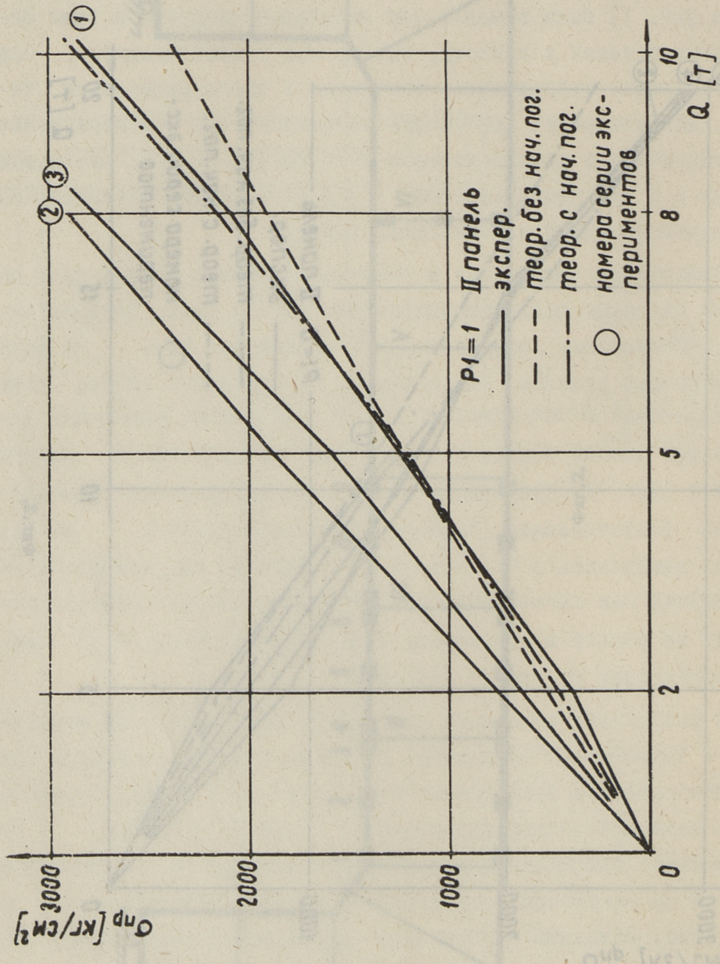


Фиг.2.

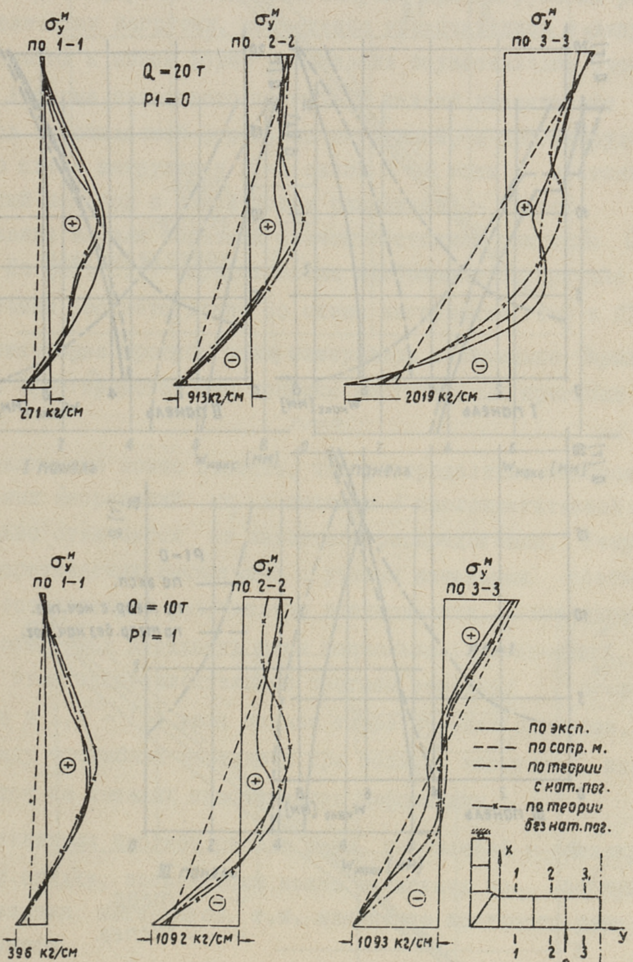


σпр [кг/см²]
3000
2000
1000
0
5
10
15
20
Q [т]
③
④
②
①
Pl=0 II панель
экспер.
теор. без нач. пог.
теор. с нач.пог.
номера серии экс-
периментов

Фиг.3.

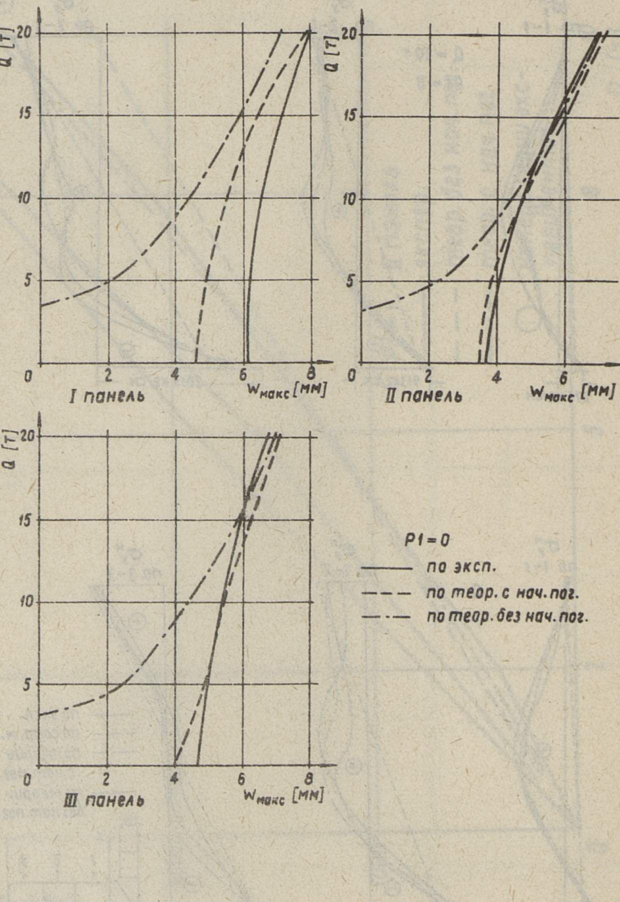

σпр [кг/см²]
3000
2000
1000
0
2
5
8
10
Q [т]
1
2
3
P1=1 II панель
экспер.
теор. без нач. пог.
теор. с нач. пог.
номера серии экс-
периментов

Фиг.4.

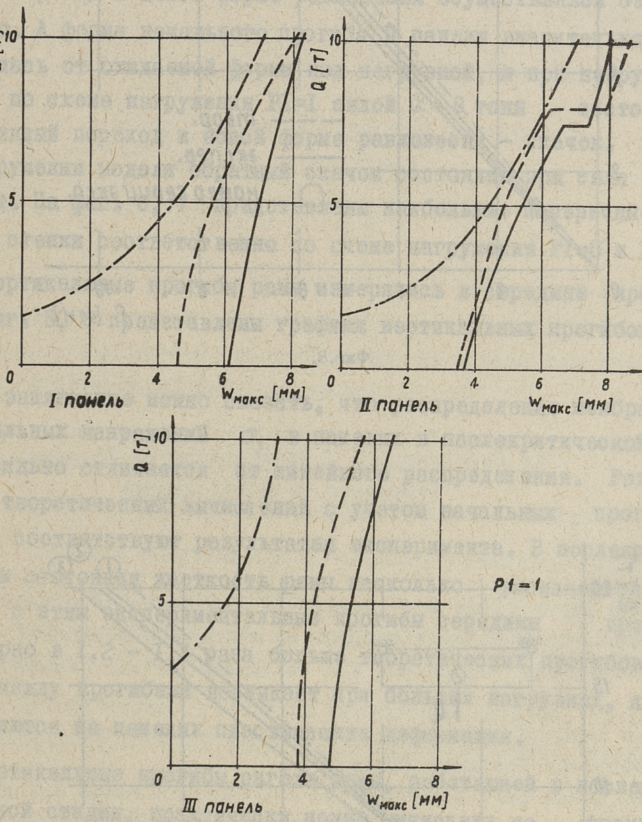


$\sigma_y^м$ по 1-1
$\sigma_y^м$ по 2-2
$\sigma_y^м$ по 3-3
Q = 20 т
P1 = 0
271 кг/см
913 кг/см
2019 кг/см
Q = 10 т
P1 = 1
396 кг/см
1092 кг/см
1093 кг/см
по эксп.
по сопр. м.
по теории с нат. пог.
по теории без нат. пог.
x
y
1
2
3
Q

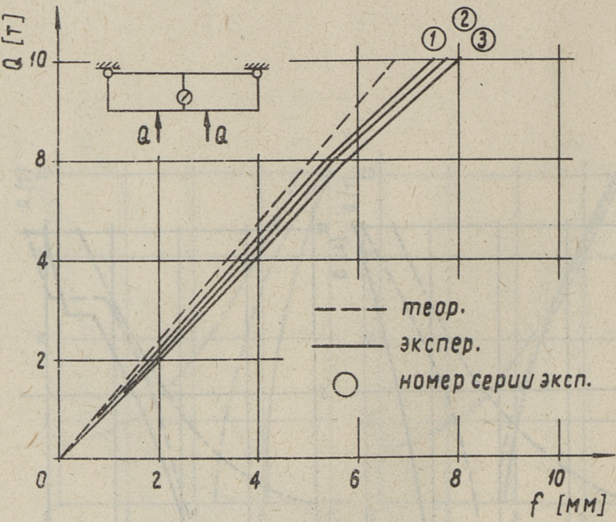
Фиг.5.


Q [T]
W макс [мм]
I панель
II панель
III панель
P1 = 0
по эксп.
по теор. с нач. пог.
по теор. без нач. пог.

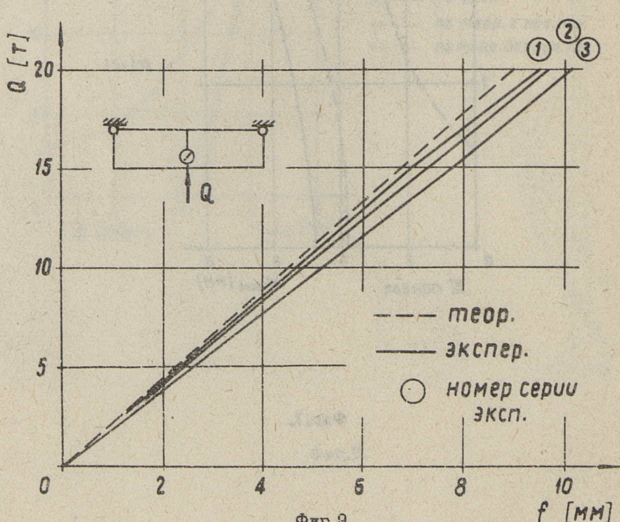
Фиг.6.



Фиг.7.


Q [т]
10
8
4
2
0
2
4
6
8
10
f [мм]
Q
Q
1
2
3
теор.
экспер.
номер серии эксп.

Фиг.8.


Q [т]
20
15
10
5
0
2
4
6
8
10
f [мм]
Q
1
2
3
теор.
экспер.
номер серии
эксп.

Фиг.9.

На фиг. 5 представлены мембранные напряжения σ_y в середине панелей. Как видно из графиков, сжатый пояс несколько перегружается, а растянутый пояс разгружается.

Формы начальных погибов I, II, III, V панели примерно соответствовали формам ожидаемых выпучин при нагружении рамы. При увеличении нагрузки, постепенно увеличивались и выпучины и переход к новой форме равновесия осуществлялся беспрерывно. А форма начального прогиба II панели значительно отличалась от ожидаемой формы под нагрузкой, и при нагружении рамы по схеме нагружения PI=I силой Q = 8 тонн состоялся внезапный переход к новой форме равновесия - скачок. При разгружении модели обратный скачок состоялся при силе Q = 2 т. На фиг. 6, 7 представлены наибольшие поперечные прогибы стенки соответственно по схеме нагружения PI=0 и PI=I.

Вертикальные прогибы рамы измерялись в середине пролета. На фиг. 8, 9 представлены графики вертикальных прогибов рамы.

В заключение можно сказать, что распределение мембранных нормальных напряжений σ_y в панелях в послекритической стадии сильно отличается от линейного распределения. Результаты теоретических вычислений с учетом начальных прогибов лучше соответствуют результатам эксперимента. В послекритическом состоянии жесткость рамы несколько уменьшается, в связи с этим экспериментальные прогибы середины пролета примерно в I,2 - I,3 раза больше теоретических прогибов. Разница между прогибами возникает при больших нагрузках, когда появляются на панелях пластические деформации.

Вертикальные прогибы ригеля рамы, работающей в послекритической стадии, практически можно вычислить по формулам сопротивления материалов, т.к. изменение жесткости рамы несущественное.

Литература

I. И.И. Аарe, С.И. Идкурм. Расчет пластинок, нагруженных сдвигом, изгибом и сжатием в послекритической стадии. Труды ТПИ, серия А, № 269, 1968.

2. И.И. А а р е, С.И. И д н у р м. Закритическое поведение пластинок при сдвиге и изгибе. Труды ТПИ, серия А, №278, 1969.

J.Aare, S.Idnurm

An Experimental Investigation of Slender Webplates of Metal Frames

S u m m a r y

This paper gives the results of the tests of slender webplate steel frame with 5000 mm span, the height of the webplate being 700 mm and the thickness of the webplate 2 mm.

The load of the webplates exeeds the critical load of the webplate for many times.

The tests have been made in the elastic range and the results showed deflections of webplate.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 295 1970

УДК 621.031

В.Р. Кульбах, А.А.Равасоо

РАСЧЕТ СЕДЛОВИДНЫХ ВИСЯЧИХ ПОКРЫТИЙ МЕТОДОМ КОЛЛОКАЦИИ

Введение

В настоящей работе излагается метод статического расчета висячих покрытий отрицательной кривизны с ортогональной в плане сетью тросов, разработанный на основе так называемой континуальной расчетной схемы.

При составлении расчетных уравнений приняты следующие допущения:

1. Элементы кровли не участвуют в работе покрытия.

2. Покрытие сопротивляется только растяжению и не воспринимает сдвигающих усилий.

3. Деформации покрытия и контура совершаются в стадии упругой работы материала.

4. Относительные удлинения покрытия и контура, вызванные действием внешней нагрузки, намного меньше единицы ($\varepsilon << 1$).

5. Деформации покрытия не превосходят предельных величин, соответствующих моменту исчезновения предварительного напряжения системы.

6. Контур висячего покрытия перемещается только в горизонтальном направлении.

Общие уравнения

I. Уравнения равновесия.

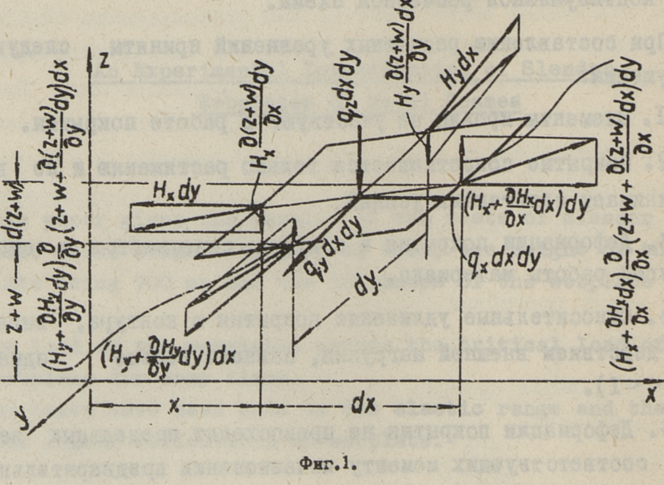
Рассматриваем пространственную тросовую сетку как непрерывную оболочку. Уравнения равновесия для выделенного из его поверхности элемента [I] представляются в виде (см.фиг. I).

$$\frac{\partial H_{ox}}{\partial x} = 0, \tag{I}$$

$$\frac{\partial H_{oy}}{\partial x} = 0, \tag{2}$$

$$H_{ox}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + H_{oy}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + q_x = 0, \tag{4}$$



Фиг.1.

$$\frac{\partial H_y}{\partial y} + q_y = 0, \tag{5}$$

$$\Delta H_x \frac{\partial^2(z+w)}{\partial x^2} + \Delta H_y \frac{\partial^2(z+w)}{\partial y^2} + H_{0x}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + H_{0y}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} -$$

$$- q_z - q_x \frac{\partial(z+w)}{\partial x} - q_y \frac{\partial(z+w)}{\partial y} = 0, \tag{6}$$

где $\Delta H_x = H_x - H_{0x}$, $\Delta H_y = H_y - H_{0y}$,

H_0, H – горизонтальные проекции усилий оболочки соответственно в исходном и загруженном состояниях,

u, v, w – составляющие перемещений,

q_x, q_y, q_z – составляющие внешней нагрузки.

2. Физические и геометрические уравнения.

Пользуясь геометрическими зависимостями нелинейной теории пологих оболочек, выразим зависимости между усилиями и соответствующими удлинениями следующим образом:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 = \frac{\Delta H_x}{E_x \delta_x}\left[1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2\right]^{3/2}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 = \frac{\Delta H_y}{E_y \delta_y}\left[1+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right]^{3/2}, \tag{8}$$

где δ_x, δ_y – приведенные толщины оболочки,

E_x, E_y – модули упругости оболочки.

3. Граничные условия по перемещениям.

Для исключения из уравнений (7) и (8) тангенциальных перемещений u и v интегрируем уравнения в пределах контура оболочки

$$u = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial u}{\partial x}\,dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\Delta H_x}{E_x \delta_x}\left[1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2\right]^{3/2} dx - \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial w}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial x}\right) dx, \tag{9}$$

$$v=\int\limits_{y_1}^{y_2}\frac{\partial v}{\partial y}dy=\int\limits_{y_1}^{y_2}\frac{\Delta H_y}{E_y\delta_y}\left[1+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right]^{3/2}dy-\int\limits_{y_1}^{y_2}\frac{\partial w}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial y}-\frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial y}\right)dy. \quad (10)$$

Найденные интегральные перемещения вследствие непрерывности между контуром и оболочкой должны равняться смещениям контурного элемента под действием распоров оболочки.

При линейных горизонтальных деформациях контура

$$u=-\Delta H_x\Delta_{xx}+\Delta H_y\Delta_{xy}, \quad (11)$$

$$v=-\Delta H_y\Delta_{yy}+\Delta H_x\Delta_{yx}, \quad (12)$$

где Δ_{xx}, Δ_{xy} – смещения контура в направлении оси x под действием единичного распора соответственно в направлении осей x и y.

Δ_{yy}, Δ_{yx} – то же, в направлении оси y.

4. Разрешающие уравнения.

Система из 8-ми уравнений (1)...(8) с 8-мью неизвестными с учетом граничных условий (10) и (11) полностью определяет деформированное и напряженное состояние висячего покрытия.

При граничных условиях $u=0$, $v=0$ разрешающие уравнения выведены в статье [1].

Для случая загружения оболочки только вертикальной нагрузкой q_z при деформируемом контуре основные уравнения, после ввода обозначений

$$\Phi_1=\int\limits_{x_1}^{x_2}\frac{\partial w}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial x}\right)dx, \quad (13)$$

$$\Phi_2=\int\limits_{y_1}^{y_2}\frac{\partial w}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial y}+\frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial y}\right)dy, \quad (14)$$

$$\Phi_3=\frac{1}{E_x\delta_x}\int\limits_{x_1}^{x_2}\left[1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2\right]^{3/2}dx, \quad (15)$$

$$\Phi_4=\frac{1}{E_y\delta_y}\int\limits_{y_1}^{y_2}\left[1+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right]^{3/2}dy \quad (16)$$

принимают вид:

$$\Delta H_x = \frac{\Phi_1(\Phi_4+\Delta_{yy}) + \Phi_2\Delta_{xy}}{(\Phi_3+\Delta_{xx})(\Phi_4+\Delta_{yy}) - \Delta_{xy}\Delta_{yx}}, \qquad (17)$$

$$\Delta H_y = \frac{\Phi_2(\Phi_3+\Delta_{xx}) + \Phi_1\Delta_{yx}}{(\Phi_3+\Delta_{xx})(\Phi_4+\Delta_{yy}) - \Delta_{xy}\Delta_{yx}}, \qquad (18)$$

$$\left[\Phi_1(\Phi_4+\Delta_{yy}) + \Phi_2\Delta_{xy}\right]\frac{\partial^2(z+w)}{\partial x^2} + \left[\Phi_2(\Phi_3+\Delta_{xx}) + \Phi_1\Delta_{yx}\right]\frac{\partial^2(z+w)}{\partial y^2} + \left[(\Phi_3+\Delta_{xx})(\Phi_4+\Delta_{yy}) - \Delta_{xy}\Delta_{yx}\right]\cdot \left(H_{0x}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + H_{0y}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - q_z\right) = 0. \qquad (19)$$

Полученное нелинейное дифференциальное уравнение гиперболического типа с частными производными (19) имеет переменные коэффициенты, зависящие от искомой функции прогиба w. Оно может быть решено приближенными методами решения краевых задач.

Расчет покрытия, имеющего форму гиперболического параболоида с эллиптическим контуром

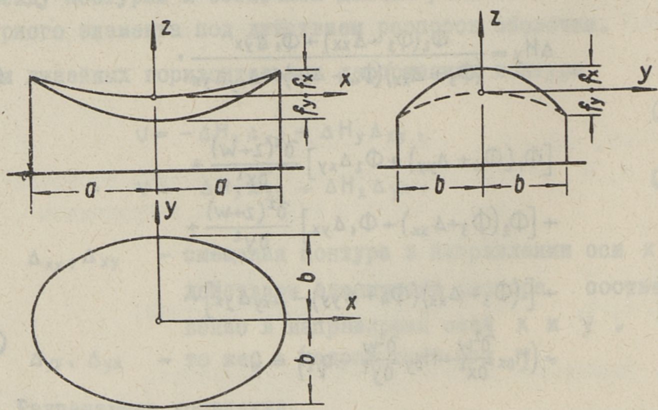
I. Геометрия и условия загружения висячего покрытия.

Пусть поверхность висячего покрытия (фиг. 2) в предварительно напряженном состоянии задана уравнением

$$z = f_x\left(\frac{x}{a}\right)^2 - f_y\left(\frac{y}{b}\right)^2. \qquad (20)$$

Контур покрытия описывается линией пересечения гиперболического параболоида с эллиптическим цилиндром. Проекция контура на горизонтальную плоскость имеет форму эллипса

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1. \qquad (21)$$



Фиг.2.

Рассмотрим случай нагружения поверхности покрытия по всей площади равномерно распределенной вертикальной нагрузкой интенсивностью $q_z = q$.

2. Учет деформации контура.

Вследствие анкеровки в наружных стенах здания, контур висячего покрытия может сместиться только в горизонтальном направлении.

Для определения компонентов смещений Δ, в качестве исходного приближения принимаем равномерное распределение горизонтальных проекций распоров покрытия ΔH_x и ΔH_y по диаметру контура. В этом случае горизонтальные деформации эллиптического контура можно выразить приближенными формулами

$$\Delta_{xy} = -\Delta_{xx}\frac{b^2}{a^2} = \frac{a^{5/2}\, b^{3/2}}{12 E_k J_k}\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)^{3/2}, \qquad (22)$$

$$\Delta y_x = -\Delta_{yy}\frac{a^2}{b^2} = \frac{a^{3/2} b^{5/2}}{12 E_k J_k}\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)^{3/2}, \tag{23}$$

где $E_k J_k$ – жесткость контура.

3. Решение задачи.

Учитывая плавность изменения внешней нагрузки по поверхности покрытия, применяем для приближенного решения уравнения (I9) метод коллокаций.

Функцию прогиба аппроксимируем в виде

$$w = w_0\left(1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}\right) + w_1\frac{x^2}{a^2}\left(1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}\right) +$$

$$+ w_2\frac{y^2}{b^2}\left(1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}\right) + w_3\frac{x^2 y^2}{a^2 b^2}\left(1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}\right), \tag{24}$$

удовлетворяющем граничным условиям и условию симметрии деформаций.

Далее вставляем заданную функцию прогиба в уравнения(I3) ...(I9). Так как распределение напряжений и деформаций симметрично относительно координатных осей, интегрируем функции $\Phi_1 \ldots \Phi_4$ в пределах первой четверти покрытия, принимая

$$x_1 = 0, \quad x_2 = a\sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}} \tag{25}$$

$$y_1 = 0, \quad y_2 = b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}. \tag{26}$$

Функции Φ_3 и Φ_4 интегрируются легко после разложения их подинтегральной части в биноминальный ряд Ньютона.

Согласно методу коллокации выбираем в первой четверти покрытия четыре коллокационные точки, в которых требуем, чтобы левая сторона уравнения (I9) равнялась нулю после вставки заданной функции прогиба.

Координаты (x , y) точек коллокации при эллиптическом в плане контуре целесообразно выбрать следующие: (0; 0); (0,5 a; 0); (0; 0,5 b); (0,333 a; 0,333 b), Ввиду симметрии уравнение (19) будет удовлетворено и в зеркальных точках выбранных точек коллокации.

Для определения независимых параметров $w_0, \ldots, w_3$ получим систему из четырех кубических уравнений в виде

$$
\begin{aligned}
& c_{i,1} w_0 + c_{i,2} w_1 + c_{i,3} w_2 + c_{i,4} w_3 + \\
& + c_{i,5} w_0^2 + c_{i,6} w_1^2 + c_{i,7} w_2^2 + c_{i,8} w_3^2 + \\
& + c_{i,9} w_0^3 + c_{i,10} w_1^3 + c_{i,11} w_2^3 + c_{i,12} w_3^3 + \\
& + c_{i,13} w_0 w_1 + c_{i,14} w_0 w_2 + c_{i,15} w_0 w_3 + \\
& + c_{i,16} w_1 w_2 + c_{i,17} w_1 w_3 + c_{i,18} w_2 w_3 + \\
& + c_{i,19} w_0^2 w_1 + c_{i,20} w_0^2 w_2 + c_{i,21} w_0^2 w_3 + \\
& + c_{i,22} w_1^2 w_0 + c_{i,23} w_1^2 w_2 + c_{i,24} w_1^2 w_3 + \\
& + c_{i,25} w_2^2 w_0 + c_{i,26} w_2^2 w_1 + c_{i,27} w_2^2 w_3 + \\
& + c_{i,28} w_3^2 w_0 + c_{i,29} w_3^2 w_1 + c_{i,30} w_3^2 w_2 + \\
& + c_{i,31} w_0 w_1 w_2 + c_{i,32} w_0 w_2 w_3 + \\
& + c_{i,33} w_0 w_1 w_3 + c_{i,34} w_1 w_2 w_3 + c_{i,35} = 0 ,
\end{aligned}
\tag{27}
$$

где $i = 1, \ldots, 4$.

В уравнении (27) все коэффициенты $c_{i,k}$ являются функциями от начальной геометрии покрытия и контура, а также от компонентов горизонтальных смещений последнего. Коэффициенты при линейных членах уравнения $c_{i,1}, \ldots, c_{i,4}$ зависят еще от предварительного напряжения системы, а свободный член $c_{i,35}$ от внешней нагрузки.

Полученная система нелинейных уравнений решается легко при применении ЭЦВМ методами последовательных приближений.

Уравнения для определения приращений распоров покрытия имеют вид:

$$\Delta H_x = K\big(a_1 W_0 + a_2 W_1 + a_3 W_2 + a_4 W_3 + a_5 W_0^2 + \tag{28}$$
$$+ a_6 W_1^2 + a_7 W_2^2 + a_8 W_3^2 + a_9 W_0 W_1 + a_{10} W_0 W_2 +$$
$$+ a_{11} W_0 W_3 + a_{12} W_1 W_2 + a_{13} W_1 W_3 + a_{14} W_2 W_3\big)$$

$$\Delta H_y = K\big(a_{15} W_0 + a_{16} W_1 + a_{17} W_2 + a_{18} W_3 + a_{19} W_0^2 +$$
$$+ a_{20} W_1^2 + a_{21} W_2^2 + a_{22} W_3^2 + a_{23} W_0 W_1 + a_{24} W_0 W_2 + \tag{29}$$
$$+ a_{25} W_0 W_3 + a_{26} W_1 W_2 + a_{27} W_1 W_3 + a_{28} W_2 W_3\big).$$

В уравнениях (28) и (29) тоже все коэффициенты зависят от начальной геометрии покрытия и контура и от компонентов горизонтальных смещений последнего, но не зависят от предварительного напряжения системы. Коэффициенты при независимых параметрах уравнения (28) не зависят от координаты x, а в уравнении (29) от координаты y.

4. Программирование задачи.

В целях получения удобного алгоритма для численного решения уравнений (27), ..., (29), выбраны промежуточные коэффициенты k_i, зависящие только от геометрии покрытия и m_j, зависящие от физических параметров покрытия и контура, а также от смещений последнего от единичных распоров.

Коэффициенты при неизвестных параметрах функции прогиба в уравнениях (28) и (29) приводятся к виду

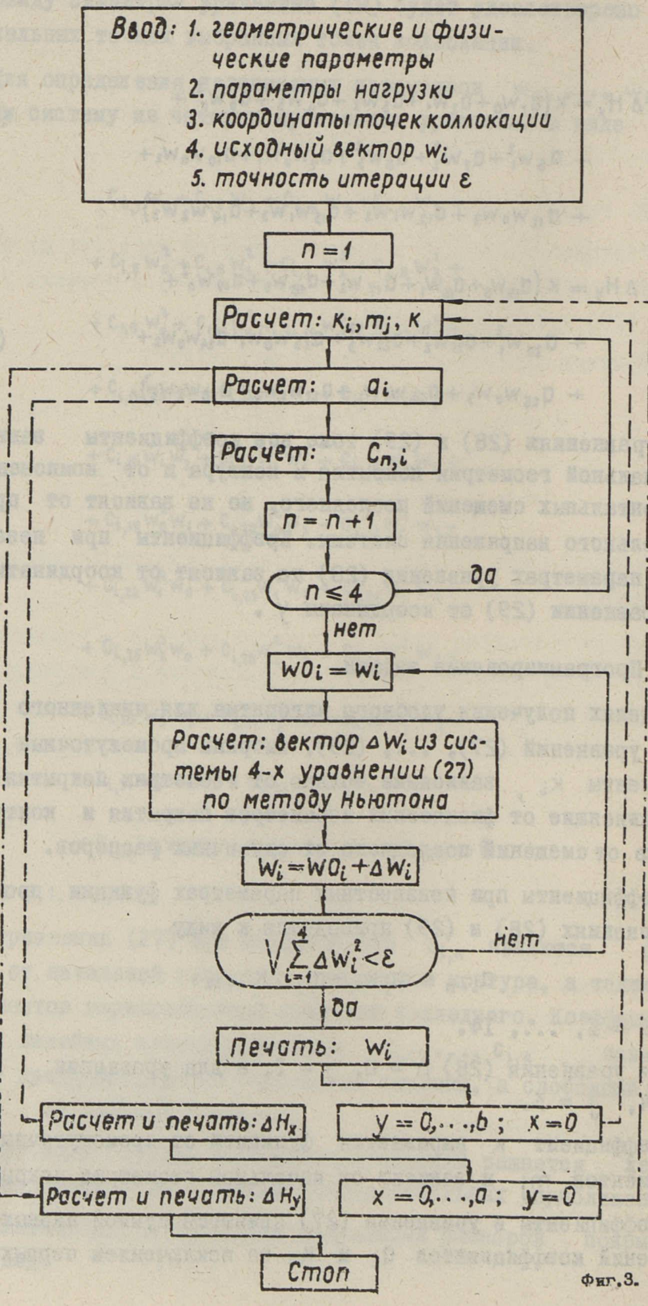
$$a_{i+n} = m_j k_i + m_{j+1} k_{i+20},$$

где $i = 1, \ldots, 14$.

Для уравнения (28) $n = 0$, $j = 1$, а для уравнения (29) $n = 14$, $j = 3$.

Коэффициент K выражается функцией от промежуточных коэффициентов m_j и зависит от начальной геометрии покрытия.

Коэффициенты в уравнении (27) являются суммой парных произведений коэффициентов a_i и k_n за исключением первых че-


Ввод: 1. геометрические и физические параметры
2. параметры нагрузки
3. координаты точек коллокации
4. исходный вектор w_i
5. точность итерации ε
$n = 1$
Расчет: k_i, m_j, K
Расчет: a_i
Расчет: $C_{n,i}$
$n = n + 1$
$n \leq 4$
да
нет
$W0_i = W_i$
Расчет: вектор ΔW_i из системы 4-х уравнений (27) по методу Ньютона
$W_i = W0_i + \Delta W_i$
$\sqrt{\sum_{i=1}^{4} \Delta W_i^2} < \varepsilon$
нет
да
Печать: W_i
Расчет и печать: ΔH_x
$y = 0, \ldots, b$; $x = 0$
Расчет и печать: ΔH_y
$x = 0, \ldots, a$; $y = 0$
Стоп
Фиг.3.

тырех, в которых к суммам парных произведений плюсуется функция от предварительного напряжения системы.

Свободный член уравнения (27) выражается в форме

$$c_{i,35} = \frac{q_z}{K}.$$

Рабочая программа для численного решения поставленной задачи составлена для ЭЦВМ "Минск-22" на входном языке "MALGOL".

Система из четырех кубических уравнений решается методом последовательных приближений Ньютона.

Блок-схема программы представлена на фиг. 3.

5. Численный пример.

В качестве примера моделируем непрерывной оболочкой тросовую сетку модели, построенной для экспериментальных исследований на кафедре строительных конструкций ТПИ и изображенной на фиг. 2.

Исходными данными будут:

a = I72,6 см, $E_x = E_y = 2.05 \cdot 10^6$ кГ/см^2,
b = I68,2 см, J_K = I47,8 см^4,
f_x = 32,7 см, $E_K = 2{,}1 \cdot 10^6$ кГ/см^2,
f_y = 30,3 см, $H_{0x} = H_{0y}$ = 2,79 кГ/см,
$\sigma_x = \sigma_y = 5{,}91 \cdot 10^{-4}$ см, $q_z = 3{,}29 \cdot 10^{-3}$ кГ/см^2.

Принимаем за координаты (x,y) коллокационных точек (0; 0); (0,5 a; 0); (0; 0,5 b); (0,33 a; 0,33 b); за исходные значения параметров функции прогиба

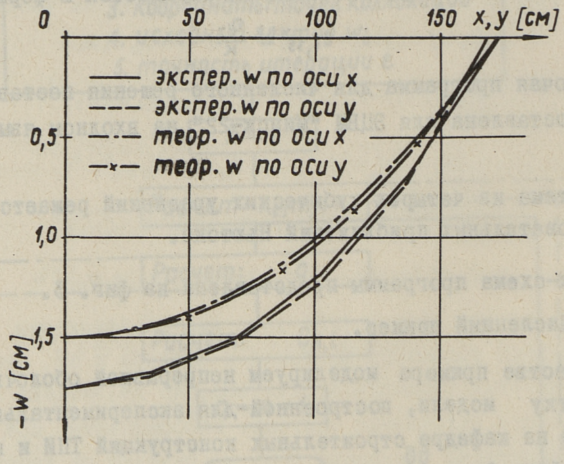
(-3; + 0,I; -0,6; +0,5)

и за точность итерации $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-3}$.

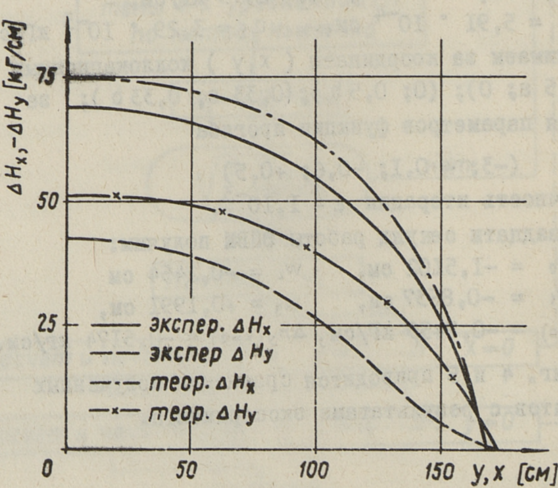
После двадцати секунд работы ЭЦВМ получим:

w_0 = -I,5I02 см, w_2 = -0,2454 см
w_1 = -0,8637 см, w_3 = +0,I99I см,
$\Delta H_{x(y=0)}$ = -0,7459 кГ/см, $\Delta H_{y(x=0)}$ = -0,5I74 кг/см.

На фиг. 4 и 5 приводится сравнение полученных расчетом результатов с результатами эксперимента.


0
50
100
150
x, y [см]
экспер. w по оси x
экспер. w по оси y
теор. w по оси x
теор. w по оси y
0,5
1,0
1,5
-w [см]

Фиг.4.


ΔHx, -ΔHy [кГ/см]
75
50
25
экспер. ΔHx
экспер ΔHy
теор. ΔHx
теор. ΔHy
0
50
100
150
y, x [см]

Фиг.5.

Заключение

Изложенный метод расчета висячих покрытий отрицательной кривизны с ортогональной схемой тросов позволяет учитывать геометрическую нелинейность задачи и деформации обрамляющего контура.

Главным достоинством метода перед соответствующими дискретными схемами расчета является сравнительная наглядность разрешающих уравнений и возможность их быстрого решения на ЭЦВМ.

При накоплении экспериментальных данных имеется возможность повышения точности численных результатов расчета за счет лучшей аппроксимации функции прогиба и функции деформации контура от единичных распоров.

Литература

I. В. Кульбах. О расчете пологих оболочек отрицательной кривизны, сопротивляющихся только растяжению. Известия Академии Наук Эстонской ССР, том. XIУ. Серия физ.-мат. и техн. наук, № 3, 1965.

2. В.Р. Кульбах. О влиянии параметров системы на работу висячих покрытий отрицательной кривизны. Труды ТПИ серия А, № 278, 1969.

3. М. Котли, П. Ханко. Руководство по алгоритмическому языку " MALGOL" АН ЭССР, Институт кибернетики. Программы для ЭЦВМ "Минск-2". Вып. 4. Таллин 1966.

V.Kulbach, A.Ravasoo

Calculation of Saddle-Shaped Hanging Roofs with the Method of Collocation

Summary

The method of calculation of the above-mentioned constructions is developed in this paper. The initial equations are deduced from the theory of plane casings resistent to tension only and presented in / 1 /.

The geometrical non-linear factor and the displacements of contour are taken into account. The main differential equation of the second order is solved for the case of uniform loading by the method of collocation, approximating the function of flexure w by the function of four independent parameters. The course of programming the calculation to an electronic computer is presented. The results of a numeral example are compared with the results of an experiment.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 295 1970

УДК 624.074
624.04

В. Кульбах, К. Ыйгер

О СТАТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ ПОЛОГИХ СЕДЛОВИДНЫХ ВИСЯЧИХ ПОКРЫТИЙ С КОНТУРОМ ИЗ ДВУХ ПЛОСКИХ ПОЛУКРУГОВЫХ АРОК

Контур висячего покрытия с аналитически легко описываемой поверхностью переноса (например гиперболическим параболоидом) обычно характеризуется или неблагоприятной статической работой или сложностью изготовления. Поэтому естественен интерес к покрытиям, обрамленным простыми контурными элементами, например, плоскими полукруговыми арками.

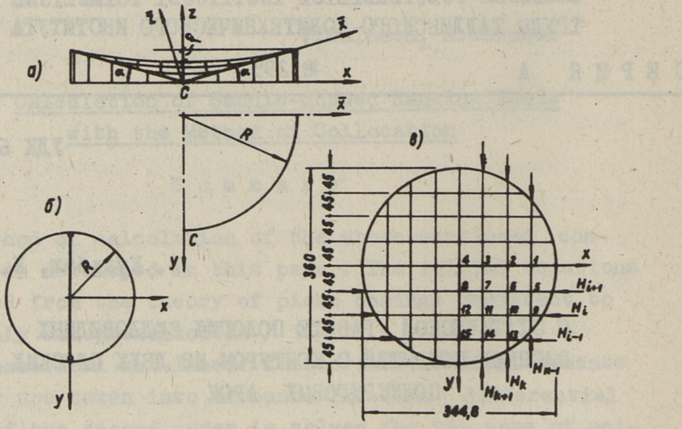
Данная работа посвящается исследованию статической работы покрытия, контур которого образован двумя наклонными полукруговыми арками (см. фиг. I а). Рассматриваемый контур имеет в плане слегка эллиптическое очертание.

Начальная геометрия предварительно напряженной вантовой сети определяется по методике, приведенной в работе [3], а анализ напряженно-деформированного состояния сети ведется по дискретной схеме при помощи программ, описанных в работах [I] и [2].

Для определения внутренних сил и деформаций контура были выведены формулы и составлена соответствующая программа для расчета на ЭВМ.

При расчете системы были приняты следующие допущения:

I) влияние элементов кровли на работу сети не учитывается;



Фиг. 1.

2) изгибная жесткость вант пренебрегается;
3) несущие и стягивающие ванты соединены в узлах неподвижно;
4) внешняя нагрузка передается только в узлах сети;
5) точки контура могут получить только горизонтальные смещения;
6) опорные узлы контурных арок соединены между собой деформируемой затяжкой;
7) ввиду малости угла подъема арок α очертание контура в плане при учете его деформаций принимается за круговое.

О начальной геометрии системы

В предварительно напряженном состоянии ванты располагаются вдоль геодезических линий поверхности сети. Координаты узлов сети определяются координатами контурных закреплений вант и соотношениями между значениями усилий предварительного натяжения вант:

$$m_{i,k} = \frac{T_{0k}}{T_{0i}}$$

Далее рассматриваются случаи $m_{ik} = 1$, а угол подъема контурных арок α $8^{0}15'$, $16^{0}42'$ и $33^{0}45'$.

Об определении внутренних усилий и и смещений контура

За расчетную схему контура принимается кольцо с затяжкой по главному диаметру (фиг. I б); полученная система четырежды статически неопределима. Кольцо нагружается уравновешенными сосредоточенными силами по двум перпендикулярным направлениям (фиг. I в).

Внутренние усилия определяются методом сил. При расчете основных неизвестных учитывается влияние изгибающих моментов и продольных сил. Формулы получены для единичных значений внешней нагрузки в следующем виде:

от сил в направлении i

$$S_{\varphi,i} = f(K_i, \sin\varphi, \cos\varphi) \tag{1}$$

и в направлении K

$$S_{\varphi,K} = f(K_K, \sin\varphi, \cos\varphi), \tag{2}$$

где S_φ – обозначает любое внутреннее усилие (m_φ, n_φ, q_φ) в сечении φ.

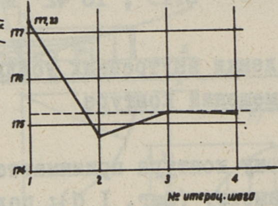
K_i, K_K – константы, зависящие от радиуса R, момента инерции I поперечного сечения F кольца, поперечного сечения затяжки $F_з$ и от расположения единичной внешней нагрузки.

Используя принцип независимости действия сил, вычисляются внутренние силы от распоров вант в сечении φ:

$$S_\varphi = \sum_{i=1}^{n} \Delta H_i \cdot S_{\varphi,i} + \sum_{K=1}^{m} \Delta H_K \cdot S_{\varphi,K}. \tag{3}$$

Смещения точек анкеровки несущих вант в контуре от единичного распора, приложенного в точке i (или K) в направлении несущих вант (на фиг. I в параллельно оси x) определяются зависимостью

$$\Delta x'_{i(K)} = \int \frac{m_x^0 \cdot m_{i(K)}}{EI} ds + \int \frac{n_x^0 \cdot n_{i(K)}}{EF} ds \tag{4}$$



Фиг.2.

и в направлении стягивающих вант – зависимостью:

$$\Delta y'_{i(k)} = \int \frac{m^{\circ}_{y} \cdot m_{i(k)}}{EI} ds + \int \frac{n^{\circ}_{y} \cdot n_{i(k)}}{EF} ds. \tag{5}$$

Формулы (4) и (5) могут быть представлены в виде:

$$\Delta x'_{i(k)} = f\left[K_{i(k)}, R, I, E, F, F_{3}, \nu, \omega(\lambda)\right] \tag{6}$$

и

$$\Delta y'_{i(k)} = f\left[K_{i(k)}, R, I, F, E\ F_{3}, \mu, \omega(\lambda)\right], \tag{7}$$

где ω, ν – угловые координаты единичных распоров несущих вант и точки контура, где вычисляется перемещение в направлении оси x,

λ, μ – то же, для стягивающих вант.

Действительное смещение точки $i(k)$ в направлении оси x:

$$\Delta x^{p} = \sum_{i=1}^{n} \Delta H_{i} \cdot \Delta x'_{i} + \sum_{k=1}^{m} \Delta H_{k} \cdot \Delta y'_{k} \tag{8}$$

и в направлении y:

$$\Delta y^{p} = \sum_{i=1}^{n} \Delta H_{i} \cdot \Delta x'_{i} + \sum_{k=1}^{m} \Delta H_{k} \cdot \Delta y'_{k}. \tag{9}$$

На основе полученных формул составлена программа расчета внутренних усилий и перемещений контура для ЭВМ "Минск-22".

Начальные данные для определения смещений контура приводятся в 5-и массивах:

I) общий массив, где дано количество нагружаемых сечений от несущих и стягивающих вант, величина радиуса R, поперечного сечения F, момента инерции I контура, поперечное сечение затяжки $F_з$, модуль упругости E;

2) массив расстояний закреплений несущих вант от оси x;

3) массив расстояний закреплений стягивающих вант от точки пересечения контура с осью x;

4) массив значений приращений горизонтальных усилий несущих вант ΔH_i;

5) массив значений приращений горизонтальных усилий стягивающих вант ΔH_k.

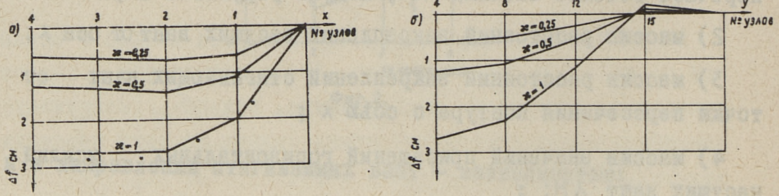
Учет деформации контура

Влияние деформации контура на работу сети учитывается итерационным способом. Первоначально вычисляют систему с жестким контуром. Затем находят перемещения контура от приращений усилий ΔH_i и ΔH_k. Полученные смещения подставляют в уравнения системы и расчет ведется снова. Весь цикл повторяется снова, пока полученные усилия вант T_i и T_k n-ого приближения не отличаются от усилий n-I приближения более заданной малой величины ε.

Как видно из фиг. 2 такой итерационный процесс сходится быстро. После 3-его шага разница в усилиях составляет 0,2%, а после 4-го шага - 0,04%. Сходимость ухудшается при таких жесткостях контура и нагрузках, при которых перемещения контура составляют более 0,I% от пролета вант или при $\frac{f}{l} < \frac{1}{40}$.

Более подробному изучению подвергается работа висячей системы, состоящей из 7 несущих и 7 стягивающих вант и имеющей следующие параметры:
$R = 180$ см, $I_0 = 87$ см^2, $F_0 = 6,882$ см^2, $F_{0з} = 6,16$ см^2, $m_{i,k} = 1$, $T_0 = 128,57$ кГ, наклон арок $\alpha_0 = 16^0 42'$, $\frac{f_0}{l_0} = \frac{1}{18,5}$,

сечение вант F_{0_b} = 0,02585 см^2 (фиг. I а и I в), максимальная равномерно распределенная нагрузка Q_0 =II,616 кГ в каждом узле или 51,36 кГ/м^2. Состояние предварительного напряжения принимается за известное.



Фиг.3.

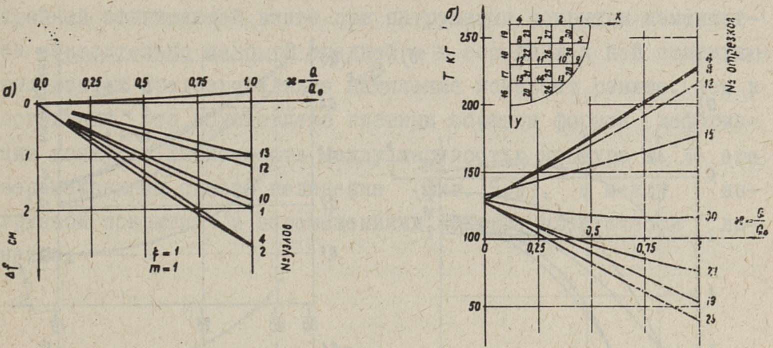
На фиг. 3а и 3б представлены эпюры вертикальных смещений узлов среднего несущего и среднего стягивающего вант, при действии равномерно распределенной нагрузки (при разных соотношениях $\varkappa = \frac{Q}{Q_0}$).

Точка максимальных перемещений (прогибов), находится от центра покрытия на расстоянии, составляющем I/2,8 доли пролета средней несущей ванты. При увеличении нагрузки до потери предварительного натяжения эта точка переходит в центральный узел сети. Приконтурный узел средней стягивающей ванты получает отрицательные перемещения. Это обусловлено тем, что при данном контуре крайняя несущая ванта имеет в середине сильно ломанную конфигурацию, а при нагружении равномерной нагрузкой старается принять более пологое очертание.

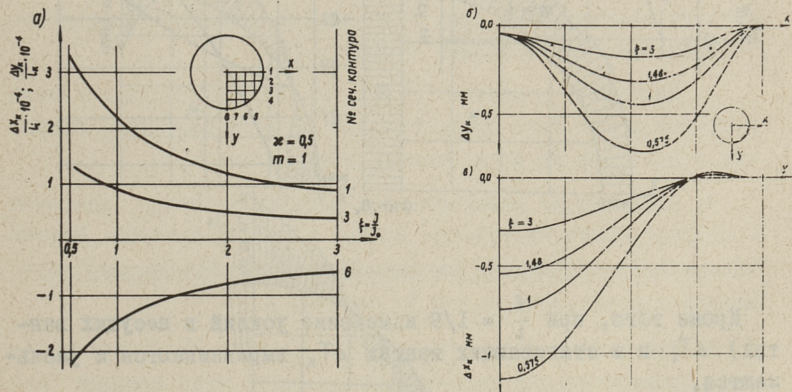
Зависимость перемещений узлов сети от нагрузки слабо нелинейная (фиг. 4,а).

Графики изменений усилий при постепенном нагружении сети представлены на фиг. 4,б).

Изменение жесткости контура начинает заметно влиять на перемещения сети в случае, когда перемещение контура у среднего несущего ванты превышает I/5400 долю пролета ванты (фиг. 5,а) при $\varkappa$ = 0,5.



Фиг.4.

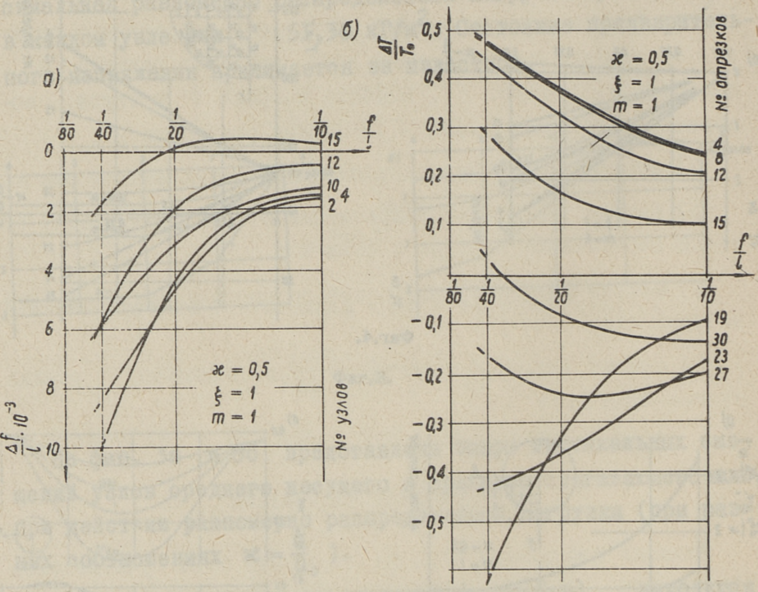


Фиг.5.

Увеличение жесткости контура выше приведенного предела не рационально, так как не приводит к существенному уменьшению прогибов сети.

Чем больше предварительное натяжение сети, тем меньше изменение усилий вант ΔT при действии внешней нагрузки, кроме средней стягивающей ванты.

С увеличением $\frac{f}{l}$ от I/37 до I/9 вертикальные перемещения среднего узла сети уменьшаются в 8,I раза, а усилие средней несущей ванты– на I6% (фиг. 6а, и б).



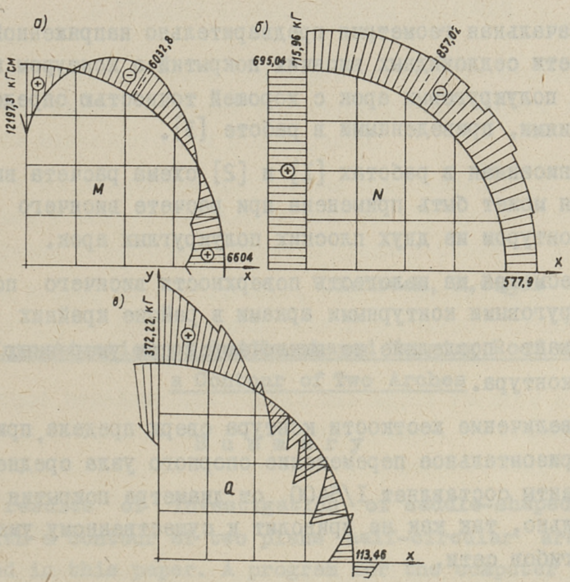
Фиг.6.

Кроме того, при $\frac{f}{l}$ = I/9 изменение усилий в несущих вантах) ΔT_i и в стягивающих вантах ΔT_k выравниваются и уменьшаются.

Из указанного следует следующий практический вывод: для рассматриваемого типа покрытия следует принимать $\frac{f}{l}$ не ниже I/13...I/20 ($\alpha \approx 23^0$ ... 16^0).

Эпюры перемещений контура приведены на фиг. 5,б и в. В направлении стягивающих вант контур расширяется, компенсируя тем самым потерю предварительного натяжения при нагружении покрытия. Это обстоятельство имеет большое значение для обеспечения нормальной работы зоны крайних стягивающих вант, характеризующейся большой пологостью (при угле α = = $16^0 42'$ у крайней ванты $\frac{f}{l}$ = I/44,45). При жестком контуре крайние стягивающие ванты могут выключиться из работы.

Как видно из фиг. 4,б, усилие предварительного натяжения в крайней стягивающей ванте при нагружении покрытия изменяется относительно мало. В средней и в соседних к ней стягивающих вантах предварительное натяжение исчезает раньше, чем в остальных. Это обусловлено главным образом формой деформации контура. Зависимость между жесткостью контура и его перемещениями сильно нелинейна (фиг. 5,а), а между нагрузкой покрытия и перемещениями контура практически линейна.



Фиг.7.

Эпюры внутренних сил, учитывая остаток предварительного натяжения, контура приведены на фиг. 7 а, б, в.

При изменении жесткости контура от $\xi = \frac{I}{I_0} = 1$ до $\xi = 3$ при $\alpha = 16^0 42'$ максимальный по абсолютной величине изгибающий момент его увеличивается на 1,5%, а при увеличении угла подъема арок α от $16^{o}42'$ до $33^{o}45'$ уменьшается на 34%.

Расчетные данные хорошо сходятся с результатами испытания модели, выполненной на кафедре строительных конструкций ТПИ (см. фиг. 3, а и 5 б).

Максимальные усилия в вантах и в контуре возникают при действии нагрузки на всей поверхности покрытия.

Максимальные же перемещения имеют место при действии нагрузки на половине пролета несущих вант.

Выводы

I. Начальная геометрия предварительно напряженной вантовой сети седловидных висячих покрытий с контуром из двух плоских полукруговых арок с хорошей точностью определяется уравнениями, приведенными в работе [3].

2. Описанная в работах [I] и [2] схема расчета висячего покрытия может быть применена при расчете висячего покрытия с контуром из двух плоских полукруглых арок.

3. Несмотря на пологость поверхности висячего покрытия с полукруговыми контурными арками в районе крайних стягивающих вант последние не выключаются при умеренных жесткостях контура.

4. Увеличение жесткости контура сверх предела, при котором горизонтальное перемещение опорного узла средней несущей ванты составляет I/5400 от диаметра покрытия не рационально, так как не приводит к существенному уменьшению прогибов сети.

5. Для предотвращения возникновения слишком больших внутренних усилий и перемещений уклон контурных арок следует выбирать не менее 23^{o} ... 16^{o}.

Литература

I. В.Р. Кульбах, Ю.К. Энгельбрехт. Расчет висячих покрытий отрицательной кривизны с конечным числом тросов. Труды ТПИ, серия А, № 256, 1967.

2. В.Р. К у л ь б а х, Ю.К. Э н г е л ь б р е х т. О некоторых результатах расчета висячих покрытий отрицательной кривизны с конечным числом тросов. Труды ТПИ, серия А, № 257. 1967.

3. В.Р. К у л ь б а х, К.П. Й ы г е р. О начальной геометрии предварительно напряженной вантовой сети. Труды ТПИ, серия А, № 278, 1969.

4. H.A.Buchholt. The behaviour of small prestressed cable roofs subjected to uniformly distributed loading. Space Struct. Oxf. Edinburgh, Blackwell Scient. Publs. 1967.

V.Kulbach, K.Öiger

On Investigation of Saddle-shaped Hanging Roof with a Contour of Two Arches

S u m m a r y

The results of investigation of saddle-shaped hanging roof with a contour of two plane half-circular arches are presented in this paper. A program for the computer "Minsk-22" is drawn up for designing forces and deflections of edge-arches. The analysis of stress-strain-state of the net is completed on the basis of discrete scheme and with the help of the program compiled in the chair of structures. The graphs of the deflections and the forces of the cable-net depending on the load, on the rigidity of contour and on the rise of surface are presented for the case of the load distributed uniformly. The curves of deflections and the forces of contour are shown.

2. В.В. Б у л г а к о в, Н.Н. Ш а п о ш н и к о в. Об основных результатах [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]. Труды ЦНИИ, серия А, № 270, 1967.

3. [illegible] и [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]. Труды ЦНИИ, серия А, № 275, 1969.

4. W.H. Wittrick. The behaviour of small prestressed cable roofs subjected to uniformly distributed loading. Space Struct. Ed., Edinburgh, Blackwell Scient. Publ. 1967.

[illegible] of The Arches

S u m m a r y

The results of the investigation of multi-cable hanging roof with a system of the plane [illegible] arches are presented in this paper. A program for the computer "Minsk-22" is developed for determination of forces and deflections of cable-arches. The analysis of stress-strain state of the main [illegible] elements on the basis of discrete scheme and with the help of the program compiled in the chair of structures. The graphs of the deflections and the forces of the cable and arches depending on the load, on the stiffness of [illegible] and on the rise of [illegible] are presented for the case of the load distributed uniformly. The [illegible] deflections and [illegible] of [illegible] are shown.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 295 1970

УДК 621.031

В.А.Отсмаа, В.Л.Волтри

ИСПЫТАНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СДВИГАЮЩИХ СИЛ В ТРЕЩИНЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ОБОЛОЧКИ

Передача сдвигающих сил через трещины в бетонной конструкции является до сих пор нерешенным вопросом в теории расчета железобетонных конструкций.

Этот вопрос больше исследован применительно к расчету балочных конструкций. Авторы работы [I] предлагают распределение сдвигающих усилий в трещине балки по фиг. I.

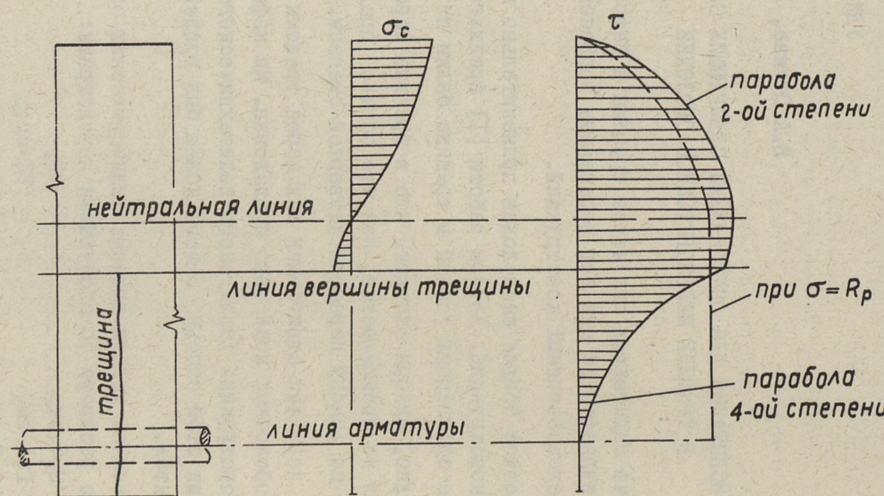
Как видно, авторы считают, что в трещине передача сдвигающих сил не прекращается, как это обычно предполагают, а убывает по закону параболы четвертой степени.

Вопрос передачи сдвигающих сил через трещины в железобетонных оболочках пока мало исследован. На кафедре строительных конструкций Таллинского политехнического института авторами этой статьи с этой целью был проведен ряд экспериментов.

Испытывались модели длинных цилиндрических оболочек из цементного раствора со следующими параметрами:

$\delta = 0{,}7$ см, $\alpha_0 = 40$,
$\delta_0 = I{,}4$ см, $L_1 = I80$ см,
$R = 46{,}7$ см, $b_0 = I0{,}8$ см,

где δ – толщина оболочки,
δ_0 – толщина бортового элемента,
R – радиус кривизны оболочки,
α_0 – половина центрального угла дуги,
L_1 – длина оболочки,
b_0 – высота бортового элемента.



σ_c
τ
парабола
2-ой степени
нейтральная линия
линия вершины трещины
при $\sigma = R_p$
трещина
парабола
4-ой степени
линия арматуры

Фиг.1.

Исследовалось три типа оболочек:

1) оболочка без поперечного армирования (тип В),

2) с наклонной арматурой, в два раза меньше расчетного (тип С),

3) с наклонной арматурой, поставленной по расчету, учитывая расчетные характеристики материалов (тип А).

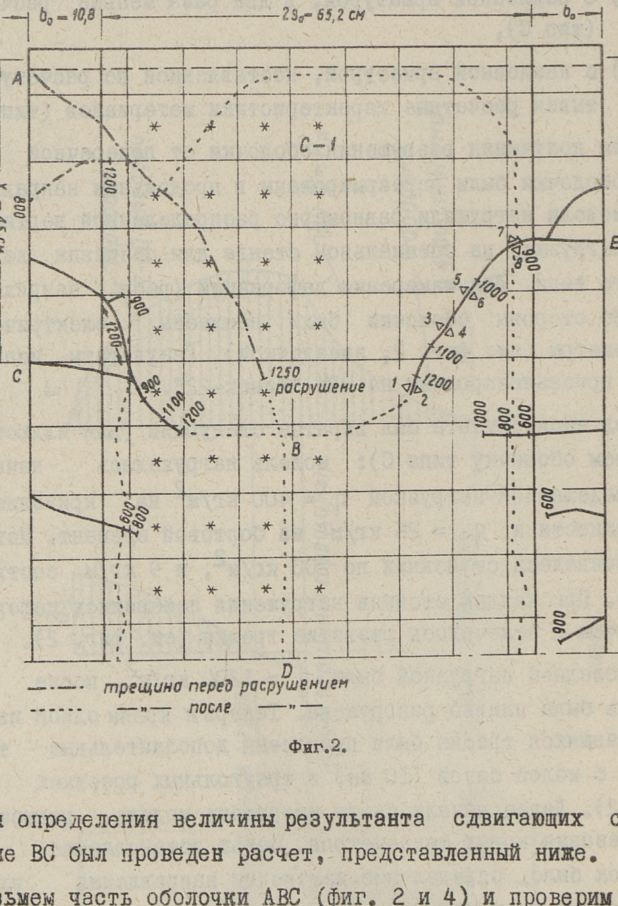
Для получения разрушения оболочки от поперечной силы все оболочки были переармированы в продольном направлении. Все модели нагружали равномерно распределенной вертикальной нагрузкой на специальном стенде для создания нагрузки такого типа. Для измерения деформаций (респ. напряжений) на обе стороны оболочки были наклеены электрические тензометры (см. фиг. 2, звездочкой). Результаты испытаний были проанализированы на ЭВМ "Минск-22".

Ход эксперимента был вкратце следующий (для иллюстрации возьмем оболочку типа С): модель нагружалась начальной распределенной нагрузкой $q = 400$ кг/м^2 на криволинейной поверхности и $q_o = 26$ кг/м на бортовой элемент. Нагрузка увеличивалась ступенями по 200 кг/м^2, и 9 кг/м соответственно. При каждой степени нагружения измерялись деформации оболочки и отмечалось развитие трещин (см. фиг. 2).

Последней нагрузкой была $q = 1200$ кг/м^2, после чего модель была плавно разгружена. Теперь к краям одной из образовавшихся трещин были приклеены дополнительные тензометры с малой базой (10 мм) в треугольных розетках (см. фиг. 2). Далее начали снова нагружать модель, регистрируя и показания новых тензометров. Целью установления новых розеток было определение изменения направления главных напряжений у трещины ВЕ (то есть получить возможность интерполяции по двум розеткам сдвигающих напряжений τ в трещине).

Результаты испытания оболочки типа С представлены на фиг. 3, а картина разрушения - на фиг. 2.

Как видно из представленных графиков на вершине трещины существуют значительные сдвигающие силы, убывающие быстро вдоль трещины. Полученные данные в точках 3 и 7 не достоверные (повреждение тензометров).



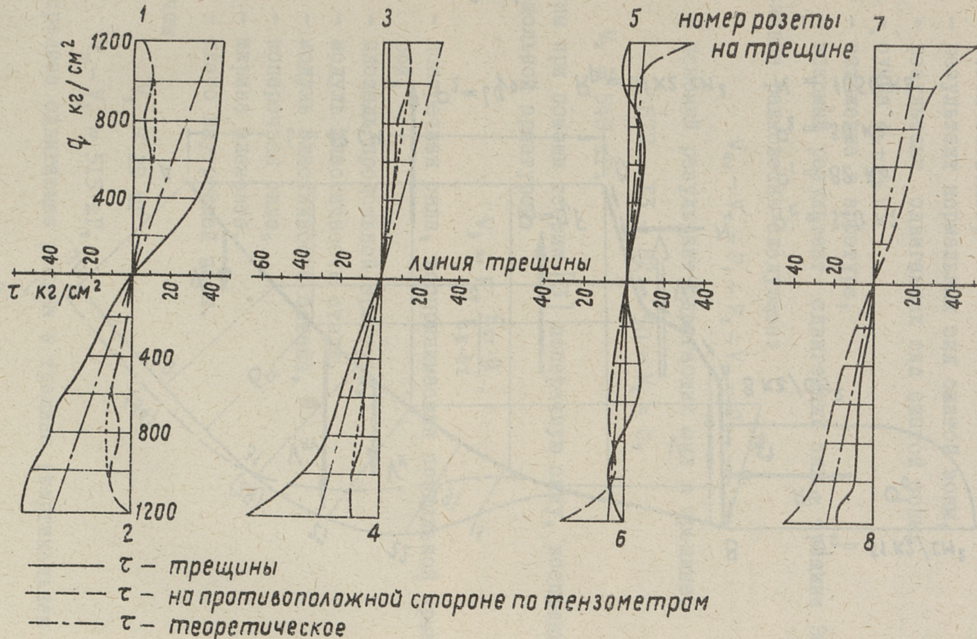
Фиг.2.

Для определения величины результанта сдвигающих сил в трещине ВС был проведен расчет, представленный ниже.

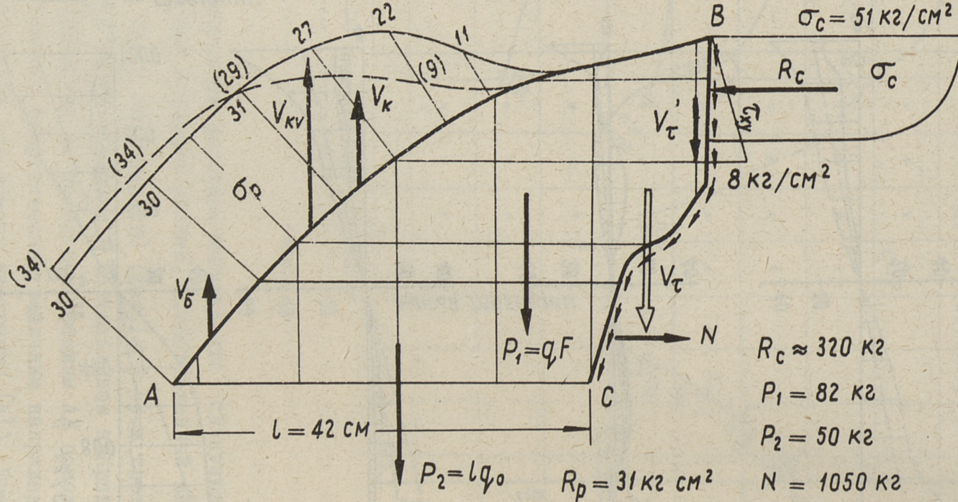
Возьмем часть оболочки АВС (фиг. 2 и 4) и проверим равновесие этой части оболочки в вертикальном направлении. Измеренные напряжения до появления трещины АВ показаны на фиг. 4 (в скобках теоретические величины напряжений по теории [2], найденные при помощи программы [4]). Трещина АВ совпадает хорошо с траекторией главных сжимающих напряжений ($\tau_{AB} = 0$).

Обозначим:

F – площадь криволинейной части,


номер розеты на трещине
1
2
3
4
5
6
7
8
q, кг/см^2
1200
800
400
τ кг/см^2
линия трещины
20
40
60
τ – трещины
τ – на противоположной стороне по тензометрам
τ – теоретическое

Фиг.3.


B
$\sigma_c = 51\ кг/см^2$
σ_c
R_c
τ_{xy}
V_τ'
$8\ кг/см^2$
V_τ
N
C
A
$P_1 = qF$
$P_2 = lq_0$
$l = 42\ см$
$R_p = 31\ кг\ см^2$
$V_б$
$V_к$
$V_{кv}$
$\sigma_р$
11
(9)
22
27
(29)
31
(34)
30
$R_c \approx 320\ кг$
$P_1 = 82\ кг$
$P_2 = 50\ кг$
$N = 1050\ кг$

Фиг.4.

$V_к$ – вертикальная проекция результата эпюры $\sigma_р$ на криволинейной части,

$V_б$ – вертикальная проекция результата эпюры $\sigma_р$ на бортовом элементе,

$R_с$ – результант нормальных сил сжатой зоны,

V'_τ – результант сдвигающих сил сжатой зоны,

$V_{кv}$ – сумма $V_к + V_б$;

N – натяжение в арматуре,

V_τ – искомый результант сдвигающих сил в трещине ВС,

Уравнение равновесия следующее:

$$V_{кv} - V'_\tau - P_1 - P_2 - V_\tau = 0,$$

где V_τ – искомый результант сдвигающих сил в трещине.

$$677 - 13 - 82 - 50 - V_\tau = 0,$$

откуда $V_\tau \cong 540$ кГ.

Оценим при помощи теории [3] поперечную силу, воспринимаемую продольной арматурой

$$V_з = F_{ст} \frac{E_{ст} \cdot Q}{E_б \cdot bz},$$

где $V_з$ – поперечная сила, воспринимаемая продольной арматурой,

$F_{ст}$ – площадь продольной арматуры,

$E_{ст}$ – модуль эластичности стали,

$E_б$ – модуль эластичности бетона,

Q – поперечная сила,

b – ширина элемента,

z – плечо внутренней пары.

Получим

$$V_з \cong 25 \text{ кГ}$$

$$V_\tau - V_з = 515 \text{ кГ},$$

откуда среднее сдвигающее усилие в трещине (вертикальная проекция)

$$\tau_{ср} = 15,0 \text{ кГ/см}^2.$$

Испытание моделей типа А и В дало результаты, схожие с приведенными выше.

Таким образом установлено наличие сдвигающих сил в трещине железобетонной оболочки, но выявление распределения и величин их требует дальнейшего исследования.

Литература

I. J.G. M a c G r e g o r, J.R.V.W a l t e r s. Analysis on Inclined Cracing Shear in Slender Reinforced Beams. ACI Journal, Proceedings V, nr. 10, 1967.

2. Х.Х. Л а у л. Расчет цилиндрических оболочек с криволинейными частями, очерченными по окружности. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 50, 1953.

3. J.W.A r m i s h a w. The Distribution of Shear in Rectangular Beams. Concrete and Constructional Engineering Vol. LXI, nr. 4, 1966.

4. Х.Х. Л а у л, В.Л. В о л т р и. Расчет цилиндрических оболочек при помощи ЭВМ Минск-22. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 296,1970. (В печати).

V.Otsmaa, V.Voltri

Experiments for Determining Shear in Inclined Cracks of Cylindrical Shells Made of Reinforced Concrete

S u m m a r y

The paper deals with the question of transferring shear forces through inclined cracks of cylindrical shells made of reinforced concrete.

Experiments are made with models for this purpose. The data received shows that the transferring is possible.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 295 1970

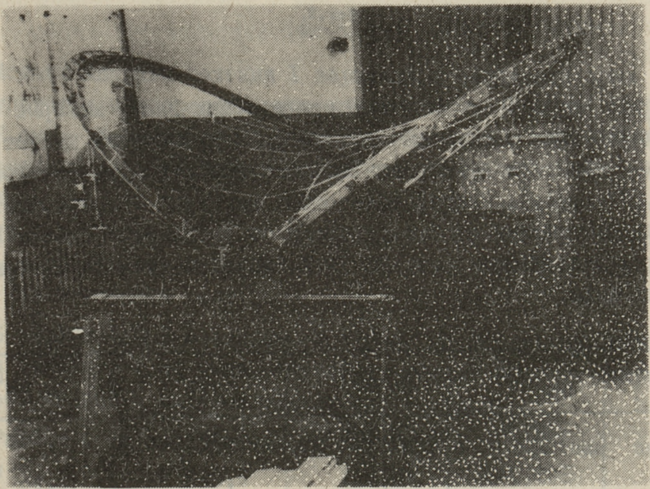
УДК 624.074
624.04

К.П. Ыйгер

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ПОЛОГОГО СЕДЛОВИДНОГО ВИСЯЧЕГО ПОКРЫТИЯ С КОНТУРОМ ИЗ ДВУХ ПЛОСКИХ ПОЛУКРУГОВЫХ АРОК

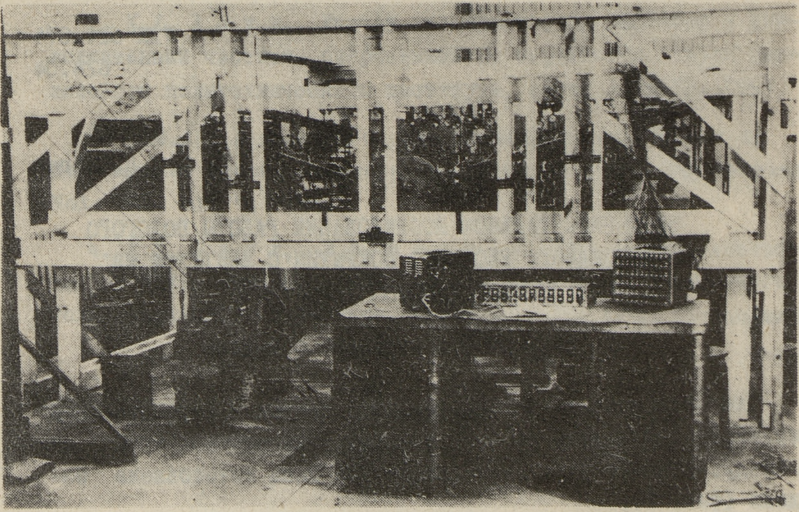
I. Цель работы и данные о модели

Для исследования работы висячего покрытия отрицательной кривизны с контуром из двух полукруговых плоских арок на кафедре строительных конструкций ТПИ была изготовлена модель (фиг. I),



Фиг.1.

целью исследования которой было выявление характера работы вантовой сети приведенной системы, а также оценка влияния жесткости контура и степени предварительного натяжения на ее работу.

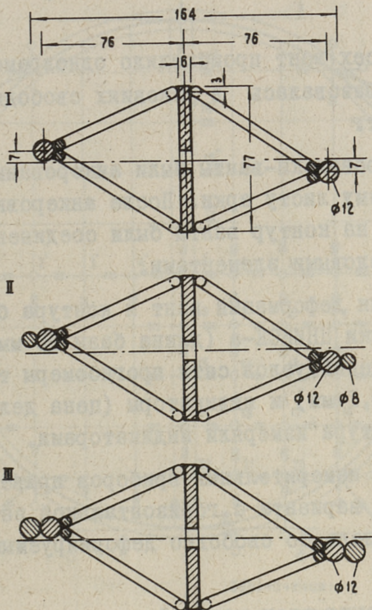


Фиг.2.

Модель имела 9 несущих и 9 стягивающих вант, которые были моделированы высокопрочной стальной проволокой диаметром I,6 мм и пределом прочности I8.500 кг/см^2. Модуль упругости 2,026.I0^6 кг/см^2. Контур изготовлен из двух полукруговых плоских решетчатых арок с радиусом r = I80 см. Сечение арки имело 3 варианта (фиг. 3 I, П, Ш), расчетные параметры которых были:

Таблица I

Модель	I_{max} см^4	I_{min} см^4	F см^2	F_3 см^2
I	I32,34	22,803	6,882	6,I6
П	209,343	40,6I3	7,888	6,I6
Ш	3I0,655	46,I47	9,I44	6,I6



Фиг.3.

Момент инерции сечения I варианта в плоскости арки по результатам непосредственных измерений составляет $I_{I\,эфф}$ = = 87 см^4. Уменьшение $I_{эфф}$ против расчетного обусловлено податливостью элементов решетки арки. Форма сечения контура была выбрана с учетом того, чтобы при увеличении жесткости в плоскости арки не происходило заметного увеличения жесткости из плоскости его. Средний лист δ = 6 мм служит для анкеровки вант.

5 вертикальных растяжек (⌀ I2 мм) по периметру каждой арки (на фиг. I не установлены) позволяли контуру перемещаться только в горизонтальном направлении.

Распор арок воспринимается затяжкой с поперечным сечением $F_з$ = 6,I6 см^2.

Угол подъема арок составлял I6^{0}42'. Была предусмотрена возможность изменения этого угла (фиг. I).

Натяжение вант производилось 25 кГ-ми грузами с помощью гибких тросов, перетянутых через ролики. Ролики для натяжения были прикреплены к специальной деревянной конструкции (фиг. 2).

Натяжение всех вант происходило одновременно. Поверхность сети образовалась в условиях свободного взаимного скольжения вант.

Натянутые проволоки-ванты были анкерованы при помощи болтов к среднему листу арки. После анкеровки и передачи натяжения сети на контур ванты были соединены в узлах сети специальными узловыми элементами.

Для измерения деформаций вант и контура были использованы тензодатчики ЦНИИСК-а (длина базы 20 мм), для вертикальных перемещений узлов сети прогибомеры типа Максимова (цена деления 0,I мм) и индикаторы (цена деления 0,0I мм). Перемещения контура измеряли индикаторами.

Расположение измерительных приборов приведено на фиг.4. Кроме основного варианта с горизонтальной затяжкой была испытана еще модель со свободно деформируемым контуром(без затяжки).

Схемы загружения всех моделей с указанием степени предварительного натяжения и ступеней нагрузки представлены в таблице 2.

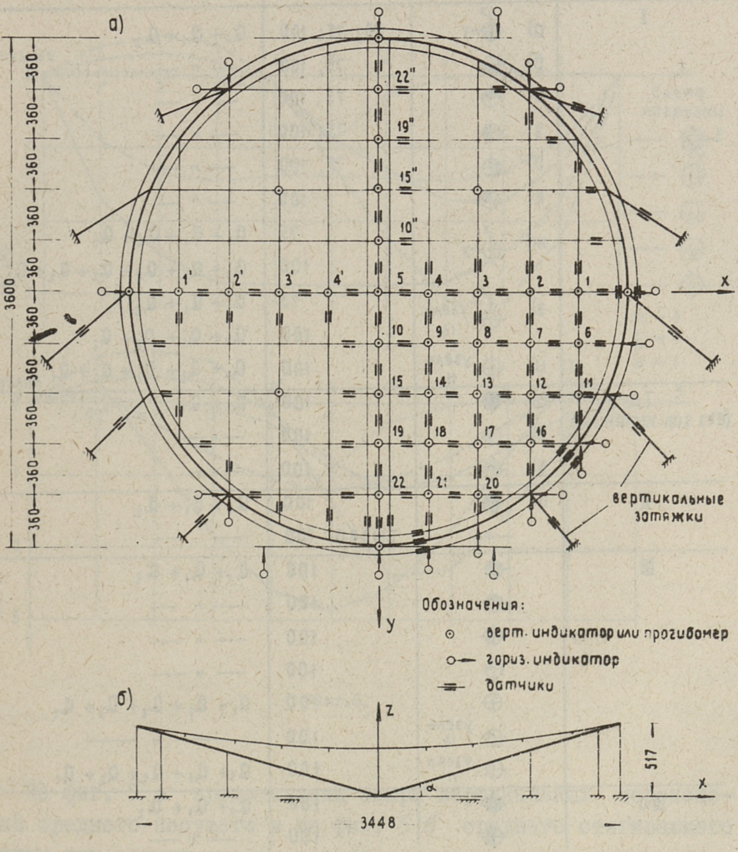
Каждая серия нагружений повторялась 2-3 раза. Начальная геометрия предварительно напряженной вантовой сети реализовалась близко к теоретической [I]. Относительное провисание составляет

$$\frac{f}{l} = \frac{19,68}{344,8} = \frac{1}{17,52} .$$

2. Результаты испытаний

При анализе результатов испытаний и составлении графиков используются безразмерные параметры

$\varkappa = \frac{Q}{Q_0}$ - параметры нагрузки,



Фиг.4.

$$\xi = \frac{EI}{EI_o}$$ - параметр жесткости контура,

$$m = \frac{T_{oi}}{T_o}$$ - параметр предварительного напряжения,

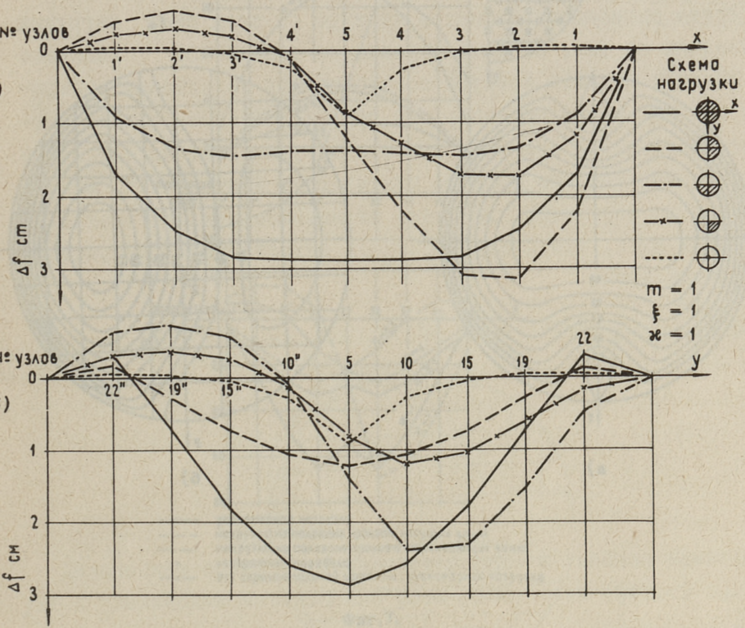
где $Q_o = 7{,}576$ кГ,

$EI_o = EI_{x\,эфф} = 87 \cdot 2{,}1 \cdot 10^6$ кГ см^2,

$T_o = 100$ кГ.

Таблица 2

Модель	Схема нагрузки	Предварительное натяжение кГ	Степень нагрузки в узлах кГ
I	а) x, y	50; 75; 100	$Q_1+Q_1+Q_2$
	б)	75; 100	— " —
	в)	75; 100	— " —
	г)	75; 100	— " —
	д)	75; 100	— " —
	е)	100	— " —
	ж) x, y	75	$Q_1+Q_1+Q_2+Q_2$
		100	$Q_1+Q_1+Q_2+Q_2+Q_2+Q_2$
	з) x, узель 13	75	$Q_1+Q_1+Q_2$
		100	$Q_1+Q_1+Q_2+Q_2$
	и) узель 11	100	$Q_1+Q_1+Q_2+Q_2+Q_1$
Iа (без гор. затяжки)	а)	100	Q_1+Q_1
	г)	100	— " —
	в)	100	— " —
II	а)	100	$Q_1+Q_1+Q_2$
	— " —	снова 100	— —
III		100	$Q_1+Q_1+Q_2$
		100	— " —
		100	— " —
		100	— " —
		100	$Q_1+Q_1+Q_2+Q_2+Q_2$
	узель 13	100	— " —
	узель 11	100	$Q_1+Q_1+Q_2+Q_2+Q_1$
IIIа		100	$Q_1+Q_1+Q_2$
		100	— " —
		100	Q_1+Q_1
		100	$Q_1+Q_1+Q_2$
IIIб (без гор. затяжки)	дано перемещение опоры в направлений затяжки: 0,51; 1,0; 2,0; 3,03 мм	100	Q_1
	— " —	— " —	Q_1+Q_1
	— " —	снова 100	Q_1+Q_2
	1,03; 2,0; 2,97; 3,98 мм	100	$Q_1+Q_1+Q_2$



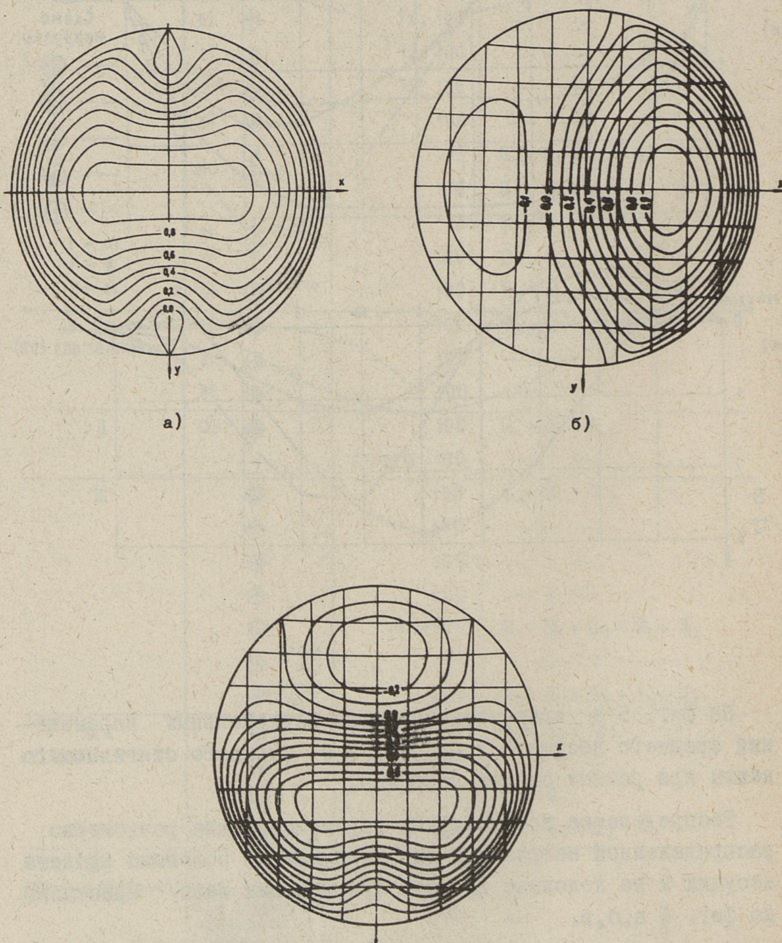
Фиг.5.

На фиг. 5 а представлены эпюры вертикальных перемещений среднего несущего и на фиг. 5 б среднего стягивающего ванты при разных схемах нагрузок.

Распределение вертикальных перемещений для равномерно распределенной нагрузки и для нагрузки на половине пролета несущих и на половине пролета стягивающих вант приведено на фиг. 6 а,б,в.

Самые большие положительные вертикальные перемещения покрытие получает при действии распределенной нагрузки на половине пролета несущих вант, а самые большие отрицательные - при нагрузке на половине пролета стягивающих вант.

Распределение усилий несущих вант от разных схем нагрузок приведено на фиг. 7 а, а для стягивающих вант на фиг. 7 б.

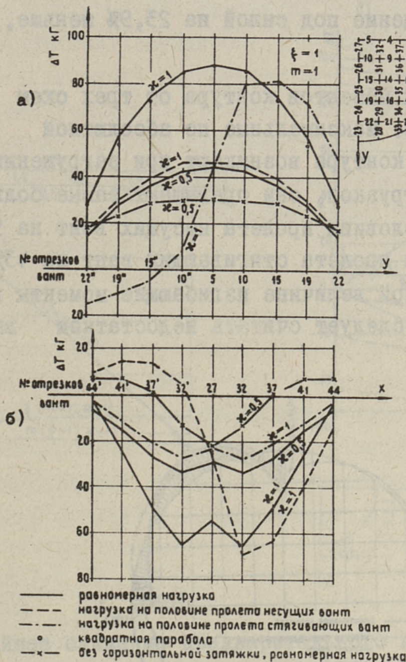


а)

б)

в)

Фиг.6.



Фиг.7.

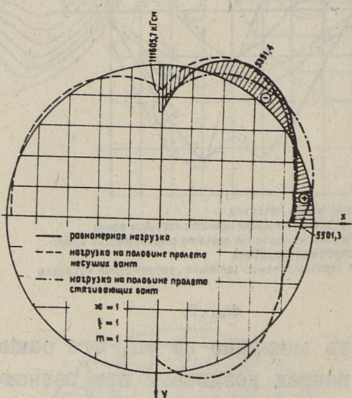
Следует обратить внимание на то, что самые максимальные усилия в несущих вантах возникают при равномерной нагрузке, а минимальные (в стягивающих) при загружении половины пролета несущих вант.

Интересно отметить, что при загружении покрытия равномерно распределенной нагрузкой или нагрузкой на половине покрытия в любом направлении при наличии деформируемого контура и горизонтальной затяжки максимальная потеря предварительного натяжения всегда в стягивающих вантах, расположенных от среднего стягивающего ванта на расстоянии 0,I8 r (r – радиус контура).

Сосредоточенная нагрузка имеет заметное влияние при расположении ее в центре или у края покрытия. Но даже 2,5 кратное увеличение сосредоточенной нагрузки против узловой нагрузки равномерного загружения вызывает усилия в вантах

3,36 раза и перемещение под силой на 23,9% меньше, чем равномерная нагрузка.

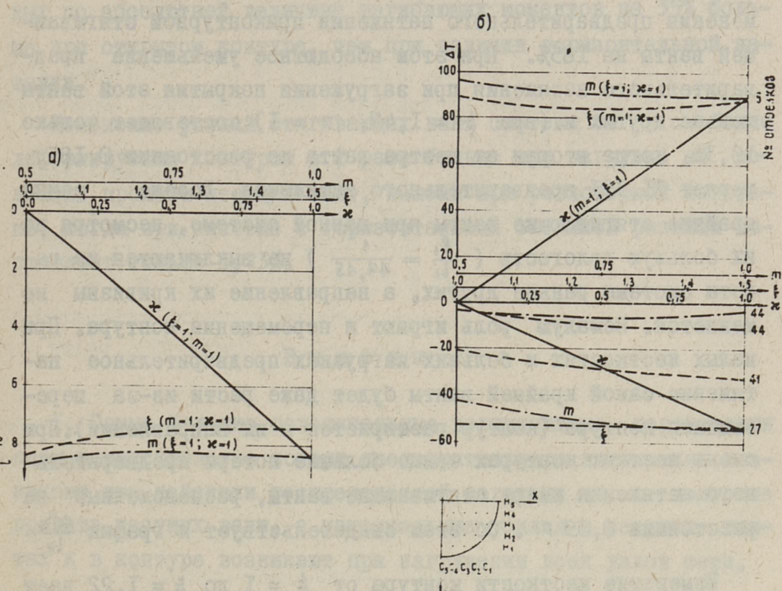
Эпюры изгибающих моментов контура от трех схем нагрузки приведены на фиг. 8. Максимальные по абсолютной величине изгибающие моменты контура возникают при загружении покрытия равномерной нагрузкой, они превышают самые большие моменты загружения половины пролета несущих вант на 93%, а загружения половины пролета стягивающих вант на 43%. Максимальные по абсолютной величине изгибающие моменты возникают у пятах арок, что следует считать недостатком выбранного очертания арок.



Фиг.8.

Влияние параметра нагрузки $\varkappa$, параметра жесткости контура ξ и параметра предварительного напряжения m на усилия вант и на перемещения сети и контура характеризуется графиками, изображенными на фиг. 9. Перемещение среднего узла сети при $\varkappa = 0,5$ составляет 48,5% от перемещения при $\varkappa = I$, а среднее перемещение всей сети при $\varkappa = 0,5$ 52% от среднего перемещения при $\varkappa = I$.

При снижении предварительного натяжения от значения $m = I$ до $m = 0,75$ перемещение среднего узла даже снижается на 2,6%, когда среднее перемещение сети, как и можно было ожидать увеличивается на 4,6%.



Фиг.9.

Дальнейшее снижение предварительного натяжения приводит уже к увеличению перемещений всех узлов сети (фиг. 9 а).

Изменение степени нагрузки в пределах $\varkappa = 0,5$ до $\varkappa = I$ вызывает увеличение изменения усилий ΔT несущих вант в среднем 114% и в стягивающих на 77% (фиг. 9 б).

Увеличение предварительного натяжения приводит к уменьшению ΔT во всех вантах, а тем самым и к уменьшению перемещений контура.

Изменение жесткости контура влияет больше всего на перемещения самого контура и усилия стягивающих вант, особенно на расстоянии 0,61 r от центра покрытия, а меньше на остальные перемещения и внутренние усилия системы.

Например при увеличении жесткости контура от значения $\xi = I$ до $\xi = I,47$ горизонтальное перемещение контура у средней несущей ванты снижается на 29%, а перемещение среднего узла сети на 12%. В то же время приращение усилия средней несущей ванты увеличивается на 0,5% и увеличение изменения предварительного натяжения приконтурной стягивающей ванты на 185%. При этом абсолютное уменьшение предварительного натяжения при загружении покрытия этой ванты меньше других и (при ξ = 1,47, m = 1) составляет только 10,3%, когда вторая от центра ванта на расстоянии 0,185 r теряет 71,38% предварительного натяжения. Вообще самые крайние стягивающие ванты при данной системе, несмотря на их большую пологость ($\frac{f_1}{l_1} = \frac{1}{44,45}$) не выключаются из работы системы раньше других, а направление их кривизны не меняется. Немалую роль играют и перемещения контура. При малых жесткостях и больших нагрузках предварительное натяжение самой крайней ванты будет даже расти из-за перемещения контура (контур расширяется в их направлении). При очень жестких контурах самые большие потери предварительного натяжения имеют стягивающие ванты, расположенные на расстоянии 0,39 r . Об этом свидетельствует и график $\frac{\Delta f_к}{l_к}$.

Изменение жесткости контура от ξ = 1 до ξ = 1,22 дает уменьшение перемещения среднего узла на 11%. Дальнейшее увеличение ξ не приводит к заметному изменению перемещений (от ξ = 1,22 до ξ = 1,47 только на 1,55%) и усилий несущих вант. Также очень медленно перераспределяются и увеличиваются потери предварительного натяжения в стягивающих вантах. Поэтому увеличение жесткости сверх предела, при котором горизонтальное перемещение опорного узла средней несущей ванты составляет $\frac{1}{2700}$ до $\frac{1}{3200}$ от диаметра покрытия, при данных параметрах покрытия и максимальной нагрузке не представляется целесообразным. При $\varkappa$ = 0,5 и допуская $\frac{\Delta f_{центр}}{l}$ не более $\frac{1}{300}$ эта величина находится в пределах $\frac{1}{5300}$ до $\frac{1}{6300}$. Испытали еще и вариант без горизонтальной затяжки.

Система со свободно деформируемым контуром характеризуется значительно большими перемещениями нежели система, контур которой усилен горизонтальной затяжкой. Так, например, вертикальные перемещения сети в 2,87 раза больше, максимальные изменения усилий несущих вант на 30%, стягивающих на 25% меньше и перемещение контура у среднего несущего ванта в 6,15 раза больше, а прирост максимальных по абсолютной величине изгибающих моментов на 35% больше при открытом контуре, чем при наличии горизонтальной затяжки.

Изменение усилий стягивающих вант системы со свободно деформируемым контуром в 2 раза больше при нагрузке на половине пролета несущих вант, нежели при равномерной нагрузке, когда при системе с горизонтальной затяжкой разница составляет только 5,73%.

Выводы

1. Самые большие положительные вертикальные перемещения сети и максимальные потери предварительного натяжения возникают при действии распределенной нагрузки на половине пролета несущих вант, а максимальные усилия в несущих вантах и в контуре возникают при загружении всех узлов сети.

2. Изменение жесткости контура влияет больше всего на перемещения самого контура и на изменения усилий (ΔT) стягивающих вант, а в меньшей степени на перемещения сети и на приращения усилий несущих вант.

3. Приконтурные стягивающие ванты, несмотря на их большую пологость, не меняют направление их кривизны и не теряют предварительного натяжения раньше средних вант.

4. Из сравнения работы систем со свободно деформируемым контуром и с контуром, имеющим горизонтальную затяжку, видно, что при свободно деформируемом контуре вертикальные перемещения среднего узла сети примерно в 3 раза больше, прирост изгибающих моментов контура на 1/3 больше, а изменения усилий вант на 1/3 меньше.

5. При назначении величины предварительного натяжения сети системы со свободно деформируемым контуром является определяющим влияние нагрузки на половине пролета несущих вант.

Литература

I. В.Р. Кульбах, К.П. Ыйгер. О начальной геометрии предварительно напряженной вантовой сети. Труды ТПИ, серия А, № 278, 1969.

2. В.Р. Кульбах, К.П. Ыйгер. О статической работе пологих седловидных висячих покрытий с контуром из двух плоских полукруговых арок. Труды ТПИ, серия А, № 295.

3. В.Р. Кульбах, Ю.К. Энгельбрехт. О некоторых результатах расчета висячих покрытий отрицательной кривизны с конечным числом тросов. Труды ТПИ, серия А, № 257, 1967.

4. Ю.К. Энгельбрехт. Экспериментальное исследование висячих покрытий отрицательной кривизны с деформируемым контуром. Труды ТПИ, серия А, № 257, 1967.

5. Л.Г. Дмитриев, А.В. Касилов. Вантовые покрытия. Изд. "Будівельник", Киев, 1968.

K. Õiger

An Experimental Research of a Hanging Roof with Double Curvature

Summary

The paper presents the results of experimental investigations. A test model of saddle-shape hanging roof with a contour of two plane half-circular arches (r = 180 cm) has been fabricated. The model has been tested in the case of three various values of prestressing force, three various rigidities of contour and different graphs of a loading. The most frequent cases of deflections and forces of the cable-net and the contour have been illustrated by graphs and the influence of prestressing force and rigidity of contour have been pointed out.

Оглавление

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ
И
СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

Сборник статей IX

Таллинский политехнический институт

Редактор В. Райдна
Технический редактор Г. Гришина

Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 6/II 1970 г.

Сдано в набор 30/IУ 1970 г. Подписано к печати 9/УI 1970 г.
Бумага 60х90/16. Печ. л. 4,0 + приложение. Уч.-изд. л. 3,0.
Тираж 350. МВ-05746. Зак. № 313. Ротапринт ТПИ, Таллин,
ул. Коскла, 2/9. Цена 30 коп.

Цена 30 коп.