

TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А

№ 249

ИССЛЕДОВАНИЕ И
ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

СБОРНИК ТРУДОВ

v

Под общей редакцией доктора технических
наук, профессора А. И. Вольдек

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ
МЕТАЛЛОВ

СБОРНИК ТРУДОВ

V

Под общей редакцией доктора технических наук,
профессора А. И. Вольдек

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ
- ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

СБОРНИК ТРУДОВ

v

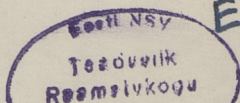
Таллинский политехнический институт

Редактор Е. Пуусеп

Технический редактор Л. Лоопер

Сдано в набор 8/II 1967. Подписано к печати 30/V 1967.
Бумага 60x90, 1/16. Печ. л. 6,75. Учетно-изд. л. 5,25.
Тираж 500. МВ- 01359 , Зак. № 311,
Ротап rint ТПИ, Таллин, Пикк ялг 14.

Цена 35 коп.



УДК 621.318.38

Э.В.Валласте, Х.И.Янес

РАСЧЕТ ИНДУКТИВНОСТИ ОБМОТКИ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО
ОДНОСТОРОННЕГО ИНДУКТОРА БЕСКОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

1. Общие замечания

Для электромагнитного транспорта твердых и жидких электропроводящих веществ в некоторых случаях самым подходящим является односторонний прямолинейный индуктор, создающий бегущее магнитное поле. В этих индукторах можно применять обычные по конструкции типы обмоток. Они могут быть изготовлены либо катушечными из сплошного провода, либо стержневыми из сплошного или трубчатого провода как однослойными, так и двухслойными.

Расчет индуктивностей обмоток этих индукторов по методике, известной из теории электрических машин, не дает удовлетворительных результатов. Это обусловлено тем, что магнитные поля односторонних индукторов распределяются по другим закономерностям, чем поля машин с двусторонними магнитопроводами. Полная индуктивность обмотки двустороннего индуктора состоит, как известно, из индуктивности от полезного потока (сцепляющегося со вторичной системой) и из индуктивности от потока рассеяния. Индуктивность от потока рассеяния определяется как сумма нескольких слагаемых. Она состоит из индуктивности от потока пазового рассеяния, от потока лобового рассеяния, от потока рассеяния по корням зубцов и от потока дифференциального рассеяния.

Математическое определение этих слагаемых в отдельности при односторонних индукторах является чрезвычайно сложным из-за сложности пространственного распределения магнитного поля обмотки одностороннего индуктора. Но обычно требуется от проектировщика определения суммарной индуктивности обмотки от результирующего потока. Эта суммарная индуктивность состоит из внешней индуктивности от суммарного потока вне магнитопровода и из индуктивности пазового рассеяния. Внутренней индуктивности лобовых частей обмотки не учитываем ввиду ее малости.

Внешняя индуктивность вместе с индуктивностью пазового рассеяния, которая определяется по общей методике расчета, образуют индуктивность холостого хода обмотки одностороннего индуктора.

2. Внешняя индуктивность катушки на магнитопроводе бесконечной длины

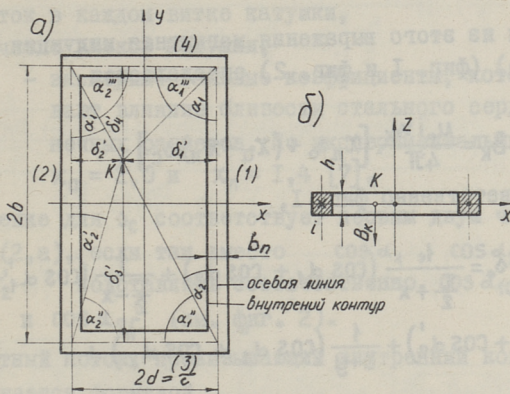
Для определения внешней индуктивности катушки на магнитопроводе необходимо определить внешний магнитный поток. При этом делаются следующие допущения:

1. Действительная катушка, имеющая сложную пространственную конфигурацию, заменяется эквивалентной прямоугольной плоской катушкой (фиг. 1) [5].

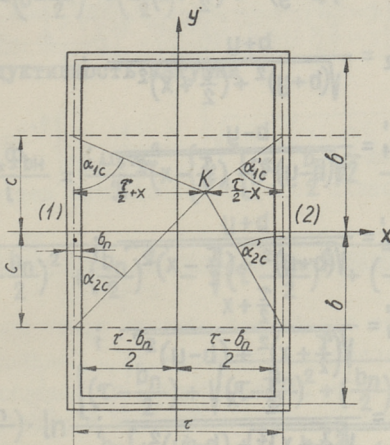
2. Поперечные размеры сторон катушки не учитываются, т.е. ток считается сосредоточенным на оси сторон катушки, которая условно находится на поверхности магнитопровода. Внешний поток пронизывает внутренний контур катушки.

3. Магнитная проницаемость стали сердечника, ширина которого $2C$ (фиг. 2), принимается бесконечной ($\mu_{ст.} = \infty$).

Распределение магнитного поля на плоскости катушки определяется путем использования закона Био-Савара-Лапласа с применением элементов метода зеркальных изображений. При этом для определения магнитной индукции в любой точке на плоскости катушки учитывается влияние тока всех участков катушки. Исходным является выражение элементарной магнит-



Фиг. 1. Эскиз эквивалентной катушки для определения внешней индуктивности:
 а) вид сверху, б) вид сбоку



Фиг. 2. Эскиз эквивалентной катушки на ферромагнитном сердечнике для определения внешней индуктивности

ной индукции элемента тока idx или idy , соответственно [4],

$$dB = dB_z = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \sin \alpha dy. \quad (I)$$

Исходя из этого выражения магнитная индукция в точке $K(x, y, 0)$ (фиг. 1 и фиг. 2) определяется

$$B_K = \frac{\mu_0 i w_K}{4\pi} [\chi_n \delta_0 + (\chi_a - \chi_n) \delta_c], \quad (2)$$

где, соответственно фиг. 1,

$$\begin{aligned} \delta_0 = & \frac{1}{\frac{\tau}{2} + x} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) + \frac{1}{\frac{\tau}{2} - x} (\cos \alpha_1' + \\ & + \cos \alpha_2') + \frac{1}{b+y} (\cos \alpha_1'' + \cos \alpha_2'') + \\ & + \frac{1}{b-y} (\cos \alpha_1''' + \cos \alpha_2'''). \end{aligned} \quad (2, a)$$

Здесь

$$\cos \alpha_1 = \frac{b-y}{\sqrt{(b-y)^2 + (\frac{\tau}{2} + x)^2}} ;$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{b+y}{\sqrt{(b+y)^2 + (\frac{\tau}{2} + x)^2}} ;$$

$$\cos \alpha_1' = \frac{b-y}{\sqrt{(b-y)^2 + (\frac{\tau}{2} - x)^2}} ;$$

$$\cos \alpha_2' = \frac{b+y}{\sqrt{(b+y)^2 + (\frac{\tau}{2} - x)^2}} ;$$

$$\cos \alpha_1'' = \frac{\frac{\tau}{2} + x}{\sqrt{(\frac{\tau}{2} + x)^2 + (b-y)^2}} ;$$

$$\cos \alpha_2'' = \frac{\frac{\tau}{2} - x}{\sqrt{(\frac{\tau}{2} - x)^2 + (b-y)^2}} ;$$

$$\cos \alpha_1''' = \frac{\frac{\tau}{2} + x}{\sqrt{(\frac{\tau}{2} + x)^2 + (b+y)^2}} ;$$

$$\cos \alpha_2''' = \frac{\frac{\tau}{2} - x}{\sqrt{(\frac{\tau}{2} - x)^2 + (b+y)^2}}$$

i - ток в каждом витке катушки,

w_k - число витков катушки,

χ_a и χ_l - экспериментальные коэффициенты, которые учитывают влияние близости стального сердечника конечных размеров. По экспериментальным данным $\chi_a = 2,0$ и $\chi_l = 1,4$ [7].

Выражение для δ_c соответствует первым двум членам в выражении (2,а), если там вместо $\cos \alpha_1$, $\cos \alpha_2$, $\cos \alpha_1'$ и $\cos \alpha_2'$ подставлять соответственно, $\cos \alpha_{1c}$, $\cos \alpha_{2c}$, $\cos \alpha_{1c}'$ и $\cos \alpha_{2c}'$ (см. фиг. 2).

Магнитный поток, пронизывающий внутренний контур катушки, выражается формулой

$$\Phi_{BH} = \frac{\mu_0 i w_k}{4\pi} \int_{-(b-\frac{b_n}{2})}^{b-\frac{b_n}{2}} \int_{-\frac{\tau-b_n}{2}}^{\frac{\tau-b_n}{2}} [\chi_l \delta_0 + (\chi_a - \chi_l) \delta_c] dx dy \quad (3)$$

и внешняя индуктивность катушки

$$L_{BH} = \frac{w_k \Phi_{BH}}{i} = \frac{\mu_0 w_k^2}{\pi} \left\{ \chi_l \left[D + \frac{b_n}{2} \sqrt{2} - \sqrt{(2b - \frac{b_n}{2})^2 + (\frac{b_n}{2})^2} - \sqrt{(\tau - \frac{b_n}{2})^2 + (\frac{b_n}{2})^2} + (\tau - \frac{b_n}{2}) \cdot \ln \frac{[(\tau - \frac{b_n}{2}) + \sqrt{(\tau - \frac{b_n}{2})^2 + (\frac{b_n}{2})^2}] (2b - \frac{b_n}{2})}{\frac{b_n}{2} [(\tau - \frac{b_n}{2}) + \sqrt{(\tau - \frac{b_n}{2})^2 + (2b - \frac{b_n}{2})^2}]} \right] + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + (2b - \frac{b_n}{2}) \cdot \ln \frac{\left[(2b - \frac{b_n}{2}) + \sqrt{(2b - \frac{b_n}{2})^2 + (\frac{b_n}{2})^2} \right] (\tau - \frac{b_n}{2})}{\frac{b_n}{2} \left[(2b - \frac{b_n}{2}) + \sqrt{(2b - \frac{b_n}{2})^2 + (\tau - \frac{b_n}{2})^2} \right]} + \\
& + \frac{b_n}{2} \cdot \ln \frac{\left(\frac{b_n}{2} \right)^2 \left[\frac{b_n}{2} + \sqrt{(2b - \frac{b_n}{2})^2 + (\frac{b_n}{2})^2} \right] \left[\frac{b_n}{2} + \sqrt{(\tau - \frac{b_n}{2})^2 + (\frac{b_n}{2})^2} \right]}{\left(\frac{b_n}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} b_n \right)^2 (2b - \frac{b_n}{2}) (\tau - \frac{b_n}{2})} \Bigg] + \\
& + (x_a - x_n) \left[\sqrt{(c+b)^2 + (\tau - \frac{b_n}{2})^2} + \sqrt{(c-b)^2 + (\frac{b_n}{2})^2} - \sqrt{(c+b)^2 - (\frac{b_n}{2})^2} - \right. \\
& \left. - \sqrt{(c-b)^2 + (\tau - \frac{b_n}{2})^2} + (c+b) \cdot \ln \frac{\left[(c+b) + \sqrt{(c+b)^2 + (\frac{b_n}{2})^2} \right] (\tau - \frac{b_n}{2})}{\frac{b_n}{2} \left[(c+b) + \sqrt{(\tau - \frac{b_n}{2})^2 + (c+b)^2} \right]} + \right. \\
& \left. + (c-b) \ln \frac{\left[(c-b) + \sqrt{(c-b)^2 + (\tau - \frac{b_n}{2})^2} \right] \frac{b_n}{2}}{(\tau - \frac{b_n}{2}) \left[(c-b) + \sqrt{(c-b)^2 + (\frac{b_n}{2})^2} \right]} \right] \Bigg\}, \quad (4)
\end{aligned}$$

где b_n - ширина паза и

D - диагональ контура приведенной катушки.

3. Внешняя индуктивность однофазной обмотки

Магнитное поле однофазной обмотки имеет пространственно периодический характер с периодом 2τ . Среднее значение магнитной индукции по длине катушки на поверхности магнитопровода бесконечно длинного индуктора определяется формулой

$$B_{ср\Sigma} = \frac{\mu i s_n}{4\pi b} m_{\Sigma n}, \quad (5)$$

где ε_n — число проводников в пазу и

$$m_{\Sigma n} = (x_a - x_l) m'_{\Sigma n} + x_l (m'_{b\Sigma n} + m''_{\Sigma n}). \quad (5, a)$$

Здесь

$$m'_{\Sigma n} = \sum_{k=1}^{n-1} (-1)^{k+1} \left\{ \frac{1}{(2k-1)\frac{\tau}{2} + x} \left[\sqrt{(c+b)^2 + \left[(2k-1)\frac{\tau}{2} + x \right]^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \sqrt{(c-b)^2 + \left[(2k-1)\frac{\tau}{2} + x \right]^2} \right] + \frac{1}{(2k-1)\frac{\tau}{2} - x} \left[\sqrt{(c+b)^2 + \left[(2k-1)\frac{\tau}{2} - x \right]^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \sqrt{(c-b)^2 + \left[(2k-1)\frac{\tau}{2} - x \right]^2} \right] \right\} + \frac{1}{2} (-1)^{n+1} \left\{ \frac{1}{(2n-1)\frac{\tau}{2} + x} \cdot \right. \\ \left. \cdot \left[\sqrt{(c+b)^2 + \left[(2n-1)\frac{\tau}{2} + x \right]^2} - \sqrt{(c-b)^2 + \left[(2n-1)\frac{\tau}{2} + x \right]^2} \right] + \frac{1}{(2n-1)\frac{\tau}{2} - x} \cdot \right. \\ \left. \cdot \left[\sqrt{(c+b)^2 + \left[(2n-1)\frac{\tau}{2} - x \right]^2} - \sqrt{(c-b)^2 + \left[(2n-1)\frac{\tau}{2} - x \right]^2} \right] \right\}, \quad (5, б)$$

$$m'_{b\Sigma n} = \sum_{k=1}^{n-1} (-1)^{k+1} \left\{ \frac{1}{(2k-1)\frac{\tau}{2} + x} \left[\sqrt{4b^2 + \left[(2k-1)\frac{\tau}{2} + x \right]^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \left[(2k-1)\frac{\tau}{2} + x \right] \right] + \frac{1}{(2k-1)\frac{\tau}{2} - x} \left[\sqrt{4b^2 + \left[(2k-1)\frac{\tau}{2} - x \right]^2} - \left[(2k-1)\frac{\tau}{2} - x \right] \right] \right\} + \\ + \frac{1}{2} (-1)^{n+1} \left\{ \frac{1}{(2n-1)\frac{\tau}{2} + x} \left[\sqrt{4b^2 + \left[(2n-1)\frac{\tau}{2} + x \right]^2} - \left[(2n-1)\frac{\tau}{2} + x \right] \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{(2n-1)\frac{\tau}{2} - x} \left[\sqrt{4b^2 + \left[(2n-1)\frac{\tau}{2} - x \right]^2} - \left[(2n-1)\frac{\tau}{2} - x \right] \right] \right\}, \quad (5, в)$$

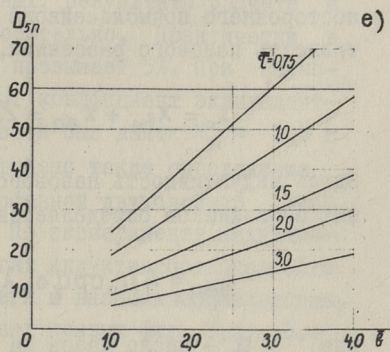
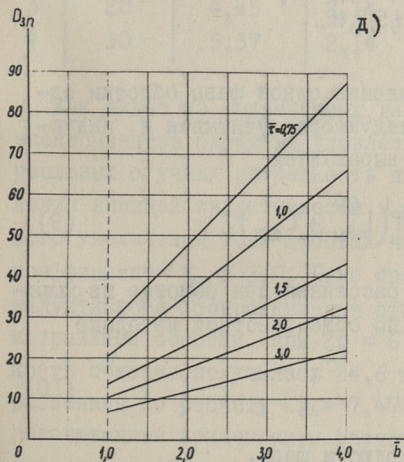
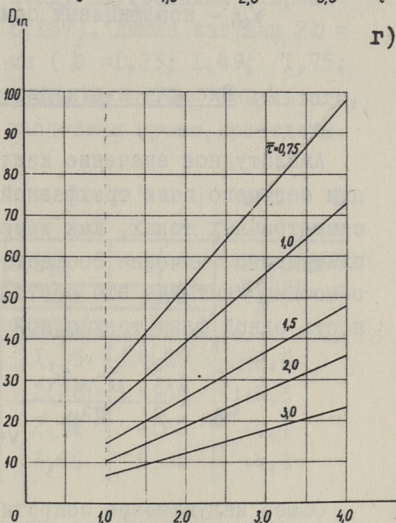
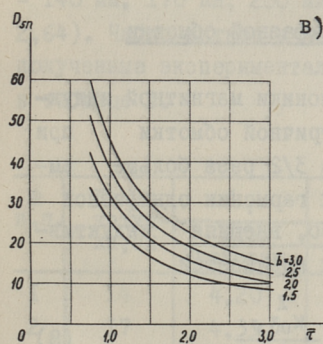
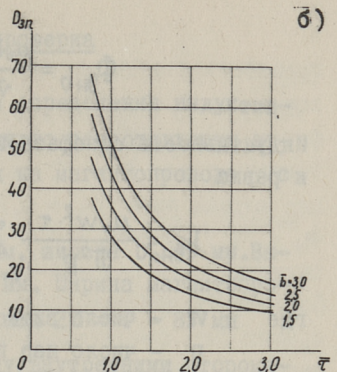
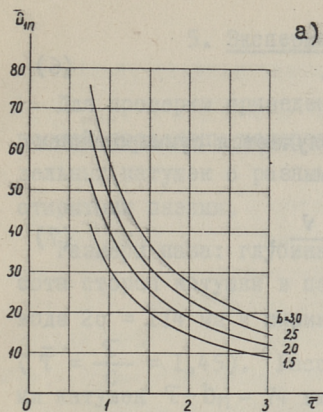
$$\begin{aligned}
m_{\Sigma n}''' = & \sum_{k=1}^{n-1} (-1)^{k+1} \ln \left\{ \frac{(2k-1)\frac{\bar{c}}{2} - x + \sqrt{[(2k-1)\frac{\bar{c}}{2} - x]^2 + (\frac{b_n}{2})^2}}{(2k-1)\frac{\bar{c}}{2} + x + \sqrt{[(2k-1)\frac{\bar{c}}{2} + x]^2 + (2b - \frac{b_n}{2})^2}} \right. \\
& \cdot \left. \frac{(2b - \frac{b_n}{2})^2 \cdot [(2k-1)\frac{\bar{c}}{2} + x + \sqrt{[(2k-1)\frac{\bar{c}}{2} + x]^2 + (\frac{b_n}{2})^2}]}{(\frac{b_n}{2})^2 \cdot [(2k-1)\frac{\bar{c}}{2} - x + \sqrt{(2b - \frac{b_n}{2})^2 + [(2k-1)\frac{\bar{c}}{2} - x]^2}} \right\} + \\
& + \frac{1}{2} (-1)^{n+1} \ln \left\{ \frac{(2n-1)\frac{\bar{c}}{2} - x + \sqrt{[(2n-1)\frac{\bar{c}}{2} - x]^2 + (\frac{b_n}{2})^2}}{(2n-1)\frac{\bar{c}}{2} + x + \sqrt{[(2n-1)\frac{\bar{c}}{2} + x]^2 + (2b - \frac{b_n}{2})^2}} \right. \\
& \cdot \left. \frac{(2b - \frac{b_n}{2})^2 \cdot [(2n-1)\frac{\bar{c}}{2} + x + \sqrt{[(2n-1)\frac{\bar{c}}{2} + x]^2 + (\frac{b_n}{2})^2}]}{(\frac{b_n}{2})^2 \cdot [(2n-1)\frac{\bar{c}}{2} - x + \sqrt{[(2n-1)\frac{\bar{c}}{2} - x]^2 + (2b - \frac{b_n}{2})^2}} \right\}, \quad (5, \text{г})
\end{aligned}$$

где n — число учитываемых членов рядов. Для практических расчетов достаточно взять $n = 4$ или 5 .

На электронно-вычислительной машине Минск-2 рассчитана функция $m_{\Sigma n}$ (относительная средняя индукция) по формуле (5) при различных значениях относительных размеров \bar{c} и \bar{b} . При этом относительная ширина паза $\bar{b}_n = 0,1$. Полученные функции подвергались гармоническому анализу до седьмой гармоники включительно. В результате получены кривые

$$D_{\nu} = f(\bar{c}, \bar{b}),$$

которые определяют зависимость амплитуды отдельных гармоник относительной средней индукции на поверхности индуктора от размеров катушки (фиг. 3, а, б, в, г, д, е). Магнитный поток ν -той гармоники при помощи этих кривых определяется из формулы



Фиг. 3. Амплитудные значения гармоник продольного распределения среднего (по ширине $2b$) значения магнитной индукции на поверхности индуктора в виде безразмерной величины

$$\Phi_{\text{вн}\nu} = \frac{\mu_0 i \cdot \delta_n \cdot \tau}{\sqrt{\pi^2}} \cdot D_{\nu n} . \quad (6)$$

Индуктивность однофазной обмотки получается суммированием и равна

$$L_{\text{вн}} = \frac{\mu_0 W^2 \cdot \tau}{\pi^2 p} \sum_{\nu=1,3,5,7,\dots} D_{\nu n} \frac{K_{\text{об}}^2 \nu}{\nu} , \quad (7)$$

где W - число витков обмотки,
 p - число пар полюсов,
 $K_{\text{об}}$ - коэффициент обмотки.

4. Внешняя индуктивность трехфазной обмотки

Амплитудное значение каждой гармоники магнитной индукции бегущего поля трехфазной симметричной обмотки при симметричных токах, как известно, в $3/2$ раза больше амплитудного значения соответствующих гармоник однофазной обмотки. Учитывая это обстоятельство, внешняя индуктивность одной фазы трехфазной обмотки выражается

$$L_{\text{вн}}^{(3)} = \frac{3}{2} \frac{\mu_0 W^2 \tau}{\pi^2 p} \sum_{\nu=1,5,7,11,\dots} D_{\nu n} \frac{K_{\text{об}}^2 \nu}{\nu} . \quad (8)$$

Общее индуктивное сопротивление одной фазы обмотки одностороннего прямолинейного индуктора, учитывая и индуктивность пазового рассеяния, выражается

$$X_0 = X_{\text{вн}} + X_{\text{ен}} = 2\pi f (L_{\text{вн}}^{(3)} + L_{\text{ен}}) . \quad (9)$$

Здесь индуктивность пазового рассеяния при обмотке из сплошных проводников определяется по общеизвестной методике

$$L_{\text{ен}} = 4\mu_0 s r q \delta_n^2 \lambda_n . \quad (10)$$

где q - число пазов на полюс и фазу,
 λ_n - коэффициент проводимости пазового рассеяния.

5. Экспериментальная проверка

Для проверки приведенного метода определения индуктивностей проведены измерения индуктивного сопротивления отдельных катушек с разными размерами на магнитопроводе с открытыми пазами.

Размеры паза: глубина $h_n = 26$ мм, ширина $b_n = 9$ мм. Высота сторон катушки в пазу $h_1 = 20$ мм. Ширина магнитопровода $2c = 114$ мм и ширина всех катушек $2d = \tau = 83$ мм ($\bar{\tau} = \frac{\tau}{c} = 1,45$). Расстояние между внутренними сторонами катушек $\tau - b_n = 74$ мм ($\bar{b}_n = 0,157$). Длина катушки $2b = 140$ мм; 170 мм; 200 мм и 300 мм ($\bar{b} = 1,23$; 1,49; 1,75; 2,64). Число витков в каждой катушке $W_k = 70$. Результаты, полученные экспериментальным и расчетным путем, приведены в таблице I.

Т а б л и ц а I

| № п.п. | Длина катушки, см | L_1 | L_{6n} | L_{6H} | L'_1 | Погрешность, % |
|--------|-------------------|-----------|----------|----------|--------|----------------|
| | | мГн | мГн | мГн | мГн | |
| | | Расчетные | | | | |
| 1 | 14 | 4,20 | 2,14 | 1,95 | 4,09 | -2,6 |
| 2 | 17 | 4,33 | 2,14 | 2,20 | 4,34 | +0,3 |
| 3 | 20 | 4,45 | 2,14 | 2,52 | 4,66 | +4,7 |
| 4 | 30 | 5,37 | 2,14 | 3,46 | 5,60 | +4,3 |

Как видно из приведенных данных, результаты расчета и экспериментов сходятся удовлетворительно. Практически в реальных случаях погрешность не превышает 5%. При вычислении внешней индуктивности L_{6H} коэффициент эквивалентного увеличения тока лобовых частей был взят $\chi_n = 1,4$ и коэффициент $\chi_d = 2,0$. Было проведено также определение индуктивного сопротивления однофазной двухслойной диаметральной обмотки при $2p = 6$. По эксперименту индуктивность обмотки получилась 24,6 мГн. Индуктивность пазового рассеяния по расчету $L_{6h} = 7,47$ мГн и внешняя индуктивность, рассчитанная применением расчетных кривых фиг. 3, а...3, в и формулой (7), $L_{6H} = 15,8$ мГн. Следовательно, результирующая расчетная индуктивность $L'_1 = 7,47 + 15,8 = 23,3$ мГн. По-

грешность в этом случае - 5,3%, что можно считать удовлетворительной. Кроме того, была измерена индуктивность трехфазной двухслойной диаметальной обмотки при $2p = 4$ [7]. Размеры паза: $h_n = 52$ мм, $b_n = 12,5$ мм, т.е. относительная ширина паза $\bar{b}_n = 0,173$. Высота сторон катушек в пазу $h_1 = 23,7$ мм ($h_2 = 0,6$ мм, $h_4 = 4,6$ мм). Результирующая индуктивность фазовой обмотки по эксперименту $L^{(3)} = 12,6$ мГн. По расчету, применяя формулу (8), и для определения D_{1n} кривых фиг. 3-а, внешняя индуктивность $L_{\theta n}^{(3)} = 8,56$ мГн. Индуктивность пазового рассеяния по расчету получалась $L_{\theta n} = 4,14$ мГн. При расчете внешней индуктивности учтена только первая гармоника. Расчетная результирующая индуктивность индуктора на холостом ходу

$$L_o^{(3)'} = L_{\theta} + L_{\theta n}^{(3)} = 4,14 + 8,56 = 12,7 \text{ мГн.}$$

Погрешность в данном случае 0,8%. Такую точность можно считать хорошей.

При всех этих экспериментах результирующее индуктивное сопротивление определялось по методу вольт-ампер-ваттметра.

Л и т е р а т у р а

1. Л.П. Н е й м а н и П.Л. К а л а н т а р о в. Теоретические основы электротехники, ч.Ш. Госэнергоиздат, 1959.
2. П.Л. К а л а н т а р о в, Л.А. Ц е й т л и н. Расчет индуктивностей. Госэнергоиздат, 1955.
3. Л.А. В е р т е. Электромагнитный транспорт жидкого металла. Издательство "Металлургия", Москва, 1965.
4. Э.В. В а л л а с т е, Х.И. Я н е с. Распределение магнитного поля прямоугольной катушки. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 214. Исследование и проектирование электромагнитных средств перемещения жидких металлов. Сборник трудов II, Таллин 1964, стр. 79...89.
5. Э.В. В а л л а с т е, Х.И. Я н е с. Определение магнитного поля однофазной обмотки индукционного желоба. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 231, Исследование и проектирование электромагнитных средств перемещения жидких металлов, Сборник трудов III, Таллин 1965.
6. Э.В. В а л л а с т е, Х.И. Я н е с. Магнитное поле трехфазной обмотки индукционного желоба. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 231, Исследование и проектирование электромагнитных средств перемещения жидких металлов, Сборник трудов III, Таллин 1965.
7. Э.В. В а л л а с т е. Исследование первичного магнитного поля и параметров обмоток плоских линейных односторонних индукторов и индукционных желобов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, Таллин 1966.

E.V. Vallaste, H.J. Jänes

Calculation of Inductivities of Linear Onesided
Inductor Infinite Length

S u m m a r y

The paper considers calculating of inductivity of 1-and 3-phase windings of linear onesided inductors with ferromagnetic core.

The resulting inductivity is supposed to consist of two components:

a) the internal inductivity, or the inductivity of leakage flux of slots;

b) the external inductivity, or the inductivity of the summary flux in space above the inductor if the windings are passed by the current.

To simplify the calculations the length of the inductor is considered to be infinite. The actual coils of complex configuration have been replaced by flat right-angle coils, and the ferromagnetic permeability of iron is considered to be infinite.

The influence of iron is taken into account by experimentally determined coefficients. Nevertheless, the formulae of inductivity are rather complicated, and therefore a program for the electronic computer "Minsk" has been set up to find auxiliary curves for computing inductivities with different pole pitches and different lengths of coils.

The paper concludes with a comparison of experimental and calculated data. The difference between them does not exceed 5%.

УДК 621.3.013:621.689

Х.А. Лийн, М.Х. Мере

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ РАЗМЕРОВ ДЛЯ ПЛОСКИХ
ЛИНЕЙНЫХ ИНДУКЦИОННЫХ НАСОСОВ НА БЫСТРОДЕЙ-
СТВУЮЩЕЙ ЦИФРОВОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЕ (БЦВМ)

I. Общие замечания

В течение последних лет написан ряд статей [8,9,10], в которых рассматривается вопрос о предварительном определении оптимальных размеров для плоских линейных индукционных насосов. Поскольку приводимые в названных статьях расчеты довольно трудоемкие, то целесообразно для предварительного определения основных размеров индукционных насосов использовать БЦВМ. Нужно отметить, что количество спроектированных насосов до настоящего времени незначительное и тем более представляет интерес сравнение различных вариантов расчетным путем, используя БЦВМ. При помощи БЦВМ удается также повысить точность расчетов, уменьшая количество допущений по сравнению с выше названными работами (учет потерь в стали и гидравлических потерь).

В конструктивном отношении более простыми являются плоские линейные индукционные насосы. Вопрос об оптимальности при их проектировании можно поставить исходя из минимума веса, минимума стоимости, максимума к.п.д. и т.д. Поскольку индукционные насосы имеют сравнительно низкий к.п.д., то большое практическое значение имеет задача о нахождении оптимума по к.п.д.. Поэтому в настоящей работе исследуется

вопрос определения оптимальных основных размеров плоских линейных индукционных насосов, исходя из условия максимального к.п.д.

2. Исходные данные и допущения

Заданными считаем следующие параметры насоса: развиваемое насосом полезное давление p_n , производительность Q ; параметры перекачиваемого металла: температура t , электропроводимость γ , плотность D и кинетическая вязкость ν . Поскольку в большинстве практических случаев f соответствует промышленной частоте, то целесообразно выбрать $f = 50$ гц. Поскольку для выбора средней скорости течения жидкого металла $v_{ср}$ до настоящего времени нет строгих критерий и рекомендаций, то среднюю скорость течения жидкого металла желательнее определить такой, чтобы обеспечить максимальный к.п.д. При этом выбранная скорость не должна превышать максимально допускаемой для данного жидкого металла и данного материала канала. Материал толщины стенок канала d' выбирается по свойствам и температуре перекачиваемого металла. Также выбирается или считается заданными температура обмотки индуктора, ее линейная токовая нагрузка A , плотность тока в обмотке индуктора j и толщина теплоизоляции канала $\delta_{из}$. При определении последних величин надо учитывать класс изоляции и способ охлаждения обмотки.

Принимаем следующие допущения, которые можно считать обыкновенными для решения подобной задачи [3, 9].

1. Пренебрегаем влиянием продольного краевого эффекта как в первичной, так и во вторичной цепи на давление и потери. Предполагаем, что обмотка индуктора имеет с обеих сторон в нормальных пазах корригирующие концевые катушки для подавления пульсирующих полей.

2. Пренебрегаем влиянием толщинного поверхностного эффекта на давление и потери.

3. Результирующий коэффициент немагнитного зазора насоса k_δ считаем постоянным при изменениях немагнитного зазора δ и полюсного деления τ . Поскольку упомянутый выше коэффи-

циент не является постоянным, то в расчет следует вводить некоторое его среднее значение с возможным последующим его уточнением.

4. Учитываем потери в жидком металле, в обмотках индуктора, в проводящих стенках канала, в стали индуктора и гидравлические потери в канале. При учете потерь в стали предполагаем, что сердечник ненасыщен, как это и есть при не очень больших значениях производительности. Гидравлические потери определяем в прямой части канала по длине индуктора. Потери в диффузоре, конфузоре, во вводе и выходе из канала могут быть прибавлены к гидравлическим потерям внешнего тракта металлопровода.

3. Постановка задачи

Основными считаем следующие линейные размеры насоса:

1. Полусное деление индуктора τ .
2. Ширина слоя жидкого металла в канале $2a$.
3. Толщина слоя жидкого металла в канале Δ .
4. Длина активной части индуктора l (или число пар полюсов p , так как $l = 2p\tau$).

Через названные основные размеры и вышеприведенные исходные данные можем выразить скольжение

$$s = \frac{2\tau f - v_{\text{ср}}}{2\tau f}, \quad (1)$$

среднюю скорость течения жидкого металла

$$v_{\text{ср}} = \frac{Q}{2a\Delta} \quad (2)$$

и величину немагнитного зазора между сердечниками индуктора

$$\delta = \Delta + 2d' + 2\delta_{\text{уз}}. \quad (3)$$

Таким образом, при заданных давлении p_n , производительности Q , электрических нагрузках A и j , толщине стенки канала, теплоизоляции $\delta_{\text{уз}}$ и частоте f необходимо найти оптимальные основные размеры τ , $2a$, Δ и l , а также $v_{\text{ср}}$ и s . Из искоемых шести величин две определяются через

другие по уравнениям (1) и (2). Третьим уравнением служит выражение для к.п.д. и четвертым – выражение полезного напора, развиваемого насосом. Нашей задачей является:

- 1) привести эти выражения к виду, которые легко поддаются программированию;
- 2) определить оптимальные размеры на БЦВМ.

Выражение для к.п.д. представим в следующем виде

$$\eta = \frac{P_{\text{мех}} - P_2}{P_{\text{мех}} + P_2 + P_{\text{эд}} + P_{\text{м}} + P_{\text{ст}}} , \quad (4)$$

где $P_{\text{мех}}$ – механическая мощность, развиваемая насосом,
 P_2 – гидравлические потери в канале насоса;
 P_2 – потери в жидком металле,
 $P_{\text{эд}}$ – потери в проводящих стенках канала,
 $P_{\text{м}}$ – потери в обмотке индуктора,
 $P_{\text{ст}}$ – потери в стали индуктора.

На основании [4] электромагнитное давление в жидком металле

$$p' = \frac{P_{\text{эд}}}{V_1 2\alpha \Delta} , \quad (5)$$

а механическая мощность и потери в насосе имеют следующие выражения

$$P_{\text{мех}} = (1 - s) P_{\text{эд}} , \quad (6)$$

$$P_2 = s P_{\text{эд}} , \quad (7)$$

$$P_{\text{эд}} = P_{\text{э}} \frac{2d' \gamma d}{k_{\text{д}} \delta (\gamma' s')} , \quad (8)$$

$$P_{\text{м}} = m I_{\text{фр}}^2 r , \quad (9)$$

$$P_{\text{ст}} = \frac{m U_{\text{н}}^2}{r_{\text{ст}}} . \quad (10)$$

В этих формулах

$V_1 = 2\tau f$ – скорость движения основной гармоники магнитного поля в немагнитном зазоре,

$P_{\text{эд}}$ – электромагнитная мощность в жидком металле,

$$P_{\text{эд}} = P_{\text{э}} \frac{\gamma_{\text{сд}}}{k_{\text{с}} \delta (\gamma'_{\text{с}})'} , \quad (\text{II})$$

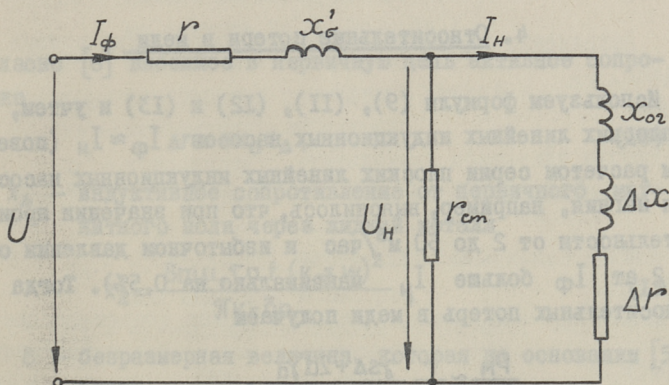
здесь $P_{\text{э}}$ - электромагнитная мощность насоса,
 $\gamma'_{\text{с}}'$ - произведения эквивалентной проводимости и
скольжения, согласно [5]

$$\gamma'_{\text{с}}' = \frac{\gamma_{\text{сд}} + 2d' \gamma_{\text{д}}}{k_{\text{с}} \delta} ; \quad (\text{I2})$$

электромагнитная мощность насоса

$$P_{\text{э}} = m I_{\text{H}}^2 \Delta r , \quad (\text{I3})$$

где I_{H} - ток нагрузки (см. схему замещения, фиг. I, со-
гласно [4]),
 Δr - вносимое активное сопротивление, учитывающее
вторичную систему, приведенную к первичной.



Фиг. I

На схеме замещения имеющиеся обозначения имеют следующее значение:

- U - фазовое напряжение сети,
- I_ϕ - фазовый ток индуктора,
- X'_σ - индуктивное сопротивление рассеяния без учета рассеяния через немагнитный зазор,
- r - активное сопротивление обмотки фазы индуктора при рабочей температуре обмотки.

$r_{ст}$ - эквивалентное сопротивление потерь в стали,
 χ_{02} - эквивалентное индуктивное сопротивление от по-
 тока в зазоре при симметричных токах,
 ΔX - вносимое реактивное сопротивление в первичную
 цепь.

Для упрощения выражения для к.п.д. целесообразно ввес-
 ти в него (4) все мощности потерь через их относительные
 величины, а затем преобразовать относительные потери в
 отдельности. Базисной величиной мощностей выбираем элек-
 тромеханическую мощность в жидком металле $P_{ЭД}$. Таким об-
 разом, подставляя (6), (7) (8) в (4) получаем

$$\eta = \frac{(1-s) - \frac{P_2}{P_{ЭД}}}{\left(\frac{\gamma s \Delta + 2d' \gamma_d}{\gamma s \Delta}\right) + \frac{P_M}{P_{ЭД}} + \frac{P_{стм}}{P_{ЭД}}} \quad (14)$$

4. Относительные потери в меди

Используем формулы (9), (11), (12) и (13) и учтем, что
 у плоских линейных индукционных насосов $I_{Ф} \approx I_H$ (повероч-
 ным расчетом серии плоских линейных индукционных насосов
 для магния, например, выяснилось, что при значении произво-
 дительности от 2 до 50 м³/час и избыточном давлении от 1
 до 2 ат $I_{Ф}$ больше I_H максимально на 0,5%). Тогда для
 относительных потерь в меди получаем

$$\frac{P_M}{P_{ЭД}} \approx \frac{r}{\Delta r} \frac{\gamma s \Delta + 2d' \gamma_d}{\gamma s \Delta} \quad (15)$$

Активное сопротивление одной фазы индуктора можно опре-
 делить по формуле

$$r = \frac{4k_k s_t m w^2 j (k_1 \tau + k_2 \alpha)}{A^2 p \tau} \quad (16)$$

где k_k - коэффициент, учитывающий увеличение сопротивле-
 ния фазы за счет корригирующей части обмотки;
 при выбранном типе корригирующей обмотки

$$k_k = \frac{2p+1}{2p}; \quad (17)$$

ρ_t - удельное сопротивление обмоточного провода при заданной температуре;

W - число последовательно соединенных витков в фазной обмотке индуктора;

K_1 - отношение длины лобовой части полувитка к полюсному делению (для двухслойной обмотки можно принимать $K_1 = 1,5 \dots 1,7$ [8]);

K_2 - отношение конструктивной ширины индуктора $2c'$ к половине ширины канала a (для простоты можно считать, что $K_2 = 2$);

A - линейная нагрузка индуктора.

В формуле (16) не учтено увеличение сопротивления от вытеснения тока. В случае надобности можно учесть увеличение сопротивления вследствие вытеснения тока соответствующими коэффициентами отдельно для пазовой и лобовой частей обмотки.

Согласно [6] вносимое в первичную цепь активное сопротивление

$$\Delta r = \varepsilon K_{\alpha} \chi_{\Delta}, \quad (18)$$

где χ_{Δ} - индуктивное сопротивление от первичного магнитного поля через жидкий металл

$$\chi_{\Delta} = \frac{8m\mu_0 \tau \alpha f (K_{\alpha} \delta W)^2}{\pi K_{\delta} \delta p}, \quad (19)$$

ε - безразмерная величина, которая на основании [5] равна

$$\varepsilon = \frac{\mu_0 (\gamma' s') \omega \tau^2}{\pi^2}, \quad (20)$$

причем

ω - угловая частота тока.

На основании [2] коэффициент ослабления напора

$$K_{\alpha} = \frac{1}{1+\varepsilon^2} \left[1 - \frac{(2m^2 - \varepsilon^2) \operatorname{sh} 2\frac{1}{2}m + \varepsilon(2m^2 + 1) \sin 2\frac{1}{2}n}{2\frac{1}{2}m \sqrt{1+\varepsilon^2} (\operatorname{ch} 2\frac{1}{2}m + \cos 2\frac{1}{2}n)} \right], \quad (21)$$

где вспомогательные величины m , n и ξ выражаются формулами

$$m = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \varepsilon^2}}, \quad (22)$$

$$n = \frac{\varepsilon}{2m}, \quad (23)$$

$$\xi = \pi \frac{a}{\tau}. \quad (24)$$

Используя формулы (16), (18), (19), (1) и (2), преобразуем выражение относительных потерь в меди (15) к следующему виду:

$$\frac{P_M}{P_{\Sigma\Delta}} = \frac{(k_1 + k_2 \frac{a}{\tau}) \delta (1-s) \Delta k_k \vartheta_t j \pi k \delta \cdot \gamma s \Delta + 2d' \gamma_d}{A k_{0\delta}^2 Q \varepsilon k_a \mu_0 \cdot \gamma s \Delta}. \quad (25)$$

5. Относительные потери в стали

Напряжение на эквивалентном сопротивлении потерь в стали (фиг. 1)

$$U_H = I_H Z_H, \quad (26)$$

где Z_H — полное сопротивление нагрузочной ветви (фиг. 1)

$$Z_H = \sqrt{(\Delta r)^2 + (x_{0\sigma} + \Delta X)^2}. \quad (27)$$

Здесь $x_{0\sigma}$ — эквивалентное индуктивное сопротивление от потока в немагнитном зазоре при симметричных токах;

ΔX — вносимое реактивное сопротивление в первичную цепь [6].

Для упрощения выражения относительных потерь в стали при предварительном определении основных размеров для насосов небольшой мощности можно считать $Z_H \approx x_{0\sigma}$. Например, для магниевого насоса производительностью 50 м³/час и давлением 2 ат $x_{0\sigma}$ превышает Z_H на 7%. При меньших значениях производительности и давления эта разница уменьшается. Из-за сделанного упрощения относительные потери в стали несколько увеличиваются. Используя формулы

(10), (11), (12) (13), (26), и принимая $z_H \approx x_{02}$, получаем

$$\frac{P_{ст}}{P_{эд}} \approx \frac{x_{02}^2}{\Delta r \cdot r_{ст}} \cdot \frac{\gamma s \Delta + 2d' \gamma d}{\gamma s \Delta} \quad (28)$$

На основании [4]

$$r_{ст} = \frac{x_{02}^2}{\delta \sigma k_{тех} G_{сэ}} \left(\frac{2c' B_1 k_{ст} \delta k_{\delta}' k_{\delta}'' p \pi}{2c_{\delta} k_n w k_{\delta} \mu_0} \right)^2, \quad (29)$$

- где δ — удельные потери в электрохимической стали при частоте $f = 50$ гц и индукции $B_I = 0,5$ тл;
- $k_{тех}$ — коэффициент, учитывающий технологию изготовления магнитопровода (при выштампованных пазах $k_{тех} = 1,0$, при фрезерованных пазах $k_{тех} = 1,8 \dots 3$);
- $2c'$ — ширина магнитопровода, приблизительно можно считать $2c' \approx 2c \approx 2a$;
- $2c$ — ширина активной стали индуктора;
- $k_{ст}$ — коэффициент заполнения стали;
- k_{δ}' — коэффициент зубчатости;
- k_{δ}'' — коэффициент, учитывающий изменение магнитной индукции в зазоре на намагничивающую силу;
- k_n — коэффициент, учитывающий изменение магнитной индукции в зазоре;
- $2c_{\delta}$ — эквивалентная ширина индуктора;

имеем
причем

$$2c_{\delta} = 2c + \beta \delta, \quad (30)$$

- β — коэффициент, зависящий от отношения половины вылета лобовых частей к немагнитному зазору; (на основании [4] для насосов небольшой мощности $\beta = 1 \dots 1,2$);
- $G_{сэ}$ — эквивалентная масса активной стали, на основании [4]

$$G_{сэ} = \left[1,8 \left(\frac{t_z}{b_z} \right)^2 G_z + 1,5 \left(\frac{2\tau}{\pi d_{сн}} \right)^2 G_{сн} \right] \left(\frac{f}{f_1} \right)^{1,3}, \quad (31)$$

- где t_z — зубцовый шаг,
 b_z — ширина зубца,

$d_{\text{сп}}$ - высота спинки,
 G_z - масса зубцов,
 $G_{\text{сп}}$ - масса спинок.

Определяем массу стали индуктора и эквивалентную массу стали $G_{\text{ст}}$, исходя из объема меди в пазах индуктора. Потери в меди зубцовой зоны имеют выражение

$$P_{\text{мп}} = \rho_t j^2 V_{\text{Cu}}, \quad (32)$$

где V_{Cu} - объем меди в пазах.

С другой стороны,

$$P_{\text{мп}} = m I_{\text{ф}}^2 r_n, \quad (33)$$

где сопротивление меди в пазах r_n можно определять по формуле (16), принимая $k_1 = 0$.

Определяя ток $I_{\text{ф}}$ по линейной нагрузке индикатора

$$I_{\text{ф}} = \frac{A 2 p \tau}{2 m w}.$$

По формулам (32), (33), (16) получим выражение для объема меди в пазах

$$V_{\text{Cu}} = \frac{2 p \tau A k_k k_2 \alpha}{j}. \quad (34)$$

Учитывая, что в реальных насосах отношение ширины зубца к ширине паза, а также отношение ширины зубца к высоте спинки изменяются лишь в узких пределах, можно массу зубцов и массу спинок выражать через объем меди в пазах

$$G_z = \alpha_1 D_{\text{ст}} V_{\text{Cu}}, \quad (35)$$

$$G_{\text{сп}} = \alpha_2 G_z, \quad (36)$$

где G_z - масса зубцов индуктора,
 $G_{\text{сп}}$ - масса спинок индуктора,
 $D_{\text{ст}}$ - плотность электротехнической стали,
 α_1 - отношение объема зубцов к объему меди в пазах (учитывая коэффициент заполнения паза и

среднее отношение ширины зуба к ширине паза),

α_2 - отношение массы спинок к массе зубцов.

При определении коэффициентов α_1 и α_2 нужно исходить из допустимой индукции в зубцах и спинках. При сделанных предположениях $\frac{t_z}{b_z} = \text{const.}$ и $\frac{\tau}{d_{\text{сп}}} = \text{const.}$

Таким образом для эквивалентной массы стали имеем

$$G_{\text{ст}} = \left[1,8 \left(\frac{t_z}{b_z} \right)^2 \alpha_1 + 1,5 \left(\frac{2\tau}{\pi d_{\text{сп}}} \right)^2 \alpha_1 \alpha_2 \right] D_{\text{ст}} V_{\text{ст}} \left(\frac{f}{f_1} \right)^{1,3}, \quad (37)$$

или

$$G_{\text{ст}} = \alpha_0 D_{\text{ст}} V_{\text{ст}} \left(\frac{f}{f_1} \right)^{1,3}, \quad (38)$$

где α_0 определяется по описанным выше соображениям. Для насосов небольшой мощности по имеющимся опытным данным и контрольным расчетам можно принимать $\alpha_0 = 34 \dots 38$.

Согласно сделанным допущениям, принимая $\frac{k_{\text{п}}^2 k_{\delta}'''}{k_{\delta}' k_{\delta}''} \approx 1$ и используя формулы (29), (16), (18), (26), (34) и (38), преобразуем выражение относительных потерь в стали (28) к виду

$$\frac{P_{\text{ст}}}{P_{\text{эд}}} \approx \frac{6 \alpha_0 \left(\frac{f}{f_1} \right)^{1,3} A_{\text{кк}} k_2 k_{\text{тех}} \mu_0 D_{\text{ст}}}{2 \epsilon k_{\alpha} f \pi \left(\frac{2c'}{2c\delta} \right)^2 B_1^2 k_{\text{ст}} \delta j} \cdot \frac{\gamma_{\text{ст}} d + \gamma_{\alpha} 2d'}{\gamma_{\text{ст}}}. \quad (39)$$

6. Гидравлические потери в жидком металле

При течении в канале жидкий металл теряет часть кинетической энергии из-за трения об стенки канала. Потери давления в прямой части канала на основании [II] равны

$$p_2 = \varphi_2 \frac{D_{\text{м}} V_{\text{ср}}^2}{2} \left[\frac{H}{M^2} \right], \quad (40)$$

где $D_{\text{м}}$ - плотность жидкого металла,

φ_2 - суммарный коэффициент гидравлического сопротивления, рассматриваемого элемента канала.

В соответствии с условно имеющим место наложение потерь

$$\varphi_2 = \varphi_{\text{тр}} + \varphi_M, \quad (41)$$

причем

$\varphi_{\text{тр}}$ — коэффициент сопротивления трения в данном элементе канала,

φ_M — коэффициент местного сопротивления данного элемента канала (на протяжении прямой части канала $\varphi_M = 0$).

Коэффициент сопротивления трения всего рассматриваемого элемента выражается через коэффициент сопротивления трения единицы относительной длины участка по следующему уравнению:

$$\varphi_{\text{тр}} = \lambda \frac{l'}{D_2}, \quad (42)$$

где λ — коэффициент трения единицы относительной длины канала;

l' — учитываемая длина канала;

D_2 — гидравлический диаметр.

В нашем случае

$$D_2 = \frac{4\alpha\Delta}{2\alpha + \Delta}. \quad (43)$$

Коэффициент сопротивления λ при постоянном значении $\frac{l'}{D_2}$ зависит от двух параметров:

1) числа Рейнольдса

$$Re = \frac{v_{\text{ср}} \cdot D_2}{\nu}, \quad (44)$$

где ν — кинематическая вязкость жидкого металла,

2) степени шероховатости стенок канала

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta'}{D_2}, \quad (45)$$

где Δ' — средняя высота выступов бугорков шероховатости.

Шероховатость может быть равномерной (равномерно-зернистой) и неравномерной. Оба вида шероховатости различаются по форме бугорков, их размерам, промежуткам между ними и

т.д. Канал насоса для жидкого металла имеет в большинстве случаев неравномерную шероховатость, поэтому принимаем во внимание только этот случай. При определении коэффициента трения не рассматриваем режим ламинарного течения, так как реальные насосы работают всегда в режиме турбулентного течения. Если $Re > 2000$ (переходная область от ламинарного течения к турбулентному), то для каналов с круглыми сечениями и прямоугольными сечениями $\frac{a}{b} = 0,5 \dots 2$ на основании формулы Кольбука-Уайна

$$\lambda = \frac{1}{\left[-2 \lg \left(\frac{2,54}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta}{3,7} \right)\right]^2} \quad (46)$$

Коэффициент трения λ для круглого сечения можно рассчитать и согласно [12] по формуле

$$\lambda = \frac{1}{\left\{-2 \lg \left[\frac{\Delta}{3,7} + \left(\frac{6,81}{Re} \right)^{0,9} \right]\right\}^2} \quad (47)$$

Формулы (46) и (47) дают значения λ , незначительно отличающиеся друг от друга.

У плоского линейного индукционного насоса один размер сечения канала заметно отличается от другого. Для "плоской" трубы коэффициент трения

$$\lambda_{=} = \kappa_3 \lambda \quad (48)$$

На основании [II] коэффициент κ_3 в зависимости от числа Рейнольдса имеет следующие значения:

| Re | 10^4 | 10^5 | 10^6 | 10^7 |
|------------|--------|--------|--------|--------|
| κ_3 | 1,068 | 1,063 | 1,056 | 1,048 |

По (40), (42) и (I) получим для гидравлических потерь давления в прямой части канала следующее выражение:

$$p_2 = \frac{\lambda \kappa_3 \rho v_{ср}^3 D_M}{2 D_2 f (1-s)} \quad (49)$$

Мощность гидравлических потерь

$$P_2 = Q p_2 \quad (50)$$

Согласно формулам (50), (51), (II), (I3), (I8), (I), (2), принимая $I_{\text{ф}} \approx I_{\text{н}}$, преобразуем выражение относительных гидравлических потерь к виду

$$\frac{P_z}{P_{\text{ЭД}}} = \frac{\lambda_{\text{кк}} D_{\text{М}} \pi K_{\delta} \delta f (1-s)^2 \Delta v_{\text{ср}}}{D_2 A^2 \varepsilon K_{\alpha} \mu_0 K_{\text{об}}^2} \cdot \frac{\gamma s \Delta + \gamma_d 2d'}{\gamma s \Delta} \quad (51)$$

7. Решение задачи на БЦВМ

Обозначаем относительные потери

$$\frac{P_{\text{М}}}{P_{\text{ЭД}}} = q' \left(\frac{\gamma s \Delta + \gamma_d 2d'}{\gamma s \Delta} \right), \quad (52)$$

$$\frac{P_{\text{сг}}}{P_{\text{ЭД}}} = q'' \left(\frac{\gamma s \Delta + \gamma_d 2d'}{\gamma s \Delta} \right), \quad (53)$$

$$\frac{P_z}{P_{\text{ЭД}}} = q''' \left(\frac{\gamma s \Delta + \gamma_d 2d'}{\gamma s \Delta} \right), \quad (54)$$

где

$$q' = \frac{(k_1 + k_2 \frac{\alpha}{\tau}) \delta (1-s) \Delta k_{\text{к}} g_t j \pi K_{\delta}}{A K_{\text{об}}^2 Q \varepsilon K_{\alpha} \mu_0}, \quad (55)$$

$$q'' = \frac{6 \alpha_0 \left(\frac{f}{\tau_1} \right)^{1.3} A k_{\text{к}} k_2 k_{\text{тех}} \mu_0 D_{\text{сг}}}{2 \varepsilon K_{\alpha} f \pi \left(\frac{2c}{2c_{\delta}} \right)^2 B_1^2 K_{\text{сг}}^2 \delta j}, \quad (56)$$

$$q''' = \frac{\lambda_{\text{кк}} D_{\text{М}} \pi K_{\delta} \delta f (1-s)^2 \Delta v_{\text{ср}}}{D_2 A^2 \varepsilon K_{\alpha} \mu_0 K_{\text{об}}^2}, \quad (57)$$

и представляем выражение для к.п.д. (I4) в виде

$$\eta = \frac{1}{1 + q' + q''} \left[(1-s) \frac{\gamma s \Delta}{\gamma s \Delta + \gamma_d 2d'} - q''' \right]. \quad (58)$$

Используя (I) и (2), можно искомые размеры τ , α , Δ и параметры s и $v_{\text{ср}}$ выразить через три из них. Оставим из этих пяти величин в качестве независимых параметров в выражении для к.п.д. s , $v_{\text{ср}}$ и относительную ширину канала $\frac{\alpha}{\tau}$, поскольку в выражении для коэффициента ослабления напора K_{α} содержится также $\frac{\alpha}{\tau}$. Теперь можно рассчитать к.п.д. на БЦВМ при многих комбинациях $v_{\text{ср}}$, $\frac{\alpha}{\tau}$ и s и опре-

делить $v_{ср\eta}$, $(\frac{a}{\tau})_{\eta}$ и S_{η} , при которых к.п.д. достигает максимального значения. Для этого можно составить соответствующую программу.

После этого для определения оптимального числа пар полюсов p_{η} или активной длины индуктора $l_{\eta} = 2p_{\eta}\tau_{\eta}$ нужно использовать выражение полезного напора, развиваемого насосом

$$p_n' = p' - p_2. \quad (59)$$

Одно число пар полюсов индуктора может быть только целым числом, поэтому найденные оптимальные размеры насоса могут быть использованы только при некоторых дискретных давлениях p_n' . Но в проектных заданиях задается давление, которое должен развивать насос, и, в общем, это давление не оптимальное. Поэтому нужно решить задачу при заданном p_n' и ограничении $p =$ целому числу. Для выполнения требования $p =$ ц.ч. нужно ход решения несколько изменить.

Подставляем в выражение для p_n' (59) p' и p_2 по (5) и (49), используем при этом (II), (I2), (I3), (I9) и принимаем $I_{\phi} \approx I_n$. Тогда получаем

$$p_n' = \frac{spA^2\mu_0\epsilon_k\kappa_{об}^2v_{ср}^2\gamma}{\kappa\delta 2Jf^2(1-s)^2(\gamma s\Delta + 2d'\gamma d)} - \frac{\lambda\kappa_{к}pv_{ср}^3D_m}{2f(1-s)D_2}. \quad (60)$$

Теперь составим программу для БЦВМ, по которой, прежде чем рассчитать к.п.д. при некоторой заданной комбинации p , $v_{ср}$, $\frac{a}{\tau}$, определяется скольжение s из выражения (60) для давления p_n' .

При заданных p , $v_{ср}$, $\frac{a}{\tau}$ и p_n' выражение (60) является относительно s нелинейным уравнением в неявно заданном виде. Общие методы решения нелинейных уравнений в данном случае не пригодны (обыкновенный метод итерации и метод Вэгстейна не сходятся, метод Стеффенсен-Эйткена сходится медленно или является нестабильным).

При указанных условиях имеем

$$p_n' = f(s).$$

Исследуем разницу

$$f(s) - p_n' = F(s).$$

Если s точное решение уравнения (60), то $F(s) = 0$.

Если требовать, что $|F(s)| < \varepsilon_1$, где ε_1 заданная точность, то вместо решения нелинейного уравнения получим задачу минимума.

Рассмотрим этот метод для определения s , при котором обеспечено заданное давление. Задаем область $s_0 < s < s_n$, где вероятно находится искомое значение s . Первым приближением принимаем среднюю точку области s_1 . Теперь рассчитаем значения $f(s)$ при значениях скольжения

$$s_1 - \frac{s_n - s_0}{4}, s_1 \text{ и } s_1 + \frac{s_n - s_0}{4}.$$

Из этих трех значений скольжения принимаем следующим приближением то значение, при котором разница $(f(s) - p_n')$ минимальная. В общем виде имеем значения $f(s)$ при скольжениях

$$s_n - \frac{s_n - s_0}{2^{n+1}}, s_n, s_n + \frac{s_n - s_0}{2^{n+1}},$$

и следующее приближение будет s_{n+1} , при котором $(f(s) - p_n')$ минимальное. Процесс будем повторять до тех пор, пока не будет выполнено условие

$$|f(s) - p_n'| \leq \varepsilon_1 \quad \text{или} \quad |s_{n+1} - s_n| = \varepsilon_2,$$

где ε_1 - заданная точность для давления p_n' и

ε_2 - заданная точность, которой определяется скольжение.

Если одно из этих условий выполнено, то рассчитывается к.п.д.; после этого по программе выбирается новое значение $\frac{a}{\tau}$, и цикл по s повторяется.

Таким же образом определяется $(\frac{a}{\tau})_n$, соответствующий максимальному к.п.д. при заданных p и v_{cr} . В этом случае выбирается из трех значений

$$\left(\frac{a}{\tau}\right)_n - \frac{\Delta\left(\frac{a}{\tau}\right)}{2^{n+1}}, \quad \left(\frac{a}{\tau}\right)_n \quad \text{и} \quad \left(\frac{a}{\tau}\right)_n + \frac{\Delta\left(\frac{a}{\tau}\right)}{2^{n+1}}$$

новым приближением значение $(\frac{a}{\tau})_{n+1}$, при котором к.п.д. мак-

симальный. Процесс повторяется до тех пор, пока

$$\left| \left(\frac{\alpha}{\tau} \right)_{n+1} - \left(\frac{\alpha}{\tau} \right)_n \right| = \varepsilon_2$$

где ε_2 - точность, которой определяется $\left(\frac{\alpha}{\tau} \right)$.

После окончания цикла по $\left(\frac{\alpha}{\tau} \right)$ выбирается новое значение $v_{ср}$, и циклы по s и $\left(\frac{\alpha}{\tau} \right)$ повторяются. Аналогично определению $\left(\frac{\alpha}{\tau} \right)_n$ определяется $v_{срn}$ при заданном числе пар полюсов p . Величина числа пар полюсов увеличивается начиная с $p = 1$ через 1 до $p = n$, причем при $p = n - 1$ получается максимальное значение к.п.д. для данных исходных величин.

Описанный метод легко поддается программированию и был применен для нахождения оптимальных размеров для двух серий линейных индукционных насосов. Программа была составлена для БЦВМ "Минск-2". Исходные данные для обеих серий приведены в следующей таблице.

Т а б л и ц а

| № п.п. | Наименование величины | Обозначение | Един. изм. | Магния при темп. 750°C | Натрий при темп. 300°C |
|---------------------------------|-----------------------|----------------|-------------------------------|--------------------------|------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | | | м ³ /сек | 5,556 · 10 ⁻⁴ | 10 ⁻³ |
| | | | | 8,889 · 10 ⁻⁴ | 2 · 10 ⁻³ |
| | | | | 1,389 · 10 ⁻³ | 5 · 10 ⁻³ |
| | | | | 2,222 · 10 ⁻³ | 10 ⁻² |
| I. Производительность | Q | | | 3,333 · 10 ⁻³ | 2 · 10 ⁻² |
| | | | | 5,556 · 10 ⁻³ | 5 · 10 ⁻² |
| | | | | 8,889 · 10 ⁻³ | |
| | | | | 1,389 · 10 ⁻² | |
| 2. Давление | | p _n | н/м ² | 9,81 · 10 ⁴ | 10 ⁵ |
| 3. Линейная нагрузка индуктора | | A | а/м | 8 · 10 ⁴ | 8 · 10 ⁴ |
| 4. Плотность тока | | j | а/м ² | 2,63 · 10 ⁶ | 10 ⁶ |
| 5. Проводимость жидкого металла | | γ | $\frac{\text{СИМ}}{\text{М}}$ | 3,55 · 10 ⁶ | 6,04 · 10 ⁶ |

| I | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----|---|------------------|-------------------------------|----------------------|----------------------|
| 6. | Вязкость жидкого металла | ν | $\text{м}^2/\text{сек}$ | $6,05 \cdot 10^{-7}$ | $3,91 \cdot 10^{-7}$ |
| 7. | Плотность жидкого металла | D_M | $\text{кг}/\text{м}^3$ | $1,47 \cdot 10^3$ | $0,882 \cdot 10^3$ |
| 8. | Толщина стенки канала | d' | м | $3 \cdot 10^{-3}$ | $2 \cdot 10^{-3}$ |
| 9. | Материал стенки канала | - | | Сталь X25T | IX18H9T |
| 10. | Проводимость стенки канала | γd | $\frac{\text{СММ}}{\text{М}}$ | $8,76 \cdot 10^5$ | $1,076 \cdot 10^6$ |
| 11. | Толщина двухсторонней тепловой изоляции и стенок канала $2b_{\text{из}} + 2d'$ | h | м | $2,7 \cdot 10^{-2}$ | $1,8 \cdot 10^{-2}$ |
| 12. | Частота | f | Гц | 50 | 50 |
| 13. | Коэффициент | α_0 | - | 35 | 35 |
| 14. | Коэффициент | β | - | 1,2 | 1,2 |
| 15. | Коэффициент | K_1 | - | 1,7 | 1,7 |
| 16. | Коэффициент | K_2 | - | 2 | 2 |
| 17. | Результирующий коэффициент немагнитного зазора | K_5 | - | 1,17 | 1,17 |
| 18. | Удельное сопротивление обмоточного провода | ρ_t | $\text{ом} \cdot \text{м}$ | $2,87 \cdot 10^{-8}$ | $2,87 \cdot 10^{-8}$ |
| 19. | Плотность электро-механической стали 3-II | $D_{\text{ст}}$ | $\text{кг}/\text{м}^3$ | $7,8 \cdot 10^3$ | $7,8 \cdot 10^3$ |
| 20. | Обмоточный коэффициент | $K_{\text{об}}$ | | 0,966 | 0,966 |
| 21. | Удельные потери в эл.техн.стали при частоте $f_1 = 50$ Гц и индукции $B_1 = 0,5$ тл | σ | $\text{Вт}/\text{кг}$ | 1 | 1 |
| 22. | Коэффициент, учитывающий технологию магнитопровода | $K_{\text{тех}}$ | - | 1 | 1 |
| 23. | Коэффициент заполнения стали | $K_{\text{ст}}$ | - | 0,97 | 0,97 |
| 24. | Шероховатость канала | Δ' | м | $5 \cdot 10^{-5}$ | $3 \cdot 10^{-5}$ |

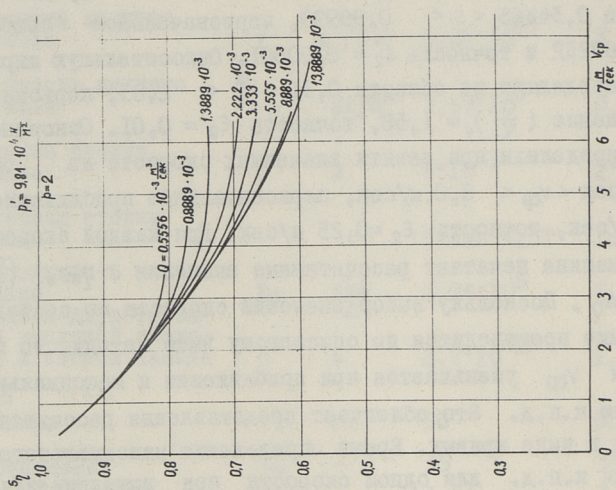
Определение основных размеров производилось по составленной программе в следующем порядке. Первым значением числа пар полюсов приняли $p = 1$ и значением средней скорости течения металла $v_{cp} = 4,25$ м/сек. Скольжение s определили из области $0,34465 < s < 0,99999$, первоначальное приближение $s_1 = 0,67232$ и точность $\epsilon_2 = 0,00001$. Относительную ширину канала определяют из области $0,31 < \frac{a}{\tau} < 2,85$, первоначальное приближение $(\frac{a}{\tau})_1 = 1,58$, точность $\epsilon_2 = 0,01$. Основные размеры определили при девяти значениях скорости из области $0,5$ м/сек $< v_{cp} < 8,0$ м/сек, первоначальное приближение $v_{cp1} = 4,25$ м/сек, точность $\epsilon_2 = 0,25$ м/сек. Для каждой скорости металла машина печатает рассчитанные значения η_m , $(\frac{a}{\tau})\eta$, $\Delta\eta$ и $\Delta\eta$. Поскольку выбор значений скорости по составленной программе производится по описанному выше методу, то шаг изменения v_{cp} уменьшается при приближении к максимальному значению к.п.д. Это облегчает представления рассчитанных величин в виде кривых. Время определения максимального значения к.п.д. для одной скорости при вышеприведенных точностях на машине составляет 45 сек. В среднем каждый насос рассчитывается при трех значениях числа пар полюсов и среднее время расчета одного насоса 20 минут.

Результаты расчетов представлены в виде кривых. На фиг. 2, 3 и 4 представлены зависимости $\eta_m = f(v_{cp})$, $\Delta\eta = f(v_{cp})$ и $(\frac{a}{\tau})\eta = f(v_{cp})$ при давлении $p_n' = 9,81 \cdot 10^4$ н/м² для насосов для жидкого магния при температуре 750° С. Значение производительности и числа пар полюсов насоса указано у каждой кривой. На фиг. 5, 6 и 7 представлены подобные же зависимости для жидкого натрия при температуре 300° С.

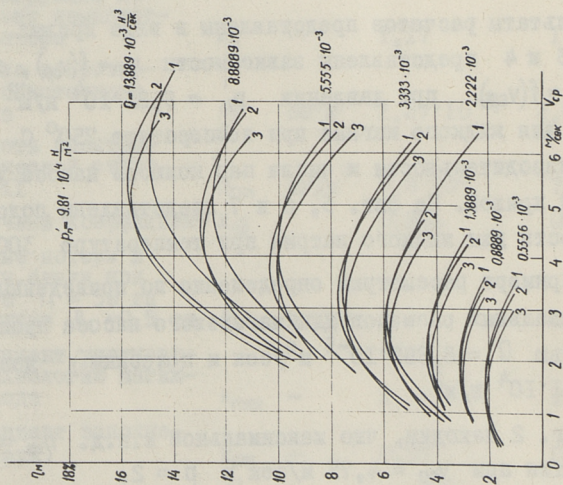
Для примера рассмотрим определение по приведенным кривым оптимальных размеров для магниевого насоса производительностью $Q = 8,889 \cdot 10^{-3}$ м³/сек и полезным давлением $p_n' = 9,81 \cdot 10^4$ н/м².

Из фиг. 2 находим, что максимальное к.п.д. $\eta_m = 13,7\%$ достигается при $v_{cp} = 4,75$ м/сек и $p = 2$.

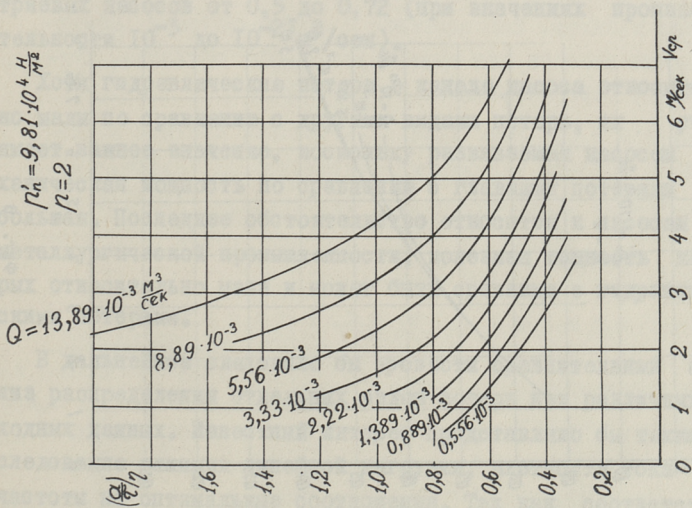
Из фиг. 3 определяем, что $s_\eta = 0,68$, и из фиг. 4, что $(\frac{a}{\tau})\eta = 0,67$.



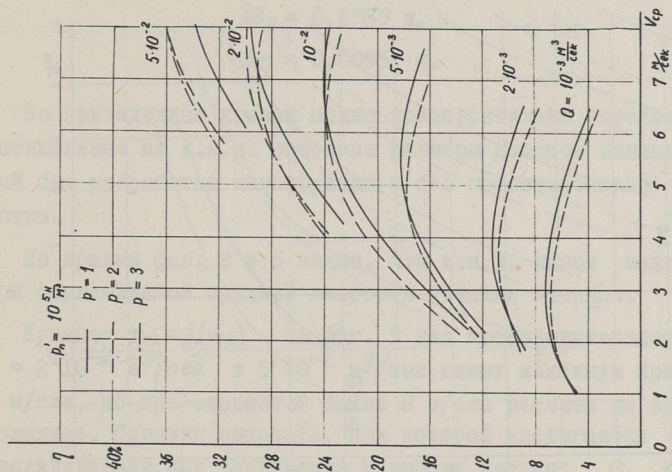
Фиг. 3



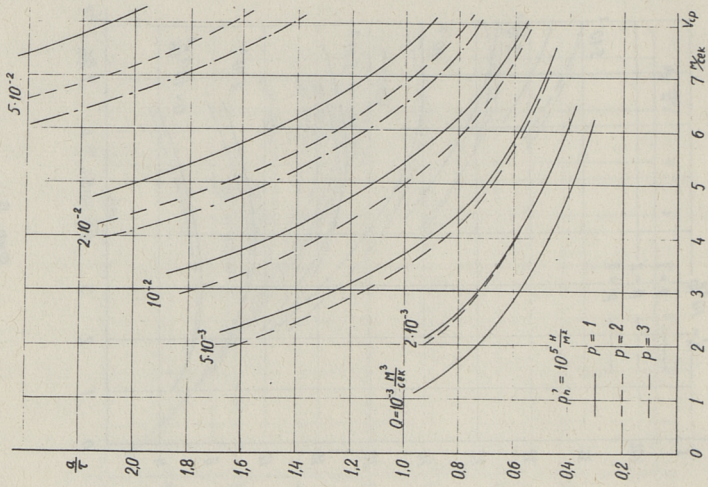
Фиг. 2



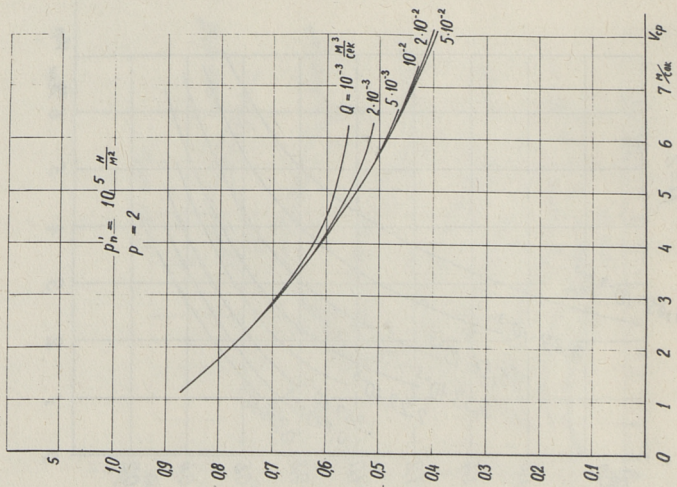
Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 7



Фиг. 6

На основании формул (1) и (2) рассчитаем:

$$\tau_{\eta} = 0,1484 \text{ м,}$$

$$2\alpha_{\eta} = 0,1989 \text{ м,}$$

$$\Delta\eta = 0,00951 \text{ м.}$$

По приведенным кривым можно предварительно определить оптимальные по к.п.д. основные размеры насосов данных серий без разработки конструкции и без проектирования обмотки.

По кривым фиг. 2 и 5 видно, что к.п.д. имеет максимум при определенной средней скорости течения металла.

Кривые $\eta_m = f(v_{\text{ср}})$ на фиг. 5 для производительности $Q = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{сек}$ и $5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{сек}$ имеют максимум при $v_{\text{ср}} > 8 \text{ м/сек}$, но для скоростей выше 8 м/сек расчеты не производились. Средняя скорость, при которой достигается η_m , увеличивается при увеличении мощности насоса.

Оптимальная относительная ширина канала $\left(\frac{d}{\tau}\right)_{\eta}$ у данных серий насосов изменяется в сравнительно узких пределах: для серии магниевых насосов от 0,55 до 0,8, для серии натриевых насосов от 0,5 до 0,72 (при значениях производительности 10^{-3} до $10^{-2} \text{ м}^3/\text{сек}$).

Хотя гидравлические потери в канале насоса относительно малы по сравнению с другими видами потерь, их учет имеет важное значение, поскольку развиваемая насосом механическая мощность по сравнению с главными потерями небольшая. Последнее обстоятельство относится к насосам для металлургической промышленности, полезная мощность которых относительно мала и может быть сравнима с гидравлическими потерями.

В дальнейшем следовало бы провести сравнительный анализ распределения отдельных видов потерь при различных исходных данных. Известный интерес представляло бы также исследование влияния линейной нагрузки, плотности тока и частоты на оптимальные соотношения. Так как соответствующие расчеты неизбежно будут очень трудоемкими, то их придется проводить на БЦВМ.

Л и т е р а т у р а

1. А.И. В о л ь д е к. О некоторых вопросах проектирования индукционных насосов. Сборник "Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы", Рига 1959.
2. А.И. В о л ь д е к. Токи и усилия в слое жидкого металла плоских линейных индукционных насосов. Известия вузов. Электромеханика, 1959, №1.
3. А.И. В о л ь д е к. Состояние и задачи по разработке индукционных насосов. Исследование и проектирование индукционных насосов для транспорта жидких металлов. Сборник Трудов Таллинского политехнического института, серия А, №197, Таллин 1962.
4. Х.И. Я н е с, Х.А. Т а м м е м я г и, А.В. К о н т. Формуляр контрольного расчета плоского индукционного насоса. Исследование и проектирование индукционных насосов для транспорта жидких металлов. Сборник Трудов ТПИ, серия А, №197, Таллин 1962.
5. А.И. В о л ь д е к, Х.И. Я н е с. Поперечный краевой эффект в плоском индукционном насосе с электропроводящим каналом. Исследование и проектирование индукционных насосов для транспорта жидких металлов. Труды ТПИ, серия А, № 197, Таллин 1962.
6. Х.И. Я н е с, Учет влияния вторичной системы в линейной плоской магнитогидродинамической машине. Исследование и проектирование индукционных насосов для транспорта жидких металлов. Сборник трудов ТПИ, серия А, № 197, Таллин 1962.
7. Н.В. В и н о г р а д о в, Ф.А. Г о р я и н о в, П.С. С е р г е е в. Проектирование электрических машин, Госэнергоиздат, 1950.
8. Н.М. О х р е м е н к о. Оптимальные геометрические соотношения в индукционных насосах для жидких металлов, "Электричество". 1961, №9.
9. Н.М. О х р е м е н к о. Определение оптимальных размеров индукционных насосов, "Электричество", 1964, №11.

10. Х.А. Л и й н. Об определении основных размеров плоских линейных индукционных насосов. Сборник "Техническая электромагнитная гидродинамика", Изд. "Металлургия", 1965.
11. И.Е. И д е ъ ч и к. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. Госэнергоиздат, 1960.
12. Н.З. Ф р е н к е л ь. Гидравлика. Госэнергоиздат, 1956.
13. Б.М. К а г а н, Т.М. Т е р - М и к а э л я н. Решение инженерных задач на цифровых вычислительных машинах. Изд. "Энергия", 1964.
14. Дж. Л а н с. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. Изд. иностр. лит. 1962.
15. Инструкция по программированию универсальной цифровой вычислительной машины "Минск-2". Научно-исследовательский электротехнический институт Управления машиностроения Совнархоза ЭССР, Таллин 1964.
16. Библиотека стандартных программ для ЦВМ "Минск-2" Академия наук ЭССР, Институт кибернетики, Таллин 1964.

H.A. Liin, M.H. Mere

The Fixing of the Basic Dimensions of the
Flat Linear Induction Pumps by the High-Speed
Digital Electronic Computer

S u m m a r y

The method of fixing relationships for optimum design at standard supply frequency of the flat linear induction pumps by the high-speed digital electronic computer "Minsk-2" is discussed, proceeding from maximal efficiency of the pump.

The expression of the efficiency, containing certain simplifications, depending on the basic dimensions of the pumps and the parameters given beforehand, when being deduced

there have been proceeded from the check up calculation of the flat linear induction pump, worked out at the Tallinn Polytechnical Institute. All the main losses have been taken into account. The hydraulic pressure drop in the pump has been taken into consideration only within the length of the inductor.

The results of the calculations have been presented in the form of curves where the optimum basic dimensions are given in dependance on the mean liquid metal flow speed for the case when the pressure and the productivity of the pump are given beforehand.

Е.А. Пуусеп

ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЯХ В ИНДУКЦИОННЫХ
 МАШИНАХ С УВЕЛИЧЕННЫМ ЗАЗОРОМ

I. Уравнения электромагнитного поля индукционной
 машины при нагрузке

Для определения электромагнитного поля в зазоре индукционной машины при нагрузке исходим из уравнений Максвелла, рассматривая поле как цилиндрическую волну, распространяющуюся внутрь цилиндрической области (фиг. I).

Основными уравнениями поля в воздушном зазоре будут

$$\operatorname{rot} \bar{H}' = j\epsilon_0 \omega \bar{E}' \quad \text{и} \quad \operatorname{div} \bar{B}' = 0$$

Одним штрихом помечены векторы поля в воздушном зазоре. Составляющие электромагнитного поля находим в цилиндрических координатах, полагая, что напряженность электрического поля имеет только одну составляющую E_z и не зависит при этом от координаты z . Следовательно,

$$\operatorname{rot}_z H' = j\omega \epsilon_0 \dot{E}'_z$$

или

$$\frac{\partial \dot{H}'_\theta}{\partial r} + \frac{\dot{H}'_\theta}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}'_r}{\partial \theta} = j\omega \epsilon_0 \dot{E}'_z \quad (1)$$

С другой стороны,

$$\mu_0 \operatorname{div} \bar{H}' = 0$$

и

$$\frac{\partial \dot{H}'_r}{\partial r} + \frac{\dot{H}'_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}'_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (2)$$

Преобразуя уравнения (1) и (2), получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{H}'_{\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}'_{\theta}}{\partial r^2} + \frac{3}{r^2} \frac{\partial \dot{H}'_{\theta}}{\partial r} + \frac{\dot{H}'_{\theta}}{r^2} &= j\omega \epsilon_0 \left\{ \frac{\partial}{\partial r} [\dot{E}'_z] + \dot{E}'_z \right\}, \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{H}'_{r}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}'_{r}}{\partial r^2} + \frac{3}{r^2} \frac{\partial \dot{H}'_{r}}{\partial r} + \frac{\dot{H}'_{r}}{r^2} &= -j\omega \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial \theta} [\dot{E}'_z]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Так как предполагается стандартная частота 50 гц, то

$$\omega = 2\pi f = 314 \frac{1}{\text{сек}}, \quad \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{\Phi}{\text{м}}$$

и произведение

$$\omega \epsilon_0 = \frac{314}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \approx 2,8 \cdot 10^{-9}$$

весьма мало и поэтому можно предполагать, что в уравнениях (3) правые части равны нулю. Решение таких уравнений известно [2]:

$$\left. \begin{aligned} H'_{\theta} &= (C_1 r^{n-1} + C_2 r^{-n-1}) \frac{\sin n(\theta - \theta_1)}{\cos n(\theta - \theta_1)}, \\ H'_r &= (C_3 r^{n-1} + C_4 r^{-n-1}) \frac{\sin n(\theta - \theta_1)}{\cos n(\theta - \theta_1)}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Учитывая, что на поверхности статора имеется синусоидально распределенная м.д.с. $F = F_m \cos p\theta$, то напряженность магнитного поля на этой поверхности определяется

$$H'_{\theta} \Big|_{r=r_a} = \frac{\partial F}{r \partial \theta} = -\frac{p}{r_a} F_m \sin p\theta, \quad (5)$$

где r_a — радиус отверстия статора.

Следовательно, одним уравнением для определения постоянных интегрирования будет

$$(C_1 r_a^{n-1} + C_2 r_a^{-n-1}) \sin n(\theta - \theta_1) \Big|_{r=r_a} = -\frac{p}{r_a} F_m \sin p\theta, \quad (6)$$

откуда следует, что

$$n = p \quad \text{и} \quad \theta_1 = 0.$$

В металле ротора основными уравнениями электромагнитного поля будут

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{H}'' &= \bar{\delta} = \gamma \bar{E}'' \quad \text{и} \quad \operatorname{div} \bar{E}'' = 0, \\ \operatorname{rot} \bar{E}'' &= -\mu'' \frac{\partial \bar{H}''}{\partial t} \end{aligned}$$

Следовательно, принимая синусоидальное изменение величин, получаем

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{E}'' = -j\omega\mu''\gamma \bar{E}''.$$

Учитывая, что $\operatorname{div} \bar{E}'' = 0$, и принимая, как и выше, что имеется только одна составляющая E_z'' , получаем

$$\nabla^2 E_z'' = \frac{1}{r} \frac{\partial E_z''}{\partial r} + \frac{\partial^2 E_z''}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z''}{\partial \theta^2} = j\omega\mu''\gamma E_z'' \quad (7)$$

Решением этого уравнения будет

$$E_z'' = [A' I_p(z_1) + B' K_p(z_1)] \frac{\sin p\theta}{\cos p\theta},$$

где

$$z_1 = \sqrt{j\omega\mu''\gamma} r.$$

Двумя штрихами помечены векторы поля в металле.

Здесь $I_p(z_1)$ и $K_p(z_1)$ — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода.

Так как при $r = 0$ E_z имеет конечное значение, то должно быть $B' = 0$ и, окончательно, учитывая также (6),

$$E_z'' = [A' I_p(z_1)] \frac{\sin p\theta}{\cos p\theta}. \quad (8)$$

Далее, так как

$$\operatorname{rot} \bar{E}'' = -j\omega\mu'' \bar{H}'',$$

то, учитывая вышесказанное, получаем

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_z''}{\partial \theta} = -j\omega\mu'' \dot{H}_r''; \quad \frac{\partial E_z''}{\partial r} = j\omega\mu'' \dot{H}_\theta''$$

или

$$\dot{H}_r'' = -\frac{1}{j\omega\mu'' r} \cdot \frac{\partial E_z''}{\partial \theta} = -\frac{p}{j\omega\mu'' r} \cdot A' I_p(z_1) \frac{\cos p\theta}{\sin p\theta}, \quad (9)$$

$$\dot{H}_\theta'' = \frac{1}{j\omega\mu''} \cdot A' \sqrt{j\omega\mu''\gamma} I_p'(z_1) \frac{\sin p\theta}{\cos p\theta} = \frac{\gamma A' I_p'(z_1)}{\sqrt{j\omega\mu''\gamma}} \frac{\sin p\theta}{\cos p\theta}, \quad (10)$$

где $I_p'(z_1)$ - производная $I_p(z_1)$ по r .

На поверхности ротора, когда $r = r_i$, действительны следующие граничные условия:

$$\left. \begin{aligned} H_\theta'' &= H_\theta', \\ \mu_0 H_r'' &= \mu'' H_r', \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где r_i - наружный радиус ротора.

Считаясь с уравнением (6), получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{j\omega\mu''} A' \sqrt{j\omega\mu''\gamma} I_p'(z_{1i}) \frac{\sin p\theta}{\cos p\theta} &= (C_1 r_i^{p-1} + C_2 r_i^{-p-1}) \frac{\sin p\theta}{\cos p\theta}, \\ -\frac{pF_m}{r_a} \sin p\theta &= (C_1 r_a^{p-1} + C_2 r_a^{-p-1}) \sin p\theta. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Из этих уравнений получаем постоянные C_1 и C_2 , выраженные через A' . С помощью этих постоянных C_1 и C_2 получаем выражение для H_θ' . На основе второго граничного условия (II) получаем уравнение, из которого находим постоянную A' .

После несложных, но громоздких преобразований получим формулы для напряженностей магнитного поля в зазоре с учетом влияния вторичного поля в виде

$$\left. \begin{aligned} H_\theta' &= -\frac{pF_m}{r} \cdot \frac{\text{sh}pz'}{\text{sh}py'} \sin p\theta \left[1 - \kappa \frac{\text{sh}px'}{\text{sh}pz' \text{sh}py'} \right], \\ H_r' &= \frac{pF_m}{r} \cdot \frac{\text{ch}pz'}{\text{sh}py'} \cos p\theta \left[1 - \kappa \frac{\text{ch}px'}{\text{ch}pz' \text{sh}py'} \right], \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где $z' = \ln \frac{r}{r_i}$, $x' = \ln \frac{r}{r_a}$, $y' = \ln \frac{r_a}{r_i}$ и

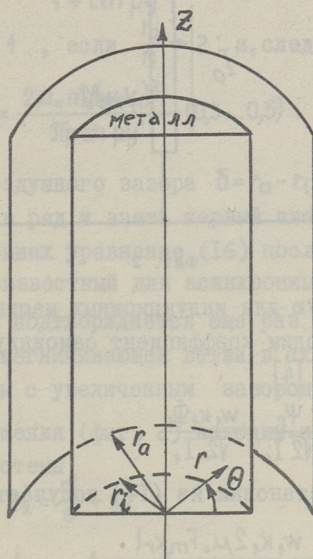
$$\kappa = \frac{1}{\text{cth} py' + \frac{\mu_r'' p I_p(z_{1i})}{z_{1i} I_p'(z_{1i})}}, \quad z_{1i} = \sqrt{j\omega\mu''\gamma} r_i.$$

Если учитывать, что в обычной асинхронной машине воздушный зазор $\delta \ll r_i$, то в этом случае

$$\operatorname{sh} p y' \approx \frac{p \delta}{r_i}, \quad \operatorname{cth} p y' \approx \frac{r_i}{p \delta}, \quad \operatorname{sh} p z' \approx 0, \quad \operatorname{sh} p x' \approx 0$$

и формулы (13) преобразуются в формулы напряженностей магнитного поля для обычной асинхронной машины (с малым воздушным зазором), а именно:

$$H'_\theta = 0 \quad \text{и} \quad H'_r = \frac{\Gamma_m}{\delta} \cos p \theta.$$



Фиг. 1

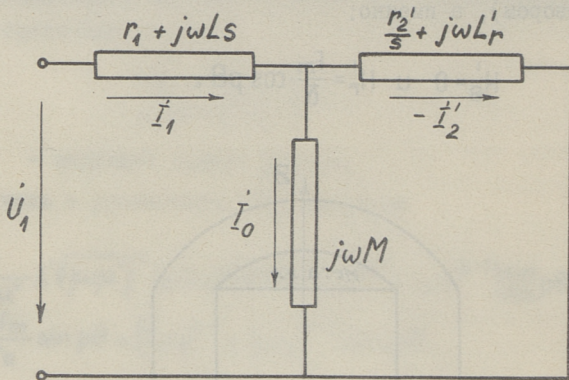
В полученных формулах (13) для напряженностей поля H'_r и H'_θ выражения в прямых скобках являются так называемыми коэффициентами реакции вторичной системы [9].

2. Параметры вторичной системы

Для определения активных и реактивных сопротивлений вторичной системы находим магнитный поток, входящий в ротор

$$\Phi_r = \int_0^l \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{+\frac{\pi}{2p}} r B_r d\theta dz \Big|_{r=r_i} = 2\mu_0 F_m k_r \frac{l}{\text{sh } p y'} , \quad (14)$$

где $k_r = 1 - \text{cth } p y'$ — коэффициент реакции [9],
 l — длина индукционной машины в направлении оси z .



Фиг. 2

Принимая обычную для индукционных машин схему замещения (фиг. 2), находим коэффициент самоиндукции ротора и воздушного зазора [4]

$$L_{\delta r} = \frac{\Psi_r}{\sqrt{2} I_1} = \frac{w_1 k_1 \Phi_r}{\sqrt{2} I_1} ,$$

который после подстановки из (14) получается равным

$$L_{\delta r} = \frac{w_1 k_1 2\mu_0 F_m k_r l}{\sqrt{2} I_1 \text{sh } p y'} .$$

Учитывая, что

$$F_m = \frac{\sqrt{2} m_1 w_1 k_1}{\pi p} I_1 ,$$

получаем

$$L_{\delta r} = \frac{2\mu_0 m_1 (w_1 k_1)^2 l}{\pi p \text{sh } p y'} k_r . \quad (15)$$

Подставив в эту формулу значение k_r , можно получить после преобразований выражения, даваемые в [4], если учесть принятые там упрощения.

Если принять в формуле (15) скольжение $s = 0$, то получим коэффициент взаимоиндукции основного поля.

В случае ферромагнитного ротора $\mu_r'' \gg \text{cth } py'$ и $k_r \approx 1$,

$$M = \frac{2\mu_0 m_1 (w_1 k_1)^2 l}{\pi p \text{sh } py'} \quad (16)$$

Если же $\mu_r'' = 1$ (неферромагнитный ротор), то

$$k_r' \approx \frac{1}{1 + \text{cth } py'} \approx 0,3 \dots 0,5,$$

так как $\text{cth } py' > 1$, если $\frac{r_a}{r_i} \rightarrow 2$ и, следовательно,

$$M = \frac{2\mu_0 m_1 (w_1 k_1)^2 l}{\pi p \text{sh } py'} \cdot (0,3 \dots 0,5) \quad (16a)$$

Если длина воздушного зазора $\delta = r_a - r_i$ мала, то $\text{sh } py'$ можно разложить в ряд и взять первый член разложения $\frac{p\delta}{r_i}$.

При этих условиях уравнение (16) после преобразований получает вид, общеизвестный для асинхронных двигателей [5].

Таким образом подтверждается еще раз то, что реактивное сопротивление намагничивающей ветви в схеме замещения индукционной машины с увеличенным зазором уменьшается [1].

По схеме замещения (фиг. 2) находим полное сопротивление вторичной системы

$$z_2' = \frac{r_2'}{s} + x_2'$$

из соотношения

$$\frac{1}{z_2'} = \frac{1}{jx\delta_r} - \frac{1}{x_m}$$

После подстановки (15) и (16) получаем

$$\frac{1}{z_2'} = \frac{\pi p \text{sh } py'}{j\omega 2\mu_0 m_1 (w_1 k_1)^2 l k_r} - \frac{\pi p \text{sh } py'}{j\omega 2\mu_0 m_1 (w_1 k_1)^2 l k_r'} \quad (17)$$

Комплекс полного сопротивления находим после преобразований в виде

$$z_2' = \frac{j\omega 2\mu_0 m_1 (w_1 k_1)^2 l}{\pi p \text{sh } py'} \cdot \frac{1}{\frac{1}{k_r} - \frac{1}{k_r'}} \quad (18)$$

Далее можно определить активное и реактивное сопротивления $\frac{r_2'}{s}$ и x_2'

$$\begin{aligned} \frac{r_2'}{s} &= \operatorname{Re} \cdot Z_2', \\ x_2' &= \operatorname{Im} Z_2'. \end{aligned} \quad (19)$$

Из уравнений (18) и (19) можно определить полное сопротивление при неферромагнитном роторе ($\mu_r'' = 1$) и при скольжении s , близком к единице ($s = 1$). Применимо асимптотическое приближение для функций Бесселя [2] в случае большего значения аргумента

$$Z_{1i} = \sqrt{j\omega_s \mu'' \gamma s} \cdot r_i.$$

Если, далее, принять $k_r \approx 0,5$, то получаем

$$\frac{k_r' k_r}{k_r' - k_r} \approx \frac{\mu_r'' p \Delta_0 (1-j)}{2 \operatorname{cth} \operatorname{py}' r_i \sqrt{s}}.$$

Полное сопротивление вторичной системы будет

$$Z_2' = \frac{2m_1 (w_1 k_1)^2 l}{\pi r_i} \sqrt{\frac{\omega_s \mu''}{2\gamma s}} \cdot \frac{1}{\operatorname{ch} \operatorname{py}'} (1+j) \quad (20)$$

или

$$Z_2' = \frac{2m_1 (w_1 k_1)^2 l}{\gamma \pi r_i \Delta_0 \operatorname{ch} \operatorname{py}' \sqrt{s}} (1+j), \quad (20)$$

где $\Delta_0 = \sqrt{\frac{2}{\omega_s \mu'' \gamma}}$ — т.н. глубина проникновения электромагнитной волны во вторичную систему при частоте статора ω_s .

В результате при больших скольжениях и неферромагнитном роторе приведенные активные и реактивные сопротивления выражаются следующим образом:

$$r_2' = \frac{2m_1 (w_1 k_1)^2 l \sqrt{s}}{\gamma \pi r_i \Delta_0 \operatorname{ch} \operatorname{py}'}, \quad (21)$$

$$x_2' = \frac{2m_1 (w_1 k_1)^2 l}{\gamma \pi r_i \Delta_0 \operatorname{ch} \operatorname{py}' \sqrt{s}}. \quad (22)$$

В этих формулах не учитывается конечная длина вторичной системы. Чтобы учесть это, будем в первом приближении считать, что как активные, так и реактивные сопротивления уве-

личиваются в одинаковой мере в k_1 раз, где

$$k_1 = 1 + \sigma_r \frac{\tau}{l},$$

причем $\sigma_r \approx \frac{2}{\pi}$ [5].

Сопротивление можно теперь выразить и так:

$$r_2' = \frac{2m_1(w_1 k_1)^2 l}{\pi r_i \operatorname{ch} \pi y'} \cdot \sqrt{\frac{\omega_s \mu_0}{2\gamma}} \cdot \sqrt{s} \cdot k_1, \quad (23)$$

$$x_2' = \frac{2m_1(w_1 k_1)^2 l}{\pi r_i \operatorname{ch} \pi y'} \cdot \sqrt{\frac{\omega_s \mu_0}{2\gamma}} \cdot \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot k_1. \quad (24)$$

Полученные выражения совпадают с приводимыми в литературе [5, 6, 7, 8], если им придать соответствующий вид и учесть соответствующие условия.

3. Энергетические соотношения

Зная r_2' и ток в роторе I_2' , можно определить рассеиваемую во вторичной системе мощность

$$P_{cu2} = m_1 I_2'^2 r_2'$$

или

$$P_{cu2} = m_1 I_2'^2 \frac{2m_1(w_1 k_1)^2 l \sqrt{s}}{\gamma \pi r_i \operatorname{ch} \pi y' \Delta_0} k_1. \quad (25)$$

Тогда можно определить электромагнитную мощность

$$P_{em} = \frac{P_{cu2}}{s}$$

или

$$P_{em} = m_1 I_2'^2 \frac{2m_1(w_1 k_1)^2 l}{\gamma \pi r_i \Delta_0 \operatorname{ch} \pi y' \sqrt{s}} k_1. \quad (26)$$

Учитывая, что угловая скорость вращения ротора равна $\frac{\omega}{p}$, получаем вращающий момент

$$M_{em} = \frac{P_{em} p}{\omega}$$

или

$$M_{\text{ем}} = \frac{p m_1}{\omega} I_2'^2 \frac{2 m_1 (w_1 k_1)^2 l}{\gamma \pi r_i \Delta_0 \text{ch } \pi y' \sqrt{s}} \cdot k_l \cdot \quad (27)$$

Далее находим мощность, преобразуемую в механическую работу. Это будет так называемая общая механическая мощность $P_{\text{мех}}$, получаемая во вторичной системе

$$P_{\text{мех}} = P_{\text{ем}} (1-s) = m_1 I_2'^2 \frac{2 m_1 (w_1 k_1)^2 l (1-s)}{\gamma \pi r_i \Delta_0 \text{ch } \pi y' \sqrt{s}} \cdot k_l \cdot \quad (28)$$

Электромагнитный к.п.д. машины является отношением общей механической мощности к электромагнитной

$$\eta_{\text{ем}} = \frac{P_{\text{мех}}}{P_{\text{ем}}} = 1-s \cdot \quad (29)$$

4. Соотношения между токами в первичной и во вторичной системах

Принимая в основу схему замещения (фиг. 2), можно выразить вторичный ток через первичный следующим образом:

$$I_2' = I_1 \frac{\chi_M}{\sqrt{\left(\frac{R_1'}{s}\right)^2 + (\chi_2' + \chi_M)^2}} \cdot \quad (30)$$

Анализ этого соотношения дает, что:

1) при отсутствии вторичной системы, т.е. когда $\gamma \rightarrow 0$

$$r_2' \rightarrow \infty \text{ и } \chi_2' \rightarrow \infty, \quad (21, 22)$$

тогда, следовательно, $I_2' \rightarrow 0$

2) в случае идеального холостого хода, т.е. когда $s \rightarrow 0$, получается опять $I_2' \rightarrow 0$ (следует 30);

3) если зазор незначителен ($\delta \ll r_i$), т.е. $\frac{r_a}{r_i} \rightarrow 1$, то

$$\chi_M \rightarrow \infty \text{ (16) и } I_2' \rightarrow I_1.$$

Приведенные в этой работе соотношения дают возможность расчета режима нагрузки индукционных машин с увеличенным зазором и с ферромагнитным ротором. Однако из этих же формул (19) можно получить соотношения для машин с ферромагнитным ротором и с незначительным зазором, учитывая соответствующие условия.

Л и т е р а т у р а

1. Е.А. П у у с е п. О параметрах индукционной машины при увеличенном зазоре. Сборник трудов ТПИ IV, серия А, № 239, Таллин 1966.
2. А. А н г о. Математика для электро- и радиоинженеров. "Наука", Москва 1964.
3. И.М. П о с т н и к о в. Вихревые токи в синхронных и асинхронных машинах с массивным ротором, "Электричество" №10, 1958.
4. К.П. К о в а ч, И. Р а ц. Переходные процессы в машинах переменного тока. Госэнергоиздат, 1963.
5. И.М. П о с т н и к о в. Проектирование электрических машин. Гос.изд. технической литературы УССР, Киев 1960.
6. В.Е. Ш а р о в. Сверхвысокоскоростные асинхронные электродвигатели. Госэнергоиздат, 1963.
7. Ю.С. Ч е ч е т. Управляемый асинхронный двигатель с полым ротором. Госэнергоиздат, 1955.
8. Н.П. Е р м о л и н. Электрические машины малой мощности. "Вышняя школа", 1962.
9. Я.Б. Д а н и л е в и ч, Э.Г. К а ш а р с к и й. Добавочные потери в электрических машинах. Госэнергоиздат, 1963.
10. Р. Р и х т е р. Электрические машины, т. I.

E. A. Puusepp

The Energy Flow Relations in
Induction Mashines with Increased Air-Gap.

S u m m a r y

Applying Maxwell equations to a cylindrical induction machine model, equations for vectors of the electromagnetic-field in the air-gap of the machine are derived. With established air-gap fields there are evaluated the parameters of the secondary system of the machine. Futher energy eguations in terms of parameters and relations between the primary and secondary currents of the machine are derived.

УДК 621.318.38

В.Ф. Кескюла

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РАСЧЕТА
ИНДУКЦИОННЫХ ВРАЩАТЕЛЕЙ

Индукционный вращатель жидкого металла (в дальнейшем ИВ) по принципу работы напоминает короткозамкнутый асинхронный двигатель, в котором обычный короткозамкнутый ферромагнитный ротор заменен расплавленным металлом. В связи с этим электромагнитный расчет ИВ может проводиться аналогично расчету статоров нормальных асинхронных двигателей, с учетом некоторых особенностей, вызванных немагнитным характером жидкого ротора и большим изоляционным зазором между жидким металлом и статором. Из этих особенностей в первую очередь нужно иметь в виду следующие:

- а) большие токовые нагрузки обмотки по сравнению с асинхронными машинами;
- б) слабое влияние вторичной системы на первичное магнитное поле;
- в) сильное влияние краевого эффекта на магнитное поле ИВ;
- г) большие потоки рассеяния, соизмеримые или даже превосходящие основной рабочий магнитный поток.

Полный расчет ИВ непосредственно связан с магнитогидродинамическими процессами в жидком металле, так как задачей ИВ является сообщение расплавленному металлу определенной скорости движения. Поскольку, однако, эти процессы до сих пор мало изучены, то при расчете ИВ прихо-

дится исходить из заданных геометрических размеров расточки и металлотректа и необходимой индукции магнитного поля в расточке. Последняя величина определяется приближенно, на основании имеющихся экспериментальных данных [4].

Ниже рассматриваются несколько подробнее перечисленные особенности ИВ.

Токовые нагрузки ИВ. Для создания вращающего момента, достаточного для сообщения жидкому металлу в расточке ИВ необходимой скорости вращения, нужно создать в расточке ИВ вращающееся магнитное поле с индукцией

$$B_c = 0,1 \dots 0,25 \text{ тл.}$$

Согласно [3,5] расчетное значение индукции в расточке определяется формулой

$$B_c = 2,7 \mu_0 \frac{K_{об} W}{K_3 D_c} I, \quad (I)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$ — магнитная проницаемость расточки;

- $K_{об}$ — обмоточный коэффициент ИВ;
- W — число витков фазной обмотки ИВ;
- K_3 — коэффициент зубчатости;
- D_c — диаметр расточки статора ИВ;
- I — действующее значение фазного тока обмотки.

Здесь обмоточный коэффициент $K_{об}$ ИВ определяется по обычным формулам обмоточного коэффициента электрических машин [2,4], а коэффициент зубчатости может быть определен согласно [3,4] по формуле

$$K_3 = 1 + \frac{\alpha_n^2}{4,76q + \alpha_n(1 - \alpha_n)}, \quad (2)$$

где $\alpha_n = b_n / t_3$ — относительная ширина открытия паза (отношение ширины паза b_n к зубцовому шагу t_3);

q — число пазов на полюс и фазу.

Учитывая известное выражение линейной токовой нагрузки

$$A = \frac{6wI}{\pi D_c} \quad (3)$$

и выражение (1), можно линейную токовую нагрузку выразить через необходимую величину магнитной индукции в расточке ИВ формулой

$$A = 0,71 \frac{k_3}{\mu_0 k_{об}} B_c \quad (4)$$

Если изготовить ИВ на базе статора нормальной асинхронной машины с относительным шагом обмотки $y' = 2/3$, то для получения указанных выше значений индукции нужно иметь линейные токовые нагрузки в пределах $A = (70 \dots 170) \cdot 10^3 \text{ а/м}$ что в 4...5 раз превосходит линейные токовые нагрузки асинхронных двигателей. При изготовлении же ИВ с относительным шагом обмотки $y' \approx 1/3$ (т.н. явнополюсный ИВ), имеющем шесть выступающих полюсов, обмотки возбуждения которых питаются из сети трехфазного тока [3], необходимые линейные токовые нагрузки будут в 5...7 раз превышать линейные токовые нагрузки асинхронных машин. Такие большие токовые нагрузки вызывают выделение в обмотках ИВ значительного количества тепла, требующего специальных устройств охлаждения. Как правило, приходится применять принудительное охлаждение обмоток ИВ, а в предельном случае даже водяное охлаждение обмотки, для чего обмотку нужно изготавливать из полых трубчатых проводов.

При отказе от водяного охлаждения пазы ИВ приходится изготавливать с большой площадью сечения, что приводит к значительному увеличению радиальных размеров магнитопровода. В целях уменьшения радиальных размеров, целесообразно большую часть зубцового деления использовать под паз, так как индукция в расточке ИВ относительно мала. При этом могут быть использованы открытые пазы, так как вследствие большого изоляционного зазора между расплавленным металлом и статором ИВ, высшие гармоники магнитного поля, вызванные наличием пазов, быстро затухают.

Исходя из необходимого сечения паза, определяемого пазовым током I_n , коэффициента заполнения паза медью ρ_m и плотности тока в обмотке Δ ,

$$S_n = \frac{I_n}{\varphi_M \Delta} = \frac{wI}{\rho q \varphi_M \Delta}, \quad (5)$$

относительную высоту (глубину) прямоугольного паза с шириной b_n можно выражать формулой

$$\frac{h_n}{D_c} = \frac{A}{\varphi_M \Delta a_n D_c} \quad (6)$$

или

$$\frac{h_n}{D_c} = \frac{0,71 k_3 B_c}{\mu_0 k_{об} \varphi_M \Delta a_n D_c}. \quad (7)$$

Подставляя в формулу (7), в качестве примера, данные $B_c = 0,2 \text{ тл}$, $D_c = 0,2 \text{ м}$, $\varphi_M = 0,5$, $\Delta = 5 \cdot 10^6 \text{ а/м}^2$, $a_n = 0,7$ и $k_3 = 1,05$, получаем $h_n/D_c = 0,40$.

Отсюда видно, что даже при выделении значительной части зубцового деления под паз глубина паза все же получается относительно большой (в данном случае 40% от диаметра расточки). Эту высоту можно несколько уменьшать, если вместо прямоугольного паза применять открытый трапецидальный паз. При таком пазе для вышеперечисленных исходных данных можно получить $h_n/D_c = 0,31$.

Слабое влияние вторичной системы на первичное магнитное поле вызвано малой удельной электрической проводимостью и немагнитным характером расплавленного металла, а также относительно большим изоляционным зазором между жидким металлом и статором, составляющим 20...50% радиуса расточки ИВ. В большинстве случаев влияние реакции вторичной системы на первичное магнитное поле, создаваемое током обмотки ИВ, настолько слабое, что этим влиянием можно полностью пренебрегать и исходить при электромагнитном расчете ИВ из отсутствия жидкого металла в расточке [4]. Это обстоятельство значительно упрощает электромагнитный расчет ИВ.

Влияние краевого эффекта заключается, в основном, в выпучивании силовых линий магнитного поля из расточки статора ИВ а также в действии

лобовых частей обмотки. Влияние краевого эффекта магнитного поля может быть учтено в случае ИВ, как и при расчете индукционных насосов, соответствующим увеличением эквивалентной (расчетной) длины расточки. По этой особенности, как и по предыдущей особенности, ИВ подобен индукционным насосам. С точки зрения распределения основной гармоники магнитного поля на поверхности расточки статора, круговую расточку ИВ с радиусом r_c можно рассматривать как эквивалентный плоский немагнитный зазор с односторонней обмоткой и с шириной

$$\delta_{\text{э}} = \frac{r_c}{p}, \quad (8)$$

где p — число пар полюсов ИВ.

В отличие от индукционных насосов, магнитопровод и расточка ИВ имеют не только другую геометрическую конфигурацию, но и другие соотношения геометрических размеров. Так, например, эквивалентный зазор ИВ в 10...15 раз больше немагнитного зазора индукционных насосов, а отношение ширины магнитопровода (длины расточки статора) к эквивалентному немагнитному зазору примерно в 10 раз меньше, чем у индукционных насосов. По этим причинам явление краевого эффекта в ИВ выявляется значительно сильнее, чем в индукционных насосах, и имеет более сложный характер.

Согласно [3,4] эквивалентная длина ИВ может быть определена формулой

$$l_p = l_c + \beta D_c, \quad (9)$$

где l_c — длина стали расточки статора;
 β — коэффициент, учитывающий краевой эффект.

Величина коэффициента β зависит от геометрической формы и размеров лобовых частей обмотки (главным образом от длины вылета и среднего диаметра лобовых частей обмотки. Заменяв катушки реальной обмотки ИВ катушками с прямоугольной формой лобовых частей, коэффициент β , учитывающий полный магнитный поток через среднюю плоскость (плоскость симметрии) расточки, может быть при малом угле наклона лобовых частей определен по формуле

$$\beta = 0,20 + \frac{0,55}{\pi} \ln(6,9 \frac{h_n}{D_c} + 1) + \frac{k_3}{\lambda_n} \frac{f_0}{D_c}. \quad (10)$$

Здесь $\lambda_n = \frac{D_n}{D_c}$ - отношение среднего диаметра пазов к диаметру расточки;
 f_0 - средняя длина вылета лобовых частей обмотки, равной

$$f_0 = \frac{l_n}{2} - y' \frac{\pi}{4} D_n, \quad (11)$$

где l_n - длина лобовой части витка катушки на одну сторону;
 y' - относительный шаг обмотки.

При изменении относительной длины вылета лобовых частей f_0/D_c в пределах $0,2 \dots 0,6$ коэффициент β находится в пределах $0,6 \dots 0,9$. Следовательно, увеличение расчетной длины ИВ от краевого эффекта соизмеримо с длиной расточки l_c . Значение коэффициента β , учитывающего увеличение магнитного потока внутренней поверхности расточки за счет выпучивания силовых линий из расточки (включая незначительную часть торцевой поверхности зубцов, расположенных под пазовыми клиньями), находится, согласно [4], в пределах $0,25 \dots 0,3$. Этим значением β можно воспользоваться для определения главного индуктивного сопротивления статора ИВ, так как тогда для определения всех индуктивных сопротивлений статора ИВ можно применять известные формулы расчета индуктивных сопротивлений статора асинхронных машин. При этом для определения индуктивного сопротивления дифференциального рассеяния и потоков высших гармоник магнитного поля эквивалентный (плоский) немагнитный зазор для каждой гармоники определяется по формуле

$$\delta_{эв} = \frac{r_c}{p\nu}. \quad (12)$$

Магнитные потоки рассеяния. Вследствие большого изоляционного зазора между статором и жидким металлом и немагнитным характером расплавленного металла, в ИВ возникают большие потоки рассеяния. Пренебрегая

влиянием краевого эффекта, можно полезный магнитный поток, пронизывающий жидкий металл с радиусом r_0 , выразить формулой [3,4]

$$\Phi_0 = \Phi_c \left(\frac{r_0}{r_c} \right)^p, \quad (13)$$

где Φ_c - полный магнитный поток расточки от основной гармоники на один полюс

$$\Phi_c = \frac{B_c D_c l_p}{p}, \quad (14)$$

l_p - расчетная длина ИВ.

Отсюда коэффициент рассеяния изоляционного зазора по основной гармонике магнитного поля

$$\epsilon_0 = \frac{\Phi_c - \Phi_0}{\Phi_0} = \left(\frac{r_c}{r_0} \right)^p - 1. \quad (15)$$

Поскольку в ИВ $r_0 = (0,5 \dots 0,8) r_c$, то при числе пар полюсов магнитного поля $p = 1$ $\epsilon_0 = 0,25 \dots 1,0$, а при $p = 2$ $\epsilon_0 = 0,56 \dots 3,0$.

Отсюда следует, что число пар полюсов магнитного поля ИВ следует всегда выбирать равным $p = 1$, обеспечивающим максимальный магнитный поток через жидкий металл и минимальный поток рассеяния в изоляционном зазоре.

К указанному потоку рассеяния изоляционного зазора, как известно, добавляются еще потоки рассеяния пазов, лобовых частей обмотки и дифференциального рассеяния от высших гармоник магнитного поля в расточке. Большие потоки рассеяния значительно увеличивают реактивную мощность ИВ и магнитную нагрузку магнитопровода.

На добавочную магнитную нагруженность магнитопровода, кроме потока рассеяния изоляционного зазора, оказывают влияние главным образом потоки пазового и дифференциального рассеяния. Поскольку один и тот же ИВ может применяться при различных размерах металлотректа для расплавленного металла, то эти потоки целесообразно рассматривать не относительно полезного потока Φ_0 , а относительно потока основной гармоники магнитного поля всей расточки Φ_c , т.е. принимать условно, что радиус жидкого металла равен радиусу расточки ИВ.

В [I] показано, что при однослойной обмотке и двухслойной диаметальной обмотке электрических машин переменного тока поток рассеяния пазов воздействует только на те зубцы, которые расположены между смежными фазами статора. На те же зубцы оказывает максимальное влияние и поток дифференциального рассеяния.

Максимальное значение потока рассеяния пазов, действующего на один зубец, выражается формулой

$$\Phi_{3п} = l_n F_{п \max} = \mu_0 l_n \lambda_{пф} F_{п \max}, \quad (I6)$$

где $F_{п \max} = \sqrt{2} \frac{wI}{p\varrho}$ - максимальное значение намагничивающей силы паза;

l_n и $\lambda_{пф}$ - соответственно магнитная проводимость и удельная магнитная проводимость рассеяния паза по потоку;

l_n - длина паза.

Магнитный поток наиболее нагруженного зубца от основной гармоники магнитного поля расточки равен

$$\Phi_{31} = 2l_{3p} \int_0^{\frac{\pi}{6p\varrho}} B_c r_c \cos p\alpha \, d\alpha = \frac{2r_c B_c}{p} l_{3p} \sin \frac{\pi}{6\varrho}, \quad (I7)$$

где B_c - максимальное значение магнитной индукции основной гармоники на поверхности расточки, определяемое формулой (I),

$l_{3p} = l_c + \left[0,19 + \frac{1}{\pi} \ln \left(6,9 \frac{l_n}{r_c} + 1 \right) \right] D_c$ - расчетная (эквивалентная) длина зубца;

α - геометрический угол, отсчитываемый от оси обмотки той фазы, ток которой в начальный момент времени имеет максимальное значение.

Учитывая выражение магнитной индукции B_c по (I), получаем для коэффициента пазового рассеяния зубца выражение

$$\sigma_{3п} = \frac{\Phi_{3п}}{\Phi_{31}} = 1,05 k_3 \frac{l_n}{l_{3p}} \lambda_{пф}. \quad (I8)$$

Удельная проводимость рассеяния паза по потоку для открытого прямоугольного паза равна

$$\lambda_{\text{нф}} = \frac{h_n}{2b_n} \left(1 + \frac{h_o}{h_n}\right), \quad (19)$$

для трапецеидального паза равна

$$\lambda_{\text{нф}} = \frac{h_n}{2b_n} \left[\left(1 - \frac{h_o}{h_n}\right) \alpha + 2 \frac{h_o}{h_n} \right] \approx \frac{h_n}{2b_n} \left(1 + \frac{h_o}{h_n}\right) \alpha, \quad (20)$$

где h_o — высота верхней части паза незаполненной обмоткой,

α — коэффициент, зависящий от отношения минимальной и максимальной ширины паза $\alpha = b_1/b_2$ по формуле

$$\alpha = \frac{\alpha}{1+\alpha} \left[1 + \frac{2}{(1-\alpha)^2} \ln \frac{1}{\alpha} - \frac{2}{1-\alpha} \right]. \quad (21)$$

Максимальное значение потока дифференциального рассеяния, действующего на один (наиболее нагруженный) зубец, можно найти интегрированием в пределах указанного зубца выражений высших гармоник магнитной индукции на поверхности расточки [3, 4].

$$B_{\nu} = B_{\nu c} \cos(\omega t - p\nu\alpha), \quad (22)$$

где $B_{\nu c} = B_c \frac{K_{об\nu}}{K_{об}}$ — максимальное значение магнитной индукции ν -ой гармоники на поверхности расточки;

$K_{об\nu}$ — обмоточный коэффициент для ν -ой гармоники.

Проводя интегрирование и учитывая (13), получаем для коэффициента дифференциального рассеяния зубца

$$\epsilon_{3\nu} = \frac{\sum_{\nu} \Phi_{3\nu}}{\Phi_{31}} = \sum_{\nu} \frac{1}{\nu} \frac{l_{3\nu}}{l_{31}} \left(\frac{K_{об\nu}}{K_{об}} \right) \frac{\sin \nu \frac{\pi}{6q}}{\sin \frac{\pi}{6q}}, \quad (23)$$

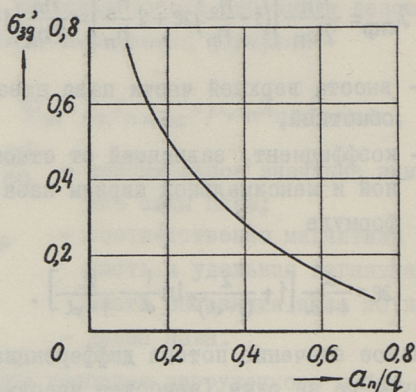
где $l_{3\nu}$ — эквивалентная длина зубца для ν -ой гармоники магнитного поля;

$\nu = 5, 7, 11, 13 \dots$ и т.д.

Учитывая выражение обмоточного коэффициента $K_{об\nu}$ по [2], и принимая для упрощения $l_{3\nu} = l_c$, получаем

$$\sigma_{3g} = \frac{l_c}{l_{3p}} \sum \frac{1}{\sqrt{v}} \frac{k_{g\gamma}}{k_g} = \frac{l_c}{l_{3p}} \sum \frac{1}{\sqrt{v}^2} \frac{\sin v \frac{a_n}{q} \frac{\pi}{b}}{\sin \frac{a_n}{q} \frac{\pi}{b}} \cdot (24)$$

На фиг. 1 приведена кривая, характеризующая зависимость коэффициента дифференциального рассеяния зубца $\sigma_{3g}' = \sum \frac{1}{\sqrt{v}} \frac{k_{g\gamma}}{k_g}$ от относительной ширины открытия паза.



Фиг. 1

Легко показать, что полученные выше зависимости для σ_{3n} и σ_{3g} сохраняют свою форму и для ИВ с двухслойной обмоткой с укороченным шагом $y' = 2/3$ и $y' = 1/3$, так как в этих случаях один и тот же зубец ограничен и в верхнем и в нижнем слоях различными парами фаз. При этом, вследствие укорочения шага обмотки, глубина паза должна возрастать, что приводит также к увеличению вышеуказанных коэффициентов. Так, например, выбирая относительный шаг обмотки $y' = 2/3$ и считая $q = 2$, $\frac{l_{3g}}{l_n} = 1,5$ и $\frac{h_o}{h_n} = 0,1$, получаем для вышеприведенного примера $\sigma_{3n} = 0,81$ и $\sigma_{3g} = 0,2$.

Это наглядно показывает, что потоки пазового и дифференциального рассеяния примерно в два раза увеличивают магнитную нагрузку зубцов, расположенных между двумя фазами. Эта нагрузка распределяется неравномерно по длине зубца, увеличиваясь к основанию зубца. Поэтому целесообразно изготавливать зубцы с сечением, которое увеличивается в направлении основания. Где это возможно, следует выбирать не прямоугольный, а трапециевидный паз для уменьшения глуби-

ны паза и, следовательно, пазового рассеяния и реактивной мощности. Поскольку β_{3n} с возрастанием числа пазов на полюс и фазу возрастает, то очевидно, не целесообразно выбирать слишком большое значение q . Дополнительную нагрузку зубцов от пазового и дифференциального рассеяния можно уменьшить, если относительный шаг обмотки выбирать отличным от $y' = \frac{n}{3}$, где $n = 1, 2, 3$. В этом случае поток рассеяния, который при диаметральной обмотке проходил через один зубец, распределяется теперь между двумя зубцами; вследствие этого и уменьшается дополнительная нагрузка зубцов.

Что касается увеличения нагрузки ярма ИВ от потоков пазового и дифференциального рассеяния, то здесь влияние этих потоков из-за более высокого значения основного потока ярма сказывается значительно (более q раз) слабее. При этом для определения потока ярма эквивалентная длина ярма, учитывающая влияние краевого эффекта, может быть определена приближенно по эмпирической формуле

$$l_{яр} = l_c + \left(0,6 + 0,4 \frac{f_c}{D_n}\right) D_c. \quad (25)$$

В настоящей статье не рассматривались особенности расчета ИВ специальных конструкций (например ИВ с внутренним водяным охлаждением обмоток и др.). Эти вопросы требуют более подробного изучения в дальнейшем.

Л и т е р а т у р а

1. Р. Р и х т е р. Электрические машины, т. II. ОНТИ, 1936.
2. А. И. В о л ь д е к. Влияние неравномерности воздушного зазора на магнитное поле асинхронной машины. Электричество, 1951, №12.
3. В. Ф. К е с к ю л а, Э. М. Р и с т х е й н. Возможные системы магнитопровода и обмоток индукционных вращателей. Труды ТПИ, серия А, №231, 1965.
4. Э. М. Р и с т х е й н, В. Ф. К е с к ю л а, Х. И. Я н е с, Э. П. Т и м м а. Разработка индукционных вращателей жидкой стали (рукопись). ТПИ, 1965.

V.T. Kesküla

On Specific Features of the Electromagnetic
Calculation of the Induction Rotators

S u m m a r y

The specific features of the electromagnetic calculation of the induction rotators for liquid metals are discussed in comparison with a method of calculation of the asynchronous motors.

The main specific features there are:

- 1) great values of the stator current loading;
- 2) strong influence of the edge effect upon the distribution of the magnetic field of the inductor;
- 3) great values of the leakage fluxes;
- 4) relatively small influence of the secondary system upon the electromagnetic regime of the inductor.

УДК 669.05; 621.689

Э.П. Тимма

ВРАЩЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ВЕРТИКАЛЬНОМ
ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СОСУДЕ

I. Общие соображения

При разработке и конструировании индукционных вращателей (ИВ) жидкой стали для установок непрерывной отливки полых заготовок, при улучшении работы и конструкции центробежных насосов и т.д., окажется необходимым выяснить основные закономерности и факторы, влияющие на сложные электромагнитные и гидродинамические процессы в их установках.

Задача о стационарном турбулентном вращении жидкости в вертикальном цилиндрическом сосуде имеет определенное значение для выяснений закономерностей сложных гидродинамических процессов, вытекающих из вышеуказанных установок.

При стационарном течении жидкости в металлотракте сумма моментов сил трения равна моменту сил ИВ, и жидкость вращается с определенной угловой скоростью. Так как стационарный режим течения жидкости возможен при любом значении вращающегося момента ИВ, то отсюда вытекает, что момент сил трения зависит от угловой скорости вращения жидкости, а именно, что силы трения увеличиваются с увеличением угловой скорости. При заданной угловой скорости силы трения зависят от толщины пограничного слоя (см. фиг. 2), формы свободной поверхности жидкости, высоты подъема жидкости, степени шероховатости стенок, вязкости и т. пера-

туры жидкости и от других факторов. Общая циркуляция жидкости [9, 11, 12], вызванная ограниченными размерами индуктора, донные эффекты, существование свободной поверхности жидкости и, наконец, вибрация, вызванная нестабильностью процесса, существенно влияют на величину трения и затрудняют аналитическое исследование поставленной проблемы. Так как до настоящего времени не оказалось возможности найти точное решение задачи о вращении жидкости даже в неподвижном цилиндрическом сосуде из-за сложности процессов, приходится пользоваться некоторыми приближенными методами, основанными в большей или меньшей степени на опытных данных и предположениях. Критерием применимости той или иной формулы является только ее соответствие с опытными данными.

2. Форма свободной поверхности вращающейся жидкости при отсутствии трения стенки

В выполненных до настоящего времени работах [6, 8] предполагается, что форма свободной поверхности жидкости, вращающейся в неподвижном цилиндрическом сосуде, идентична с формой, которая получается при вращении жидкости совместно с этим сосудом, т.е. при отсутствии трения о стенки сосуда. В таком случае можно считать угловую скорость жидкости $\omega_{ж}$ постоянной по всему объему.

Свободная поверхность жидкости располагается в стационарном режиме так, что сумма центробежной силы \vec{f}_r и силы тяжести \vec{f}_z на ней направлена по нормали свободной поверхности (см. фиг. I, а). Эта сумма уравнивается противодействием поверхности f . Считая массу частицы жидкости в точке А равной dm , получаем для определения сил f_r и f_z следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} f_r &= \omega_{ж}^2 r dm \\ f_z &= g dm \end{aligned} \right\}, \quad (I)$$

где g - ускорение тяжести, м/сек²;

r - расстояние точки А от оси z , μ .

На основании фиг. I можно записать, что

$$\frac{f_r}{f_z} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{dz_1}{dr}, \quad (2)$$

где z_1 - ордината точки свободной поверхности жидкости.

Из формул (1) и (2) следует, что

$$dz_1 = \frac{\omega_{ж}^2 r}{g} dr, \quad (3)$$

откуда после интегрирования получаем

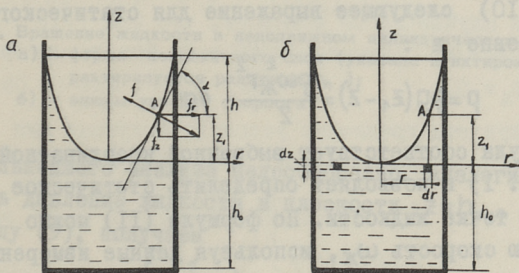
$$z_1 = \frac{\omega_{ж}^2 r^2}{2g} + C. \quad (4)$$

Так как при $r = 0$, $z_1 = 0$, то $C = 0$ и уравнение свободной поверхности принимает вид

$$z_1 = \frac{\omega_{ж}^2 r^2}{2g}. \quad (5)$$

К такому же результату можно прийти и анализом уравнений давления. Для определения статического давления в жидкости в ней выделяют на расстоянии r от оси z кольцо с толщиной dr и высотой dz (фиг. 1, б). Масса этого кольца dm действует из-за вращения на внешние стороны давлением

$$dp = \frac{df_r}{2\pi r dz}. \quad (6)$$



Фиг. 1. К определению формы поверхности жидкого металла во вращающемся цилиндрическом сосуде;

- а) - по условию равновесия сил на поверхности,
 б) - по условию равновесия давлений в жидкости

Так как

$$df_r = \omega_{ж}^2 r \, dm = \omega_{ж}^2 r \rho \, 2\pi r \, dr \, dz, \quad (7)$$

то получаем для определения давления формулу

$$dp = \frac{\omega_{ж}^2 r \rho \, 2\pi r \, dr \, dz}{2\pi r \, dr} = \rho \omega_{ж}^2 r \, dr, \quad (8)$$

где ρ — плотность жидкости.

Из дифференциального уравнения (8) получаем после интегрирования давление, вызванное вращением жидкости

$$p = \int_0^r \rho \omega_{ж}^2 r \, dr = \frac{\rho \omega_{ж}^2 r^2}{2}. \quad (9)$$

Так как в установившемся режиме давление p должно равняться давлению вертикального столба жидкости $\rho g z_1$, то получаем

$$\rho g z_1 = \frac{\rho \omega_{ж}^2 r^2}{2}. \quad (10)$$

Эта формула после сокращений переходит в формулу (5). Таким образом, можно сказать, что подъем свободной поверхности вращающейся жидкости обусловлен избыточным давлением, возникающим при вращении жидкости.

При стационарном течении жидкости можно получить из формул (9) и (10) следующее выражение для статического давления на уровне z :

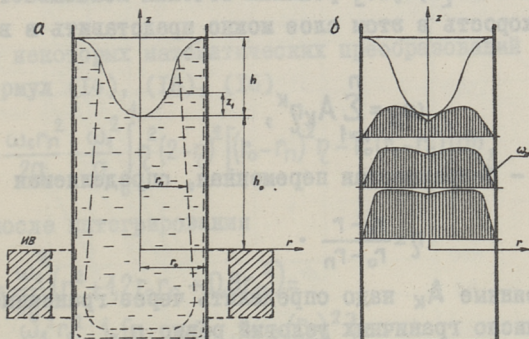
$$p = \rho g (z_1 - z) = \frac{\rho \omega_{ж}^2 r^2}{2} - \rho g z. \quad (11)$$

Эта формула соответствует выбранной координатной системе (см. фиг. I) и позволяет определить статическое давление в любой точке жидкости. По формуле (II) можно определить угловую скорость $\omega_{ж}$, используя данные измерения давления (например, при помощи трубки Пито). В дальнейших исследованиях этот способ может найти широкое применение.

3. Влияние пограничного слоя на вращение

жидкости

Так как силы трения между стенками сосуда и жидкостью препятствуют вращению жидкости, то угловая скорость жидкости не является уже постоянной по всему объему. Возникает проблема определения степени уменьшения угловой скорости в радиальном и аксиальном направлениях. При вращении жидкости в неподвижном сосуде у стенок сосуда наблюдается пограничный слой с толщиной $\delta_n = r_o - r_n$, в котором угловая скорость быстро уменьшается (см. фиг. 2). При этом максимумы угловой и линейной скорости не находятся в одном и том же месте.



Фиг. 2. Вращение жидкости в неподвижном цилиндрическом сосуде.

а) - форма пограничного слоя (указана пунктиром, характеризуется радиусом r_n);

б) - эпюры угловой скорости

Для дальнейшего анализа целесообразно, аналогично § 2, определить давление жидкости в плоскости $z = h_o$. Используя формулу (9), получаем

$$p = \int_0^r \omega_{\text{ж}}^2 r dr, \quad (12)$$

где $\omega_{\text{ж}}$ на плоскости $z \neq h_o$ не является постоянным.

Считая, что в промежутке $0 \leq r \leq r_n$ угловая скорость $\omega_{\text{ж}} = \omega_1 = \text{const}$, получаем

$$p = \frac{\rho \omega_1^2 r_n^2}{2} + \int_{r_n}^{r_0} \rho \omega_{ж}^2 r dr. \quad (13)$$

У стенки получаем соотношение

$$h = \frac{\omega_1^2 r_n^2}{2g} + \int_{r_n}^{r_0} \frac{r \omega_{ж}^2}{g} dr. \quad (14)$$

В дальнейшем можем считать плотность жидкости постоянной, (т.е. жидкость несжимаемой) и температурный режим изотермическим.

Для решения уравнений (13), (14) необходимо знать горизонтальное распределение угловой скорости. Опыт исследования пограничного слоя как в ламинарном [1,3], так и в турбулентном [2,4,10] режимах течения показывает, что угловую скорость в этом слое можно представить в виде полинома

$$\omega_{ж} = \sum_{k=1}^n A_k \eta^k, \quad (15)$$

где η - безразмерная переменная, определяемая формулой

$$\eta = \frac{r_0 - r}{r_0 - r_n}. \quad (16)$$

Постоянные A_k надо определить через граничные условия, причем число граничных условий равно n .

В нашем случае легко доказать, что при $r = r_n$ получаем $\eta = 1$ и $\omega_{ж} = \omega_1$, причем $\frac{d\omega_{ж}}{d\eta} = 0$. При $r = r_0$ получаем $\eta = 0$ и $\omega_{ж} = 0$.

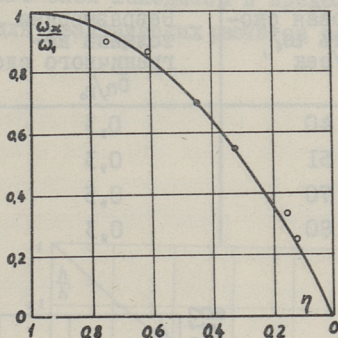
Используя эти граничные условия, получаем для определения постоянных A_k следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} A_1 + A_2 &= \omega_1 \\ A_1 + 2A_2 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (17)$$

Отсюда $A_2 = -\omega_1$ и $A_1 = 2\omega_1$. Следовательно, по формуле (15)

$$\omega_{ж} = \omega_1 \eta (2 - \eta). \quad (18)$$

Зависимость $\frac{\omega_{ж}}{\omega_1} = f(\eta)$, соответствующая формуле (18), приведена на фиг. 3. Точки, полученные экспериментальным путем, практически совпадают с теоретической кривой.



Фиг. 3. Горизонтальное распределение безразмерной угловой скорости в пограничном слое

После некоторых математических преобразований получаем из формул (14), (18), (16)

$$h = \frac{\omega_1 r_n^2}{2g} - \frac{\omega_1^2}{g} \int_0^1 \eta^2 (2-\eta)^2 [(r_0 - r_n)^2 \eta - r_0 (r_0 - r_n)] d\eta, \quad (19)$$

откуда после интегрирования

$$\begin{aligned} h &= \frac{\omega_1^2}{8g} (r_0^2 + 1,2 r_0 r_n + 0,8 r_n^2) = \\ &= \frac{\omega_1^2 r_0^2}{2g} \frac{1}{3} \left[1 + 1,2 \frac{r_n}{r_0} + 0,8 \left(\frac{r_n}{r_0} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Обозначая высоту подъема краев жидкости при отсутствии трения об стенки сосуда через

$$h' = \frac{\omega_1^2 r_0^2}{2g}, \quad (21)$$

получаем более простую формулу

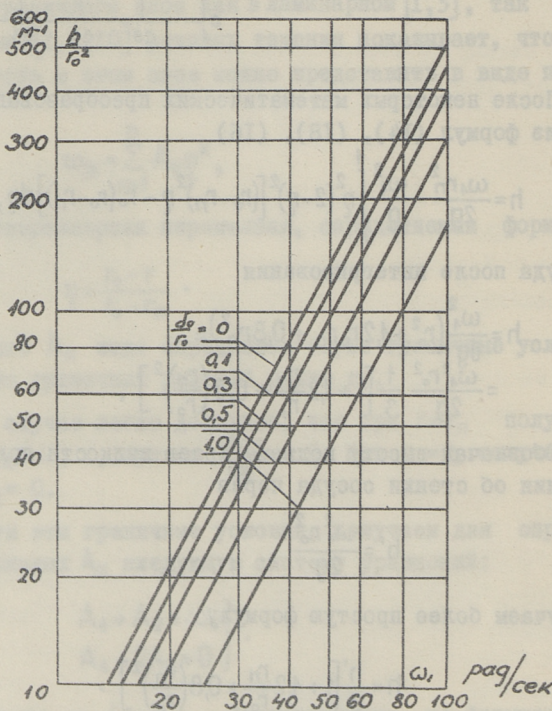
$$h = \frac{h'}{3} \left[1 + 1,2 \frac{r_n}{r_0} + 0,8 \left(\frac{r_n}{r_0} \right)^2 \right]. \quad (22)$$

Полученная формула хорошо согласуется с экспериментальными данными. В таблице I приведены значения высоты подъема краев жидкости, вычисленные по формуле (22), и значения,

определенные экспериментально при механическом вращении воды в сосуде радиусом 30 мм. Расхождение, как видно, не превышает 8%.

Т а б л и ц а I

| Угловая скорость ω_1 , рад/сек | Безразмерная толщина пограничного слоя, $\delta\eta/r_0$ | Высота краев жидкости h , мм | |
|---------------------------------------|--|--------------------------------|------------------|
| | | по формуле (22) | экспериментально |
| 40 | 0,3 | 54 | 50 |
| 51 | 0,3 | 90 | 90 |
| 70 | 0,5 | 140 | 150 |
| 80 | 0,3 | 210 | 200 |



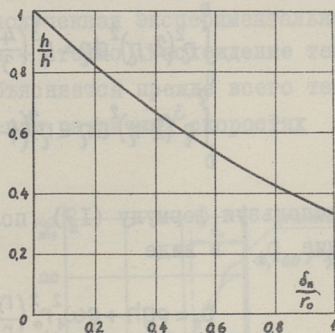
Фиг. 4. Зависимость относительного подъема краев вращающейся жидкости от скорости вращения и от относительной толщины пограничного слоя

На фиг. 4 представлена зависимость высоты h от угловой скорости ω , и от относительной толщины пограничного слоя δ_n/r_0 . По опытным данным, полученным в настоящей работе, относительная толщина пограничного слоя находится в пределах от 0,2 до 0,5. С достаточной для практических расчетов точностью можно считать, что

$$\frac{\delta_n}{r_0} \approx 0,3,$$

чему соответствует

$$h \approx 0,7h'.$$



Фиг. 5. Влияние толщины пограничного слоя на высоту подъема краев вращающейся жидкости h' - высота подъема в случае отсутствия пограничного слоя (в случае вращающегося сосуда)

На фиг. 5 представлена зависимость высоты подъема краев металла в зависимости от безразмерной толщины пограничного слоя. Случай $\delta_n/r_0 = 0$ соответствует процессам во вращающемся сосуде (§ 2), случаев $\delta_n/r_0 = 1$ - отсутствию зоны с постоянной угловой скоростью.

4. Форма свободной поверхности и статического давления в неподвижном сосуде

При выводе формулы свободной поверхности жидкости в данном случае лучше всего исходить из уравнения статического давления. Из формул (II) и (I2) получаем статическое давление в виде

$$p = \rho g (h_0 - z) + \int_0^r \rho \omega_{ж}^2 r dr. \quad (23)$$

Используя формулу (18), можно второму члену полученного соотношения в случае $r_n \leq r \leq r_0$ придавать вид

$$p_1 = \int_0^r \rho \omega_{ж}^2 r dr = \frac{\rho \omega_1^2 r_n^2}{2} + \int_{r_n}^r \rho \omega_{ж}^2 r dr = \\ = \frac{\rho \omega_1^2 r_n^2}{2} + \rho \omega_1^2 \int_{r_n}^1 [(r_0 - r_n) r_0 - (r_0 - r_n)^2 \eta] (2 - \eta) d\eta. \quad (24)$$

Принимая сокращения

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{\eta} \eta^2 (2 - \eta)^2 d\eta &= \eta^3 \left(\frac{4}{3} - \eta + \frac{1}{5} \eta^2 \right) = K_1 \\ \int_0^{\eta} \eta^3 (2 - \eta)^2 d\eta &= \eta^4 \left(1 - \frac{4}{5} \eta + \frac{1}{6} \eta^2 \right) = K_2 \end{aligned} \right\}, \quad (25)$$

и используя формулу (19), получаем после преобразований давление p_1 в виде

$$p_1 = \rho g h + \rho \omega_1^2 r_0^2 \left(\frac{r_n}{r_0} - 1 \right) \left[\left(\frac{r_n}{r_0} - 1 \right) K_2 + K_1 \right]. \quad (26)$$

Статическое давление в пограничном слое

$$p = \rho g (h + h_0 - z) + \rho \omega_1^2 r_0^2 \left(\frac{r_n}{r_0} - 1 \right) \left[\left(\frac{r_n}{r_0} - 1 \right) K_2 + K_1 \right] \quad (27)$$

и центральной зоне, т.е. при $0 \leq r \leq r_n$

$$p = \rho g (h_0 - z) + \frac{\rho \omega_1^2 r^2}{2}. \quad (28)$$

Предполагая, что движение жидкости в направлении оси не оказывает существенного влияния на поля давления (подробнее см §6), можем для нахождения формы свободной поверхности сопоставить формулу (28) с формулой давления вертикального столба (см. рис. 2, а)

$$p_1 = \rho g z_1. \quad (29)$$

Таким образом, для пограничного слоя

$$z_1 = h + \frac{\omega_1^2 r_0^2}{g} \left(\frac{r_n}{r_0} - 1 \right) \left[\left(\frac{r_n}{r_0} - 1 \right) K_2 + K_1 \right], \quad (30)$$

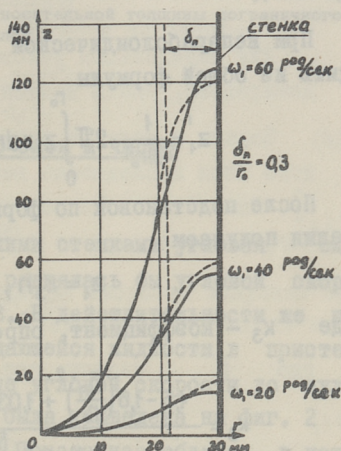
а для центральной зоны

$$z_1 = \frac{\omega_1^2 r^2}{2g} \quad (31)$$

Полученные формулы показывают, что в центральной зоне свободная поверхность является параболической, а на краях значительно отличается от параболоида.

На фиг. 6 приведена рассчитанная по формулам (30) и (31) форма свободной поверхности жидкости при различных угловых скоростях, но при постоянной относительной толщине пограничного слоя. Там же пунктирной линией приведена форма свободной поверхности, полученная экспериментальным путем (жидкость - вода, стенка - стекло). Расхождение теоретических и опытных кривых объясняется прежде всего тем, что толщина пограничного слоя при различных скоростях не остается постоянной.

Фиг. 6. Форма свободной поверхности воды, вращающейся в неподвижном стеклянном цилиндрическом сосуде. Сплошные линии - по данным расчета, пунктирные - по данным опыта

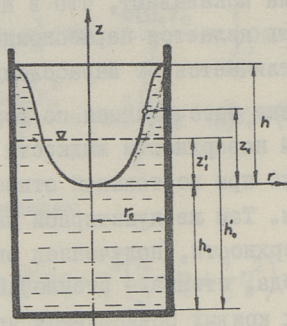


Учитывая, что объем параболоида равен половине объема цилиндра с такой же высотой и с таким же основанием, можем писать, что высота уровня жидкости при скорости вращения $\omega_{ж} = 0$ равна

$$h'_0 = h_0 + \frac{h}{2}, \quad (32)$$

или при неизменной координатной системе (см. фиг. 7)

$$z_1' = \frac{h}{2}. \quad (33)$$



Фиг. 7. К определению высоты уровня жидкости при скорости вращения жидкости $\omega_{ж} = 0$

При непараболической поверхности необходимо исходить из общей формулы

$$z_1' = \frac{1}{\pi r_0^2} \cdot 2\pi \int_0^{r_0} z_1 r dr = \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} z_1 r dr. \quad (34)$$

После подстановок по формулам (30) и (31) и интегрирования получаем

$$z_1 = k_3 h, \quad (35)$$

где k_3 — коэффициент, определяемый формулой

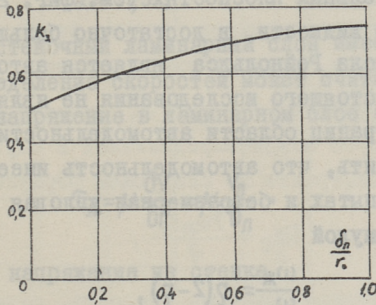
$$k_3 = \frac{1,5 - 1,6 \left(\frac{\delta n}{r_0}\right)^2 + 1,03 \left(\frac{\delta n}{r_0}\right)^3 - 0,179 \left(\frac{\delta n}{r_0}\right)^4}{3 - 2,8 \frac{\delta n}{r_0} + 0,8 \left(\frac{\delta n}{r_0}\right)^2}. \quad (36)$$

Зависимость коэффициента k_3 от относительной толщины пограничного слоя приведена в табл. 2 и на фиг. 8.

При $\delta n / r_0 = 0$ получаем $k_3 = 0,5$, что согласуется с формулой (33).

Т а б л и ц а 2

| δ_n/r_0 | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| K_3 | 0,50 | 0,55 | 0,59 | 0,62 | 0,65 | 0,68 | 0,70 | 0,72 | 0,73 | 0,74 | 0,75 |



Фиг. 8. Зависимость коэффициента K_3 , определяющего изменение уровня при останавливании жидкости, от относительной толщины пограничного слоя

5. Толщина пограничного слоя и число Рейнольдса

В цилиндре с абсолютно гладкими стенками угловая скорость вращения вязкой жидкости равнялась бы угловой скорости вращения магнитного поля ИВ. В действительности же из-за трения между стенками и вращающейся жидкостью в пристенных слоях наблюдается уменьшение угловой скорости до нуля. Соответствующая закономерность была приведена на фиг. 2 и аналитически рассмотрена в § 3. Пристенная область, в которой градиент угловой скорости не равняется нулю, называется пограничным слоем. Этот слой можно делить на две части: на ламинарный или пристеночный слой и на турбулентный слой. Как указывалось в § 3, в нашем случае преобладает турбулентный слой. Однако для определения толщины пограничного слоя нельзя целиком пренебрегать существованием ламинарного погранич-

ного слоя. Необходимо также отметить, что до настоящего времени отсутствуют надежные опытные данные о влиянии ламинарного пограничного слоя на гидродинамические явления в металлотракте.

Из подобия между профилями угловых скоростей в разных горизонтальных плоскостях (см. фиг. 2,3) вытекает, что вращение жидкости, в достаточно больших пределах изменения числа Рейнольдса является автомодельным. Так как целью настоящего исследования не является определение точных границ области автомодельности, то можем просто отметить, что автомодельность имеет место при всех наших опытах и безразмерная угловая скорость определяется формулой

$$\frac{\omega_{ж}}{\omega_1} = \eta(2-\eta), \quad (18)$$

где

$$\eta = \frac{r_0 - r}{r_0 - r_n}. \quad (16)$$

Для определения угловой скорости $\omega_{ж}$ необходимо, следовательно, знать толщину пограничного слоя.

Задача о толщине пристеночного ламинарного пограничного слоя исследована некоторыми известными учеными [1, 3]. Как отмечено в работе [1], можно определить толщину пограничного слоя по формуле

$$Re_{кр}^{**} = \frac{v_l \delta^{**}}{\nu} \approx 600, \quad (37)$$

где δ^{**} — толщина потери импульса, определяемая формулой

$$\delta^{**} = \frac{\int_{r_n}^{r_0} v(v_l - v) dr}{\int_{r_n}^{r_0} v_l dr}; \quad (38)$$

ν — кинетическая вязкость жидкости,

v — линейная скорость течения жидкости,

v_l — максимальная скорость в ламинарном пограничном слое.

Место перехода от ламинарного течения к турбулентному определяется местным значением критического числа Рейнольдса

$$\frac{v_l \delta_l}{\nu} = \alpha^2, \quad (39)$$

где δ_l — толщина ламинарного пограничного слоя.

По опытным данным [1]

$$\alpha \approx 11,5.$$

Так как пристеночный ламинарный слой имеет малую толщину, то распределение скоростей может считаться линейным и касательное напряжение в ламинарном слое определяется формулой

$$\tau_l = \mu \frac{\partial v}{\partial r} = \mu \frac{v_l}{\delta_l}. \quad (40)$$

Касательное напряжение на стенке

$$\tau_{cm} = \mu_{cm} \frac{v_l}{\delta_l}, \quad (41)$$

где μ_{cm} — динамическая вязкость жидкости на стенке.

На основании формул (39) и (41) получаем

$$v_l = \alpha \sqrt{\frac{\tau_{cm}}{\rho}} = \frac{\nu \alpha^2}{\delta_l} \quad (42)$$

и по формуле (18)

$$v = \omega_1 r \eta (2 - \eta). \quad (43)$$

По условию непрерывности изменения скорости получаем при сопоставлении формул (42) и (43) следующую зависимость между δ_n и δ_l

$$\frac{\mu \alpha^2}{\rho \delta_l} = \omega_1 (r_0 - \delta_l) \frac{\delta_l}{\delta_n} \left(2 - \frac{\delta_l}{\delta_n} \right). \quad (44)$$

Учитывая, что $\frac{\delta_l}{\delta_n} \ll 1$ и $\frac{\delta_n}{r} \ll 1$ можно в этой формуле пренебречь членами высшего порядка и получить достаточно простую формулу

$$\delta_l = \sqrt{\frac{\delta_n \nu \alpha^2}{2 \omega_1 r_0}}. \quad (45)$$

Скорость v_l на грани ламинарного пограничного слоя по формуле (42) равна

$$v_n = \frac{\sqrt{\alpha^2}}{\delta_n} = \alpha \sqrt{\frac{2\omega_1 r_0 \nu}{\delta_n}} . \quad (46)$$

По формуле (45) можно определить влияние шероховатости на вращение жидкости. Если обозначать буквой Δ размер выступов шероховатости, то в случае $\delta_n > \Delta$ шероховатость стенки не влияет на вращение жидкости. В случае же $\delta_n \leq \Delta$ надо обязательно учитывать влияние шероховатости по известным формулам, приведенным, например, в [7].

Толщина пограничного слоя δ_n зависит от числа Рейнольдса, которое может определиться в случае вращения жидкости в металлотракте по следующей формуле:

$$Re_{\delta} = \frac{2v_{cp} r_0}{\nu} , \quad (47)$$

где v_{cp} — средняя линейная скорость, определяемая формулой

$$v_{cp} = \frac{\int_{r_n}^{r_0} v^2 dr}{\int_{r_n}^{r_0} v dr} . \quad (48)$$

После интегрирования и преобразований получаем

$$v_{cp} = \omega_1 r_0 \frac{8 - 11 \frac{\delta_n}{r_0} + \frac{29}{7} \left(\frac{\delta_n}{r_0}\right)^2}{10 - \frac{25}{4} \frac{\delta_n}{r_0}} , \quad (49)$$

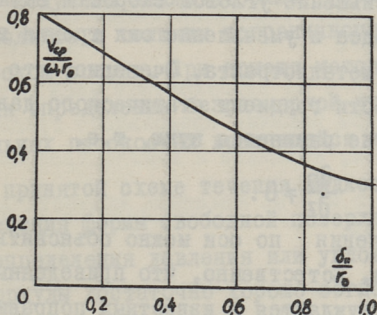
$$Re_{\delta} = \frac{2r_0^2 \omega_1}{\nu} \cdot \frac{v_{cp}}{\omega_1 r_0} . \quad (50)$$

На фиг. 9 представлена зависимость между безразмерной средней скоростью $\frac{v_{cp}}{\omega_1 r_0}$ и безразмерной толщиной пограничного слоя δ_n/r_0 . Как показывает фигура, безразмерная средняя скорость изменяется в пределах от 0,3 до 0,8. Считая по опытным данным, что $\delta_n/r_0 = 0,2 \div 0,5$, получаем в реальных случаях $\frac{v_{cp}}{\omega_1 r_0} = 0,5 \div 0,7$. Без большой погрешности можно, следовательно, принимать

$$\frac{v_{cp}}{\omega_1 r_0} \approx 0,6 . \quad (51)$$

Тогда формула (50) принимает вид

$$Re_{\delta} = \frac{1,2 r_0^2 \omega_1}{\nu} . \quad (52)$$



Фиг. 9. Зависимости безразмерной средней линейной скорости жидкости от относительной толщины пограничного слоя

После нахождения числа Рейнольдса при помощи формулы (50) можно определить безразмерную толщину пограничного слоя по формуле (49) или по фиг. 9.

Число Рейнольдса в зоне подъема краев жидкости определяется по формуле

$$Re = \frac{0,8 r_0 \delta \omega_1}{\nu} , \quad (53)$$

где δ — толщина слоя жидкости.

За среднюю линейную скорость в формуле (53) принято $0,8 V_{\max}$.

Главным критерием подобия гидродинамических процессов при моделировании является после удовлетворения условий геометрического подобия число Рейнольдса. Однако, как показывают опытные данные и вышеприведенное аналитическое исследование, течение жидкости в металлотракте в нашем случае происходит в автомодельной области. Поэтому изменение числа Рейнольдса мало влияет на общие закономерности течения, например на характер безразмерной угловой скорости. Все же желательно, чтобы число Рейнольдса в разных моделях осталось постоянным, во избежание случайных ошибок.

6. Об аксиальном изменении угловой скорости

Исследования показывают, что угловая скорость вращающейся жидкости уменьшается в направлении оси z примерно по линейному закону. Уменьшение угловой скорости вызывает изменение числа Рейнольдса и уменьшение сил трения в горизонтальных плоскостях металлотракта. Очевидно, что из-за уменьшения угловой скорости градиент статического давления по направлению оси z не равняется нулю, т.е.

$$\frac{\partial p}{\partial z} \neq 0.$$

Изменением давления по оси можно объяснять и общую циркуляцию жидкости. Естественно, что приведенные в настоящей работе формулы нуждаются в известных поправках, учитывающих аксиальное изменение угловой скорости. Однако, из-за недостаточного количества опытных данных нет возможности определить эти поправки.

При малой высоте h_0 (см. фиг. I) можно считать изменение угловой скорости по направлению оси z небольшим и приведенные в настоящей главе формулы в первом приближении приемлемыми.

В ы в о д ы

Изложенный в настоящей работе материал позволяет формулировать следующие выводы:

1. Течение жидкости в неподвижном цилиндрическом сосуде является почти при всех заданных значениях параметров ω_0 и g_0 турбулентным. Поэтому следует для решения задачи о течении жидкости использовать теорию турбулентного пограничного слоя.

2. Опыт показывает, что профили безразмерной угловой скорости в разных горизонтальных плоскостях цилиндрического сосуда подобны друг другу. Из этого следует, что течение жидкости в исследованной нами области изменения параметров является автомодельным. Из-за автомодельности общие

закономерности течения жидкости мало зависят от числа Рейнольдса и при решении в первом приближении некоторых задач о течении жидкости в цилиндрическом сосуде можно пренебречь числом Рейнольдса.

3. Нами получены аналитические формулы для определения числа Рейнольдса и толщины пограничного слоя жидкости в цилиндрическом сосуде. При помощи метода полином выведена формула для определения безразмерной угловой скорости в горизонтальных плоскостях вращающейся жидкости.

4. При принятой схеме течения жидкости получены формулы для определения формы свободной поверхности жидкости и формула для определения давления или угловой скорости в жидкости. Формулы достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными.

5. Так как приведенные формулы удовлетворительно совпадают с опытными данными, то их можно рекомендовать в качестве первого грубого приближения для определения некоторых физических и геометрических величин, характеризующих вращение жидкости в металлотракте. Для облегчения расчетов в работе приведены некоторые графики и номограммы.

Л и т е р а т у р а

- I. Г.Н. А б р а м о в и ч. Прикладная газовая динамика. Государственное издательство технико-теоретической литературы. М. 1953.
2. А.С. Г и н е в с к и й. Турбулентный след и струя в спутном потоке при наличии продольного градиента давления. Изд. АН ОУН, Механика и машиностроение, №2, 1959.
3. Л.Т. Л о й ц я н с к и й. Механика жидкости и газа. Гостехиздат, М. 1957.
4. L. Prandtl. Bemerkung zur Theories der freien Turbulenz ZAMM, Bd. VI Nr. 6, S. 468, 1926.
5. Л.А. Р ы ж и к о в. Теоретические основы литейного производства. Машгиз, 1954.
6. Л.Б. Ш е н д е р о в. Отчет по теме "Разработка новой технологии новых полых заготовок и труб из черных металлов непрерывным способом". Завод "Красное Сормово", Горький 1961.
7. А.П. З е г ж д а. Гидравлические потери на трение в каналах и трубопроводах, Госстройиздат, 1957.
8. Л.Б. Ш е н д е р о в. Исследование некоторых особенностей процесса непрерывной отливки стальных полых заготовок. Кандидатская диссертация, Горьковский политехнический институт, 1964.
9. Э.М. Р и с т х е й н. Методика теплового расчета плоских индукционных насосов, Труды ТПИ, серия А, № 197, 1962.
10. Э.П. Т и м м а. Расчет характеристик турбулентной струи в потоке с помощью аналитического интегрального метода. АН ЭССР, Институт термофизики и электротехники, Таллин 1964.
- II. К-Н. Bromkamp. Ein induktives Rührwerk für metallische Schmelzen, ETZ-A, 1962, Nr. 24.

12. Э.М.Ристхейн, В.Ф.Кескюла, Х.И.Янес, Э.П.Тимма. Разработка индукционных вращателей жидкой стали для установок непрерывной отливки полых заготовок. Научно-технический отчет по хозяйственному № 265, Таллинский политехнический институт, Таллин, февраль 1965.

E.P. Timma

Rotating of a Fluid in a Vertical Cylindrical Vessel

S u m m a r y

For the solution of the problem of turbulent rotating of a fluid in a vertical cylindrical vessel, the author presents the fundamental principles of an approximate method based on the similarity of the profiles of the unnamed angular velocity in different horizontal cross-sections of the cylinder. On the bases of these principles, analytical formulas have been derived for the definition of the angular velocity field, of the free surface of the fluid and of the statical pressure field. The formulas are in fair accordance with experimental data.

УДК 621.313.013

Л.Х. Ранну

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОЛЯ В ЛОБОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ
ПЛОСКОЙ ИНДУКЦИОННОЙ МАШИНЫ

1. Введение

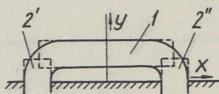
Разработаны обмотки для индукционных машин, состоящие из так называемых "плоских катушек", лобовые части которых находятся в одной плоскости с пазовой частью [3,4,5]. Лобовые части таких катушек находятся близко к сердечнику и поэтому частично пронизываются линиями магнитного потока, замыкающимися через боковые поверхности индуктора. Кроме того, поперечное сечение лобовой части обмотки у индукционных насосов сравнительно большое. В связи с этим, вопросы магнитного поля в лобовом пространстве и индуктивности рассеяния лобовых частей таких обмоток требуют самостоятельного изучения.

Наибольшая часть лобовых частей вышеуказанных обмоток [3, 4, 5] размещается параллельно движению жидкого металла, что указывает на целесообразность применения метода участков [1]. Реальную лобовую часть заменяем тремя прямолинейными участками, как показано на фиг.1.

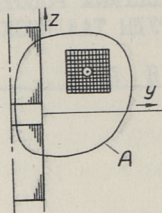
Целью настоящей работы является получение формул для определения поля участка лобовой части, параллельного движению жидкого металла (участок I на фиг. 1).

Принимаем следующие допущения:

1. Считаем поле плоскопараллельным.
2. Немагнитный зазор заменяем бесконечно тонким слоем тока на поверхности ферромагнитной среды, согласно рекомендациям проф. А.И. Вольдека [6].



Фиг. 1. Действительный вид лобовой части с округленными углами и замена его тремя прямолинейными участками



Фиг. 2. Разрез индуктора; А — линия пульсирующего магнитного поля немагнитного зазора

3. Сечение лобовой части обтекается током с постоянной по всему сечению плотностью.

4. Токи во вторичной цепи (жидкий металл и стенки канала) не оказывают влияния на поле в окрестности лобовой части.

5. Пульсирующий магнитный поток немагнитного зазора полностью компенсирован [7] и, следовательно, нет линий поля, замыкающихся через немагнитный зазор вокруг всех лобовых частей (линия А на фиг. 2).

6. Магнитная проницаемость μ сердечника равна бесконечности, что по [6] при частоте 50 гц близко к действительности. Согласно этому определено граничное условие поля у боковой плоскости сердечника.

7. Влияние зубчатости индуктора на поле лобовых частей отсутствует.

8. Магнитная проницаемость материала проводников обмотки равна магнитной постоянной μ_0 .

9. Поперечные сечения лобовых частей прямоугольные, причем стороны прямоугольника параллельны оси y и оси z (фиг. 2).

Определяем двумерное магнитное поле в области, показанной на фиг. 3 для принятого там расположения координат, при следующих граничных условиях:

$$y=0, \quad H_z=0; \quad (Ia)$$

$$z=0 \text{ и } z=2b, H_z=0, \quad (Iб)$$

$$y=a, H_y=0. \quad (Iв)$$

Условия Iб и Iв оправдываются сделанным допущением, что пульсирующий магнитный поток немагнитного зазора полностью компенсирован. Кроме того, при увеличении размеров a и b до бесконечности, граничные условия Iв и Iб становятся совершенно точными.

Исходим из уравнения поля [I] в декартовых координатах

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \delta_x; \quad (2a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0. \quad (2б)$$

2. Магнитное поле лобовой части

Легко проверить, что решения

$$H_y = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1,3,5\dots}^{\infty} \sum_{n=1,2,3,4\dots}^{\infty} \frac{\frac{n}{2b} A_{mn}}{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2} \cos \frac{m\pi y}{2a} \cos \frac{n\pi z}{2b}, \quad (3a)$$

$$H_z = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1,3,5\dots}^{\infty} \sum_{n=1,2,3,4\dots}^{\infty} \frac{\frac{m}{2a} A_{mn}}{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2} \sin \frac{m\pi y}{2a} \sin \frac{n\pi z}{2b}, \quad (3б)$$

написанные в соответствии с координатами и размерами на фиг 3, удовлетворяют (I; 2).

Постоянные A_{mn} определяем из (2a), так как

$$\text{rot}_x H = \sum \sum A_{mn} \cos \frac{m\pi y}{2a} \sin \frac{n\pi z}{2b} = \delta_x. \quad (4)$$

Так как среда линейная, находим поле отдельно от плотности тока катушки δ'_x (постоянные A'_{mn}) и от плотности тока, учитывающего влияние немагнитного зазора δ''_x (постоянные A''_{mn}). Применяя принцип наложения, получаем

$$A_{mn} = A'_{mn} + A''_{mn} = A'_m A'_n \delta'_x + A''_{mn} A''_n \delta''_x. \quad (5)$$

Здесь $A'_m \delta'_x$, $A'_n \delta'_x$ и $A''_m \delta''_x$, $A''_n \delta''_x$ получаются разложением соответственно $\delta'_x = f_1(y, z)$ и $\delta''_x = f_2(y, z)$ в ряды Фурье по y и z .

При составлении решений (3) и определении постоянных A_{mn} применен принципиально тот же метод, что и в [9].

Формулы для определения коэффициентов A'_{mn} и A''_{mn} для одного возможного расположения сечения лобовой части s' (фиг. 3) приведены в таблице. При выведении выражения для коэффициента A''_{mn} учтено, что

$$\alpha_1 \delta \delta''_x = -s' \delta'_x, \quad (6)$$

и что толщина слоя тока, заменяющего влияние немагнитного зазора α_1 , бесконечно малая величина [7]. Равенство (6) получено из того предположения, что при полностью компенсированном пульсирующем поле немагнитного зазора оба индуктора имеют один и тот же магнитный потенциал [7].

Т а б л и ц а

Выражения коэффициентов A'_{mn} и A''_{mn} для расположения лобовой части, показанного на фиг. 3

| m | n | A'_{mn} | A''_{mn} |
|------------|------------|---|--|
| 1, 3, 5... | 1, 3, 5... | $\frac{8\delta'_x}{\pi^2 mn} S_{a_2}^{a_3} S_{b_2}^{b_3} (-1)^{1,5n+0,5}$ | $-\frac{8\delta'_x s'}{\pi n \delta a} S^{\delta/2} (-1)^{1,5n+0,5}$ |
| 1, 3, 5... | 2, 4, 6... | $-\frac{8\delta'_x}{\pi^2 mn} S_{a_2}^{a_3} C_{b_2}^{b_3} (-1)^{0,5n}$ | 0 |

Обозначения:

$$S_{a_2}^{a_3} \equiv \sin \frac{m\pi a_3}{2a} - \sin \frac{m\pi a_2}{2a};$$

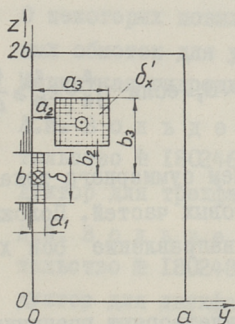
$$S_{b_2}^{b_3} \equiv \sin \frac{n\pi b_3}{2b} - \sin \frac{n\pi b_2}{2b};$$

$$C_{b_2}^{b_3} \equiv \cos \frac{n\pi b_3}{2b} - \cos \frac{n\pi b_2}{2b};$$

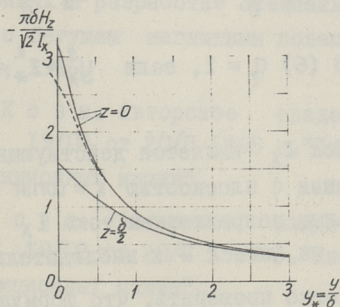
$$S^{\delta/2} \equiv \sin \frac{n\pi \delta}{4b}.$$

S' — площадь сечения лобовой части.

Если лобовая часть располагается ниже плоскости $z = b$ в симметричном относительно этой плоскости положении, то выражения для A'_{mn} и A''_{mn} в таблице остаются теми же, за исключением изменения знака "-" на "+" перед A'_{mn} при $n = 2, 4, 6 \dots$



Фиг. 3. Расположение координатных осей и указание обозначений и размеров



Фиг. 4.

Учитывая предположение (5), можно получить результаты удовлетворительной точности, устремляя размерами a и b (фиг. 3) в бесконечность. При этом получаем вместо бесконечных сумм бесконечные интегралы аналогично переходу от ряда Фурье к интегралу Фурье [2]. По [10] возможно потом

выразить все полученные бесконечные интегралы. Решения получаются весьма громоздкими. Их дальнейшее интегрирование для получения формул для потокосцеплений ведет к огромным выражениям. Поэтому ограничимся здесь представлением этих формул для поля в лобовом пространстве только от тока, заменяющего немагнитный зазор (6). Формулы (6) переписаны в координатах согласно фиг. 2 и действительны в полупространстве $y > 0$. Они определяют проекции на координатные оси амплитудного значения напряженности магнитного поля.

$$H_y = \frac{\sqrt{2} I_x}{2\pi\delta} \ln \frac{y_*^2 + (z_* + \frac{1}{2})^2}{y_*^2 + (z_* - \frac{1}{2})^2}, \quad (6a)$$

$$H_z = -\frac{\sqrt{2} I_x}{\pi\delta} \left[\text{arc tg} \frac{y_*}{y_*^2 + z_*^2 - \frac{1}{4}} + q\pi \right], \quad (6б)$$

где $y_* = \frac{y}{\delta}$ и $z_* = \frac{z}{\delta}$.

В (6) $q = 1$, если $y_*^2 + z_*^2 < \frac{1}{4}$ и $q = 0$, если $y_*^2 + z_*^2 \geq \frac{1}{4}$.

Ток I_x является действующим значением суммарного тока в сечении с плоскостью $x = \text{const}$ всех лобовых частей. Положительным направлением тока I_x является направление оси x (т.е. на фиг. 2. — к наблюдателю).

Легко проверить, что формулы (6) удовлетворяют граничным условиям (1) и исходным уравнениям поля (2).

Магнитное поле в лобовом пространстве определено без учета влияния лобовых частей также в [8], используя метод конформных отображений. Величина H_z дана в [8] в неявном виде, поэтому соответствующие формулы в [8] не пригодны для получения выражений потока путем интегрирования поля.

На фиг. 4 сопоставлены полученные здесь результаты (сплошные линии) с результатами [8] (прерывная линия). Последние

проверены в [8] опытом. Видно, что замена немагнитного зазора бесконечно тонким слоем тока на поверхности индуктора не позволяет точно определить поле в местах, близких к немагнитному зазору. Чем дальше от немагнитного зазора, тем точнее совпадение. В средней плоскости $z = 0$, уже начиная от $y_* = \frac{I}{2}$ и дальше, наши результаты хорошо совпадают с результатами [8].

Л и т е р а т у р а

1. Л.Р. Нейман, П.Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники ч.Ш. Госэнергоиздат, 1959.
2. Г.В. Зевека, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. Основы теории цепей. Издательство "Энергия", 1965.
3. А.И. Вольдек, Л.Х. Ранну, Х.И. Янес. О некоторых новых направлениях в разработке специальных обмоток для устройств с бегущим магнитным полем. Магнитная гидродинамика №2, 1966.
4. А.И. Вольдек, А.И. Коза. Авторское свидетельство № 180246 класс 2I 19/02 от 20/II 1965 г. "Индуктор для трехфазных индукционных машин".
5. А.И. Вольдек, А.И. Коза. Авторское свидетельство № 180248 класс 2I 19/02 от 20/II 1965 г. "Индуктор для двухфазных индукционных машин".
6. А.И. Вольдек, Основы методики расчета магнитных полей лобовых частей обмоток электрических машин. Эл-во № I, 1963, стр. 4I.
7. А.И. Вольдек. Компенсация пульсирующего магнитного поля в асинхронных машинах и индукционных насосах с разомкнутым магнитопроводом. Эл-во №4, 1965, стр. 50.

8. Х.И. Я н е с, Т.А. В е с к е. Учет явления выпучивания магнитного поля из немагнитного зазора плоского линейного двухстороннего индуктора. Труды ТПИ, серия А, № 214, 1964.
9. Л.Х. Р а н н у. Определение потерь вихревых токов в прямоугольной пластине от поперечного поля. Труды ТПИ, серия А, № 239, Таллин 1966.
10. И.С. Г р а д ш т е й н, И.М. Р ы ж и к. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Государственное изд. физ-мат. литературы, 1962.

L.H. Rannu

From the Fields Determination of the Flat
Induction-Machine

S u m m a r y

In this paper mainly the windings, made up of so-called flat coils, have been observed. The non-magnetic gap has been substituted by an infinite thin layer of current lying on the surface of the permeable material.

For these parts of end-windings, which are parallel to the direction of the fields movement, a 2-dimensional Field-problem with mixed boundary conditions has been solved using complementary assumptions, which are commonly made on these cases.

УДК 621.313.013

Л.Х. Ранну

О РАСЧЕТЕ ИНДУКТИВНОСТЕЙ ЛОБОВЫХ
 ЧАСТЕЙ ПЛОСКИХ ИНДУКЦИОННЫХ МАШИН

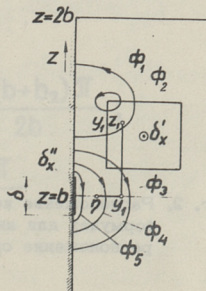
I. Введение

В [5] получены выражения поля прямолинейного участка лобовой части в виде двойных бесконечных рядов. Эти выражения являются функциями синусов и косинусов и поэтому пригодны для многократного интегрирования, необходимого для выведения выражений потокосцепления.

Ставим задачу определить индуктивности и взаимные индуктивности прямолинейных и параллельных оси x участков лобовой части при упрощающих предположениях принятых в [5]. При этом будем исходить из формул для H_y и H_z , данных в [5] в виде двойных бесконечных рядов.

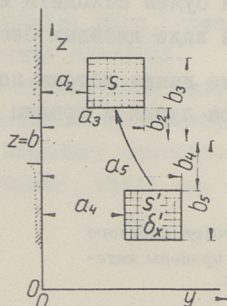
Некоторые возможные линии потока показаны на фиг. I для иллюстрации выбора путей и границ интегрирования.

Фиг. 1. Обозначения потоков лобового пространства и пределы интегрирования поля



2. Определение потокосцепления рассеяния

Потокосцепление $d\psi$ с элементом тока $d_i = dy dz \delta_x^i$, находящимся в месте $y_1 z_1$, определяется потоком $\Phi = \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4$ (фиг. 1). Потока Φ_5 мы здесь учитывать не будем, так как наша методика, состоящая в замене немагнитного зазора током, не позволяет точно рассчитать потоки вблизи от немагнитного зазора [5]. Поток Φ_5 можно рассчитать, например, по [4] и потом решить для каждого конкретного случая, какую часть рассчитанного потока отнести к потоку рассеяния или наоборот. Точку $y = \eta$ и $z = b$ следует выбирать так, чтобы магнитная линия, проходящая через эту точку, при этом не проходила бы через сечение лобовой части с тем, чтобы весь поток Φ_5 сцепился бы со всем током лобовой части. Это требование объясняется тем, что методика [4] не позволяет учитывать потокосцепление с частью тока катушки. При постоянной величине a_2 (фиг. 2) величина η зависит, имея в виду сказанное, от величины немагнитного зазора и при практических расчетах можно принять $\eta = (0,35 \dots 0,50) \delta$ (δ - величина зазора) в зависимости от величины a_2 [5]. Размер b следует выбирать так, чтобы на границах $z = 0$ и $z = 2b$ (фиг. 1, 2) магнитное поле равнялось бы практически нулю. Чем меньше при этом размер b , тем лучше сходятся получаемые бесконечные ряды.



Фиг. 2. Расположение координат и размеров, использованных в формулах для индуктивностей. Линия $z = b$ указывает расположение средней плоскости между нижней и верхней сторонами индуктора

Для получения результатов более общего значения определяем по (9) среднее потокосцепление на один метр длины лобового соединения с витком катушки, имеющей сечение S . Отношение этого потокосцепления к току, источнику потокосцепления, называем индуктивностью L или взаимной индуктивностью M среднего витка катушки.

Итак

$$d\Psi = \frac{\mu_0 dy_1 dz_1}{S} \left[\int_{y=\eta}^{y=y_1} (-H_z) dy \Big|_{z=b} + \int_{z=b}^{z=z_1} H_y dz \Big|_{y=y_1} \right] \quad (7)$$

и

$$\Psi = \frac{\mu_0}{S} \left\{ \int_{y_1=a_2}^{y_1=a_3} \int_{z_1=b+b_2}^{z_1=b+b_3} \left[\int_{\eta}^{y_1} (-H_z) dy \right]_{z=b} dy_1 dz_1 + \int_{y_1=a_2}^{y_1=a_3} \int_{z_1=b+b_2}^{z_1=b+b_3} \left[\int_b^{z_1} H_y dz \right]_{y=y_1} dy_1 dz_1 \right\}. \quad (8)$$

Производя интегрирование получаем

$$\Psi = \frac{\mu_0}{\pi^2 S} \sum_{m=1,3,5\dots} \sum_{n=1,2,3,4\dots} \frac{A_{mn}}{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2} \times \left[\frac{4ab}{nm\pi^2} S_{a_2}^{a_3} C_{b+b_2}^{b+b_3} + s \cos \frac{m\eta\pi}{2a} \sin \frac{n\pi}{2} \right]. \quad (9)$$

Здесь

$$C_{b+b_2}^{b+b_3} \equiv \cos \frac{n(b+b_3)\pi}{2b} - \cos \frac{n(b+b_2)\pi}{2b};$$

$$S_{a_2}^{a_3} \equiv \sin \frac{ma_3\pi}{2a} - \sin \frac{ma_2\pi}{2a}.$$

Введя в формулу (9) соответствующие выражения коэффициентов A_{mn} , данные в [5], получим формулы для расчета потокосцепления в виде двойных бесконечных сумм по m и n .

Расчет потокосцепления без помощи электронных вычислительных машин облегчается, если бесконечные суммы по m заменить интегралами и выразить эти интегралы.

По [6] и после некоторых преобразований можно выразить все полученные при этой замене бесконечные интегралы. Полученное так общее выражение взаимной индуктивности (фиг. 2) имеет вид

$$M = \frac{8\mu_0 b}{\pi^6 s s'} \left\{ \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\frac{1}{n^2} S_{b_4}^{b_5} S_{b_2}^{b_3} N_1 + \frac{4\pi^2 s' b^2}{n^4 \delta} S_{b_2}^{b_3} S^{\frac{\delta}{2}} e^{-a_3} e^{-a_2} + \frac{\pi^3 s b}{n^3} S_{b_4}^{b_5} N_2 + \frac{\pi^4 s s'}{n^2 \delta} e^{-\pi \frac{n}{2b}} S^{\frac{\delta}{2}} \right] - \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} \left[\frac{1}{n^2} C_{b_4}^{b_5} C_{b_2}^{b_3} N_1 \right] \right\} \left[\frac{2H}{M} \right]. \quad (10)$$

В формулах (10...15) использованы следующие сокращенные обозначения

$$S_{b_4}^{b_5} \equiv \sin \pi b_5 \frac{n}{2b} - \sin \pi b_4 \frac{n}{2b};$$

$$C_{b_2}^{b_3} \equiv \cos \pi b_3 \frac{n}{2b} - \cos \pi b_2 \frac{n}{2b};$$

$$\text{sh}_{a_2}^{a_3} \equiv \text{sh} \pi a_3 \frac{n}{2b} - \text{sh} \pi a_2 \frac{n}{2b};$$

$$S^{\frac{\delta}{2}} \equiv \sin \pi \frac{\delta}{2} \frac{n}{2b};$$

$$e^{-a_5} \equiv e^{-\pi a_5 \frac{n}{2b}} - e^{-\pi a_4 \frac{n}{2b}};$$

$$e_0^{-(a_3 - a_2)} \equiv e^{-\pi (a_3 - a_2) \frac{n}{2b}} - 1.$$

Далее δ'_x — плотность тока и
 μ_0 — магнитная постоянная.

Все геометрические размеры показаны на фиг. 2.

В случае, если $a_2 \leq a_4 \leq a_3 \leq a_5$ в формуле (10)

$$N_1 = \frac{2\pi^2 b^2}{n^2} (a_3 - a_4) - \frac{4\pi b^3}{n^3} e^{-\pi a_5 \frac{n}{2b}} \operatorname{sh} \frac{a_3}{a_2} - \\ - \frac{4\pi b^3}{n^3} e^{-\pi a_4 \frac{n}{2b}} \operatorname{sh} \pi a_2 \frac{n}{2b} + \frac{4\pi b^3}{n^3} e^{-\pi a_3 \frac{n}{2b}} \operatorname{sh} \pi a_4 \frac{n}{2b}. \quad (11)$$

Если $a_4 \geq a_3$, то

$$N_1 = -\frac{4\pi b^3}{n^3} \operatorname{sh} \frac{a_3}{a_2} e^{-a_5}. \quad (12)$$

Если $a_2 = a_4$ и $a_3 = a_5$, то

$$N_1 = \frac{2\pi^2 b^2}{n^2} (a_3 - a_2) + \frac{2\pi b^3}{n^3} (e^{-a_3})^2 + \frac{4\pi b^3}{n^3} e^{-(a_3 - a_2)}. \quad (13)$$

Выражение для N_2 зависит от выбора величины η .

Если $\eta \leq a_4$, то

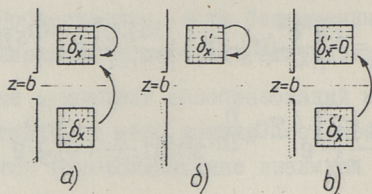
$$N_2 = e^{-\frac{a_5}{-a_4}} \operatorname{ch} \pi \eta \frac{n}{2b} \quad (14)$$

и если $0 < a_4 \leq \eta$, то

$$N_2 = e^{-\pi a_5 \frac{n}{2b}} \operatorname{ch} \pi \eta \frac{n}{2b} + e^{-\pi \eta \frac{n}{2b}} \operatorname{sh} \pi a_4 \frac{n}{2b} - 1. \quad (15)$$

Перед суммой по четным n в (10) следует написать знак "-" в том случае, если сечение s и s' находятся одно выше и другое ниже линии $z = b$. Такой случай имеется на фиг. 2 и учтено в (10). Если s и s' находятся оба выше линии $z = b$, следует написать знак "+". Стрелка на фиг. 2 указывает на то, что поток создается током в сечении s' и сцеплен с сечением s . Если направление стрелки изменить на

обратное, то в формулах (10,14,15) следует вместо индекса 2 написать индекс 4, вместо индекса 3 индекс 5, вместо s написать s' и наоборот. Итак, мы видим, что величина взаимной индуктивности, определяемой по (10), не удовлетворяет теореме взаимности из-за наличия ферромагнитной среды.



Фиг. 3. Три случая расположения сечений лобовых частей, индуктивности которых определены расчетом и опытом

В случае определения потокосцепления с сечением катушки от тока в этом же сечении (фиг. 3б), мы можем говорить не о взаимной индуктивности M , а об индуктивности L . Формула для этого случая получается из (10) при $a_2=a_4$, $a_3=a_5$, $b_2=b_4$, $b_3=b_5$ и $s=s'$ со знаком "+" перед суммой по четным n . Принято говорить об индуктивности L также в случае, показанном на фиг. 3а, где оба сечения находятся симметрично относительно линии $z=b$ и имеют одну и ту же плотность тока.

Все бесконечные ряды в (10) сходятся.

Формула (10) определяет взаимную индуктивность на один метр длины одного среднего витка катушки соответственно определению, сделанному выше для искомого потокосцепления.

Дальнейшая замена в (10) сумм по n бесконечными интегралами связана с математическими трудностями и достигаемое при этом упрощение сомнительное.

Из выведения формулы (10) вытекает, что одна часть формулы (10), а именно M' (16а), определяется током i' в лобовой части, а другая часть M'' (16б) определяется током, заменяющим немагнитный зазор. Итак, взаимная индуктивность M' обусловлена потоком, созданным током в лобовой части

при отсутствии немагнитного зазора ($\delta = 0$). Взаимная индуктивность M'' , однако, обусловлена потоком, выпучивающим из немагнитного зазора, в случае, если ток в лобовых частях i' равняется нулю, имеется немагнитный зазор и разница между магнитными потенциалами верхней и нижней сторон индуктора равняется току i' в лобовых частях.

То же содержание имеют и понятия об индуктивности L' и L'' в вышеупомянутых случаях, когда мы говорим об индуктивности L . При этом

$$M' = \frac{8\mu_0 b}{\pi^6 s s'} \left\{ \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\frac{1}{n^2} S_{b_4}^{b_5} S_{b_2}^{b_3} N_1 + \frac{\pi^3 s b}{n^3} S_{b_4}^{b_5} N_2 \right] - \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} \left[\frac{1}{n^2} C_{b_4}^{b_5} C_{b_2}^{b_3} N_1 \right] \right\}, \quad (16a)$$

$$M'' = \frac{8\mu_0 b}{\pi^6 s s'} \left\{ \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\frac{4\pi^2 s' b^2}{n^4 \delta} S_{b_2}^{b_3} S^{\frac{\delta}{2}} e^{-a_3} + \frac{\pi^4 s s'}{n^2 \delta} e^{-\pi n \frac{\delta}{2b}} S^{\frac{\delta}{2}} \right] \right\}. \quad (16b)$$

Правила получения из формул (16) выражений для собственных индуктивностей L' и L'' такие же, как и для (10) и указаны ранее.

3. Расчет

Проведем расчет для случаев, представленных на фиг. 3.

Для случая (а) в формуле (10) берем $a_2 = a_4$, $a_3 = a_5$, $b_2 = b_4$ и $b_3 = b_5$. Мы предполагаем, что плотность тока в обоих сечениях одинакова. При этом $s' = s$, а также отсутствует ряд по четным n .

Для случая (б) по прежнему $a_2 = a_4$, $a_3 = a_5$, $b_2 = b_4$, $b_3 = b_5$ и $s' = s$, но имеется ряд по четным n со знаком "-".
Общий множитель в формуле (10) остается без изменения.

Для случая (в) так же $a_2 = a_4$, $a_3 = a_5$, $b_2 = b_4$, $b_3 = b_5$, $s' = s$, общий множитель остается без изменения, но ряд по четным n следует взять со знаком "+".

Исходные данные следующие: $\delta = 0,039$ м, $a_2 = 0,0148$ м, $a_3 = 0,0822$ м, $b_2 = 0,0248$ м, $b_3 = 0,0715$ м, $b = 0,22$ м и $\eta = 0,014$ м.

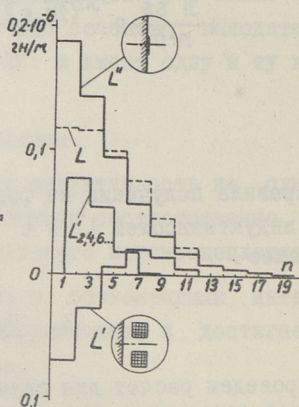
Результаты расчета представлены в таблице и на фиг. 4.

Т а б л и ц а
Результаты расчета и опыта

| Вариант | Расчет | | Опыт | |
|---------|-----------------------|-------|-----------------------|------|
| | ГН/М | % | ГН/М | % |
| Фиг. 3а | $0,506 \cdot 10^{-6}$ | 100,0 | $0,406 \cdot 10^{-6}$ | 80,2 |
| Фиг. 3б | $0,662 \cdot 10^{-6}$ | 100,0 | $0,536 \cdot 10^{-6}$ | 81,0 |
| Фиг. 3в | $0,350 \cdot 10^{-6}$ | 100,0 | $0,274 \cdot 10^{-6}$ | 78,3 |

Фиг. 4. Зависимости отдельных слагаемых ряда от n :

- L' - индуктивность, обусловленная током в лобовой части,
- L'' - индуктивность, обусловленная заменяющим немагнитный зазор током
- $L = L' + L''$ - суммарная индуктивность для случая, показанного на фиг. 3а
- $L_{2,4,6...}$ - члены ряда по четным n



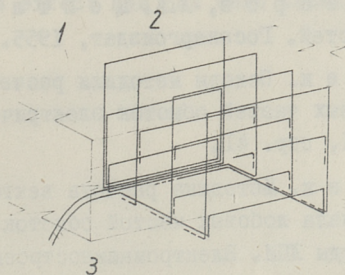
На фиг. 4 видно, что ряд для индуктивности L' быстро сходится и часто меняет знак. Индуктивность L' составляет около 10% от общей величины индуктивности L и поэтому может быть учтена или коэффициентом у L'' , или только первым членом ряда L' .

Ряд индуктивности L'' сходится более медленно, но до перемены знака члены ряда становятся практически ничтожными по величине. Учитывая равномерную сходимость ряда L'' до перемены знака, можно для сокращения расчетной работы, ограничиться расчетом только трех членов этого ряда, например первого, пятого и девятого, а другие члены ряда определять при помощи интерполирования (или экстраполирования).

Из фиг. 4 видно, что ряд по четным n быстро сходится.

4. Сопоставление с опытом

Были намотаны две группы катушек со средней длиной по оси x около 0,185 м. Поперечные размеры суммарного сечения одной группы равнялись соответственным исходным данным, принятым для расчета. Катушки были помещены в середину индуктора: одна группа в нижнюю сторону двухстороннего индуктора и другая группа в верхнюю. Пазы вне катушек в концах индуктора были заполнены кусками электротехнической стали для того, чтобы образовался путь для магнитного потока с хорошей проводимостью от одной стороны двухстороннего индуктора к другой. Это необходимо, чтобы получить у обеих сторон индуктора одинаковый магнитный потенциал и так выполнить допущение 5 в [5]. Всего имелось 12 катушек по 50 витков. Все витки одной группы катушек были включены последовательно и питались переменным током частотой 50 гц.



Фиг. 5. Схема расположения измерительных катушек
 1 — лобовая часть в верхней стороне двухстороннего индуктора,
 2 — комплект катушек,
 3 — отвод к ламповому вольтметру

Измерение производилось комплектом последовательно включенных измерительных катушек, расположенных по фиг. 5. Результаты измерений представлены в таблице.

Расхождение между опытными и расчетными результатами до 20% может быть объяснено экранирующим действием листов пакета стали индуктора [2], а также зубчатостью части боковой поверхности индуктора. Оба эти фактора не учтены в нашем расчете.

5. Заключение

Оказывается, что расчет по выведенным формулам не очень трудоемок. Для учета ряда l' , а также экранирующего действия и зубчатости листов индуктора можно ввести соответствующие коэффициенты. Для учета влияния частей $2'$ и $2''$ (фиг. 1 в [5]) можно использовать формулы в [1].

Применение методики расчета и формул, разработанных в настоящей работе, можно расширить также на другие типы индукционных машин, кроме устройств с односторонним индуктором. Для других типов обмоток следует, конечно, проверить и уточнить сделанные в работе указания по сокращению расчетной работы.

Л и т е р а т у р а

1. П.Л. К а л а н т а р о в, Л.А. Ц е й т л и н. Расчет индуктивностей. Госэнергоиздат, 1955.
2. А.И. В о л ь д е к. Основы методики расчета магнитных полей лобовых частей обмоток электрических машин. Эл-во, 1963, №1, стр. 41.
3. А.И. В о л ь д е к. Методика расчета векторного магнитного потенциала лобовых частей обмоток электрических машин. Труды ЛПИ. Электромашиностроение, № 241, 1964.
4. Х.И. Я н е с, Т.А. В е с к е. Учет явления выпучивания магнитного поля из немагнитного зазора плоского линейного двухстороннего индуктора. Труды ТПИ, серия А, № 214, 1964.

5. Л.Х. Р а н н у. Об определении поля в лобовом пространстве плоской индукционной машины. (см. настоящий сборник, стр. 89).
6. И.С. Г р а д ш т е й н, И.М. Р ы ж и к. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Государственное изд. физ.-мат. литературы, 1962.

L.H. Rannu

The Calculation of the Inductance of
End-Windings for a Flat Induction-Machine

S u m m a r y

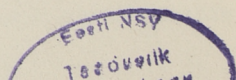
Having been proceeded from the fields equations in the form of double series the equations of the inductances have been obtained by integration. Having made a transition of one dimension of the district to infinite, results have been obtained in the form of single infinite series.

The experimental control indicates that equations obtained, give excessive results (to 25%), for which the screening effect of the sheets of the steel block can give reasons. This effect has not been taken into consideration in the work.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

Стр.

| | |
|---|----|
| 1. Э.В. В а л л а с т е, Х.И. Я н е с. Расчет индуктивности обмотки прямолинейного одностороннего индуктора бесконечной длины.. | 3 |
| 2. Х.А. Л и й н, М.Х. М е р с. Определение основных размеров для плоских линейных индукционных насосов на быстродействующей цифровой вычислительной машине (БЦВМ) | 17 |
| 3. Е.А. П у у с е п. Об энергетических соотношениях в индукционных машинах с увеличенным зазором | 43 |
| 4. В.Ф. К е с к ю л а. Об особенностях электромагнитного расчета индукционных вращателей.. | 55 |
| 5. Э.П. Т и м м а. Вращение жидкости в вертикальном цилиндрическом сосуде..... | 67 |
| 6. Л.Х. Р а н н у. Об определении поля в лобовом пространстве плоской индукционной машины | 89 |
| 7. Л.Х. Р а н н у. О расчете индуктивностей лобовых частей плоских индукционных машин..... | 97 |



Цена 35 коп.