TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 301

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

СБОРНИК ТРУДОВ VIII

Под общей редакцией доктора технических наук,
профессора А. И. Вольдека

ТАЛЛИН 1970

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 301 1970

УДК 621.313.1.17

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

СБОРНИК ТРУДОВ

VIII

Под общей редакцией доктора технических наук,
профессора А. И. Вольдека

ТАЛЛИН 1970

Eesti NSV
Teaduslik
Raamatukogu
Teaduste Akadeemia
Ep. 10151

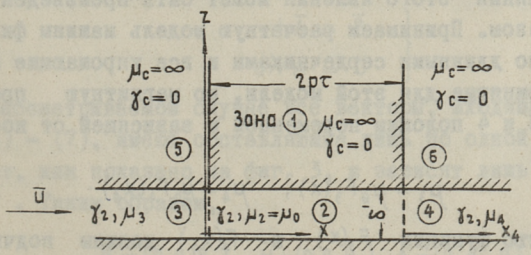
TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
С Е Р И Я А № 301 1970

УДК 621.318.38

А.И.Вольдек, Е.В.Толвинская

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ СЕРДЕЧНИКА ИНДУКТОРА ЛИНЕЙНОЙ ИНДУКЦИОННОЙ МАШИНЫ НА ЕЕ ПРОДОЛЬНЫЙ КРАЕВОЙ ЭФФЕКТ

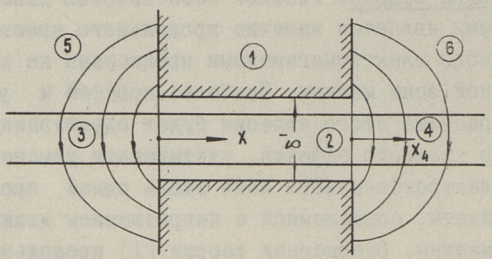
Постановка задачи. Главной особенностью линейных индукционных машин является наличие продольного краевого эффекта, вызванного электромагнитными процессами на входе и выходе активной зоны машины. Наиболее простой и удобной для анализа и расчета этого явления будет одномерная теория продольного краевого эффекта, учитывающая изменение интенсивности электромагнитного поля вдоль одной пространственной координаты, совмещенной с направлением движения активного слоя машины. Одномерная теория [1] продольного краевого эффекта основана на расчетной модели машины (фиг. 1), которая получена на основании следующих допущений: бесконечно длинные (координата x) и бесконечно широкие (координата y) сердечники индуктора не имеют пазов, $\mu_c = \infty$ и $\gamma_c = 0$;



Фиг. 1. Расчетная модель машины

вторичная среда движется, как твердое тело и заполняет весь зазор $\delta' = k_\delta k_\mu \delta$ между сердечниками; первичная обмотка создает синусоидальную волну линейной нагрузки и "рассыпана" равномерно по высоте зазора. Наиболее грубым представляется допущение о бесконечно длинных сердечниках индуктора в направлении координаты x. В настоящей статье производится оценка влияния этого допущения.

В расчетной модели машины (фиг. I) бесконечно длинные неактивные участки сердечников индуктора (зоны 5 и 6) имеют $\mu_c = \infty$, а в зонах 3 и 4 $\mu_{3,4} = \mu_0$. В реальной машине сердечники в зонах 5 и 6 отсутствуют и по мере удаления от активной зоны сердечника (зона I) проводимость магнитному потоку уменьшается (фиг. 2).



Фиг. 2. Характер магнитных полей в неактивных зонах машины

Учет влияния этого явления может быть произведен следующим образом. Принимаем расчетную модель машины фиг. I с с бесконечно длинными сердечниками и все упрощающие предположения, принятые для этой модели, но магнитную проницаемость зон 3 и 4 положим переменной и зависящей от координаты x (x_4):

$$\mu_3 = \mu_0 F_3(x), \quad \mu_4 = \mu_0 F_4(x_4). \tag{I}$$

Очевидно, что функции $F_3(x)$ и $F_4(x_4)$ должны подчиняться условиям:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{I) при} & x = x_4 = \infty \quad \text{функции} \quad F_3(x) = F_4(x_4) = 0, \\ \text{2) при} & x = x_4 = 0 \quad \text{функции} \quad F_3(x) = F_4(x_4) = 1, \end{array}\right\} \tag{2}$$

так же как в зоне 2, граничащей с зонами 3 и 4.

Уравнения поля. В качестве исходных уравнений воспользуемся уравнениями Максвелла для квазистационарных электромагнитных полей для медленно движущихся сред:

$$\operatorname{rot}\bar{H} = \bar{j} + \bar{j}_{cm}, \tag{3}$$

$$\bar{B} = \mu\bar{H}, \tag{4}$$

$$\bar{j} = \gamma\left[\bar{E} + \bar{u}\times\bar{B}\right], \tag{5}$$

$$\operatorname{rot}\bar{E} = -\frac{\partial\bar{B}}{\partial t}, \tag{6}$$

где $\bar{u}$ – вектор скорости движения среды относительно неподвижной системы координат,

$\mu = f(x)$ – магнитная проницаемость среды, зависящая от координаты x,

$\bar{j}$ – вектор плотности индуктированного в данной среде тока,

$\bar{j}_{cm}$ – сторонняя плотность тока, т.е. плотность первичного тока, причем

$$j_{cm} = j_1 = J_{1m}\cos(\omega_1 t - \alpha x),$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\tau},$$

J_{1m} – амплитуда плотности первичного тока, отнесенного к площади зазора в зоне 2.

Остальные обозначения общепринятые.

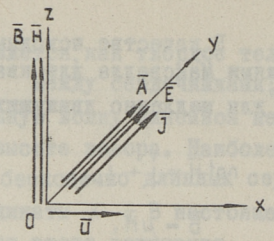
Выразим величины, входящие в уравнения (3) – (6), через векторный потенциал $\bar{A}$, причем

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{rot}\bar{A} &= \bar{B},\\ \operatorname{div}A &= 0.\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

В рассматриваемом случае все векторы, входящие в уравнения (3) – (7), имеют составляющие лишь по одной из осей координат, как показано на фиг. 3, и зависят лишь от координаты x. Таким образом,

$$\left.\begin{aligned}&\bar{B} = (0,0,B_z),\ \bar{H} = (0,0,H_z),\ \bar{A} = (0,A_y,0),\\ &\bar{E} = (0,E_y,0),\ \bar{j} = (0,j_y,0),\ \bar{u} = (u_x,0,0).\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Тогда на основании (8)



Фиг. 3. Направление векторов для расчетной модели машины

$$B = B_z = \mathrm{rot}_z \bar{A} = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} = \frac{dA}{dx}. \qquad (9)$$

На основании уравнений (7) и (4)

$$\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\bar{A} = \mathrm{rot}\bar{B} = \mathrm{rot}(\mu\bar{H}), \qquad (10)$$

где μ – скаляр, зависящий от координаты x.

Как известно из векторного анализа,

$$\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\bar{A} = \mathrm{grad}\,\mathrm{div}\bar{A} - \nabla^2\bar{A},$$

$$\mathrm{rot}(\mu\bar{H}) = \mathrm{grad}\,\mu \times \bar{H} + \mu\,\mathrm{rot}\bar{H}.$$

В нашем случае

$$\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\bar{A} = 0,$$

а лапласиан равен

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2},$$

так как поле изменяется лишь в направлении координаты x. По принятым выше условиям μ зависит от координаты x и

$$\mathrm{grad}\,\mu = \bar{i}\,\frac{d\mu}{dx}.$$

Тогда с учетом (8)

$$\mathrm{grad}\,\mu \times H = \bar{i}\,\frac{d\mu}{dx} \times \bar{k}\,H_z = -\bar{j}\,\frac{d\mu}{dx}H_z$$

и

$$\mathrm{rot}(\mu\bar{H}) = -\bar{j}\,\frac{d\mu}{dx}H + \mu\,\mathrm{rot}\bar{H}.$$

После подстановки полученных выражений в (10) и замены $\bar{H}$ по (4) и $\mathrm{rot}\bar{H}$ по (3) и (5), получим

$$-\frac{d^2\bar{A}}{dx^2} = -\frac{1}{\mu}\cdot\frac{d\mu}{dx}\bar{B} + \mu\gamma(\bar{E} + \bar{u}\times\bar{B}) + \mu\bar{j}_1. \qquad (11)$$

По (6) и (7)

$$\mathrm{rot}\,\bar{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{rot}\,\bar{A}$$

или с точностью до постоянных интегрирования

$$\bar{E} = -\frac{\partial \bar{A}}{\partial t}. \qquad (12)$$

Векторное произведение $\bar{u}\times\bar{B}$ на основании (7) и (8) может быть записано в виде

$$\bar{u}\times\bar{B} = \bar{i}u_x \times \bar{k}B_z = -\bar{j}u\frac{dA}{dx}. \qquad (13)$$

Подставляя (12) и (13) в (11) и заменяя $\bar{B}$ по (9), получим:

$$\frac{d^2A}{dx^2} - \frac{1}{\mu}\cdot\frac{d\mu}{dx}\cdot\frac{dA}{dx} - \mu\gamma\frac{\partial A}{\partial t} - \mu\gamma u\frac{dA}{dx} = -\mu j_1.$$

В дальнейшем переходим к комплексной форме записи уравнений, полагая

$$A = \dot{A}e^{i\omega t} \quad \text{и} \quad j_1 = \dot{J}_1 e^{i\omega t},$$

где

$$\dot{J}_1 = J_{1m}e^{-i\alpha x}.$$

Тогда получим окончательно уравнение для суммарного векторного потенциала первичных и вторичных токов

$$\frac{d^2\dot{A}}{dx^2} - \left(\mu\gamma u + \frac{1}{\mu}\cdot\frac{d\mu}{dx}\right)\frac{d\dot{A}}{dx} - i\omega_1\mu\gamma\dot{A} = -\mu J_{1m}e^{-i\alpha x}. \qquad (14)$$

<u>Решение уравнений векторного потенциала для различных зон расчетной модели машины.</u> В активной зоне машины 2

$$\mu_2 = \mu_0$$

и вместо (14) имеем

$$\frac{d^2\dot{A}_2}{dx^2} - \mu_0\gamma_2 u\frac{d\dot{A}_2}{dx} - i\omega_1\mu_0\gamma_2\dot{A}_2 = -\mu_0 J_{1m}e^{-i\alpha x}.$$

Это уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами имеет решение

$$\dot{A}_2 = \dot{A}_m e^{-i\alpha x} + C_{21}e^{(\lambda_2+\eta_2)x} + C_{22}e^{-(\lambda_2-\eta_2)x}, \qquad (15)$$

где:

$$\lambda_2 = \alpha\lambda = \alpha\sqrt{\eta^2 + i\varepsilon_0},$$

$$\eta_2 = \alpha\eta = \alpha\frac{\varepsilon_0}{2}(1-s).$$

$\varepsilon_0 = \frac{\omega_1 \mu_0 \gamma_2}{\alpha^2}$ – представляет магнитное число Рейнольдса при нулевой скорости ($s = 1$) или коэффициент добротности машины,

$\gamma_2 = \gamma_м \frac{\Delta}{\delta'}$ – расчетная проводимость зоны 2.

$\gamma_м$ – действительная проводимость вторичной среды машины,

Δ – толщина вторичной среды в направлении координаты z.

В полученном выражении первый член представляет векторный магнитный потенциал бегущего поля, а второй и третий члены определяются продольным краевым эффектом.

В зонах 3 и 4 сторонняя плотность тока $j_1 = 0$ и вместо (I4) получим

$$\frac{d^2\dot{A}_3}{dx^2} - \left(\mu_3 \gamma_2 u + \frac{1}{\mu_3} \cdot \frac{d\mu_3}{dx}\right) \frac{d\dot{A}_3}{dx} - i\omega_1 \mu_3 \gamma_2 \dot{A}_3 = 0, \qquad (I6)$$

$$\frac{d^2\dot{A}_4}{dx_4^2} - \left(\mu_4 \gamma_2 u + \frac{1}{\mu_4} \cdot \frac{d\mu_4}{dx_4}\right) \frac{d\dot{A}_4}{dx_4} - i\omega_1 \mu_4 \gamma_2 \dot{A}_4 = 0, \qquad (I7)$$

где μ_3 и μ_4 определяются равенствами (I).

Зададим функции $F_3(x)$ и $F_4(x_4)$ в виде

$$F_3(x) = \frac{\delta'}{\delta' - x} \quad \text{и} \quad F_4(x_4) = \frac{\delta'}{\delta' + x_4},$$

удовлетворяющим условиям (2). Здесь

$$\delta' = k_\delta k_\mu \delta$$

представляет приведенный зазор. При этом получим для зон 3 и 4

$$(\delta' - x) \frac{d^2\dot{A}_3}{dx^2} - \left[2\eta_2 \delta' + 1\right] \frac{d\dot{A}_3}{dx} - i\omega_1 \mu_0 \gamma_2 \delta' \dot{A}_3 = 0, \qquad (I8)$$

$$(\delta' - x_4) \frac{d^2\dot{A}_4}{dx^2} - \left[2\eta_2 \delta' - 1\right] \frac{d\dot{A}_4}{dx_4} - i\omega_1 \mu_0 \gamma_2 \delta' \dot{A}_4 = 0. \qquad (I9)$$

Решения уравнений (I8) и (I9) имеют вид

$$\dot{A}_3 = (\delta' - x)^{-\nu/2}\left[C_3' J_{-\nu}(i^{3/2} z_3) + C_3 K_{-\nu}(i^{1/2} z_3)\right],$$

$$\dot{A}_4 = (\delta' - x)^{\nu/2}\left[C_4' J_{\nu}(i^{3/2} z_4) + C_4 K_{\nu}(i^{1/2} z_4)\right],$$

где J и K – функции Кельвина, имеющие порядок

$$\pm\nu = \pm 2\eta_2\delta'$$

и аргумент

$$z_3 = 2\sqrt{\omega_1\mu_0\gamma_2}\sqrt{\delta'(\delta' - x)},$$

$$z_4 = 2\sqrt{\omega_1\mu_0\gamma_2}\sqrt{\delta'(\delta' + x_4)}.$$

Функции Кельвина $J_{-\nu}(i^{3/2} z_3)$ и $J_{\nu}(i^{3/2} z_4)$ при $z_{3,4} \to \infty$ стремятся к бесконечности. В то же время при $x = -\infty$ и $x_4 = +\infty$ должно $\dot{A}_3 = \dot{A}_4 = 0$. Следовательно, следует взять $C_3 = C_4' = 0$ и окончательно решения уравнений (I8) и (I9) приобретают вид

$$\dot{A}_3 = (\delta' - x)^{-\nu/2} C_3 K_{-\nu}(i^{1/2} z_3),$$

$$\dot{A}_4 = (\delta' + x)^{\nu/2} C_4 K_{\nu}(i^{1/2} z_4).$$

Граничные условия и определение постоянных интегрирования. Для определения постоянных интегрирования составим для границ зон 2, 3 и 4 выражения для поверхностного ротора магнитной индукции

$$\left[\dot{B}_3\right]_{x=0} - \left[\dot{B}_2\right]_{x=0} = \mu_0 \dot{J}_3,$$

$$\left[\dot{B}_2\right]_{x=2p\tau} - \left[\dot{B}_4\right]_{x_4=0} = \mu_0 \dot{J}_4,$$

где $\dot{J}_3$ и $\dot{J}_4$ – поверхностные плотности тока компенсирующих элементов обмотки.

Кроме того, по обе стороны границ должны быть равны касательные составляющие напряженности магнитного поля

$$\dot{E} = -i\omega_1 \dot{A}_2,$$

то есть

$$\left[\dot{A}_3\right]_{x=0} = \left[\dot{A}_2\right]_{x=0},$$

$$\left[\dot{A}_2\right]_{x=2p\tau} = \left[\dot{A}_4\right]_{x_4=0}.$$

Используя эти условия, получим:

$$\left.\begin{aligned} C_{21} &= \frac{D_{21A}}{D}\dot{A}_m + \frac{D_{213}}{D}\mu_0\dot{j}_3 + \frac{D_{214}}{D}\mu_0\dot{j}_4 , \\ C_{22} &= \frac{D_{22A}}{D}A_m + \frac{D_{223}}{D}\mu_0\dot{j}_3 + \frac{D_{224}}{D}\mu_0\dot{j}_4 , \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

где

$$\left.\begin{aligned} D &= -(\lambda_2-\xi_\nu)^2 e^{-(\lambda_2-\eta_2)2p\tau} + (\lambda_2+\xi_\nu)^2 e^{+(\lambda_2+\eta_2)2p\tau} , \\ D_{21A} &= -(\xi_\nu+\eta_2+i\alpha)(\lambda_2-\xi_\nu)\, e^{-(\lambda_2-\eta_2)2p\tau} - (\xi_\nu-\eta_2-i\alpha)(\lambda_2+\xi_\nu), \\ D_{213} &= (\lambda_2-\xi_\nu) e^{-(\lambda_2-\eta_2)2p\tau} , \\ D_{214} &= (\lambda_2+\xi_\nu), \\ D_{22A} &= -(\xi_\nu+\eta_2+i\alpha)(\lambda_2+\xi_\nu) e^{(\lambda_2+\eta_2)2p\tau} - (\xi_\nu-\eta_2-i\alpha)(\lambda_2-\xi_\nu), \\ D_{223} &= (\lambda_2+\xi_\nu)\, e^{(\lambda_2+\eta_2)2p\tau} , \\ D_{224} &= (\lambda_2-\xi_\nu), \\ \xi_\nu &= \eta_2 + i^{1/2}\sqrt{\omega_1\mu_0\gamma_0}\ \frac{K_{\nu-1}(i^{1/2}z_0)}{K_\nu(i^{1/2}z_0)}, \\ z_0 &= 2\sqrt{\omega_1\mu_0\gamma_2}\cdot\delta' . \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Величина ξ_ν зависит лишь от одной переменной – скольжения, функции же Кельвина $K_{\nu-1}$ и K_ν, входящие в выражение для ξ_ν, имеют постоянный аргумент z_0 и переменный порядок ν. Поэтому при расчете зависимости $\xi_\nu = f(s)$ по таблицам функций Кельвина определяется величина $K_\nu(i^{1/2}z_0)$ для z_0 при $\nu = 0$, а функции Кельвина при других значениях порядка ν вычисляются по рекуррентным формулам.

Выражения для электромагнитных мощностей и сил продольного краевого эффекта, полученные в [I], сохраняются и в рассматриваемом случае, а изменяют свои значения лишь постоянные интегрирования, входящие в эти выражения.

Согласно [I] электромагнитная мощность продольного краевого эффекта при одинаковых токах в компенсирующих элементах обмотки на входе и выходе

$$\dot{J}_к = \dot{J}_3 = -\dot{J}_4 = \frac{i J_{1m}}{\alpha}$$

равна

$$P_{эмк} = \frac{1}{2} l_t \delta' \omega_1 Re\, i \left\{ C_{22}\left(1 - e^{-(\lambda_1-\eta_1)2p\tau}\right)\left[\frac{J_{1m}}{\lambda_1-\eta_1-i\alpha} + \dot{J}^*_к\right] + \right.$$

$$\left. + C_{21}\left(e^{(\lambda_1+\eta_1)2p\tau} - 1\right)\left[\frac{J_{1m}}{\lambda_1+\eta_1+i\alpha} - \dot{J}^*_к\right]\right\}.$$

Производя несложные преобразования и представляя постоянные интегрирования, определяемые выражениями (20) и (2I), в виде

$$C_{21} = C'_{21}\dot{A}_m e^{-(\lambda_1+\eta_1)2p\tau},$$

$$C_{22} = C'_{22}\dot{A}_m,$$

получим

$$P_{эмк} = P_{эмо} \cdot Re\left[\dot{S}_{3*} + \dot{S}_{4*}\right] = P_3 + P_4, \qquad (22)$$

где

$$P_{эмо} = m_1 x_{г1} I_1^2 \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon^2}$$

представляет нормальную электромагнитную мощность машины при отсутствии продольного краевого эффекта;

$$P_3 = P_{эмо}\, Re\, \dot{S}_{3*}$$

– электромагнитная мощность продольного краевого эффекта, определяемая процессами, происходящими на входе машины с учетом влияния выхода;

$$P_4 = P_{эмо}\, Re\, \dot{S}_{4*}$$

– электромагнитная мощность, определяемая процессами на выходе машины, с учетом влияния входа.

Относительные комплексные величины $\dot{S}_{3*}$ и $\dot{S}_{4*}$ при этом равны

$$\dot{S}_{3*} = \frac{\varepsilon+i}{2p\tau\varepsilon} C'_{22}\left(1 - e^{-(\lambda_1-\eta_1)2p\tau}\right)\left[\frac{1}{\lambda_1-\eta_1-i\alpha} + \frac{\dot{J}^*_к}{J_{1m}}\right] \qquad (23)$$

и

$$\dot{S}_{4*} = \frac{\varepsilon+1}{2p\tau\varepsilon} C'_{21}\left(1 - e^{-(\lambda_1+\eta_1)2p\tau}\right)\left[\frac{1}{\lambda_1+\eta_1+i\alpha} - \frac{\dot{J}^*_к}{J_{1m}}\right]. \qquad (24)$$

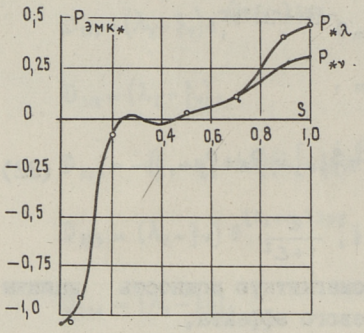
По выражениям (20) ÷ (24) для машины с магнитным числом Рейнольдса $\varepsilon_0 = 75$ при $2p = 4$ рассчитаны в зависимости от

скольжения относительные электромагнитные мощности продольного краевого эффекта для двух случаев:

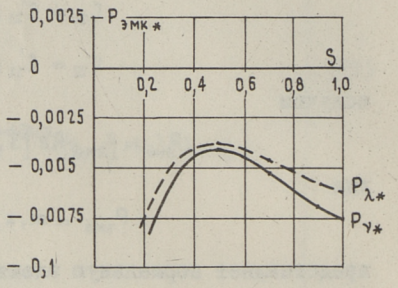
I) $\mu_3 = f_3(x)$, $\mu_4 = f_4(x_4)$,

2) $\mu_3 = \mu_4 = \mu_0$.

За базисную мощность при этом была принята нормальная электромагнитная мощность машины $P_{эмо}$. При расчете постоянных интегрирования для случая $\mu_3 = \mu_4 = \mu_0$ в выражениях (20) и (2I) ξ_ν заменяется на λ_2 .



Фиг. 4. Относительная электромагнитная мощность продольного краевого эффекта в компенсированной машине



Фиг. 5. Относительная электромагнитная мощность продольного краевого эффекта в некомпенсированной машине

Результаты расчета представлены на фиг. 4 и 5. Расчет произведен для некомпенсированной машины ($j_к = 0$) и компенсированной с линейными плотностями токов

$$j_к = j_3 = -j_4 = \frac{i J_{1m}}{\alpha} .$$

На фиг. 4 и 5 значком „ν" обозначены мощности, рассчитанные в предположении $\mu_3 = f_3(x)$, $\mu_4 = f_4(x_4)$, и значком „λ" – при $\mu_3 = \mu_4 = \mu_0$.

Расчеты показали, что учет влияния магнитных свойств среды по концам машины оказывает существенное влияние на величину постоянной интегрирования C_{21} , определяющей электромагнитные процессы на выходе машины (зона 4), и мало влияет на величину C_{22} , определяющей процессы на входе машины (зона 3). Это объясняется тем, что на входе машины поле краевого эффекта быстро затухает, и поэтому магнитные свойства среды в зоне 3 не оказывают значительного влияния на процессы на входе. На выходе машины поле растягивается в

направлении движения вторичной среды, и поэтому магнитные свойства среды на выходе машины имеют существенное значение. Однако при малых скольжениях электромагнитная мощность краевого эффекта на выходе из активной зоны значительно меньше, чем на входе в активную зону, поэтому учет магнитных свойств среды в краевых зонах не оказывает существенного влияния на суммарную величину $P_{эмк}$. Лишь при больших скольжениях, когда процессы на выходе машины играют ту же роль, что и на входе, учет влияния магнитной проводимости среды по концам машины становится необходимым. Следует отметить также, что компенсационные элементы обмотки с линейной плотностью тока

$$\dot{J}_к = \dot{J}_з = -\dot{J}_4 = \frac{i J_{1m}}{\alpha}$$

компенсируют краевой эффект при идеальном холостом ходе, когда вторичная среда отсутствует, и для машин с $\varepsilon_0 >> 1$ являются слишком сильными. Поэтому машина с такими компенсационными элементами получается перекомпенсированной, мощности ее продольного краевого эффекта при больших скольжениях заметно увеличиваются и имеют тот же знак, что и нормальная электромагнитная мощность машины (фиг. 4).

Заключение. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что при определении рабочих режимов линейных индукционных машин с разомкнутым магнитопроводом допущение бесконечно длинных сердечников индуктора не вносит заметной погрешности в результаты расчета и соотношения, полученные в [I], могут быть положены в основу расчетной методики определения величин, характеризующих действие краевого эффекта.

Литература

I. А.И. Вольдек. Продольный краевой эффект во вторичной цепи линейных индукционных магнитогидродинамических машин. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 266, 1968.

2. А. Анго. Математика для электро- и радиоинженеров. Изд. "Наука", М., 1965.

3. Л.Н. Носова. Таблицы функций Томсона и их первых производных. Академия наук СССР, М., 1960.

A. Voldek, E. Tolvinskaja

The Analysis of the Influence of the Finite Length of Linear Induction Machine Inductor's Core on its Longitudinal Edge-effect.

Summary

Solving Maxwell equations through vector-potential shows that in case of determining working conditions of linear induction machines with opened magnetic core admission of inductor cores with infinite length does not produce noticeable errors in calculation results.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

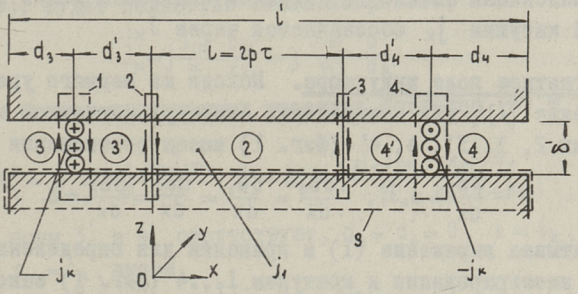
С Е Р И Я А № 301 1970

УДК 621.318.38

А.В.Конт, Х.И.Янес

ПАРАМЕТРЫ ПЛОСКОГО ЛИНЕЙНОГО ИНДУКТОРА ПРИ ОСНОВНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ГАРМОНИКЕ ЛИНЕЙНОЙ ТОКОВОЙ НАГРУЗКИ

Применяемая модель индуктора. В основу вывода выражений эквивалентных активных и индуктивных сопротивлений фаз и сопротивлений взаимной индуктивности между фазами и компенсирующей катушкой плоского линейного индуктора в настоящей работе принимается модель индуктора, изображенная схематически на фиг. 1.



Фиг. 1

В этой модели немагнитный зазор толщиной δ' и с абсолютной магнитной проницаемостью $\mu = \mu_0$ разграничен двумя бесконечно широкими (вдоль оси y) гладкими сердечниками конечной длины l', имеющими $\mu = \infty$ и удельную электрическую проводимость $\gamma = 0$. В зазоре на протяжении активной зоны $l = 2p\tau$ (p – целое число) распределены равномерно,

с поверхностной плотностью j_1, объемные токи первичной обмотки. Линейная нагрузка первичных токов изменяется во времени и вдоль оси x синусоидально. На расстояниях от границ активной зоны d_3' и d_4' находятся бесконечно тонкие слои изменяющихся во времени синусоидально токов сторон компенсирующей катушки. Линейные плотности этих токов на входной и выходной сторонах индуктора будут соответственно j_k и $-j_k$. Входной и выходной концы сердечников находятся от соответствующих токов компенсации на расстояниях d_3 и d_4.

В качестве упрощающего предположения к описанной модели индуктора (фиг. I) принимается, что поле не выходит за пределы сердечников и индукция в зазоре имеет только составляющую по оси z.

Комплексная амплитуда поверхностной плотности первичного тока $\dot{j}_1$ равна

$$\dot{J}_1 = \dot{J}_{1m} e^{-j\alpha x}, \qquad (I)$$

где $\alpha = \frac{\pi}{\tau}$, j – мнимая единица,

$\dot{j}_{1m}$ – комплексная амплитуда поверхностной плотности первичного тока при $x = 0$.

Комплексная амплитуда линейной плотности токов компенсирующей катушки j_k обозначается через $\dot{J}_k$.

Магнитное поле индуктора. Исходя из первого уравнения Максвелла [I], для комплексных амплитуд магнитной индукции в зонах 2, 3, 3', 4, 4' (фиг. I) имеем соотношения

$$-\frac{d\dot{B}_2}{dx} = \mu_0 \dot{J}_1, \quad \frac{d\dot{B}_3}{dx} = \frac{d\dot{B}_3'}{dx} = \frac{d\dot{B}_4}{dx} = \frac{d\dot{B}_4'}{dx} = 0. \qquad (2)$$

Учитывая выражение (I) и применяя для определения постоянных интегрирования к контурам I...4 (фиг. I) закон полного тока и к поверхности s (фиг. I) принцип непрерывности магнитного потока, по уравнениям (2) получим

$$\dot{B}_2 = -j\frac{\mu_0 \dot{J}_{1m}}{\alpha} e^{-j\alpha x} + j\frac{\mu_0 \dot{J}_{1m}}{\alpha} c_\omega - \mu_0 \dot{J}_k c_k, \qquad (3)$$

$$\dot{B}_3' = \dot{B}_4' = -j\frac{\mu_0 \dot{J}_{1m}}{\alpha} \cdot \frac{1}{1+k_\omega} - \mu_0 \dot{J}_k c_k, \qquad (4)$$

$$\dot{B}_3 = \dot{B}_4 = -j\frac{\mu_0 \dot{J}_{1m}}{\alpha}\cdot\frac{1}{1+k_ш} + \mu_0 \dot{J}_k \cdot \frac{1}{1+k_k}. \qquad (5)$$

При записи выражений (3)...(5) применялись обозначения

$$c_ш = \frac{k_ш}{1+k_ш} = \frac{d}{l'}\ [5],\ c_k = \frac{k_k}{1+k_k} = \frac{d_k}{l'},\ k_ш = \frac{d}{l}\ [5],\ k_k = \frac{d_k}{l_k}, \qquad (6)$$

где

$$d = d_3 + d_3' + d_4 + d_4',\quad d_k = d_3 + d_4,\quad l_k = l + d_3' + d_4'. \qquad (7)$$

К выражениям магнитной индукции (3)...(5) можно сделать следующие замечания.

I. Магнитные поля в зонах 3' и 4', а также в зонах 3 и 4 при любых значениях размеров d_3, d_3', d_4, d_4' (фиг. I) соответственно одинаковы.

2. При фиксированных значениях l и l_k, при условии, что компенсирующая катушка охватывает активную зону и обе они находятся в пределах зазора данной модели длиной l', магнитные поля в соответствующих зонах не зависят от расположения активной зоны и компенсирующей катушки относительно друг друга и относительно концов сердечников.

3. Пульсирующее магнитное поле в активной зоне, как видно по (3), будет полностью скомпенсировано, если

$$\dot{J}_k = j\frac{\dot{J}_{1m}}{\alpha}\cdot\frac{c_ш}{c_k} = j\frac{\dot{J}_{1m}}{\alpha}\cdot\frac{d}{d_k}. \qquad (8)$$

При этом поля в шунтирующих участках согласно (4) и (5) будут

$$\dot{B}_3' = \dot{B}_4' = -j\frac{\mu_0 \dot{J}_{1m}}{\alpha},\quad \dot{B}_3 = \dot{B}_4 = j\frac{\mu_0 \dot{J}_{1m}}{\alpha}\cdot\frac{k_ш - k_k}{k_k(1+k_ш)}. \qquad (9)$$

Если зоны 3' и 4' отсутствуют, $d_3' = d_4' = 0$, $l = l_k$, $d = d_k$, $k_ш = k_k$, $c_ш = c_k$, имеем

$$\dot{J}_k = j\frac{\dot{J}_{1m}}{\alpha} \qquad (10)$$

и $\dot{B}_3 = \dot{B}_4 = 0$. Эти результаты совпадают с полученными академиком А.И. Вольдеком соответствующими результатами [3,4,5].

Если зоны 3' и 4' существуют, $l < l_k$, $d > d_k$, $k_ш > k_k$, $c_ш > c_k$, ток $\dot{J}_k$ (8) должен иметь такую же фазу, как в случае (10), но его амплитуду необходимо увеличить по сравнению со случаем (10) в $\frac{d}{d_k}$ раз. Создание такого тока в реальной маши-

не требует отдельной катушки. Кроме того, если при наличии зон 3' и 4' током $\dot{J}_k$ (8) достигнута компенсация пульсирующего поля в активной зоне 2, оно, как видно по выражениям (9), продолжает существовать в шунтирующих участках, вызывая во вторичной системе дополнительные потери мощности.

Таким образом, исходя из изложенного, можно заключить, что наличие в машине зон 3' и 4' нежелательно и в реальных конструкциях следует принять меры, чтобы их длины d_3' и d_4' были бы минимальны.

Электрическое поле индуктора. Для комплексной амплитуды составляющей напряженности электрического поля по оси y в любой зоне зазора модели индуктора (фиг. I), согласно второму уравнению Максвелла [I], имеем соотношение

$$\frac{d\dot{E}}{dx} = -j\omega_1 \dot{B}, \qquad (II)$$

где угловая частота $\omega_1 = 2\pi f_1$.

Пользуясь выражениями магнитной индукции (3)...(5) и применяя для определения постоянных интегрирования условия равенства по обе стороны границ зон зазора касательных составляющих напряженности электрического поля, согласно(II), находим

$$\left.\begin{aligned}
\dot{E}_3 &= -\frac{\omega_1\mu_0\dot{J}_{1m}}{\alpha}\cdot\frac{d_3'+d_3+x}{1+k_\omega} - j\omega_1\mu_0\dot{J}_k\frac{d_3'+d_3+x}{1+k_k},\\
\dot{E}_3' &= -\frac{\omega_1\mu_0\dot{J}_{1m}}{\alpha}\cdot\frac{d_3'+d_3+x}{1+k_\omega} + j\omega_1\mu_0\dot{J}_k\frac{k_k(d_3'+x)-d_3}{1+k_k},\\
\dot{E}_2 &= j\frac{\omega_1\mu_0\dot{J}_{1m}}{\alpha^2}\left(1-e^{-j\alpha x}\right) +\\
&\quad + \frac{\omega_1\mu_0\dot{J}_{1m}}{\alpha}\cdot\frac{k_\omega x-(d_3'+d_3)}{1+k_\omega} + j\omega_1\mu_0\dot{J}_k\frac{k_k(d_3'+x)-d_3}{1+k_k},\\
\dot{E}_4' &= \frac{\omega_1\mu_0\dot{J}_{1m}}{\alpha}\cdot\frac{l+d_4+d_4'-x}{1+k_\omega} + j\omega_1\mu_0\dot{J}_k\frac{k_k(d_3'+x)-d_3}{1+k_k},\\
\dot{E}_4 &= \frac{\omega_1\mu_0\dot{J}_{1m}}{\alpha}\cdot\frac{l+d_4+d_4'-x}{1+k_\omega} + j\omega_1\mu_0\dot{J}_k\frac{l+d_4+d_4'-x}{1+k_k}.
\end{aligned}\right\} \qquad (I2)$$

Комплексные мощности обмоток. Полагаем, что объемная бегущая волна поверхностной плотности первичного тока в зазоре создается расположенной в зазоре трехфазной обмоткой. В условии отсутствия высших пространственных гармоник в линейной нагрузке первичных токов, соответствующем нашей постановке задачи, витки фаз должны быть распределены по длине активной зоны по синусоидальному закону. Исходя из этого преобразуем уравнение (I) к виду

$$\dot{J}_1 = \dot{J}_A + \dot{J}_B + \dot{J}_C , \tag{I3}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \dot{J}_A &= \tfrac{2}{3}\dot{J}_{1m}\, e^{-j\alpha d_A}\cos\left[\alpha(x-d_A)\right], \\ \dot{J}_B &= \tfrac{2}{3}\dot{J}_{1m}\, e^{-j(\alpha d_A+\frac{2\pi}{3})}\cos\left[\alpha(x-d_A)-\tfrac{2\pi}{3}\right], \\ \dot{J}_C &= \tfrac{2}{3}\dot{J}_{1m}\, e^{-j(\alpha d_A-\frac{2\pi}{3})}\cos\left[\alpha(x-d_A)+\tfrac{2\pi}{3}\right] \end{aligned}\right\} \tag{I4}$$

представляют собой комплексные амплитуды поверхностной плотности токов отдельных фаз. Величина d_A, как видно по уравнению $\dot{J}_A$ (I4), есть значение координаты x, при котором поверхностная плотность тока фазы A имеет в синусоидальном распределении по оси x условный положительный максимум.

Рассматривая индуктор машины в виде полосы модели фиг.I, имеющей по оси y ширину $2c$, определим комплексные мощности фазных обмоток, первичной трехфазной обмотки в целом и компенсирующей катушки. Выражения этих мощностей соответственно равны:

$$\left.\begin{aligned} \tilde{S}_{0A} &= -\tfrac{1}{2}2c\delta'\int_0^{l}\dot{E}_2\dot{J}_A^{*}dx, \quad \tilde{S}_{0B} = -\tfrac{1}{2}2c\delta'\int_0^{l}\dot{E}_2\dot{J}_B^{*}dx, \\ \tilde{S}_{0C} &= -\tfrac{1}{2}2c\delta'\int_0^{l}\dot{E}_2\dot{J}_C^{*}dx, \end{aligned}\right\} \tag{I5}$$

где $\dot{J}_A^{*}$, $\dot{J}_B^{*}$, $\dot{J}_C^{*}$ – сопряженные комплексы величин $\dot{J}_A, \dot{J}_B, \dot{J}_C$ (I4),

$$\tilde{S}_0 = \tilde{S}_{0A} + \tilde{S}_{0B} + \tilde{S}_{0C} = -\tfrac{1}{2}2c\delta'\int_0^{l}\dot{E}_2\dot{J}_1^{*}dx , \tag{I6}$$

где $\dot{J}_1^*$ – сопряженный комплекс величины $\dot{J}_1$ (I),

$$\tilde{S}_{0k} = -\frac{1}{2} 2c\, \delta' \left\{ \left[\dot{E}_3\right]_{x=-d_3'} - \left[\dot{E}_4\right]_{x=l+d_4'} \right\} \dot{J}_k^* , \qquad (17)$$

где $\dot{J}_k^*$ – сопряженный комплекс величины $\dot{J}_k$.

Если величину J_{1m} рассматривать как амплитуду основной гармоники поверхностной плотности тока от обычной дискретной трехфазной обмотки, то она выражается через действующее значение фазного тока I_ϕ формулой [2,3]

$$J_{1m} = \frac{3\sqrt{2}\, w\, k_{об1}}{\delta' p \tau} I_\phi , \qquad (18)$$

где w – число последовательно соединенных витков фазы,
$k_{об1}$ – обмоточный коэффициент основной гармоники.

Комплексная амплитуда линейной плотности тока компенсирующей катушки $\dot{J}_k$ выражается через комплексное действующее значение тока компенсирующей катушки $\dot{I}_k$ соотношением

$$\dot{J}_k = \frac{\sqrt{2}\, w_k}{\delta'} \dot{I}_k , \qquad (19)$$

где w_k – число витков компенсирующей катушки.

Применяя соотношения (18) и (19) и учитывая, что согласно (14) комплексные действующие значения фазных токов имеют выражения

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_A &= I_\phi e^{j(\arg \dot{J}_{1m} - \alpha d_A)}, \quad \dot{I}_B = I_\phi e^{j(\arg \dot{J}_{1m} - \alpha d_A - \frac{2\pi}{3})}, \\ \dot{I}_C &= I_\phi e^{j(\arg \dot{J}_{1m} - \alpha d_A + \frac{2\pi}{3})}, \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

на основе (15) получим

$$\left.\begin{aligned} \tilde{S}_{0A} &= \left[c_\omega c_{A\tau} + j\left(1 + c_\omega c_{Ax}\right)\right] x_{r1} I_A^2 + j c_k c_{Ak} x_{\phi kH} \dot{I}_k \dot{I}_A^*, \\ \tilde{S}_{0B} &= \left[c_\omega c_{B\tau} + j\left(1 + c_\omega c_{Bx}\right)\right] x_{r1} I_B^2 + j c_k c_{Bk} x_{\phi kH} \dot{I}_k \dot{I}_B^*, \\ \tilde{S}_{0C} &= \left[c_\omega c_{C\tau} + j\left(1 + c_\omega c_{Cx}\right)\right] x_{r1} I_C^2 + j c_k c_{Ck} x_{\phi kH} \dot{I}_k \dot{I}_C^*, \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

где $\dot{I}_A^*, \dot{I}_B^*, \dot{I}_C^*$ – сопряженные комплексы величин $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ (20).

В уравнениях (2I) приняты обозначения

$$x_{r1} = \frac{12 f_1}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \tau 2c}{\delta'} \cdot \frac{w^2 k_{об1}^2}{p}, \qquad (22)$$

$$x_{\phi kн} = 8 f_1 \frac{\mu_0 \tau 2c}{\delta'} w_k^2 k_{об1}, \qquad (23)$$

$$\left.\begin{aligned} c_{A\tau} &= \sin\left(2\pi \frac{d_A}{\tau}\right), \; c_{B\tau} = \sin\left[2\pi\left(\frac{d_A}{\tau} + \frac{2}{3}\right)\right], \; c_{C\tau} = \sin\left[2\pi\left(\frac{d_A}{\tau} - \frac{2}{3}\right)\right], \\ c_{Ax} &= 2\sin^2\left(\pi \frac{d_A}{\tau}\right), \; c_{Bx} = 2\sin^2\left[\pi\left(\frac{d_A}{\tau} + \frac{2}{3}\right)\right], \; c_{Cx} = 2\sin^2\left[\pi\left(\frac{d_A}{\tau} - \frac{2}{3}\right)\right], \\ c_{Ak} &= \sin\left(\pi \frac{d_A}{\tau}\right), \; c_{Bk} = \sin\left[\pi\left(\frac{d_A}{\tau} + \frac{2}{3}\right)\right], \; c_{Ck} = \sin\left[\pi\left(\frac{d_A}{\tau} - \frac{2}{3}\right)\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (24)$$

По физической сущности x_{r1} представляет собой главное индуктивное сопротивление первичной обмотки по первой пространственной гармонике поля, существующего в бесконечно длинной машине или в машине с замкнутым магнитопроводом [2]. Сущность величины $x_{\phi kн}$ и роль величин $c_{A\tau}, c_{B\tau}, \ldots, c_{Ck}$ анализируется позже.

Вводим понятие комплексного действующего значения эквивалентного тока одной фазы $\dot{I}_\phi$, приравнивая его аргумент аргументу $\dot{J}_1$ (I) на расстоянии $x = \frac{\tau}{2}$ от начала активной зоны:

$$\dot{I}_\phi = I_\phi e^{j(\arg \dot{J}_{1m} - \frac{\pi}{2})}. \qquad (25)$$

С применением (25) по (I6) находим

$$\tilde{S}_0 = 3\left[j(1 + c_ш) x_{r1} I_\phi^2 + j c_k \cdot \frac{1}{2} x_{\phi kн} \dot{I}_k \dot{I}_\phi^*\right], \qquad (26)$$

где $\dot{I}_\phi^*$ – сопряженный комплекс величины $\dot{I}_\phi$ (25).

Выражение (I7) может быть преобразовано в два вида

$$\tilde{S}_{0k} = 3 j c_k \frac{1}{2} x_{\phi kн} \dot{I}_\phi \dot{I}_k^* + j \frac{1 + k_ш}{1 + k_k} c_k x_{kн} I_k^2, \qquad (27)$$

$$\tilde{S}_{0k} = j c_k x_{\phi kн} (\dot{I}_A c_{Ak} + \dot{I}_B c_{Bk} + \dot{I}_c c_{Ck}) \dot{I}_k^* + j \frac{1 + k_ш}{1 + k_k} c_k x_{kн} I_k^2, \qquad (28)$$

где $\overset{*}{I}_k$ – сопряженный комплекс величины $\dot{I}_k$.

Введенная в (27) и (28) величина

$$x_{kн} = 4\pi f_1 \frac{\mu_0 \tau 2c}{\delta'} p w_k^2 \qquad (29)$$

представляет собой индуктивное сопротивление компенсирующей катушки при ее ширине $b = 2p\tau$ в бесконечно длинной машине [6].

В частном случае полной компенсации пульсирующего магнитного поля в активной зоне (8) вместо (21), (26) и (27) имеем

$$\left.\begin{aligned} &\tilde{S}_{oA} = jx_{r1} I_A^2, \quad \tilde{S}_{oB} = jx_{r1} I_B^2, \quad \tilde{S}_{oC} = jx_{r1} I_C^2, \\ &\tilde{S}_o = 3jx_{r1} I_\phi^2, \quad \tilde{S}_{ok} = j \frac{k_ш - k_k}{1 + k_k} \cdot \frac{c_k}{c_ш} x_{kн} I_k^2. \end{aligned}\right\} \qquad (30)$$

Первые четыре уравнения (30) совпадают с соответствующими уравнениями мощностей бесконечно длинной машины или машины с замкнутым магнитопроводом [2]. Согласно этому в рассматриваемом случае как в каждой фазной обмотке в отдельности, так и в первичной обмотке в целом влияние первичного продольного краевого эффекта отсутствует. Независимо от расположения первичной обмотки относительно концов активной зоны (характеризуемого величиной d_A) первичная обмотка кажется симметричной. По эквивалентным индуктивным сопротивлениям от поля немагнитного зазора машина в целом, однако, сохраняет несимметрию, так как в цепь первичной обмотки включена обычно также по той или иной схеме сама компенсирующая катушка, эквивалентное индуктивное сопротивление которой в общем случае имеет отличное от нуля значение. Эквивалентное индуктивное сопротивление компенсирующей катушки равно нулю лишь, как видно по последнему уравнению (30), при равенстве $k_ш = k_k$, то есть при отсутствии на магнитопроводе шунтирующих зон 3' и 4' (фиг. 1). Если это условие соблюдено, машина в целом по эквивалентным индуктивным сопротивлениям от поля немагнитного зазора симметрична при любой межфазной структуре компенсирующей катушки и при любом значении $k_ш$. Таким образом, наличие в машине зон 3' и 4' (фиг. 1) нежелательно также с точки зрения симметрии.

Общие выражения параметров обмоток. По уравнениям мощностей (21) и (28) можем выписать:

$$\left.\begin{aligned} &r_{A1}=c_{ш}c_{Ar}x_{r1},\quad r_{B1}=c_{ш}c_{Br}x_{r1},\quad r_{C1}=c_{ш}c_{Cr}x_{r1},\\ &x_{A1}=(1+c_{ш}c_{Ax})x_{r1},\ x_{B1}=(1+c_{ш}c_{Bx})x_{r1},\ x_{C1}=(1+c_{ш}c_{Cx})x_{r1},\\ &x_{Ak}=c_{k}c_{Ak}x_{\phi kн},\quad x_{Bk}=c_{k}c_{Bk}x_{\phi kн},\quad x_{Ck}=c_{k}c_{Ck}x_{\phi kн},\\ &x_{k}=\frac{1+k_{ш}}{1+k_{k}}c_{k}x_{kн}=\frac{1-c_{k}}{1-c_{ш}}c_{k}x_{kн}=\frac{l_{k}}{l}c_{k}x_{kн}, \end{aligned}\right\}\qquad (31)$$

где $r_{A1}, r_{B1}, r_{C1}, x_{A1}, x_{B1}, x_{C1}$ – соответственно эквивалентные активные и индуктивные сопротивления фаз от магнитного поля первой пространственной гармоники линейной токовой нагрузки;

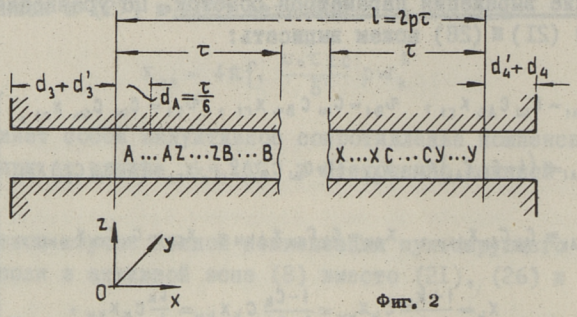
x_{Ak}, x_{Bk}, x_{Ck} – сопротивления взаимной индуктивности между фазами и компенсирующей катушкой от магнитного поля первой пространственной гармоники линейной токовой нагрузки;

x_{k} – индуктивное сопротивление компенсирующей катушки.

Содержащиеся в выражениях (31) величины $c_{Ar}, c_{Br}, \dots, c_{Ck}$ (24) зависят от отношения $\frac{d_A}{\tau}$. В реальной обмотке величина d_A равна расстоянию оси фазовой зоны A от начала координат. В частном случае однослойной или двухслойной диаметральной обмотки, если обмотка в активной зоне начинается от сторон с положительными токами фазы A и имеются две крайние фазы A, B и средняя фаза C (фиг. 2), расстояние $d_A=\frac{\tau}{6}$.

По выражениям (24) и (31) можно сделать следующие выводы.

I. Эквивалентные активные и индуктивные сопротивления фаз $r_{A1}, r_{B1}, r_{C1}, x_{A1}, x_{B1}, x_{C1}$ имеют в зависимости от расстояния d_A период, равный полюсному делению τ, и сопротивления взаимной индуктивности между фазами и компенсирующей катушкой x_{Ak}, x_{Bk}, x_{Ck} – соответственно период, равный длине элементарной машины 2τ.



Фиг. 2

2. Сумма эквивалентных активных сопротивлений фаз, характеризующая межфазный обмен мощности, а также сумма сопротивлений взаимной индуктивности между фазами и компенсирующей катушкой при любом значении d_A равняются нулю. Отличной от нуля является лишь сумма эквивалентных индуктивных сопротивлений фаз. При том среднее арифметическое эквивалентных индуктивных сопротивлений фаз независимо от значения d_A равно

$$x_{\phi 1} = \frac{x_{A1} + x_{B1} + x_{C1}}{3} = \left(1 + c_ш\right) x_{r1}. \qquad (32)$$

3. В зависимости от расстояния d_A значения сопротивлений фаз могут изменяться в пределах

$$-c_ш x_{r1} \le r_{A1}, r_{B1}, r_{C1} \le c_ш x_{r1},$$

$$x_{r1} \le x_{A1}, x_{B1}, x_{C1} \le \left(1+2c_ш\right) x_{r1},$$

$$-c_k x_{\phi kH} \le x_{Ak}, x_{Bk}, x_{Ck} \le c_k x_{\phi kH}.$$

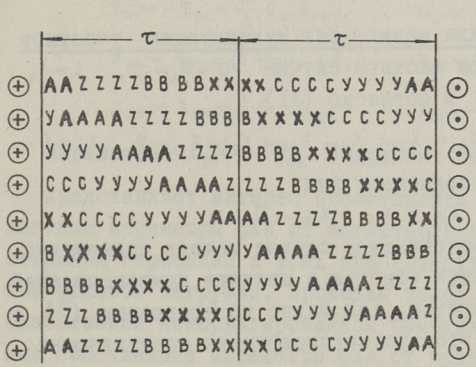
4. Если фазная обмотка расположена симметрично относительно центра активной зоны, то она находится в особых электромагнитных условиях. Такая обмотка

а) не участвует в межфазном обмене мощности,

б) имеет эквивалентное индуктивное сопротивление экстремального значения,

в) имеет сопротивление взаимной индуктивности с компенсирующей катушкой экстремального или нулевого значения.

Сказанное иллюстрировано на фиг. 3 примером двухполюсной однослойной или двухслойной диаметральной обмотки с числом пазов на полюс и фазу $q = 4$. На левой стороне фигуры вычерчены схемы обмотки для значений $\frac{d_A}{\tau} = 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \dots, 1\frac{3}{4}$, 2 и на правой стороне фигуры дается в виде таблицы характеристика соответствующих каждой схеме значений параметров фазы A $\tau_{A1}, x_{A1}, x_{Ak}$.



$\frac{d_A}{\tau}$	Γ_{A1}	x_{A1}	x_{Ak}
0	0	„+" мин. $(x_{\Gamma 1})$	0
1/4	„+" макс.	„+" ср. $(x_{\phi 1})$	„+"
1/2	0	„+" макс.	„+" макс.
3/4	„−" макс.	„+" ср. $(x_{\phi 1})$	„+"
1	0	„+" мин. $(x_{\Gamma 1})$	0
1¼	„+" макс.	„+" ср. $(x_{\phi 1})$	„−"
1½	0	„+" макс.	„−" макс.
1¾	„−" макс.	„+" ср. $(x_{\phi 1})$	„−"
2	0	„+" мин. $(x_{\Gamma 1})$	0

Фиг. 3

Если представляет интерес вести расчет только по суммарной комплексной мощности первичной обмотки, то удобно пользоваться формулами (26) и (27). По этим формулам среднее эквивалентное индуктивное сопротивление фазы равно $x_{\phi 1}$ (32) и эквивалентное сопротивление взаимной индуктивности между фазой и компенсирующей катушкой, для которого вводим обозначение $x_{\phi k}$, равно

$$x_{\phi k} = \frac{1}{2} c_k x_{\phi k n}. \qquad (33)$$

Отметим, что если связывание значения $\arg \dot{I}_\phi$ (значения $\arg \dot{J}_1$ при $x = \frac{\tau}{2}$) с аргументами фазных токов непосредственно по схеме обмотки затруднительно, но на схеме обмотки имеется точка со значением координаты $x = x_1$, для которой значение $\arg \dot{J}_1$ через аргументы фазных токов известно, можно пользоваться соотношением

$$\arg \dot{I}_\phi = \left[\arg \dot{J}_1\right]_{x = x_1} + \left(\frac{x_1}{\tau} - \frac{1}{2}\right)\pi.$$

Для случая, если известно расстояние d_A, получим

$$\arg \dot{I}_\phi = \arg \dot{I}_A + \left(\frac{dA}{\tau} - \frac{1}{2}\right)\pi.$$

Для обмотки, изображенной на фиг. 2, имеем, например,

$$\arg \dot{I}_\phi = \arg \dot{I}_A - \frac{\pi}{3} = \arg(-\dot{I}_C), \text{ т.е. } \dot{I}_\phi = -\dot{I}_C,$$

что видно также непосредственно по схеме обмотки.

Параметры обмоток для машины без шунтирующих участков магнитопровода. В этом частном случае $d = d_k = 0$, $l = l_k$, $k_ш = k_k = 0$, $c_ш = c_k = 0$ и согласно (31)

$$\tau_{A1} = \tau_{B1} = \tau_{C1} = 0, \quad x_{A1} = x_{B1} = x_{C1} = x_{\sigma 1}, \quad x_{Ak} = x_{Bk} = x_{Ck} = 0, \quad x_k = 0.$$

Выражения (32) и (33) принимают вид

$$x_{\phi 1} = x_{\sigma 1}, \quad x_{\phi k} = 0.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае машина независимо от расположения первичной обмотки и наличия компенсирующей катушки симметрична. Притом, как видно по уравнению (3), в немагнитном зазоре отсутствует пульсирующая составляющая поля. Физически это объясняется тем, что магнитная проводимость шунтирующему (также и компенсирующему) потоку равна нулю. Компенсирующая катушка не имеет никакого влияния.

Параметры обмоток для машины с бесконечно длинными шунтирующими участками магнитопровода. Имеем $d \to \infty$, $d_k \to \infty$, $l \to \infty$, $k_ш \to \infty$, $k_k \to \infty$, $c_ш \to 1$, $c_k \to 1$ и параметры равны

$$\tau_{A1} = c_{A\tau} x_{\sigma 1}, \quad \tau_{B1} = c_{B\tau} x_{\sigma 1}, \quad \tau_{C1} = c_{C\tau} x_{\sigma 1},$$

$$x_{A1} = (1 + c_{Ax}) x_{\sigma 1}, \quad x_{B1} = (1 + c_{Bx}) x_{\sigma 1}, \quad x_{C1} = (1 + c_{Cx}) x_{\sigma 1},$$

$$x_{Ak} = c_{Ak} x_{\phi kн}, \quad x_{Bk} = c_{Bk} x_{\phi kн}, \quad x_{Ck} = c_{Ck} x_{\phi kн},$$

$$x_k = \frac{l_k}{l} x_{kн}, \quad x_{\phi 1} = 2 x_{\sigma 1}, \quad x_{\phi k} = \frac{1}{2} x_{\phi kн}.$$

Если стороны компенсирующей катушки находятся непосредственно около концов активной зоны, имеем еще $l = l_k$ и $x_k = x_{kн}$, т.е. сопротивление $x_{kн}$ получит то же определение, что было приведено при формуле (29) по [6]. Учитывая, что экстремальными значениями величин c_{Ak}, c_{Bk}, c_{Ck} будут значения ± 1, можем дать определение также для сопротивления $x_{\phi kн}$. Это есть абсолютная величина экстремального значения сопротивления взаимной индуктивности между фазой и компенсирующей

катушкой от магнитного поля первой пространственной гармоники линейной токовой нагрузки, если шунтирующие участки магнитопровода бесконечно длинные.

Параметры обмоток при $d_A = \frac{\tau}{6}$ (фиг. 2). В этом частном случае, под который входят также построенные в ТПИ плоские линейные индукционные насосы, параметры обмоток будут

$$\left.\begin{aligned} r_{A1} &= -r_{B1} = \frac{\sqrt{3}}{2} C_ш x_{r1}, & r_{C1} &= 0, \\ x_{A1} &= x_{B1} = \left(1 + \frac{1}{2} C_ш\right) x_{r1}, & x_{C1} &= (1 + 2C_ш) x_{r1}, \\ x_{Ak} &= x_{Bk} = \frac{1}{2} C_k x_{\phi kH}, & x_{Ck} &= -C_k x_{\phi kH}. \end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

Параметры $x_{\phi 1}$ и $x_{\phi k}$ сохраняют выражения (32) и (33).

Представляет интерес сопоставлять между собой эквивалентные параметры фаз от магнитного поля первой пространственной гармоники и всех пространственных гармоник линейной токовой нагрузки. Проводим такое сопоставление для однослойной некорригированной обмотки фиг. 2. Эквивалентные собственные параметры фаз от поля всех пространственных гармоник токовой нагрузки могут быть рассчитаны на основе данных [6]:

$$\left.\begin{aligned} r_{A\Sigma} &= -r_{B\Sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} C_ш x_{r1} \frac{\pi^2}{6 k^2_{об1}}, \quad r_{C\Sigma} = 0, \\ x_{A\Sigma} &= x_{B\Sigma} = \left[\frac{1}{9}\left(5 + \frac{1}{q^2}\right) + \frac{1}{2} C_ш\right] x_{r1} \frac{\pi^2}{6 k^2_{об1}}, \quad x_{C\Sigma} = \left[\frac{1}{9}\left(5 + \frac{1}{q^2}\right) + C_ш\right] x_{r1} \frac{\pi^2}{6 k^2_{об1}}. \end{aligned}\right\} \qquad (35)$$

Выведенные по изложенным в [6,7] принципам выражения сопротивлений взаимных индуктивностей между фазами и отдельной, охватывающей всю активную зону компенсирующей катушкой от поля всех пространственных гармоник токовой нагрузки имеют вид

$$x_{Ak\Sigma} = x_{Bk\Sigma} = -x_{Ck\Sigma} = C_k x_{\phi kH} \frac{\pi}{4 k_{об1}}. \qquad (36)$$

Соответствующие $x_{\phi 1}$ и $x_{\phi k}$ эквивалентные параметры от поля всех пространственных гармоник токовой нагрузки равны:

$$x_{\phi\Sigma} = \frac{x_{A\Sigma} + x_{B\Sigma} + x_{C\Sigma}}{3} = \left[\frac{1}{9}\left(5 + \frac{1}{q^2}\right) + \frac{2}{3} C_ш\right] x_{r1} \frac{\pi^2}{6 k^2_{об1}},$$

$$x_{\phi k\Sigma} = -\frac{x_{Ak\Sigma}\, e^{j\frac{2\pi}{3}} + x_{Bk\Sigma}\, e^{-j\frac{2\pi}{3}} + x_{Ck\Sigma}}{3} = C_k x_{\phi kH} \frac{\pi}{6 K_{об1}}. \quad (37)$$

Учитывая, что в рассматриваемом случае

$$k_{об1} = \frac{1}{2q \sin\left(\frac{\pi}{6q}\right)},$$

отношения параметров $\frac{r_{A\Sigma}}{r_{A1}} = \frac{r_{B\Sigma}}{r_{B1}}$, $\frac{x_{A\Sigma}}{x_{A1}} = \frac{x_{B\Sigma}}{x_{B1}}$, $\frac{x_{C\Sigma}}{x_{C1}}$, $\frac{x_{Ak\Sigma}}{x_{Ak}} = \frac{x_{Bk\Sigma}}{x_{Bk}}$, $\frac{x_{Ck\Sigma}}{x_{Ck}}$, $\frac{x_{\phi\Sigma}}{x_{\phi 1}}$, $\frac{x_{\phi k\Sigma}}{x_{\phi k}}$ по (35), (36), (37) и (34), (32), (33) зависят от q, а отношения $\frac{x_{A\Sigma}}{x_{A1}} = \frac{x_{B\Sigma}}{x_{B1}}$, $\frac{x_{C\Sigma}}{x_{C1}}$, $\frac{x_{\phi\Sigma}}{x_{\phi 1}}$ еще и от $C_ш$. Значения этих отношений при значениях q = I, 2, 3, 4, 5, ∞ и $C_ш = 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$, I представлены в таблице I, к которой можно сделать следующие замечания.

I. При $C_ш = 0$ величины отношений $\frac{x_{A\Sigma}}{x_{A1}} = \frac{x_{B\Sigma}}{x_{B1}} = \frac{x_{C\Sigma}}{x_{C1}} = \frac{x_{\phi\Sigma}}{x_{\phi 1}}$ представляют собой цифровое значение $1 + k_д$, где $k_д$ - коэффициент дифференциального рассеяния [2].

2. Изменение величин тех же отношений при $C_ш > 0$ характеризует неодинаковое влияние длины шунтирующих концов на величины рассматриваемых параметров.

3. Существенное отличие от единицы величин отношений $\frac{r_{A\Sigma}}{r_{A1}} = \frac{r_{B\Sigma}}{r_{B1}}$ и $\frac{x_{Ak\Sigma}}{x_{Ak}} = \frac{x_{Bk\Sigma}}{x_{Bk}}$, $\frac{x_{Ck\Sigma}}{x_{Ck}}$ свидетельствует соответственно о большом влиянии высших гармоник линейной токовой нагрузки на величину обменяемой фазами активной мощности и на величины сопротивлений взаимной индуктивности между фазами и компенсирующей катушкой.

4. Относительная близость величин отношений $\frac{x_{\phi\Sigma}}{x_{\phi 1}}$ и $\frac{x_{\phi k\Sigma}}{x_{\phi k}}$ к единице характеризует малое влияние высших гармоник линейной токовой нагрузки на величины этих эквивалентных параметров.

Выведенные в настоящей работе параметры могут быть использованы в качестве базисных параметров при рассмотрении электромагнитных процессов, основанных на наличии в токовой области только первой гармоники линейной токовой нагрузки.

Таблица I

отношения параметров	q	1	2	3	4	5	∞
$\frac{\tau_{A\Sigma}}{\tau_{A1}} = \frac{\tau_{B\Sigma}}{\tau_{B1}}$	$c_ш$ =0...I	I,645	I,763	I,786	I,794	I,797	I,804
$\frac{x_{A\Sigma}}{x_{A1}} = \frac{x_{B\Sigma}}{x_{B1}}$	$c_ш$= 0	I,097	I,028	I,0I4	I,009	I,006	I,002
	I/4	I,I58	I,II0	I,I00	I,096	I,094	I,09I
	I/2	I,206	I,I75	I,I68	I,I66	I,I65	I,I62
	3/4	I,246	I,229	I,224	I,223	I,222	I,22I
	I	I,279	I,273	I,27I	I,270	I,270	I,269
$\frac{x_{c\Sigma}}{x_{c1}}$	$c_ш$= 0	I,097	I,028	I,0I4	I,009	I,006	I,002
	I/4	I,005	0,979	0,974	0,972	0,97I	0,969
	I/2	0,960	0,955	0,953	0,953	0,953	0,952
	3/4	0,932	0,940	0,94I	0,942	0,942	0,942
	I	0,9I4	0,930	0,933	0,934	0,935	0,935
$\frac{x_{\phi\Sigma}}{x_{\phi1}}$	$c_ш$= 0	I,097	I,028	I,0I4	I,009	I,006	I,002
	I/4	I,097	I,058	I,049	I,046	I,045	I,042
	I/2	I,097	I,077	I,073	I,07I	I,070	I,069
	3/4	I,097	I,09I	I,090	I,089	I,089	I,088
	I	I,097	I,I02	I,I02	I,I02	I,I02	I,I02
$\frac{x_{Ak\Sigma}}{x_{Ak}} = \frac{x_{Bk\Sigma}}{x_{Bk}}$	c_k =0...I	I,57I	I,626	I,637	I,640	I,642	I,645
$\frac{x_{ck\Sigma}}{x_{ck}}$	c_k =0...I	0,785	0,8I3	0,8I8	0,820	0,82I	0,822
$\frac{x_{\phi k\Sigma}}{x_{\phi k}}$	c_k =0...I	I,047	I,084	I,09I	I,093	I,095	I,097

Литература

I. Л.Р. Нейман, К.С. Демирчян. Теоретические основы электротехники, I, II т. Изд. "Энергия", М. -Л., 1966.

2. А.И. Вольдек. Электрические машины. Изд."Энергия", М.-Л, 1966.

3. А.И. Вольдек. Продольный краевой эффект во вторичной цепи линейных индукционных магнитогидродинамических машин. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 266, Таллин, 1968.

4. А.И. Вольдек. Компенсация пульсирующего магнитного поля в асинхронных машинах и индукционных насосах с разомкнутым магнитопроводом. "Электричество", № 4, 1965.

5. А.И. Вольдек. Пульсирующие составляющие магнитного поля индукционных машин и насосов с разомкнутым магнитопроводом. Научные доклады высшей школы, "Электромеханика и автоматика", № 2, 1959.

6. Х.И. Янес. Главные индуктивности электрической машины с разомкнутым магнитопроводом. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 197, Таллин, 1962.

7. Х.И. Янес, А. В. Конт. Комбинированный расчет главных индуктивностей электрической машины с разомкнутым магнитопроводом. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 214, Таллин, 1964.

A. Kont, H. Jänes

The Parameters of the Flat Linear Inductor by First Space Harmonic of the Linear Current Load

Summary

On conditions of the presence of only the first space harmonic of the linear current load in the current region of the flat linear inductor with finite length, the expressions of magnetic and electric field for non-magnetic gap are deduced. The equivalent active and inductive resistances of the phase windings, the whole primary three-phase winding and the compensation coil are determined through the complex powers. The analysis of the results is given.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А № 301 1970

УДК 621.318.38

В.А.Сиймар, Х.И.Янес

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ РАЗМЕРОВ ЗУБЦОВОЙ ЗОНЫ ЛИНЕЙНЫХ ИНДУКЦИОННЫХ МАШИН ПО ЗАДАННОЙ ИНДУКЦИИ НА ОСНОВАНИИ ЗУБЦА

I. Постановка задачи. Важной задачей при проектировании линейных индукционных машин (например МГД-машин) является определение геометрических размеров зубцовой зоны магнитопровода, то есть определение ширины зубца $b_з$, ширины паза $b_п$ и глубины паза $h_п$. Этот вопрос рассматривался в [I], где поставлена и решена задача определения оптимальной геометрии зубцовой зоны линейных плоских МГД-машин при заданной плотности тока j, при заданных электропроводности жидкого металла γ, электропроводности γ_d и толщине d' проводящей торцевой стенки канала, скольжении s, полюсном делении τ, толщине немагнитного зазора δ, числе пазов на полюс и фазу q, коэффициенте заполнения паза $k_м$, коэффициенте заполнения стали $k_{ст}$ и обмоточном коэффициенте $k_{об}$. Оптимальной считалась геометрия, обеспечивающая максимум индукции в рабочем зазоре при заданной индукции на основании зубца.

Величина линейной токовой нагрузки A' и отношение ширины паза к зубцовому шагу $b'_{п*} = \frac{b_п}{t_з}$, соответствующие максимуму индукции в зазоре, определялись с учетом кроме первой гармоники индукции немагнитного зазора также и магнитных потоков пазового рассеяния. Влияние потока рассеяния по коронкам зубцов на величину индукции на основании зубца не учитывалось. Аналогичные задачи были сформулированы в [I] и для индукционных желобов и цилиндрических бессердечниковых индукционных насосов.

В [I,4] задавались величиной плотности тока в обмотке j, а оптимальные A' и b'_{n*} определялись численным решением нелинейного уравнения относительно A и b_{n*}. В [2,3] упрощенно принималась $b_{n*}=0{,}5$. Однако, если не задаваться величиной j, а величиной A, что с точки зрения оптимизации безразлично (при больших электромагнитных нагрузках в обоих случаях необходим контроль теплового режима), то A' и b'_{n*} связаны между собой простой зависимостью. Это намного упрощает определение геометрических размеров зубцовой зоны магнитопровода.

В настоящей работе выводятся простые формулы для определения b_n, h_n, $b_з$ и j плоской линейной машины при заданной величине A' и прочих вышеуказанных величинах с дополнительным учетом потока рассеяния по коронкам зубцов. Для цилиндрических бессердечниковых насосов выведены те же формулы, но без учета размагничивающего действия индуктированных токов в жидком металле и с пренебрежением потоков рассеяния по коронкам зубцов.

2. Размеры зубцовой зоны плоских машин. Наиболее нагруженным сечением магнитной цепи является основание зубца, через который замыкаются потоки магнитного поля немагнитного зазора, пазового рассеяния и рассеяния по коронкам зубцов. В [5] показано, что при $q = I$ все зубцы нагружены одинаково продольным потоком рассеяния, величину которого определяет ток одного паза. При $q > I$ в тех зубцах, которые находятся между пазами с одноименными токами, продольный поток рассеяния отсутствует.

Амплитуда I-ой пространственной гармоники магнитного потока в немагнитном зазоре плоского линейного индукционного насоса с двусторонней обмоткой и при равенстве ширины канала и ширины пакета, отнесенного на единицу ширины, равна [I]:

$$\Phi_\delta = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cdot\mu_0 A\tau t_з\cdot\frac{K_n\cdot K_{o\delta}}{\delta\cdot K'_\delta\cdot K''_\delta}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}},$$

где K_n – коэффициент, учитывающий изменение магнитной индукции в зазоре [6],

K'_δ – коэффициент зубчатости,

K''_δ – коэффициент, учитывающий изменение магнитной индукции в зазоре на намагничивающую силу [6],

ε – безразмерная величина, которая определяется по формуле

$$\varepsilon = \frac{\mu_0 \omega \tau^2}{\pi^2 \delta \kappa'_\delta} \left(\Delta s \gamma + 2 d' \gamma_d \right),$$

Δ – толщина слоя жидкого металла.

Здесь применяется по аналогии [1,4] упрощенная методика учета размагничивающего действия индуктированных токов в жидком металле. Не учитывается фазовый сдвиг результирующего потока. Ширина индуктора и канала считается бесконечной. В индукторах с односторонней обмоткой Φ_δ вдвое меньше.

Индукция на основании зубца от I-ой гармоники потока зазора равна

$$B'_з = \frac{2\sqrt{2}\,\mu_0 \tau A k_n k_{об}}{\pi k_{ст} \delta \kappa'_\delta \kappa''_\delta \sqrt{1+\varepsilon^2 (1-b_{n*})}},$$

где

$$b_{n*} = \frac{b_n}{t_з}.$$

Индукция на основании зубца от потока пазового рассеяния по [5] выражается:

$$B''_з = \frac{3 \mu_0 q A^2}{\sqrt{2}\, j k_м k_{ст} b^2_{n*} (1-b_{n*})}.$$

Магнитный поток рассеяния по коронкам зубцов на единицу ширины индуктора, используя в [7] приведенную формулу для относительной магнитной проводимости рассеяния по коронкам зубцов, равна:

$$\Phi_{зк} = \sqrt{2}\, \mu_0 A t_з \lambda_{зк},$$

где

$$\lambda_{зк} = \ln \left(\frac{\delta^2}{4 b^2_n} + \frac{1}{4} \right) + \frac{2\delta}{b_n} \operatorname{arctg} \frac{b_n}{\delta}.$$

Для индуктора с односторонней обмоткой под δ здесь понимается двукратная толщина зазора.

Индукция на основании зубца от потока $\Phi_{зк}$ равна:

$$B'''_з = \frac{\sqrt{2}\, \mu_0 A \lambda_{зк}}{k_{ст} (1-b_{n*})}.$$

При относительно малых толщинах немагнитного зазора δ потоком рассеяния по коронкам зубцов можно пренебрегать, но по мере увеличения δ этот поток может стать соизмеримым с остальными потоками и пренебрегать им нельзя.

Суммарная индукция на основании зубца может быть выражена

$$B_з = B'_з + B''_з + B'''_з. \qquad (I)$$

Объединив величины, независящие от $b_{п*}$, и преобразив (I), получим новую формулу в виде

$$B_з = \frac{N}{b^2_{п*}(1-b_{п*})} + \frac{m'}{(1-b_{п*})}, \qquad (2)$$

где

$$m' = \frac{M}{k'_δ\sqrt{1+ε^2}} + L\lambda_{зк},$$

$$N = \frac{3\mu_0 q A^2}{\sqrt{2}\, j\, k_м k_{ст} τ},$$

$$M = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 A τ k_п k_{об}}{\pi k_{ст} δ k''_δ},$$

$$L = \frac{\sqrt{2}\mu_0 A}{k_{ст}}.$$

Как видно из (2), индукция на основании зубца изменяется при заданных величинах L, M, N от $b_{п*}$ сложной зависимостью и решить (2) относительно $b_{п*}$ при заданной величине $B_з$ затруднительно. Величины m', M и L пропорциональны линейной токовой нагрузке A, а величина N пропорциональна A^2. Для упрощения количественного анализа и решения (2) в первом приближении считаем $k'_δ$, $ε$ и $\lambda_{зк}$ также независящими от $b_{п*}$, т.е. значения их вычислим например при $b_{п*} = 0{,}6$. В [I,4] $k'_δ$ и $ε$ задаются постоянными величинами, т.е. влиянием изменения величины $b_{п*}$ на $k'_δ$ и $ε$ пренебрегается. После такого упрощения (2) является относительно $b_{п*}$ кубическим уравнением

$$b^3_{п*} - (1-m)b^2_{п*} + n = 0, \qquad (3)$$

где

$$m = \frac{m'}{B_з}, \quad n = \frac{N}{B_з}.$$

На фиг. I приведены кривые изменения индукции на основании зубца в зависимости от $b_{п*}$, рассчитанные по (2). При построении кривой I принимались $m' = 0{,}I$ и $N = 0{,}05$, при кривой 2 $-m' = 0{,}I38$, $N = 0{,}095$, при кривой 3 $-m' = 0{,}I5$, $N = 0{,}II25$. Величины m' и N выбраны с учетом их зависимостей от A. Из фиг. I видно, что при относительно малых

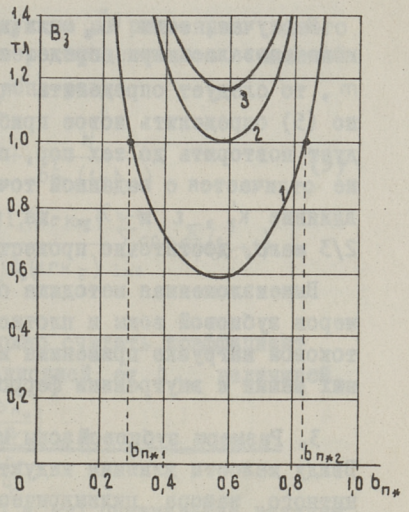
значениях m' и N имеются два значения b_{n*1} и b_{n*2}, обеспечивающие заданную величину индукции на основании зубца, например $B_з = I$ тл, предпочтение из которых имеет, конечно, b_{n*2}. Такая ситуация соответствует наличию трех вещественных решений (3), из которых

$$b_{n*2} = \frac{1-m}{3}\left(2\cos\frac{\varphi}{3}+1\right),$$

где

$$\cos\varphi = 1 - \frac{13{,}5\,n}{(1-m)^3}.$$

По мере увеличения m' и N оба конструктивно возможные решения сближаются и в предельном случае совпадают друг с другом (кривая 2).



Фиг. 1

Условием, связывающим между собой величины m и n, в таком случае является:

$$n = \frac{4}{27}(1-m)^3, \qquad (4)$$

а оптимальная величина b'_{n*} равна:

$$b'_{n*} = \frac{2}{3}(1-m). \qquad (5)$$

Из (5) видно, что оптимальная относительная ширина паза b'_{n*} определена лишь величиной линейной токовой нагрузки A (при заданных прочих, входящих в (2) величинах). Если задаваться величиной j, как это делается в [I,2,3, 4], следует сперва по (4), (3) и (2) определить A', а затем по (5) b'_{n*}. При заданной A' расчеты упрощаются. Величина плотности тока j, обеспечивающая заданную индукцию на основании зубца, вычисляется после определения b'_{n*} по формуле:

$$j = \frac{3\sqrt{2}\,q\,\mu_0 A'^2}{k_м k_{ст} \tau B_з b'^3_{n*}}. \qquad (6)$$

В случае, если b'_{n*} отличается от той величины, которая использовалась при определении k'_δ, ε и $\lambda_{зк}$, входящих в m, то следует определить m при полученной величине b'_{n*} и по (5) определить новое приближение b'_{n*}. Этот процесс следует повторить до тех пор, пока последним определенная b'_{n*i} не отличается с заданной точностью от b'_{n*i-1}. Так как влияние k'_δ, ε и $\lambda_{зк}$ на m при изменении b_{n*} от 2/4 до 2/3 мало, достаточно провести лишь несколько уточнений.

Вышеизложенная методика определения геометрических размеров зубцовой зоны и плотности тока при заданной линейной токовой нагрузке применима и для цилиндрических индукционных машин с внутренним ферромагнитным сердечником.

3. Размеры зубцовой зоны машин без внутреннего сердечника. Ввиду малости влияния индуктированных токов на поток немагнитного зазора цилиндрической машины без внутреннего ферромагнитного сердечника, в настоящей работе им пренебрегается, то есть поток немагнитного зазора определяется при пустом канале. Также пренебрегается потоком рассеяния по коронкам зубцов.

Амплитуда радиальной составляющей I-ой пространственной гармоники потока на поверхности индуктора по [8] равна:

$$\Phi'_\delta = \frac{2\sqrt{6}\,\mu_0 A\, t_з \cdot \sin\left(\frac{\pi\, b_{n*}}{6q}\right)}{3q\left(\frac{\pi\, b_{n*}}{6q}\right)} \cdot \frac{I_1(\alpha r k_\delta)}{I_0(\alpha r k_\delta)} \cdot \sum_{i=0}^{q-1} \cos\frac{\pi}{6q}(2i+1), \qquad (7)$$

где r – внутренний радиус индуктора,

$$\alpha = \frac{\pi}{\tau},$$

I_0, I_1 – модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков и первого рода.

Здесь для упрощения ширина катушки и ширина паза считаются равными между собой и $k_{o\delta} = 1$.

Индукция на основании зубца от Φ'_δ выражается следующим образом:

$$B'_з = \frac{\Phi'_\delta}{k_{ст} \cdot t_з (1 - b_{n*})}. \qquad (8)$$

При выводе последней формулы суммарная длина одного паза считается равной $2\pi r$.

Считая, что распределение индукции от рассеяния одного паза по глубине зубца аналогично распределению в плоской машине, индукция на основании зубца равна:

$$B_3 = \frac{M'}{(1-b_{n*})} + \frac{N}{b^2_{n*}(1-b_{n*})}, \qquad (9)$$

где

$$M' = \frac{2\sqrt{6}\,\mu_0 A \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot b_{n*}}{6q}\right) I_1(\alpha r \kappa_\delta)}{3q \cdot \kappa_{ст} \cdot \left(\frac{\pi\, b_{n*}}{6q}\right) I_0(\alpha r \kappa_\delta)} \sum_{i=0}^{q-1} \cos \frac{\pi}{6q}(2i+1),$$

N согласно (2).

Здесь в первом приближении можно считать коэффициент зубчатости κ_δ постоянной, независящей от b_{n*} величиной, а отношение

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi b_{n*}}{6q}\right)}{\frac{\pi b_{n*}}{6q}} \approx 1.$$

Ввиду равенства выражений (2) и (9) оптимальная величина b'_{n*} будет аналогично (5)

$$b'_{n*} = \tfrac{2}{3}(1-m), \qquad (10)$$

где

$$m = \frac{M'}{B_3}.$$

По полученной величине b'_{n*} можно уточнить величину M', по (10) уточнить величину b'_{n*} и т.д. Величина плотности тока, обеспечивающая заданную индукцию на основании зубца, определяется и в этом случае по (6).

4. Примеры результатов расчета. Выводы. Как видно из (6), величина j обратно пропорциональна b'^3_{n*}. Если задаваться величиной A' и принимать упрощенно $b'_{n*} = 0{,}5$, как это предлагается в [3], можно при определении величины j по (6) получить значение, весьма отличающееся от той величины, которая обеспечивает заданную индукцию на основании зубца. Если, например, вместо величины $b'_{n*} = 0{,}6$ использовать при определении величины j $b'_{n*} = 0{,}5$, то это увеличивает величину плотности тока на $\left(\frac{0{,}6}{0{,}5}\right)^3 \approx 1{,}72$ раза. Следовательно, такое упрощение при оптимизации недопустимо. В таблицах I, 2, 3 статьи [3] приведены результаты расчета на оптимум к.п.д. цилиндрических бессердечниковых насосов. В статье представлены также все данные, позволяющие вычислить для каждого насоса величину A'. В таблице I пред-

ставлены вычисленные нами по (6) статьи [3] величины A' и определенные по (10) оптимальные величины $b'_{п*}$, обеспечивающие при вычисленной величине A' заданную величину $B_з$ на основании зубца. Здесь принимались, как и в [3], $B_з = 1{,}5$ тл, $q = 2$, $K_{об} = 1$, $K_{ст} = 0{,}9$, $K_м = 0{,}5$, $K_б = 1$. Рассматривались данные из таблицы 3 статьи [3] при $\delta = 0{,}5$ см.

Таблица 1

	$A'\left[\frac{а}{м}\right]$	$b'_{п*}$	$\left(\frac{b'_{п*}}{0{,}5}\right)^3$
1	$0{,}664 \cdot 10^5$	0,635	2,05
2	$0{,}861 \cdot 10^5$	0,625	1,95
3	$1{,}225 \cdot 10^5$	0,610	1,82
4	$1{,}713 \cdot 10^5$	0,593	1,66
5	$2{,}390 \cdot 10^5$	0,570	1,48

Как видно из таблицы 1, при малых линейных нагрузках плотность тока, рассчитанная по $b'_{п*} = 0{,}5$, увеличивается даже более двух раз. По мере увеличения A' величина $b'_{п*}$ уменьшается.

При очень больших линейных нагрузках и плотностях тока, например в случаях строк 3 и 12 таблицы 1 статьи [3] (здесь не приводятся), $b'_{п*}$ может стать даже меньше 0,5.

Из всего вышеизложенного следует, что с увеличением роли пазового рассеяния оптимальная ширина паза $b'_{п*}$ приближается к 0,66.

Литература

1. А.К. Буйман, Т.К. Калниньш, Я.Я. Лиелпетер. К расчету геометрии зубцовой зоны магнитопровода трехфазной индукционной МГД-машины. Известия АН ЛССР, серия физ.-техн. наук, 4. 1967.

2. Я.Я. Клявиньш, Ю.К. Круминьш, О.А. Лиелаусис. Определение основных характеристик цилиндрических насосов без сердечника. "Магнитная гидродинамика", 4, Рига, 1969.

3. О.А. Лиелаусис. Гидродинамика жидкометаллических МГД-устройств. Изд. "Зинатне", Рига, 1967.

4. Я.Я. Лиелпетер. Жидкометаллические индукционные МГД-машины. Изд. "Зинатне", Рига, 1969.

5. А.В. Конт, Х.И. Янес. Потери в стали плоского линейного индукционного насоса с учетом пазового рассеяния и разомкнутости магнитопровода. Сб. "Техническая электромагнитная гидродинамика", вып. 6, изд. "Металлургия", М., 1967.

6. Х.И. Янес, Х.А. Таммемяги, А.В. Конт. Формуляр контрольного расчета плоского индукционного насоса. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 197, Таллин, 1962.

7. А.И. Вольдек. Электрические машины. Изд."Энергия", М.-Л., 1966.

8. Э.Г. Кюльм, Х.И. Янес. Учет высших пространственных гармоник магнитного поля при расчете цилиндрического насоса. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 231, Таллин, 1965.

V. Siimar, H. Jänes

Determination of the Dimensions of the Tooth Zone of the Linear Induction Machines Taking into Account the Value of Induction in the Base of the Tooth

Summary

This paper deals with the problem of the determination of the dimensions of the tooth zone of the linear induction machines. The formulae are given for the determination of the dimensions of the tooth zone of the machines if the values of the linear current load, the conductivity of the liquid metal, the conductivity and thickness of the conducting side walls of the canal, the slip, the pole pitch, the thickness of the air gap, the number of slots per the field pole and the phase, the filling factor of the slots and steel and the winding factor are given.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 301 1970

УДК 621.318.38

В.А.Сиймар, Х.И.Янес

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ЗАВИСИМОСТЕЙ ГЛАВНЫХ РАЗМЕРОВ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ НАГРУЗОК ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ИНДУКЦИОННЫХ НАСОСОВ БЕЗ СЕРДЕЧНИКА ПРИ УСЛОВИИ МАКСИМУМА К.П.Д.

I. Постановка задачи. Основными данными для проектирования цилиндрических индукционных насосов без сердечника являются физические свойства перекачиваемого металла при его рабочей температуре и производительность насоса $Q_м$. Оптимальный вариант насоса, исходя из условия максимума к.п.д., выбирается обычно варьированием некоторых из следующих величин: аксиальной составляющей магнитной индукции на внутренней поверхности индуктора B_0 или линейной токовой нагрузки A_1, плотности тока j, радиуса канала r_1, полюсного деления τ, толщины тепловой изоляции канала $d_{из}$, числа пар полюсов p и даже первичной частоты f. Прочие величины, необходимые для определения режима насоса, либо задаются исходя из опыта расчета и конструирования насосов такого типа, либо они определяются через вышеотмеченные величины. Величина напора p' может быть при этом задана или, как это делается в [1,2] и в данной работе, определяется в ходе расчетов. В последнем случае определяется оптимальная величина напора на одну пару полюсов $p_{опт}$.

Если напором p' не задаваться, то B_0, j, τ, r_1, f, $d_{из}$ можно определить по требованию максимума к.п.д. В [1] показано, что для получения возможно больших значений к.п.д. следует выбирать по возможности большие величины B_0 и по возможности меньшие величины j. Увеличение отношения $B_0 : j$ ограничено максимальной допустимой величиной индукции $B_з$ на основании зубца.

Выбор величины $d_{из}$ зависит от температуры жидкого металла, от электромагнитной нагрузки и размеров насоса, а также от способа охлаждения насоса, Выбор способа охлаждения предполагает определенную конструкцию насоса.

В связи с вышеизложенным, в настоящей статье рассматривается в сравнении с ранее опубликованными работами более общая задача оптимизации насосов без сердечника: определение зависимостей оптимальных величин B_0, τ, r_1, f от физических свойств жидкого металла, т.е. от электропроводности γ, кинематического коэффициента вязкости ν, плотности $D_м$ и от $d_{из}$. Вышеотмеченные зависимости моделируются в виде полиномов второго порядка в относительно широком диапазоне изменения γ, $D_м$, ν, $d_{из}$. Эти полиномы в сравнении с физическими зависимостями более удобные при использовании для определения оптимальных величин B_0, τ, r_1, f насосов жидких металлов с различными $\gamma, D_м, \nu$. При этом оптимальные величины B_0, τ, r_1, f не связаны с конкретным способом охлаждения.

Величина к.п.д. насоса определяется с учетом всех основных видов потерь в насосе: потерь в меди $P_м$ и стали $P_{ст}$ индуктора, гидравлических потерь в канале насоса $P_г$ и джоулевых потерь в жидком металле P_{22}. Все расчеты проведены на ЭЦВМ для производительности насоса $Q_м = 10^{-2}\ \frac{м^3}{сек}$.

2. <u>Физические зависимости и задаваемые постоянные величины.</u> В настоящей статье для вычисления к.п.д. насоса η и соответствующих ему $P_м$, $P_г$, P_{22} и механической мощности $P_{мех}$ используются формулы из [I], но здесь под W_0 имеется в виду следующее:

$$W_0 = \mu_0 A_1^2,$$

где

$$A_1 = A\,\frac{2\sin\left(\frac{\pi b_к}{2\tau}\right)}{\sqrt{3}\,q_1\,\frac{\pi b_к}{2\tau}}\sum_{i=0}^{q_1-1}\cos\frac{\pi}{6q_1}(2i+1), \qquad (I)$$

$b_к$ – ширина катушки по проводнику,

q_1 – число пазов на полюс и фазу.

Последнее выражение выведено согласно методике [5] по первой пространственной гармонике первичной линейной токовой нагрузки.

Потери в стали $P_{ст}$ индуктора определяются по выведенной на основе [6] формуле:

$$P_{ст}=n_1 K_{ст}\gamma_1 2c\cdot\tau K_{тех}\frac{\sigma}{q_1 B_1^2}\left(\frac{f}{f_1}\right)^{1,3}\cdot\left\{3{,}6\,h_n(1-b_{n*})\times\right.$$

$$\left.\times\left(q_1 B_3''^2+\frac{4}{3}B_3''B_3'+\frac{8}{15}B_3'^2\right)+3q_1\tau d_{cn}\left[\left(B_{cn}'+B_{cn}''\right)^2+B_{cn}''^2\right]\right\},$$

где

$$B_3'=\frac{\sqrt{2}\,\mu_0 A h_n}{K_{ст}2b_n(1-b_{n*})},$$

$$B_3''=\frac{\sqrt{2}\,\mu_0 A_1\pi 2r_2 I_1(\alpha r_2)}{K_{ст}n_1 2c(1-b_{n*})I_0(\alpha r_2)},$$

$$B_{cn}'=\frac{\sqrt{2}\,\mu_0 A h_n\tau}{2K_{ст}d_{cn}3q_1 b_n},$$

$$B_{cn}''=\frac{\sqrt{2}\,\mu_0 A_1 2r_2\tau I_1(\alpha r_2)}{K_{ст}d_{cn}n_1 2cI_0(\alpha r_2)},$$

$$\alpha=\frac{\pi}{\tau},$$

$$b_{n*}=\frac{3q_1 b_n}{\tau},$$

n_1 – число пакетов в индукторе,
$K_{ст}$ – коэффициент заполнения стали,
γ_1 – плотность стали,
$2c$ – ширина одного пакета,
$K_{тех}$ – технологический коэффициент,
σ – удельные потери в стали индуктора при частоте f_1 и индукции B_1,
h_n – глубина паза,
d_{cn} – высота спинки пакета,
b_n – ширина паза,
r_2 – внутренний радиус индуктора,
$I_0(\alpha r_2), I_1(\alpha r_2)$ – модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков первого рода.

Для определения ширины катушки $b_к$ в зависимости от $b_п$ в данной работе пользуются эмпирической формулой

$$b_к = 0{,}952\,(b_п - 1{,}8\cdot 10^{-3}),$$

выведенной линеаризацией данных составленных спецификаций паза с шириной $b_п$ от $0{,}9\cdot 10^{-2}$ до $2{,}5\cdot 10^{-2}$ м.

Наименьшая величина плотности тока j определяется вместе с геометрическими размерами зубцовой зоны машины по методике, изложенной в [7]. При этом первая пространственная гармоника линейной токовой нагрузки A_1 вычисляется по (I).

Высота спинки $d_{сп}$ определяется соотношением:

$$d_{сп} = \frac{\sqrt{2}\,\mu_0}{B_{сп}}\left[\frac{h_п\cdot A}{2b_{п*}K_{ст}} + \frac{4\tau r_2 A_1}{n_1 2c K_{ст}}\cdot\frac{I_1(\alpha r_2)}{I_0(\alpha r_2)}\right],$$

где $B_{сп}$ – заданная величина индукции в спинке.

Постоянными для всех расчетов в данной работе принимались следующие величины: коэффициент заполнения паза $K_м = 0{,}6$; $K_{ст} = 0{,}93$, удельное сопротивление меди при температуре 180°С $\rho_м = 0{,}02905$ мком·м, $\sigma = 1{,}55$ вт/кг (при $B_1 = 1$ тл; $f_1 = 50$ гц), $\gamma_1 = 7500$ кг/м^3, $n_1 = 4$, $q = 2$, $p = 1$, $K_{тех} = 3$ и средняя высота бугорков шероховатости канала $\Delta = 5\cdot 10^{-5}$ м; $B_з = 1$ тл, $B_{сп} = 0{,}5$ тл.

3. Моделирующие полиномы. Зависимости оптимальных величин B_0, τ, r_1, f от γ, $D_м$, ν, $d_{uз}$ определяются для каждой из первых в виде полинома второго порядка

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{4} b_i x_i + \sum_{i\le j}^{4} b_{ij} x_i x_j, \qquad (2)$$

где y – обозначает предсказанные полиномом (2) оптимальные величины B_0, τ, r_1, f, а x_i и x_j определены следующим образом:

$$x_1 = 10^{-6}(\gamma - \gamma_0), \qquad x_2 = 10^{-3}(D_м - D_{м0}),$$
$$x_3 = 10^{5}(\nu - \nu_0), \qquad x_4 = 10^{2}(d_{uз} - d_{uз0}),$$

Здесь γ_0, $D_{м0}$, ν_0, $d_{uз0}$ – центральная точка изучаемой области изменения γ, $D_м$, ν, $d_{uз}$ – Г:

γ – $3{,}2 \div 4{,}8\cdot 10^6$ сим/м $D_м$ – $1{,}4 \div 2{,}4\cdot 10^3$ Н сек/м^4,

ν – 0,6 ÷ I,2·I0^{-6} м^2/сек, $d_{из}$ – I,0 ÷ 2,0·I0^{-2} м.

Примерно такие физические свойства имеют Al и Mg при температуре 700°С и выше.

Для вычисления неизвестных коэффициентов в (2), необходимо определить из условия максимума к.п.д. оптимальные величины B_0, τ, r_1, f минимально в I5 точках области Γ, так как (2) содержит I5 коэффициентов. В данной работе для более точного представления оптимальных величин B_0, τ, r_1, f этими полиномами по всей области Γ соответствующие оптимальные величины определились по рекомендациям [4] в 24 точках.

Координаты этих точек и определенные оптимальные величины B_0, τ, r_1 и f представлены в таблице I.

Далее совокупность точек, в которых определяются те или иные оптимальные величины, называются планом вычислений.

Для определения оптимальных величин B_0, τ, r_1, f, соответствующих максимуму к.п.д. в каждой точке области Γ, авторами этой статьи была разработана на основе последовательного симплексного планирования [8] оптимизационная программа. В этой программе вместо переменной τ использовалась переменная $\alpha_* = \frac{\pi r_1}{\tau}$. После схождения процесса шагового поиска оптимума область вокруг достигнутой точки описывалась математической моделью к.п.д., как и выше, в виде полинома второго порядка, но от величин α_*, r_1, B_0, f. Использовали для этой цели ортогональный план вычислений из [3]. Использование этого плана позволяет охарактеризовать функцию к.п.д. более точно в центре изучаемой области α_*, r_1, B_0, f. Определение искомых коэффициентов моделирующего полинома к.п.д. производилось по методу наименьших квадратов [3].

Для более точного определения точки максимума к.п.д. моделирующий полином к.п.д. приводился при помощи линейных преобразований к канонической форме. Максимум к.п.д. считался достигнутым, если коэффициенты канонической формы модели были отрицательные и стационарная точка находилась в рассматриваемой области величин α_*, r_1, B_0, f. При этом рассматривалась область с шириной по всем четырем координатам менее чем $\pm$ I% от величин α_*, r_1, B_0, f достигнутой

Таблица I

№	γ	$D_м$	ν	$d_{из}$	B_0	τ	r_1	f
	$\frac{сим}{м}$	$\frac{Н сек^2}{м^4}$	$\frac{м^2}{сек}$	м	тл	м	м	гц
	$\times 10^6$	$\times 10^3$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-2}$	$\times 1$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$	$\times 1$
I	4,8	2,4	I,2	2,0	0,II24	I3,79	3,707	76,96
2	4,8	2,4	I,2	I,0	0,II53	9,50	3,203	II6,73
3	4,8	2,4	0,6	2,0	0,II2I	I3,75	3,687	77,63
4	4,8	2,4	0,6	I,0	0,II47	9,47	3,I9I	II7,36
5	4,8	I,4	I,2	2,0	0,II46	I3,I3	3,340	93,92
6	4,8	I,4	I,2	I,0	0,II69	8,90	2,867	I45,0I
7	4,8	I,4	0,6	2,0	0,II43	I3,09	3,324	94,62
8	4,8	I,4	0,6	I,0	0,II64	8,88	2,858	I45,69
9	3,2	2,4	I,2	2,0	0,I2I9	I3,5I	3,638	I03,59
I0	3,2	2,4	I,2	I,0	0,I25I	9,29	3,I36	I57,03
II	3,2	2,4	0,6	2,0	0,I2I6	I3,47	3,6I9	I04,39
I2	3,2	2,4	0,6	I,0	0,I245	9,27	3,I25	I57,69
I3	3,2	I,4	I,2	2,0	0,I242	I2,86	3,279	I26,04
I4	3,2	I,4	I,2	I,0	0,I267	8,70	2,808	I94,33
I5	3,2	I,4	0,6	2,0	0,I239	I2,83	3,265	I26,89
I6	3,2	I,4	0,6	I,0	0,I262	8,68	2,800	I95,07
I7	4,8	I,9	0,9	I,5	0,II40	II,39	3,308	I0I,38
I8	3,2	I,9	0,9	I,5	0,I236	II,I5	3,244	I36,I7
I9	4,0	2,4	0,9	I,5	0,II67	II,5I	3,4I4	I06,82
20	4,0	I,4	0,9	I,5	0,II94	I0,93	3,085	I30,I2
2I	4,0	I,9	I,2	I,5	0,II84	II,30	3,284	II5,53
22	4,0	I,9	0,6	I,5	0,II80	II,26	3,270	II6,27
23	4,0	I,9	0,9	2,0	0,II74	I3,34	3,500	96,39
24	4,0	I,9	0,9	I,0	0,I200	9,I2	3,0I7	I46,96

точки. В качестве примера в таблице 2 приведены для точки № I в таблице I координаты центра рассмотренной области α_*, r_1, B_0, f, координаты стационарной точки α'_*, r'_1, B'_0, f' и коэффициенты λ_i канонической формы модели.

Таблица 2

α_*	r_1 м	B_0 тл	f гц
0,8441057	0,037070	0,II24486	76,95926
α'_*	r'_1 м	B'_0 тл	f' гц
0,8441033	0,037085	0,II2452I2	76,96530
λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
-2,749265	-I5854,4	-234,I429	-0,00006

Как видно из таблицы 2, стационарная точка практически совпадает с центром рассмотренной области α_*, r_1, B_0, f.

Искомые коэффициенты моделирующих полиномов (2) определили также по методу наименьших квадратов [3], но по данным таблицы I. В таблице 3 приведены эти коэффициенты для полиномов r_1, τ, f, B_0.

Таблица 3

	r_1 м $\times 10^{-2}$	τ м $\times 10^{-2}$	f гц $\times 1$	B_0 тл $\times 1$
I	2	3	4	5
b_0	3,2735	II,268	II5,92	0,II8II
b_1	0,0397	0,I49	-23,05	-0,00604
b_2	0,3438	0,6I8	-25,94	-0,00203
b_3	0,0227	0,052	-I,20	0,00070
b_4	0,4837	4,2I8	-52,82	-0,00260
b_{12}	0,0052	0,006	4,54	0,00003
b_{13}	0,00I2	0,005	0,09	0,00000
b_{14}	0,00I0	0,044	9,62	0,000I6
b_{23}	0,0060	0,008	0,09	0,00008
b_{24}	0,030I	0,060	I3,I0	-0,00060
b_{34}	0,0I23	0,025	-0,I3	-0,00042
b_{11}	0,0039	0,003	4,46	0,00I08

I	2	3	4	5
b_{22}	-0,0960	-0,I93	I0,20	-0,00023
b_{33}	0,0388	0,I29	-0,22	0,00I02
b_{44}	-0,0600	-0,I53	23,02	0,00237

4. Анализ результатов. После определения коэффициентов моделирующих полиномов (2) оценивалось, насколько хорошо эти полиномы представляют оптимальные r_1, τ, f, B_0. Для этого вычислялись абсолютные расхождения между величинами из таблицы I и соответствующими величинами, определенными по найденным полиномам. Результаты вычислений в процентах представлены в таблице 4.

Таблица 4

№	Δr_1 %	$\Delta\tau$ %	Δf %	ΔB_0 %
I	0,03I	0,0II	I,I30	0,034
2	0,0I3	0,0I9	0,236	0,034
3	0,022	0,037	I,I43	0,054
4	0,038	0,004	0,254	0,0I0
5	0,029	0,024	0,376	0,039
6	0,028	0,033	0,I90	0,038
7	0,028	0,035	0,336	0,063
8	0,040	0,008	0,I76	0,0I9
9	0,033	0,0I3	0,245	0,0I8
I0	0,027	0,023	0,20I	0,058
II	0,02I	0,003	0,266	0,036
I2	0,033	0,06I	0,225	0,036
I3	0,039	0,023	0,235	0,009
I4	0,026	0,030	0,455	0,048
I5	0,0II	0,005	0,2I9	0,03I
I6	0,043	0,046	0,447	0,03I
I7	0,007	0,0I0	I,029	0,029
I8	0,008	0,0I0	0,766	0,027
I9	0,2I7	0,I64	I,237	0,286
20	0,240	0,I73	I,0I6	0,279
2I	0,006	0,039	0,009	0,009
22	0,006	0,039	0,009	0,009

23	0,010	0,008	I,I7I	0,000
24	0,012	0,012	0,768	0,000

	r_1 м	τ м	f гц	B_0 тл
	0,03277	0,II28	II5,9I	0,II82
	Δr_1 %	$\Delta\tau$ %	Δf %	ΔB_0 %
	0,I22	0,089	0,00I	0,085

Дополнительно определили из условия максимума к.п.д. по физическим соотношениям оптимальные величины в точке γ_0, D_{M0}, ν_0, $d_{из0}$. Те же величины, предсказанные полиномами, выражаются через коэффициенты b_0 в таблице 3. Эти величины вместе с соответствующими абсолютными расхождениями представлены в конце таблицы 4.

Представление оптимальных величин B_0, τ, r_1, f в виде полиномов второго порядка от физических свойств перекачиваемого металла γ, $D_м$, ν и толщины теплоизоляции $d_{из}$ оказалось оправданным: подавляющее большинство расхождений в таблице 4 менее 0,5%.

Для определения геометрических образов определяемых моделирующими полиномами гиперповерхностей эти полиномы приводились к каноническим формам. Для этого преобразовали координаты x_1, x_2, x_3, x_4. Величины γ, $D_м$, ν и $d_{из}$ в начале новых координат γ'', $D''_м$, ν'', $d''_{из}$ представлены в таблице 5. Там же приведены коэффициенты λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 канонических форм моделирующих полиномов.

Таблица 5

		γ'' $\frac{сим}{м}$	$D''_м$ $\frac{Нсек}{м^4}$	ν'' $\frac{м2}{сек}$	$d''_{из}$ м
		$\times 10^6$	$\times 10^3$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-2}$
Особые точки гиперповерхностей	r_1	-3,03877	4,I5897	-0,I63798	5,9265I
	τ	-63,62I0	3,I0222	I,59567	5,89853
	f	5,65I55	2,39409	-I,49II7	2,I5495
	B	6,86028	-2,I9568	0,705438	I,4I858

		λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
Коэффициенты канонических форм	r_i	0,00395	-0,I0I56	0,03928	-0,05509
	τ	0,00572	-0,20968	0,I3038	-0,I4085
	f	3,I9823	7,4576I	-0,227I86	27,0276
	B_0	0,00I08	-0,00027	0,00098	0,00243

По знакам этих коэффициентов можно заключить, что все гиперповерхности относятся к типу минимакса, т.е. оптимальные величины r_i, τ, f и B_0 по некоторым переменным из γ, $D_м$, ν, $d_{из}$ имеют в начале новых координат максимумы, а по некоторым переменным - минимумы. Дальнейший анализ характеристик упомянутых гиперповерхностей не входит в рамки этой работы.

Литература

I. Э.Г. Кюльм, В.А. Сеймар, Х.И. Янес. О зависимости к.п.д. цилиндрического индукционного насоса без внутреннего сердечника от его размеров и от параметров перекачиваемого металла. "Магнитная гидродинамика", 4, Рига, I969.

2. Я.Я. Клявинь, Ю.К. Круминь, О.А. Лиелаусис. Определение основных характеристик цилиндрических насосов без сердечника. "Магнитная гидродинамика", 4, Рига, I969.

3. В.В. Налимов, Н.А. Чернова. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. Изд. "Наука", М., I965.

4. Новые идеи в планировании эксперимента. Под. ред. В.В. Налимова. Изд. "Наука", М., I969.

5. Э.Г. Кюльм, Х.И. Янес. Учет высших пространственных гармоник магнитного поля при расчете цилиндрического насоса. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 23I, Таллин, I965.

6. А.В. Конт, Х.И. Янес. Потери в стали плоского линейного насоса с учетом пазового рассеяния и разомкнутости магнитопровода. Сб. "Техническая электромагнитная гидродинамика", вып. 6, Изд. "Металлургия", М., I967.

7. В.А. С и й м а р, Х. И. Я н е с. Определение геометрических размеров зубцовой зоны линейных индукционных машин по заданной индукции на основании зубца. См. наст. сборник, стр. 31 .

8. П.В. Е р м у р а т с к и й. Симплексный метод оптимизации. Труды МЭИ, вып. 67, М.1966

H. Jänes, V. Siimar

About Mathematical Designation of the Dependences of the Basic Dimensions and the Electromagnetic Loads of the Cylindrical Induction Pumps without the Core with the Maximum of Efficiency

Summary

In this paper the results of the designation of dependences of the basic dimensions and the electromagnetic loads of the cylindrical induction pumps without the core with the maximum of efficiency in terms of the second order of multinominals are given. The variables in the multinominals are the physical properties of the liquid metal in the canal of the pump - conductivity, kinematic viscosity and solidity, and the thickness of the thermal insulation of the canal. The presented multinominals introduce the actual dependences with satisfactory precision.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А № 301 1970

УДК 621.318.38

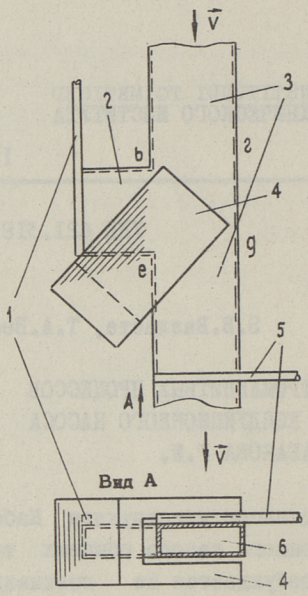
Э.В.Валласте, Т.А.Веске

УПРОЩЕННЫЙ РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕМАГНИТНОМ ЗАЗОРЕ КОНДУКЦИОННОГО НАСОСА КОНСТРУКЦИИ КАБАКОВА Г.И.

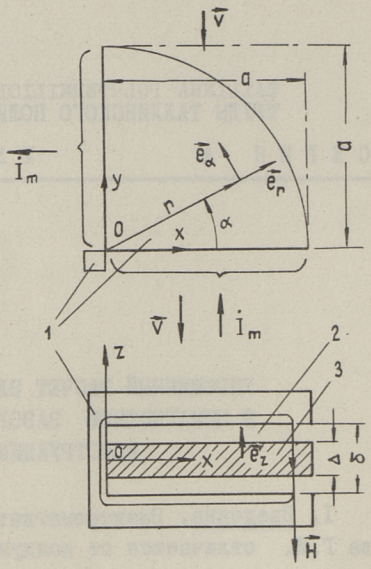
I. Введение. Электромагнитный насос конструкции Кабакова Г.И. отличается от кондукционного насоса обычных типов тем, что магнитное поле в нем возбуждается не специальной обмоткой возбуждения, а создается током во вторичной системе, т.е. в жидком металле.

Схематический рисунок электромагнитного насоса этого типа для транспортировки жидких металлов представлен на фиг.I. Магнитопровод 4 насоса представляет собой "П"-образный шихтованный из листовой стали ферромагнитный пакет. В немагнитном зазоре магнитопровода располагается плоский прямолинейный с прямоугольным поперечным сечением канал 3 для жидкого металла. Направление движения жидкого металла в канале под действием электромагнитных усилий указано на фиг.I стрелками $\bar{V}$. К прямолинейному каналу приварен патрубок 2 с токопроводом I. Патрубок 2 при работе насоса заполняется жидким металлом и служит для подвода тока с токопровода I в активную зону канала в, г, д, е (фиг. I) (активная зона канала - это участок канала с жидким металлом, который находится в немагнитном зазоре магнитопровода). Для отвода тока из активной зоны к каналу приварен второй токопровод 5. Взаимодействие тока (постоянного или переменного) с созданным им магнитным полем обусловливает электромагнитные усилия и движение жидкого металла в канале.

На фиг. 2 представлена схема активной зоны насоса. Стрелками с обозначениями $\bar{V}$ (скорость движения металла) ука-



Фиг. 1. Схематический рисунок электромагнитного насоса конструкции Г.И. Кабакова: 1 – токопровод, 2 – патрубок, 3 – канал, 4 – магнитопровод, 5 – токопровод, 6 – жидкий металл



Фиг. 2. Схема активной зоны канала: 1 – магнитопровод, 2 – слой изоляции, 3 – жидкий металл

зано направление движения жидкого металла, а $\dot{I}_m$ обозначает комплексную амплитуду пропускаемого через жидкий металл тока. Для упрощения анализа активная зона прямоугольной формы (фиг. I) заменяется на активную зону формы сектора (фиг. 2). Вышеприведенное упрощение не приводит к большим погрешностям, если активная зона канала покрыта магнитопроводом не полностью (фиг. I). При этом магнитное поле в непокрытом участке незначительно, а следовательно, незначительны и электромагнитные усилия в нем.

При анализе не учитываем влияние стенок канала. Последнее упрощение допустимо, если канал изготовлен из электроизоляционного материала или электропроводность стенок канала по сравнению с жидким металлом незначительная. Жидкий металл в немагнитном зазоре считаем равномерно движущимся относительно магнитопровода со скоростью $\vec{V} = e_y \vec{v}_y$ ($\vec{e}_y$ – единичный вектор по оси y , фиг. 2), т.е. предполагаем, что жидкий металл движется как твердое тело.

Ток в активную зону подводится и отводится из нее таким образом, что плотность тока на поверхностях $y=0$ и $x=0$ активной зоны не изменяется по координатам x, y и z и равняется $\frac{\dot{I}_m}{a\Delta}$.

2. Электромагнитное поле в немагнитном зазоре насоса.

Векторы электромагнитного поля в немагнитном зазоре могут быть написаны в виде:

$$\vec{E} = J_m(\dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t}),\quad \vec{H} = J_m(\dot{\vec{H}}_m e^{j\omega t}),$$
$$\vec{B} = J_m(\dot{\vec{B}}_m e^{j\omega t}),\quad \vec{\delta} = J_m(\dot{\vec{\delta}}_m e^{j\omega t}), \qquad (I)$$

где ω – угловая частота в координатной системе, движущейся вместе с жидким металлом.

При определении электромагнитного поля для упрощения решаемой задачи предполагаем, что все производные по координатам z и α тождественно равны нулю, т.е. $\frac{\partial}{\partial z}=0$ и $\frac{\partial}{\partial \alpha}=0$. Линии вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}$ в немагнитном зазоре перпендикулярны плоскостям магнитопровода и замыкаются в начале воординатной системы (линия $x = 0$, $y = 0$ на фиг. 2).

Следовательно,

$$\dot{\vec{H}}_m = \vec{e}_r 0 + \vec{e}_\alpha 0 + \vec{e}_z \dot{H}_{mz}(r),$$

т.е.

$$\dot{H}_{mr} = 0 \quad и \quad \dot{H}_{m\alpha} = 0.$$

Линии вектора плотности тока $\vec{\delta}$ в активной части канала параллельны плоскости $z=0$.

$$\dot{\vec{\delta}}_m = \vec{e}_r \dot{\delta}_{mr}(r) + \vec{e}_\alpha \dot{\delta}_{m\alpha}(r) + \vec{e}_z 0,$$

т.е.

$$\dot{\delta}_{mz} = 0.$$

а) Определение $\dot{\delta}_{m\alpha}$.

Так как

$$\dot{\delta}_{m\alpha}\Big|_{\alpha=0} = \frac{\dot{I}_m}{a\Delta},\quad 0 \le r \le a,$$

то в любой точке активной зоны канала выражение для $\dot{\delta}_{m\alpha}$ имеет вид:

$$\dot{\delta}_{m\alpha} = \dot{\delta}_{m\alpha}\Big|_{\alpha=0} + \int_0^\alpha \frac{\partial \dot{\delta}_{m\alpha}}{\partial \alpha} d\alpha.$$

Так как $\frac{\partial \dot{\delta}_{m\alpha}}{\partial \alpha} = 0$, то $\dot{\delta}_{m\alpha} = \dot{\delta}_{m\alpha}\big|_{\alpha=0} = \frac{\dot{I}_m}{a\Delta}$. (2)

б) Определение $\dot{\delta}_{mr}$.

Так как по предположению, произведенному выше,

$$\dot{\delta}_{mr}\big|_{\alpha=0} = 0, \quad 0 \le r \le a,$$

то в любой точке активной зоны канала выражение для δ_{mr} принимает вид:

$$\dot{\delta}_{mr} = \dot{\delta}_{mr}\big|_{\alpha=0} + \int_0^{\alpha} \frac{\partial \dot{\delta}_{m\alpha}}{\partial \alpha} d\alpha.$$

Так как $\frac{\partial \dot{\delta}_{mr}}{\partial \alpha} = 0$,

то $\dot{\delta}_{mr} = 0.$ (3)

в) Определение $\dot{H}_{mz}$.

Так как линии вектора $\bar{H}$ замыкаются в точке 0 (фиг. 2) по магнитопроводу, магнитную проницаемость которого принимаем равной бесконечности ($\mu_{ст} = \infty$), то граничное условие для $\dot{H}_{mz}$ в точке $r=0$ имеет вид:

$$\dot{H}_{mz}\big|_{r=0} = 0. \quad (4)$$

Первое уравнение Максвелла с учетом вышеприведенных предположений и упрощений имеет вид:

$$-\frac{d\dot{H}_{mz}}{dr} = \dot{\delta}'_{m\alpha}. \quad (5)$$

Здесь $\dot{\delta}'_{m\alpha}$ обозначает эквивалентную плотность тока в немагнитном зазоре насоса [I, 2].

$$\dot{\delta}'_{m\alpha} = \delta_{m\alpha}\frac{\Delta}{\delta} = \frac{\dot{I}_m}{a\delta}. \quad (6)$$

Решением уравнения (5) с учетом (4) и (6) получаем:

$$\dot{H}_{mz} = -\frac{\dot{I}_m r}{a\delta}. \quad (7)$$

3. Активная и реактивная мощности и электромагнитная сила. Среднее во времени значение электромагнитной силы, действующей на жидкий металл в активной зоне и в направлении движения металла, может быть выражено с помощью следующего объемного интеграла:

$$-F_y = \mathrm{Re}\int_V \dot{\delta}_x \overset{*}{B}_z \, dV = \mathrm{Re}\int_{\alpha=0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{r=0}^{a} \dot{\delta}_x \overset{*}{B}_z \, \Delta r \, d\alpha \, dr. \qquad (8)$$

Здесь $\overset{*}{B}_z = \mu_0 \overset{*}{H}_z$ (* обозначает сопряженную комплексную величину), $\dot{\delta}_x = -\dot{\delta}_\alpha \sin\alpha$.

Подставляя в формулу (8) выражения (2) и (7), получаем:

$$-F_y = \frac{I^2 \mu_0 a}{3\delta}. \qquad (9)$$

Здесь: I - действующее значение пропускаемого через активную зону тока.

Среднее во времени значение электромагнитного напора:

$$p = \frac{-F_y}{a\Delta} = \frac{I^2 \mu_0}{3\delta\Delta}. \qquad (10)$$

Активную мощность в немагнитном зазоре (мощность джоулевых потерь) можем определить при помощи следующего объемного интеграла:

$$P = \gamma \int_V (\dot{\vec{E}} \cdot \overset{*}{\vec{E}}) \, dV = \frac{1}{\gamma}\int_V \dot{\delta}_\alpha \overset{*}{\delta}_\alpha \, dV = \\ = \frac{1}{\gamma}\int_{\alpha=0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{r=0}^{a} \dot{\delta}_\alpha \overset{*}{\delta}_\alpha \, \Delta r \, d\alpha \, dr. \qquad (11)$$

Подставляя в выражение (II) выражение (2), получаем:

$$P = \frac{I^2 \pi}{4\gamma\Delta}. \qquad (12)$$

Реактивную мощность от полей в немагнитном зазоре определяем по следующей формуле:

$$Q = \omega \int_V \mu_0 (\dot{\vec{H}} \cdot \overset{*}{\vec{H}}) \, dV = \omega\mu_0 \int_{\alpha=0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{r=0}^{a} \dot{H}_z \overset{*}{H}_z \, \delta \, r \, d\alpha \, dr. \qquad (13)$$

Подставляя в (13) выражение (7), получаем:

$$Q = \frac{\omega \mu_0 I^2 a^2 \pi}{8\delta}. \qquad (14)$$

Механическую мощность, развиваемую насосом, можем рассчитать по формуле:

$$P_{мэх} = pN, \qquad (15)$$

где N производительность насоса $м^3/сек$.

4. Пример расчета. В качестве примера приводим результаты расчета основных электромагнитных параметров p, P, Q и $P_{мэх}$ насоса, предназначенного для перекачки жидкого магния. Размеры, приведенные на фиг. 2, следующие: $a = 30 \cdot 10^{-3}$ м, $\delta = 22 \cdot 10^{-3}$ м, $\Delta = 18 \cdot 10^{-3}$ м. Действующее значение тока, пропускаемого через активную зону канала, $I = 8100$ а. Электропроводность жидкого магния при температуре 700°C $\gamma = 3{,}61 \cdot 10^6 \frac{1}{ом \cdot м}$ и плотность $D = 1540 \frac{н\,сек^2}{м^4}$. Производительность насоса $N = 9{,}95 \cdot 10^{-4} \frac{м^3}{сек}$. По результатам расчета $p = 69500 \frac{н}{м^2}$; $P = 794$ вт, $Q = 415$ бар и $P_{мэх} = 69$ вт.

Следует отметить, что вышеприведенные формулы и соответствующие им результаты расчета являются приближенными и пригодны для ориентировочных расчетов. Это обусловлено тем обстоятельством, что при анализе не учитывались влияния вторичного магнитного поля на распределение тока в активной зоне и толщины краевого эффекта, ток в активную зону подводится и отводится из нее равномерно (на поверхностях $y = 0$ и $x = 0$ на фиг. 2 плотность тока не изменяется по координатам x, y и z) и т.д.

Все эти допущения приводят к тому, что полученные расчетные результаты относительно электромагнитной силы, напора и производительности несколько преувеличены, а активная мощность, наоборот, меньше, чем в реальном насосе.

Литература

1. А.И. Вольдек, Х.И. Янес. Поперечный краевой эффект в плоском индукционном насосе с электропроводящим каналом. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 197, 1962, стр. 23.

2. Х.И. Янес. Учет влияния вторичной системы в линейной плоской магнитогидродинамической машине. Труда Таллинского политехнического института, серия А, №197, 1962, стр. 37.

3. Авторское свидетельство № 189688. Класс 59a II. Приоритет 20/VIII 1965.

E.Vallaste, T.Veske

Vereinfachte Berechnung der elektromagnetischen Prozesse im unmagnetischen Luftspalt der elektromagnetischen Pumpe vom G.I.Kabakov

Zusammenfassung

Im vorliegenden Artikel sind die theoretischen Unterlagen für die Berechnung der von G.I.Kabakow konstruierten, elektromagnetischen Konduktionspumpe dargelegt. Mit Hilfe der Gleichungen des elektromagnetischen Feldes im Luftspalt der Pumpe sind die Grundformeln für die elektrodynamische Kraft, für die aktiven, blinden und mechanichen Leistungen gefunden worden.

Am Ende des Artikels wird ein Rechnungsbeispiel für solch eine Pumpe gebracht.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 301 1970

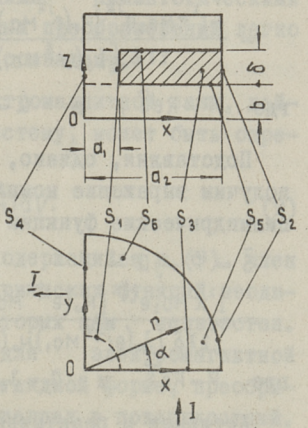
УДК 621.318.38

Т.А.Веске, Х.А.Таммемяги

КОМПЛЕКСНАЯ МОЩНОСТЬ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СИЛЫ КОНДУКЦИОННОГО НАСОСА ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

В работе [1] исследовалось электромагнитное поле в немагнитном зазоре кондукционного насоса переменного тока конструкции Г.И. Кабакова. Настоящая работа является продолжением [1]. Здесь рассматриваются комплексная мощность немагнитного зазора и электромагнитные силы, действующие на проводящую вторичную систему. Исходными величинами при анализе являются выражения составляющих комплексных векторов электромагнитного поля $\dot{H}_z$ и $\dot{E}_\alpha$, приведенные в [1].

Определяем сперва комплексную мощность немагнитного зазора. Немагнитный зазор насоса (фиг. 1) ограничен участками цилиндрических поверхностей $r = a_1 - S_1$ и $r = a_2 - S_2$ и плоскостей $\alpha = 0 - S_3$, $\alpha = \frac{\pi}{2} - S_4$, $z = b - S_5$ и $z = \delta + b - S_6$. Рассмотрим немагнитный зазор как замкнутую область, имеющую объем V и поверхность $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6$. Комплексная мощность этой области может быть выражена при помощи теоремы Умова-Пойнтинга следующим образом:



Фиг. 1

$$\tilde{S} = P + jQ = -\oint_{S=\sum_{k=1}^{6} S_k} (\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^{*}) \, d\vec{S}. \qquad (I)$$

Составляющие комплексной мощности P и Q могут быть также вычислены при помощи объемных интегралов:

$$P = \int_{V} \gamma \dot{\vec{E}} \cdot \dot{\vec{E}}^{*} \, dV, \qquad (2)$$

$$Q = \int_{V} \omega \dot{\vec{B}} \cdot \dot{\vec{H}}^{*} dV. \qquad (3)$$

При расчете комплексной мощности с помощью формулы (I) учитывалось, что комплексная мощность входит в немагнитный зазор только через поверхность S_2. Комплексные мощности, входящие в немагнитный зазор через поверхности S_1, S_3, S_4, S_5 и S_6, равны нулю. Исходя из сказанного, формула (I) упрощается и приобретает вид:

$$\tilde{S} = P + jQ = -\int_{S_2} (\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^{*}) \, d\vec{S} = -\int_{\alpha=0}^{\frac{\pi}{2}} (\dot{E}_{\alpha} \dot{H}_{z}^{*}) \, \delta a_2 \, d\alpha. \qquad (4)$$

Подставляя в (4) выражения для $\dot{H}_z$ и $\dot{E}_\alpha$ (6) и (7) из [I], получим выражение комплексной мощности, выраженную через цилиндрические функции мнимого аргумента:

$$\tilde{S} = P + Q =$$

$$= \frac{-I^2 \pi M a_2 e^{j\frac{\pi}{4}} \left[K_0\left(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1\right) I_1\left(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_2\right) + I_0\left(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1\right) K_1\left(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_2\right) \right]}{2\gamma\delta \left[I_0\left(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1\right) K_0\left(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_2\right) - I_0\left(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_2\right) K_0\left(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1\right) \right]}, \qquad (5)$$

где $P = Re\,\tilde{S}$, а $Q = Jm\,\tilde{S}$.

Подставляя, однако, в (4) выражения (8) и (9) из [I], получим выражение комплексной мощности, выраженную через цилиндрические функции

$$\tilde{S} = P + jQ =$$

$$= \frac{I^2 \pi M a_2 \left[N_0\left(e^{j\frac{1}{2}\pi} M a_1\right) J_1\left(e^{j\frac{1}{2}\pi} M a_2\right) - J_0\left(e^{j\frac{1}{2}\pi} M a_1\right) N_1\left(e^{j\frac{1}{2}\pi} M a_2\right) \right]}{2\gamma\delta \left[J_0\left(e^{j\frac{1}{2}\pi} M a_1\right) N_0\left(e^{j\frac{1}{2}\pi} M a_2\right) - J_0\left(e^{j\frac{1}{2}\pi} M a_2\right) N_0\left(e^{j\frac{1}{2}\pi} M a_1\right) \right]}, \qquad (6)$$

где $P = Re\,\tilde{S}$ и $Q = Jm\,\tilde{S}$.

Активная и реактивная мощности, т.е. составляющие $\tilde{S}$ в формулах (5) и (6), были, кроме того, вычислены и при по-

мощи объемных интегралов формул (2) и (3). При этом были получены такие же результаты, как и при вычислении по формуле (I). Следует, однако, отметить, что вывод формул комплексной мощности по (2) и (3) является более громоздким, чем по формуле (I).

Как было сказано в [I], частным случаем кондукционного насоса переменного тока является устройство, где прямой проводник с прямоугольным сечением находится в прямоугольном пазу магнитопровода. Комплексная мощность паза на его длину $a_2\frac{\pi}{2}$ может быть рассчитана по формуле (I). При этом следует учесть, что мощность входит в паз только с его открытой стороны и формула (I) для данного случая приобретает вид:

$$\tilde{S} = P + jQ = -\frac{\pi}{2} a_1 \delta \left(\dot{E}_y \overset{*}{H}_z\right)_{x=a_2} . \qquad (7)$$

Подставляя в (7) выражения (IO) и (II) из [I], получим выражение комплексной мощности паза на его длину $a_2\frac{\pi}{2}$ в виде:

$$\tilde{S} = P + jQ = \frac{-I^2 \pi a_2 e^{j\frac{\pi}{4}} M ch\left(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_2 - e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1\right)}{2\gamma\delta\, sh\left(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1 - e^{j\frac{\pi}{4}} M a_2\right)} . \qquad (8)$$

Для сопоставления выражений (5) и (8) заменяем содержащиеся в (5) I_y и K_y соответствующими асимптотическими выражениями (I2) [I]. После некоторых преобразований легко убедиться, что выражения (5) и (8) совпадают.

Среднее во времени значение электромагнитной силы, действующей на проводящую вторичную систему, может быть определено формулой:

$$\vec{F} = \mathrm{Re} \int_V \gamma \mu_0 \left(\dot{\vec{E}} \times \overset{*}{\vec{H}}\right) dV . \qquad (9)$$

Следует, однако, отметить, что содержащийся в (9) член $\dot{\vec{E}} \times \overset{*}{\vec{H}}$ содержит произведения цилиндрических функций неодинаковых порядков, общий интеграл которых нам неизвестен. Поэтому, чтобы представить формулу для электромагнитной силы $\vec{F}$ в конечном виде в более наглядной форме, преобразуем содержащийся в (9) объемный интеграл в поверхностный. Для преобразования воспользуемся известной формулой Гаусса [2]:

$$\int_V L(\nabla)\,dV = \oint_S L(\vec{n})\,dS, \qquad (10)$$

где $L(\nabla)$ есть линейное однородное выражение относительно оператора ∇.

Так как в выражении (9) $\dot{\vec{E}} = \frac{rot\,\vec{H}}{\gamma} = \frac{\nabla\times\vec{H}}{\gamma}$, то в рассматриваемом случае $L(\nabla) = -\mu_0\overset{*}{\vec{H}}\times(\nabla\times\dot{\vec{H}})$ и формула определения электромагнитной силы с помощью поверхностного интеграла может быть представлена в следующем виде:

$$\vec{F} = Re\left\{\int_V\left[-\mu_0\overset{*}{\vec{H}}\times(\nabla\times\dot{\vec{H}})\right]dV\right\} =$$
$$= Re\left\{\oint_S\left[-\mu_0\overset{*}{\vec{H}}\times(\vec{n}\times\dot{\vec{H}})\right]dS\right\}. \qquad (11)$$

Составляющие вектора $\vec{F}$, F_x и F_y определяются формулами:

$$\left.\begin{aligned} F_x &= Re\left\{-\mu_0\oint_S\left[\vec{e}_x\cdot\overset{*}{\vec{H}}\times(\vec{n}\times\dot{\vec{H}})\right]dS\right\},\\ F_y &= Re\left\{-\mu_0\oint_S\left[\vec{e}_y\cdot\overset{*}{\vec{H}}\times(\vec{n}\times\dot{\vec{H}})\right]dS\right\}. \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

В выражениях (11) и (12), как и выше, $S = \sum_{k=1}^{6} S_k$.

Пользуясь общими формулами (12), можем написать выражения для составляющих $F_x^{(S_k)}$ и $F_y^{(S_k)}$, которые являются слагаемыми в суммах

$$F_x = \sum_{k=1}^{6} F_x^{(S_k)}, \quad F_y = \sum_{k=1}^{6} F_y^{(S_k)}$$

и представляют собою интегралы (12) по соответствующим поверхностям S_k:

$$F_x^{(S_1)} = F_y^{(S_1)} = 0, \quad F_x^{(S_2)} = F_y^{(S_2)} = -\frac{\mu_0 a_2 I^2}{\delta},$$

$$F_x^{(S_3)} = 0, \quad F_y^{(S_3)} = \mu_0\delta\int_{r=a_1}^{a_2}\dot{H}_z\overset{*}{H}_z\,dr,$$

$$F_x^{(S_4)} = \mu_0\delta\int_{r=a_1}^{a_2}\dot{H}_z\overset{*}{H}_z\,dr, \quad F_y^{(S_4)} = 0,$$

$$F_x^{(S_5)} = F_y^{(S_5)} = F_x^{(S_6)} = F_y^{(S_6)} = 0.$$

Исходя из вышеприведенных выражений, можем формулу для F_x и F_y в общем виде написать в следующей форме:

$$F_x = F_y = -\frac{\mu_0 a_2 I^2}{\delta} + \mu_0 \delta \int_{r=a_1}^{a_2} \dot{H}_z \dot{H}_z^* \, dr. \qquad (13)$$

Подставляя в (13) выражение (6) из [1], получим формулу, выражающую значения F_x и F_y через интегралы от произведений цилиндрических функций:

$$F_x = F_y = \frac{-I^2 \mu_0}{\delta} \left\{ a_2 - \int_{a_1}^{a_2} \frac{\left[|K_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1)|^2 I_0(e^{j\frac{\pi}{4}} Mr) I_0(e^{-j\frac{\pi}{4}} Mr) - \right.}{|I_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1) K_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_2) - I_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_2) K_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1)|^2} \right.$$

$$\frac{- 2 \mathrm{Re}\left(K_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1) I_0(e^{-j\frac{\pi}{4}} M a_1) I_0(e^{j\frac{\pi}{4}} Mr) K_0(e^{-j\frac{\pi}{4}} Mr) \right) +}{} \qquad (14)$$

$$\left. \left. \frac{+ |I_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1)|^2 K_0(e^{j\frac{\pi}{4}} Mr) K_0(e^{-j\frac{\pi}{4}} Mr) \right] dr}{} \right\}.$$

Выражение, стоящее в волнистых скобках в (14), может быть рассмотрено как некоторая расчетная ширина проводящей вторичной системы. Расчетная ширина всегда меньше действительной ширины a_2. Следует, однако, отметить, что интеграл, содержащийся в (14), нам в аналитической форме выразить не удалось. Поэтому при расчете электромагнитной силы приходится пользоваться цифровыми или приближенными методами расчета.

Выражения комплексной мощности (5) и (6) и электромагнитной силы (14) были выведены при условии, что немагнитный зазор насоса заполнен проводящей средой полностью. Теми же выражениями можно рассчитать комплексную мощность и электромагнитную силу и в том случае, если между проводящей средой вторичной системы и магнитопроводом имеются изоляционные промежутки [1, фиг. 3]. Для этого в формулах (5), (6) и (14) следует удельную электрическую проводимость проводящей среды γ заменить на эквивалентную удельную электрическую проводимость $\gamma' = \gamma \frac{\Delta}{\delta}$ [1].

В качестве примера приводим результаты расчета комплексной мощности и электромагнитной силы для насоса со

следующими основными параметрами: $a_1 = 3 \cdot 10^{-3}$ м, $a_2 = 3 \cdot 10^{-2}$ м, $\delta = 22 \cdot 10^{-3}$ м, $\Delta = 18 \cdot 10^{-3}$ м, $\omega = 100\pi \frac{1}{сек}$, $\gamma = 3{,}61 \cdot 10^{6} \cdot \frac{1}{ом \cdot м}$, $I = 8100$ а.

Цилиндрические функции, содержащиеся в (5), были вычислены на ЭЦВМ. При вычислении интеграла в (14) цилиндрические функции были представлены в виде рядов, в которых использовались только три первых члена.

Результаты расчета следующие: $P = 723$ вт, $Q = 545$ вар, $F_x = F_y = -66{,}2$ Н.

Литература

1. Т.А. Веске, Х.А. Таммемяги. Электромагнитное поле в немагнитном зазоре кондукционного насоса переменного тока. См. наст. сборник, стр. 21.

2. Н.Е. Кочин. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. Государственное технико-теоретическое издательство, М., 1934.

T.Veske, H.Tammemägi

Complex Power and Electromagnetic Forces of an Alternating Current Conductive Pump

Summary

The article deals with the problems of the complex power and electromagnetic forces in a non-magnetic gap of an alternating current conductive pump.

The expressions of complex power and electromagnetic forces are deduced.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

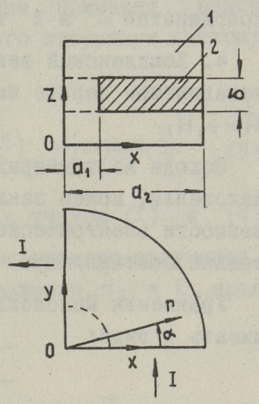
С Е Р И Я А № 301 1970

УДК 621.318.38

Т.А.Веске, Х.А.Таммемяги

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В НЕМАГНИТНОМ ЗАЗОРЕ КОНДУКЦИОННОГО НАСОСА ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

В настоящей работе исследуется электромагнитное поле в немагнитном зазоре кондукционного насоса переменного тока конструкции Г.И. Кабакова. Модель насоса представлена на фиг. I. Магнитопровод I насоса "П"-образный и имеет форму сектора. В немагнитном зазоре магнитопровода располагается проводящая вторичная система 2 (жидкий металл) имеющая также форму сектора и заполняющая немагнитный зазор. Через проводящую вторичную систему пропускается синусоидальный переменный ток, комплексное действующее значение которого равно I (начальная фаза тока принята равной нулю). Взаимодействие тока с созданным им магнитным полем обуславливает электромагнитные усилия, действующие на проводящую вторичную систему. Следует отметить, что электромагнитные усилия возникают и в случае, если через вторичную систему пропускается постоянный ток.



Фиг. 1

Более подробное описание конструкции и принципа действия насоса приведено в [I]. В ней исследовалось электромагнитное поле при условиях, что поле в немагнитном зазоре

не изменяется по координатам α, z и r. Рассматриваемый в настоящей работе анализ является более совершенным по сравнению с приведенным в [I] тем, что здесь учитывается и изменение поля по координате r.

Изучение электромагнитного поля проведено при следующих основных предположениях:

I. Магнитная проницаемость магнитопровода бесконечно велика. Абсолютная магнитная проницаемость μ_a вторичной системы считается равной μ_0.

2. Вторичная система считается неподвижной и рассматривается как твердое тело (т.е. не рассматриваются гидравлические явления в ней).

3. Предполагается, что электромагнитное поле в немагнитном зазоре не изменяется по координатам α и z. Это предположение выражается в том, что все производные по координатам α и z тождественно равны нулю.

4. Комплексный вектор напряженности магнитного поля в немагнитном зазоре имеет только одну составляющую $\dot{H}_z$, т.е. $\vec{\dot{H}} = \vec{e}_z \dot{H}_z$.

Исходя из вышеприведенных предположений и уравнений Максвелла, можем заключить, что комплексный вектор напряженности электрического поля в немагнитном зазоре имеет только составляющую $\dot{E}_\alpha$, т.е. $\vec{\dot{E}} = \vec{e}_\alpha \dot{E}_\alpha$.

Уравнения Максвелла для составляющих $\dot{H}_z$ и $\dot{E}_\alpha$ можно записать в виде:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{d\dot{H}_z}{dr} &= \gamma \dot{E}_\alpha, \\ \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\dot{E}_\alpha\right) &= -j\omega\mu_0\dot{H}_z. \end{aligned}\right\} \qquad (I)$$

Здесь ω – угловая частота питающего тока,

γ – удельная электрическая проводимость вторичной системы.

Уравнения Максвелла (I) можно преобразовать к следующим уравнениям для $\dot{H}_z$ и $\dot{E}_\alpha$:

$$\left.\begin{aligned} r^2\frac{d^2\dot{H}_z}{dr^2} + r\frac{d\dot{H}_z}{dr} - jr^2\omega\mu_0\gamma\dot{H}_z &= 0, \\ r^2\frac{d^2\dot{E}_\alpha}{dr^2} + r\frac{d\dot{E}_\alpha}{dr} - \left(jr^2\omega\mu_0\gamma + 1\right)\dot{E}_\alpha &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

С помощью подстановки $r = \frac{s}{e^{j\frac{\pi}{4}} M}$,

где $M = \sqrt{\omega \mu_0 \gamma}$,

уравнения (2) преобразуются в уравнения Бесселя:

$$\left.\begin{aligned} s^2 \frac{d^2 \dot{H}_z}{ds^2} + s \frac{d\dot{H}_z}{ds} - s^2 \dot{H}_z = 0, \\ s^2 \frac{d^2 \dot{E}_\alpha}{ds^2} + s \frac{d\dot{E}_\alpha}{ds} - (s^2+1) = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Вышеприведенные уравнения следует решить при следующих граничных условиях.

I. Для $\dot{H}_z$:

$$(\dot{H}_z)_{r=a_1} = 0, \quad (\dot{H}_z)_{r=a_2} = -\frac{I}{\delta}. \qquad (4)$$

Граничное условие при $r = a_2$ получим, применяя закон полного тока для контура, охватывающего вторичную систему.

2. Для $\dot{E}_\alpha$:

$$\left(\dot{E}_\alpha + a_1 \frac{d\dot{E}_\alpha}{dr}\right)_{r=a_1} = 0, \quad \left(E_\alpha + a_2 \frac{d\dot{E}_\alpha}{dr}\right)_{r=a_2} = j\omega\mu_0 a_2 \frac{I}{\delta}. \qquad (5)$$

Граничные условия для $\dot{E}_\alpha$ получим с учетом (I) и (4).

Пользуясь цилиндрическими функциями мнимого аргумента, можем решения уравнений (3), т.е. выражения $\dot{H}_z$ и $\dot{E}_\alpha$, представить в следующем виде:

$$\dot{H}_z = \frac{I\left[K_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1) I_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M r) - I_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1) K_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M r)\right]}{\delta\left[I_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1) K_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_2) - I_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_2) K_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1)\right]}, \qquad (6)$$

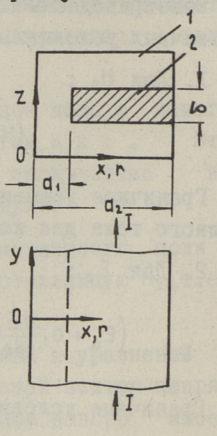
$$\dot{E}_\alpha = \frac{-I e^{j\frac{\pi}{4}} M\left[I_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1) K_1(e^{j\frac{\pi}{4}} M r) + K_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1) I_1(e^{j\frac{\pi}{4}} M r)\right]}{\delta\gamma\left[I_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1) K_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_2) - I_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_2) K_0(e^{j\frac{\pi}{4}} M a_1)\right]}. \qquad (7)$$

Выражения (6) и (7) можно представить и с помощью цилиндрических функций:

$$\dot{H}_z = \frac{I\left[N_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Ma_1)J_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Mr) - J_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Ma_1)N_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Mr)\right]}{\delta\left[J_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Ma_1)N_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Ma_2) - J_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Ma_2)N_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Ma_1)\right]}, \quad (8)$$

$$\dot{E}_\alpha = \frac{Ie^{j\frac{3}{4}\pi}M\left[N_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Ma_1)J_1(e^{j\frac{3}{4}\pi}Mr) - J_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Ma_1)N_1(e^{j\frac{3}{4}\pi}Mr)\right]}{\delta_\ell\left[J_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Ma_1)N_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Ma_2) - J_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Ma_2)N_0(e^{j\frac{3}{4}\pi}Ma_1)\right]}. \quad (9)$$

Частным случаем вышеприведенной задачи является задача определения электромагнитного поля прямого проводника с прямоугольным сечением находящегося в прямоугольном пазу магнитопровода (фиг. 2). Обозначения на фиг. 2 следующие: I - магнитопровод, 2 - проводник с прямоугольным сечением.



Фиг.12

Рассмотрим определение электромагнитного поля данной задачи при следующих условиях.

I. Магнитная проницаемость магнитопровода бесконечно велика, а магнитная проницаемость проводника μ_0.

2. Проводник неподвижный.

3. Электромагнитное поле в пазу не изменяется по координатам y и z, т.е. $\frac{d}{dy}=0$ и $\frac{d}{dz}=0$. При решении учитываем изменение поля по координате $x(r)$, т.е. $\frac{d}{dx}=\frac{d}{dr}\neq 0$.

4. $\dot{\vec{H}}=\vec{e}_z\dot{H}_z$, а следовательно, $\dot{\vec{E}}=\vec{e}_y\dot{E}_y$.

При граничных условиях (4) для $\dot{H}_z$ получим выражения для $\dot{H}_z$ и $\dot{E}_\alpha$ данной задачи в следующем виде:

$$\dot{H}_z = \frac{I\,sh(e^{j\frac{\pi}{4}}Mr - e^{j\frac{\pi}{4}}Ma_1)}{\delta\,sh(e^{j\frac{\pi}{4}}Ma_1 - e^{j\frac{\pi}{4}}Ma_2)}, \quad (10)$$

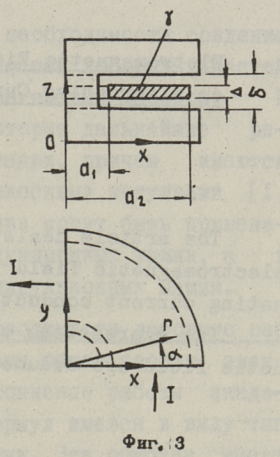
$$\dot{E}_\alpha = \dot{E}_y = \frac{-e^{j\frac{\pi}{4}}MI\,ch(e^{j\frac{\pi}{4}}Mr - e^{j\frac{\pi}{4}}Ma_1)}{\gamma\delta\,sh(e^{j\frac{\pi}{4}}Ma_1 - e^{j\frac{\pi}{4}}Ma_2)}. \quad (11)$$

Для сопоставления формул (6) и (7) с формулами (IO) и (II) выражаем содержащиеся в (6) и (7) I_ν и K_ν с помощью асимптотических формул для большого значения переменного [2, стр. 99, формулы (5) и (7)]. Пользуясь в асимптотической формуле для I_ν только первым членом в первом выражении суммы, а для K_ν только первым членом в выражении суммы и учитывая, что при больших значениях r, a_1 и a_2 $\frac{r}{a_1} \approx \frac{a_1}{a_2} \approx 1$, получим следующие упрощенные выражения для I_ν и K_ν:

$$I_\nu(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}}\, e^{z}, \quad K_\nu(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}}\, e^{-z}. \qquad (I2)$$

Подставляя выражения (I2) в (6) и (7), получим выражения, совпадающие с (IO) и (II).

Следует отметить, что выражения (6) и (7), (8) и (9) пригодны для расчета электромагнитного поля в немагнитном зазоре и в более общем случае, если немагнитный зазор не заполнен проводящей средой полностью (фиг. 3). Для этого в формулах (6), (7), (8) и (9) следует удельную электрическую проводимость проводящей среды γ заменить на эквивалентную удельную электрическую проводимость немагнитного зазора $\gamma' = \gamma \frac{\Delta}{\delta}$.



Фиг. 3

Физически это означает, что проводящая среда расщепляется на бесконечно тонкие слои по плоскости $z = \text{const}$, и весь немагнитный зазор толщиной δ заполняется по высоте такими слоями. По существу такое рассмотрение не противоречит приведенным в начале статьи предположениям, так как рассматривается случай, когда поле не изменяется по координате z.

Литература

I. Э.В. Валласте, Т.А. Веске. Упрощенный расчет электромагнитных процессов в немагнитном зазоре кондукционного насоса конструкции Кабакова Г.И. См. наст. сборник, стр. 53.

2. Г. Бейтмен, А. Эрдейн. Высшие трансцендентные функции. Издательство "Наука", М., 1966.

T.Veske, H.Tammemägi

Eletromagnetic Field in the Non-magnetic Gap of an Alternating Current Conductive Pump

Summary

The article deals with the problems of distribution of electromagnetic field in a non-magnetic gap of an alternating current conductive pump.

The expressions of the complex vectors of electromagnetic field are deduced.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А № 301 1970

УДК 621.313.013

Л.Х. Ранну

ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ИНДУКТИВНОСТЕЙ ЛОБОВЫХ ЧАСТЕЙ ОБМОТОК С ПЛОСКИМИ КАТУШКАМИ

I. Введение. В [4] говорится о необходимости создания своей методики определения индуктивностей лобовых частей для индукционных машин с большим немагнитным зазором. В настоящей работе представляются некоторые дальнейшие результаты исследований в этом направлении, причем имеются в виду, главным образом, обмотки с плоскими катушками [I, 4]. Многие изложенные ниже соображения могут быть применены ко всем типам обмоток плоских индукционных машин, а в некоторой степени и для спиральных индукционных машин.

2. Выражение для коэффициента проводимости лобового рассеяния. В этом параграфе использованы общая теория электрических машин [2] и некоторые рукописные работы академика А.И. Вольдека. При выведении формул имелся в виду тип обмотки [I] в двухстороннем исполнении. Эта обмотка имеет угол фазной зоны $\alpha = 120^{\circ}$. Говоря ниже о параллельных ветвях, мы имеем в виду возможность параллельного соединения катушек только с одинаковыми размерами.

Число последовательно соединенных витков в фазе равняется

$$w = \frac{2pq_1 s_n}{a}, \qquad (I)$$

где p – число пар полюсов,
s_n – число проводников в пазу,
a – число параллельных ветвей,
q_1 – число заполненных обмоткой пазов на полюс и фазу.

Индуктивность лобовых частей одной фазы для всей длины и обеих сторон индуктора равняется

$$L = \frac{2p\Psi'}{\sqrt{2}\,I}, \qquad (2)$$

где I – действующее значение тока в фазе,

Ψ' – потокосцепление со всеми последовательно соединенными проводниками группы катушек на одном краю индуктора.

С другой стороны, используя коэффициент магнитной проводимости $\lambda_л$ [2], получаем для индуктивности (сравнение в [2] часть II, формула 5 – 33):

$$L = \mu_0 \frac{w^2 l}{pq} \lambda_л, \qquad (3)$$

где l – длина активной части машины $(l = 2p\tau)$.

Сопоставляя (2) и (3), получаем

$$\lambda_л = \frac{2p\Psi'}{\sqrt{2}\,I} \frac{pq}{\mu_0 w^2 l} = L \frac{pq}{\mu_0 w^2 l}. \qquad (4)$$

3. <u>Потокосцепление с лобовыми частями обмотки</u>. Представляемая здесь методика разработки формул расчета потокосцеплений с фазой обмотки основывается на следующих допущениях.

I. Потокосцепление с лобовой частью на элементарной длине dx при $x = x_1$ является функцией тока через сечения лобовых частей при $x = x_1$ (обозначаем его $i(x_1)$) и не зависит от токов при $x \neq x_1$. Оно определяется как потокосцепление на длине dx с бесконечно длинными прямолинейными по оси x лобовыми частями от постоянного по оси x тока, с величиной, равной $i(x_1)$, по уравнениям:

$$\operatorname{div} \bar{H} = 0, \qquad (5)$$

$$\operatorname{rot}_x \bar{H} = \delta_x, \qquad (6)$$

т.е. поле считается плоскопараллельным. Это допущение рассматривается более подробно в следующем параграфе.

2. За основу берется математическая модель индуктивности в виде следующего выражения:

$$M = S + Rk, \qquad (7)$$

где M – индуктивность одного усредненного витка на единицу длины [4],

S – независящая от коэффициента k часть модели M.

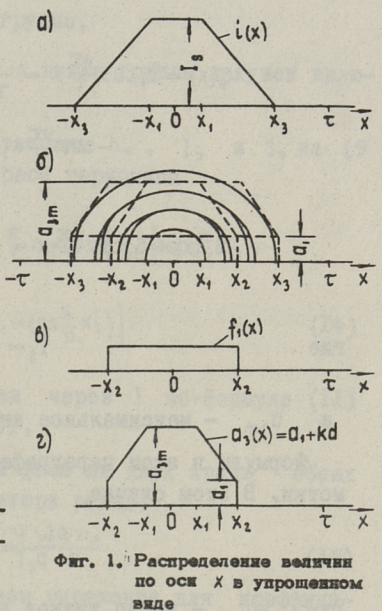
R – множитель у коэффициента k той части модели, которая линейно зависит от k.

Линейная зависимость от коэффициента k необходима для разложения в ряд Фурье функции $k(x)$.

3. Модель содержит геометрические размеры, характеризующие величину и расположение сечения лобовой части, по отношению к которой определяется потокосцепление. Размеры и расположение сечений лобовых частей с токами, вызывающими поток, учитываются выбором модели для расположений, наиболее соответствующих их действительным расположениям.

4. Внешние контуры лобовых частей могут быть упрощены (фиг. I б).

5. Число проводников различное в разных сечениях лобовой части. Учет этого разложением функции числа проводников от x в ряд Фурье нецелесообразен, так как приведет в дальнейшем к интегралам от произведения трех косинусов вместо двух и в связи с этим к усложнению выражений для интегралов. Поэтому будем изменения числа проводников по x учитывать коэффициентом распределения k_p, известным из теории электрических машин.



Фиг. 1. Распределение величин по оси x в упрощенном виде

Следуя [3], разложим в ряд Фурье распределение по оси x полного тока через сечение лобовой части $i(x)$ (фиг. Iа). По оси x изменяется также величина вылета лобовой части

$a_3(x) = a_1 + kd$. Разложим также в ряд Фурье коэффициент $k = \frac{a_3(x) - a_1}{d}$. Размеры a_1 и kd показаны на фиг. 2а.

Независящую от k часть модели S следует принимать отличной от нуля только в промежутке $-x_2 < x < x_2$ (фиг.I в). Поэтому разложим в ряд Фурье также $S(x) = f_1(x)$ (фиг.I в).

Посредством гармонического анализа получаем следующие ν-ые гармонические составляющие.

$$k_\nu(x) = K_\nu \cos\frac{\nu\pi}{\tau}x = \frac{2\tau}{\nu^2\pi^2 d}\,\frac{a_{3m}-a_1}{x_2-x_1}\left(\cos\frac{\nu\pi}{\tau}x_1 - \cos\frac{\nu\pi}{\tau}x_2\right)\cos\frac{\nu\pi}{\tau}x, \tag{8}$$

$$i_\nu(x) = I_\nu \cos\frac{\nu\pi}{\tau}x = \frac{2I_s\tau}{\nu^2\pi^2(x_3-x_1)}\left(\cos\frac{\nu\pi}{\tau}x_1 - \cos\frac{\nu\pi}{\tau}x_3\right)\cos\frac{\nu\pi}{\tau}x, \tag{9}$$

$$S_\nu(x) = S_\nu \cos\frac{\nu\pi}{\tau}x = \frac{2}{\nu\pi}S\sin\frac{\nu\pi}{\tau}x_2\cos\frac{\nu\pi}{\tau}x, \tag{10}$$

где $$I_s = \sqrt{2}\,I\,w/p \tag{11}$$

и a_{3m} – максимальное значение размера a_3.

Формулы в этом параграфе выведены для однослойной обмотки. В этом случае

$$\frac{w}{p} = \frac{2q_1 w_k}{a}. \tag{12}$$

где w_k – число витков в катушке.

В случае обмоток показанного на фиг. 4 типа следует в (8...10,14) брать $x_1 = 0$.

Если рассчитать сразу индуктивность лобовых частей как сумму собственной индуктивности лобовых частей фазы и взаимных индуктивностей от лобовых частей других фаз, то в

кривой распределения тока будет отсутствовать постоянная составляющая. Учитывая что интеграл по периоду основной гармоники произведения разных гармоник равняется нулю, получаем для ν-ой гармоники потокосцепления с лобовыми частями параллельной ветви на двух краях обеих сторон (верхней и нижней) от тока всех фаз следующее выражение:

$$\Psi_\nu = 6pq_1 w_к k_{p\nu} \frac{1}{a}\left[\int_{-\tau}^{\tau} S_\nu I_\nu \cos\frac{\nu\pi}{\tau}x \cos\frac{\nu\pi}{\tau}x\,dx + \right.$$

$$\left. + \int_{-\tau}^{\tau} RI_\nu K_\nu \cos\frac{\nu\pi}{\tau}x \cos\frac{\nu\pi}{\tau}x\,dx\right], \qquad (13)$$

где $2q_1$ – число катушек в группе,

При этом предполагается, что все витки группы катушек включены последовательно.

После интегрирования и подстановки K_ν, I_ν и S_ν из (9 ...10) в (13), получаем для первой гармоники

$$\Psi_1 = 12\sqrt{2}\, w^2 k_{p1} \frac{\tau^2 I}{\pi^3 p(x_3 - x_1)}\left(\cos\frac{\pi}{\tau}x_1 - \cos\frac{\pi}{\tau}x_3\right)\left[\sin\frac{\pi}{\tau}x_2 + \right.$$

$$\left. + \frac{R\tau}{\pi d}\,\frac{a_{3m} - a_1}{x_2 - x_1}\left(\cos\frac{\pi}{\tau}x_1 - \cos\frac{\pi}{\tau}x_2\right)\right]. \qquad (14)$$

В (14) дополнительно I_s выражен через I по формуле (11) и $w_к$ через w по формуле (12).

Индуктивность лобовых частей фазы на двух краях обеих сторон (верхней и нижней) индуктора равна:

$$L = \frac{\Psi}{\sqrt{2}\, I} = \frac{\Psi}{I_s}\,\frac{2q_1 w_к}{a}. \qquad (15)$$

Подстановкой (15) в (4), получаем выражение для коэффициента проводимости рассеяния $\lambda_л$.

4. <u>Допущение о плоскопараллельности магнитного поля в лобовом пространстве обмоток с плоскими катушками</u>. Допущение о плоскопараллельности поля в лобовом пространстве обмоток с плоскими катушками основывается на особенностях индукторов и обмоток с плоскими катушками, а именно:

а) величина немагнитного зазора большая,

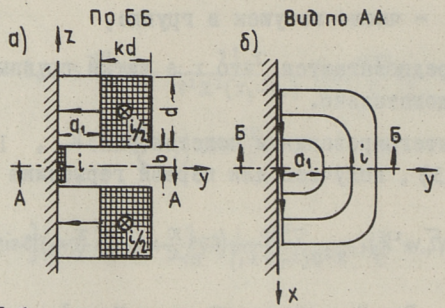
б) глубина пазов индуктора, а также линейная токовая нагрузка большая,

в) лобовые части расположены близко к сердечнику,

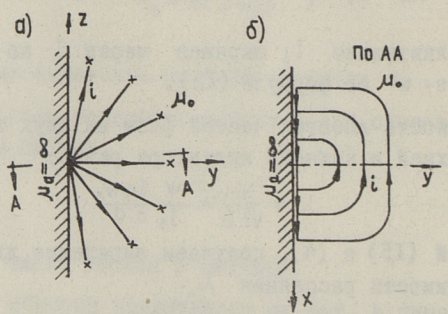
г) обычно применяются двусторонние индукторы.

Особенности б, в, г являются полезными по экономическим соображениям и поэтому учет их может быть оправдан.

На основе упомянутых особенностей индуктивности лобовых частей рассматриваемых обмоток в основном определяются потоком, замыкающимся через боковые поверхности верхней и нижней сторон индуктора, или потоком, выпучивающимся из немагнитного зазора. Это демонстрируется также результатами расчета по [4].



Фиг. 2. Лобовая часть группы катушек и ток, заменяющий зазор



Фиг. 3. Модель лобовой части группы катушек для обоснования допущения о плоскопараллельности поля в лобовом пространстве

Наиболее наглядно плоскопараллельность поля в лобовом пространстве может быть объяснена на основе сходства лобовой части группы катушек рассматриваемых обмоток, включая

и токи, заменяющие зазор (фиг. 2), с тороидом (фиг. 3), имеющим большое число равномерно расположенных витков. На фиг. 3 из-за наглядности надо было ограничиться показом только некоторых витков. Так как магнитное поле упомянутого тороида определяется только током, сосредоточенным на границе ферромагнитной среды, на основе закона полного тока, то и поле действительной лобовой части обмотки с перечисленными особенностями в основном определяется током, заменяющим зазор. Индуктивность L', обусловленная расхождением формы лобовых соединений от тороидальной формы, рассчитывается для участков, параллельных оси x, с некоторой ошибкой также формулами плоскопараллельного поля. Допущенная при этом ошибка мало влияет на суммарную индуктивность, так как L' гораздо меньше, чем суммарная индуктивность [4].

Имея в виду сказанное, можем утверждать, что раздельный учет составляющих тока по оси y, т.е. i_y, был бы уже ошибочным.

Вышеуказанное положение неучета составляющих i_y не может быть распространено на участки лобовых соединений на торцах индуктора, где составляющие тока i_y играют ту же роль, что и составляющие i_x на краях индуктора.

5. Сопоставление результатов расчета с экспериментом. Для экспериментальной проверки полученных расчетных формул был изготовлен индуктор, описанный в [6], с двухслойной обмоткой, распределение фазных зон которой по пазам показано на фиг. 4.

Фиг. 4. Распределение фазных зон по пазам испытываемой обмотки

Отличие упомянутого индуктора от описанного в [6] заключается в том, что пазы заполнены полностью обмоткой и величина зазора $\delta = 35{,}5$ мм. При этом число витков в катушке $w_к = 80$. Все витки одной фазы включены последовательно, и три фазы соединены в звезду без нулевого провода.

На лобовой части одной группы катушек в фазе B (на фиг. 4 на верхней половине чертежа) на один край индуктора наложено 8 измерительных витков таким образом, что одни стороны этих витков располагаются все вместе на краю индуктора в середине зазора (по координатной системе на фиг. 3 на месте, где $y = 0$ и $z = 0$). Другие стороны измерительных витков протянуты вдоль лобовых частей катушек на их верхней и нижней поверхностях.

Индуктор включается на выход индукционного регулятора, где система напряжений была практически симметричной (линейные напряжения $U_{AB} = 170{,}4$ в, $U_{BC} = 171{,}2$ в и $U_{CA} = 172{,}8$в). При этом токи в фазах обмотки равнялись $I_A = 4{,}515$ а, $I_B = 4{,}75$ а и $I_C = 4{,}81$ а. Измеряемая ламповым вольтметром э.д.с. на зажимах измерительной катушки равнялась $E = 261$ мв. Дополнительным включением последовательно с фазой B активного сопротивления (реостата) величиной в 2,53 ома была достигнута практически полная симметрия фазных токов ($I_A = 4{,}67$ а, $I_B = 4{,}69$ а, $I_C = 4{,}65$ а). При этом напряжение на зажимах измерительной катушки не изменилось (осталось равным $E = 261$ мв).

На основе описанного измерения мы определили поток, сцепляющийся со средним витком измерительной катушки:

$$\Phi = \frac{E}{4{,}44 f w_u} = \frac{261 \cdot 10^{-3}}{4{,}44 \cdot 50 \cdot 8} = 1{,}47 \cdot 10^{-4}\ 6\delta .$$

Здесь w_u – число витков измерительной катушки, и
f – частота питающей сети.

Рассчитаем поток первой гармоники Φ_1, сцепляющийся со средним витком лобовой части на одном краю индуктора. Формула для этого расчета наиболее просто получается из (13), для чего принимаем $\nu = 1$, интегрируем и делим результат на $2 \cdot 2 q p w_k$. Таким образом,

$$\Phi_1 = 1{,}5 \tau k_{p1} \frac{1}{a} \left[I_1 S_1 + I_1 R K_1 \right] =$$

$$= 1{,}5 \cdot 0{,}147 \cdot 0{,}826 \cdot \frac{1}{1} \left[2 \cdot 967 \cdot 0{,}552 \cdot 0{,}8265 \cdot 10^{-6} + \right.$$

$$\left. + 2 \cdot 967 \cdot 0{,}0411 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}542 \right] = 1{,}647 \cdot 10^{-4}\ 6\delta .$$

Размеры лобовых частей (фиг. 1, 2а) при этом были равны (все размеры по оси x в метрах, а по осям y и z – в относительных единицах):

$a_1 = 0{,}244$, $a_{3m} = 1{,}476$, $x_1 = 0$,

$d = 0{,}691$, $b = 0{,}5$, $\tau = 0{,}147$.

Базисная величина $\delta k_\delta = 0{,}041$ м.

Согласно этим значениям размеров получаем

$I_1 = 2 \cdot 967$ а по (9).

$S_1 = 0{,}552 \cdot S$ гн/м по (10).

$S = 0{,}862 \cdot 10^{-6}$ гн/м по модели.

$K_1 = 0{,}542$ по (8).

$R = 0{,}0411 \cdot 10^{-6}$ гн/м по модели.

При этом модель индуктивности $M = S + Rk$ по численным значениям является средним между моделями индуктивности для однослойной обмотки M_{11} и взаимной индуктивности для двухслойной обмотки: $M_{23} = M_{32}$

$$M_{11} = S_{11} + R_{11}k = (6746 + 1492\,a_1 + 677\,d + 1316\,b - 101\,a_1 d - 232\,a_1 b) \cdot 10^{-10} + 473 \cdot 10^{-10} k;$$

$$M_{23} = M_{32} = S_{23} + R_{23}k = (6890 + 1376\,a_1 + 967\,d + 987\,b - 185\,a_1 d - 193\,a_1 b) \cdot 10^{-10} + (281 + 98{,}5\,d) \cdot 10^{-10} k.$$

Полученное по (10) значение тока умножено на 2, так как имеется двухслойная обмотка.

Итак, рассчитанная величина потока на 12% больше, чем величина, определяемая экспериментально. Это можно объяснить неточностями, связанными с введением модели для индуктивности, а также конечными размерами индуктора по оси z, зубчатостью части боковой поверхности индуктора и экранирующим эффектом листов индуктора. Последние три обстоятельства в расчетах не учтены.

Литература

1. А.И. Вольдек, Х-А.И. Янес, Л.Х. Раннуу. Авторское свидетельство № 202296, класс 21 d,51 от 18/X 1963 г. "Обмотка индукционной машины".

2. А.И. Вольдек. Электрические машины. Изд."Энергия", М.-Л., 1966.

3. А.И. В о л ь д е к. Методика расчета векторного магнитного потенциала лобовых частей обмоток электрических машин. Труды Ленинградского политехнического института им.М.И. Калинина, № 241, 1964.

4. Л.Х. Р а н н у. Об определении поля в лобовом пространстве плоской индукционной машины. Труды ТПИ, серия А, № 249, 1967.

5. Л.Х. Р а н н у. О расчете индуктивностей лобовых частей плоских индукционных машин. Труды ТПИ, серия А, № 249, 1967.

6. Л.Х. Р а н н у. Пульсирующая составляющая и гармонический состав кривой магнитной индукции немагнитного зазора плоской линейной индукционной машины, обмотанной плоскими катушками. Труды ТПИ, серия А, № 284, 1970.

L. Rannu

Engineering Method for the Calculation of the Inductances of End-Windings for Induction-Machines with Flat Coils

Summary

On the ground of the author's preceding papers it can be stated, that the main part of the end-windings field of these types of windings which are being dealt with consists of fields, which either are bent-out from the non-magnetic gap or which go out of the side surfaces of the inductor blocks. These fields can be conceived as flat-parallels. This and the mathematical models are taken as the basis of this paper. The mathematical models express the dependence of inductances for the mean wire of the end-windings about the length unit on geometrical measurements and the location of the cross-sections of end-windings. As a result formulae are got for the calculation of the inductances of end-windings.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 301 1970

УДК 621.318.38

Я.К.Лоотус, Х.А.Тийсмус

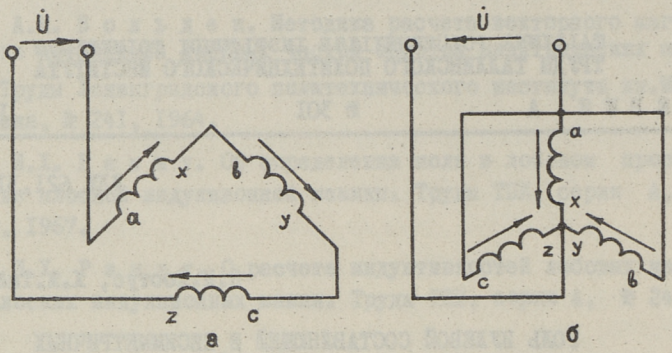
РОЛЬ НУЛЕВОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ В НЕСИММЕТРИЧНЫХ РЕЖИМАХ МГД-ТОРМОЗА[1]

I. Введение. На возможности использования токов нулевой последовательности в целях торможения асинхронных двигателей указано многими авторами. Особенно четко это доказано теоретически и экспериментально в работах Т.П.Губенко [1, 2].

Наличие тока нулевой последовательности в асинхронных двигателях значительно уменьшает время торможения. Возникновение токов от третьей и кратных трем гармоник в обмотках фазного ротора зависит от того, соединена ли она в звезду (токи отсутствуют) или в треугольник (токи индуктируются). В короткозамкнутом роторе асинхронного двигателя наводятся токи всех гармоник поля, имеющихся в кривой намагничивающих сил статорной обмотки. То же самое наблюдается и в индукционных насосах.

Так как токи нулевой последовательности имеют место почти во всех несимметричных схемах включения, проведен подробный анализ об их влиянии на эффективность торможения. Основой нижеследующих исследований взяты схемы I5 и I6 (фиг. I), имеющие согласно [I] только ток нулевой последовательности. В качестве МГД-тормоза рассматривается цилиндрический индукционный насос без ферромагнитного сердечника, в качестве проводящей зоны используется сплошной проводящий цилиндр.

[1] В данной работе принял участие студент ТПИ Л.В. Кинк.



Фиг. 1. Несимметричные схемы включения для нулевой составляющей сопротивления : а – схема, полученная из симметричного треугольника (схема № 15); б – схема, полученная из симметричной звезды (схема № 16)

2. Определение сопротивления нулевой последовательности. Дополнительные моменты, создаваемые третьей и кратными трем гармониками поля, зависят от величины тока во вторичной системе, для определения которого необходимо знать величину сопротивления нулевой последовательности.

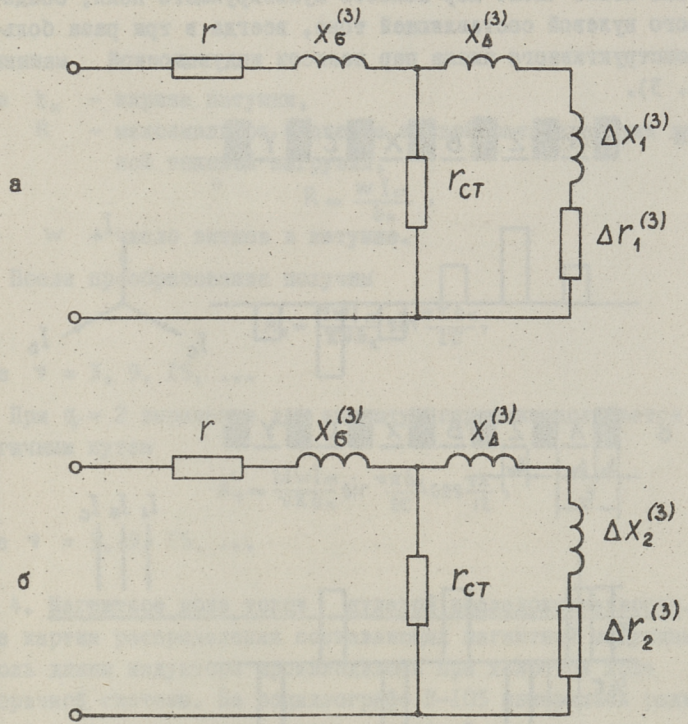
Согласно [2] уравнение для сопротивления нулевой последовательности имеет вид

$$Z_0 = \frac{Z_1^{(3)} + Z_2^{(3)} + \dfrac{Z_1^{(9)} + Z_2^{(9)} + \dfrac{Z_1^{(15)} + Z_2^{(15)} + \cdots}{3}}{3}}{3}.$$

Возникновение высших пространственных гармоник магнитного поля в цилиндрическом бессердечниковом насосе зависит от геометрических размеров насоса, сила от этих гармоник, действующая на вторичную систему, – от величины зазора между индуктором и жидким металлом. Следует полагать, что уже девятая пространственная гармоника имеет столь незначительное влияние, что ею при расчете можно пренебречь. В этом случае уравнение для расчета сопротивления нулевой последовательности упрощается и примет вид

$$Z_0 = \frac{Z_1^{(3)} + Z_2^{(3)}}{2}.$$

Сопротивления $Z_1^{(3)}$ и $Z_2^{(3)}$ определяются из схемы замещения [3] для симметричных составляющих сопротивлений (фиг. 2).

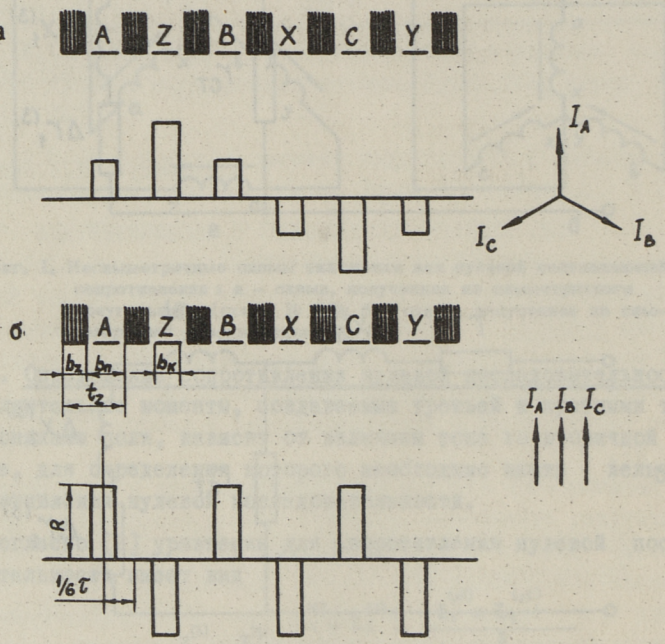


Фиг. 2. Схема замещения для симметричных составляющих сопротивлений: а – прямая последовательность (индекс 1 у вносимого активного и индуктивного сопротивлений Δr и Δx), б – обратная последовательность (индекс 2)

3. Расчет линейной токовой нагрузки для третьей гармоники магнитного поля. Формулы для расчета линейной токовой нагрузки в [4] выведены для симметричной трехфазной системы, где не могут существовать третья и кратные трем гармоники. В настоящей работе определяются аналогичные формулы для токов нулевой последовательности.

Нулевые составляющие тока и напряжения непосредственно не связаны с бегущим магнитным полем. В действительности нулевая составляющая тока создает пульсирующее поле, которое, в свою очередь, можно разложить на бегущие в противоположные

стороны поля. Число пар полюсов пульсирующего поля, создаваемого нулевой составляющей тока, всегда в три раза больше конструктивного числа пар полюсов индукционной машины (фиг. 3).



Фиг. 3. Распределение линейной токовой нагрузки вдоль длины индуктора (q = 1): а – симметричная схема включения при трехфазном питании, б – несимметричная схема (№ 15 или 16): t_z – зубцовый шаг, b_z – ширина зубца, $b_п$ – ширина паза, $b_к$ – ширина катушки

На фиг. 3б показана кривая распределения линейной токовой нагрузки вдоль длины индуктора (по оси z) для нулевой составляющей, если число пазов на полюс и фазу q = I. Эту кривую можно разложить в ряд Фурье и получить гармоники линейной токовой нагрузки A'_ν [4]

$$A'_\nu = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi F(\alpha z)\cos\nu(\alpha z)\,d(\alpha z).$$

После интегрирования для амплитуд третьей и кратных трем гармоник получим:

$$A'_\nu = \frac{12R}{\pi\nu}\sin\frac{\nu\pi b_к}{2\tau},$$

где $b_к$ – ширина катушки,

R – максимальное значение кривой распределения линейной токовой нагрузки,

$$R = \frac{wI_m}{b_к},$$

w – число витков в катушке.

После преобразования получим

$$A'_\nu = \frac{12wI_m}{\pi\nu b_к} \sin\frac{\nu\pi b_к}{2\tau},$$

где $\nu = 3, 9, 15, \ldots$

При $q = 2$ выражение для амплитуд гармоник получается аналогичным путем

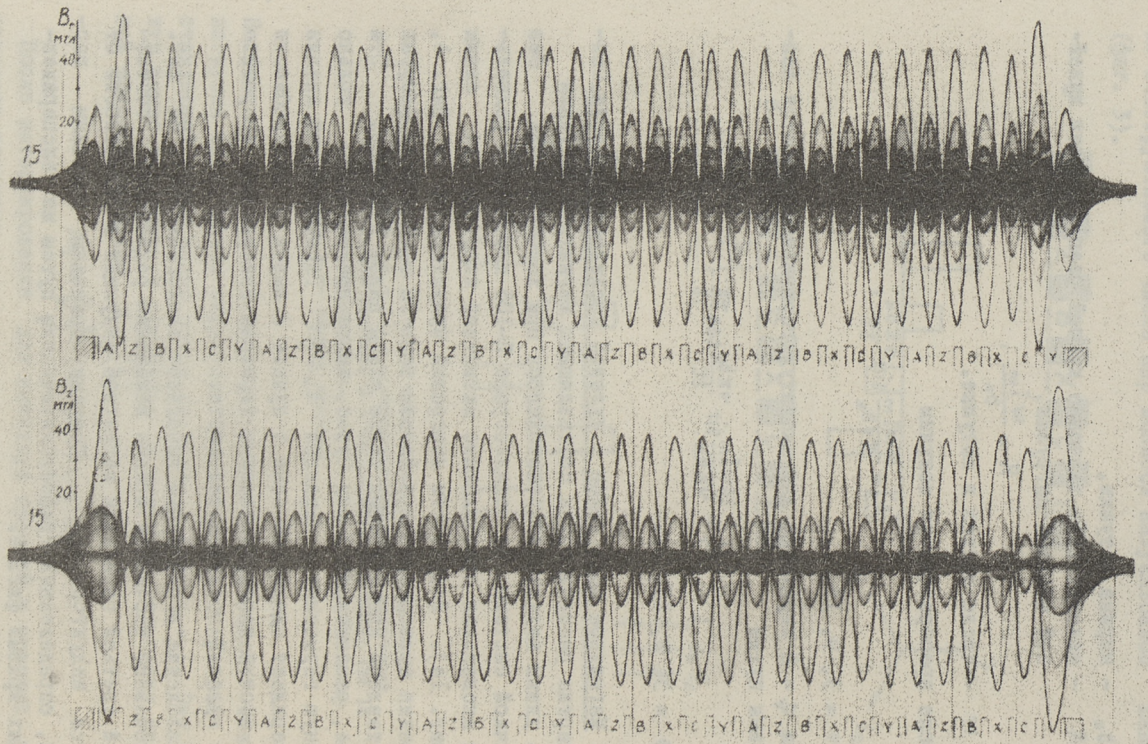
$$A'_\nu = \frac{24wI_m}{\nu\pi b_к} \sin\frac{\nu\pi b_к}{2\tau}\cos\frac{\nu\pi}{12},$$

где $\nu = 3, 9, 15, \ldots$

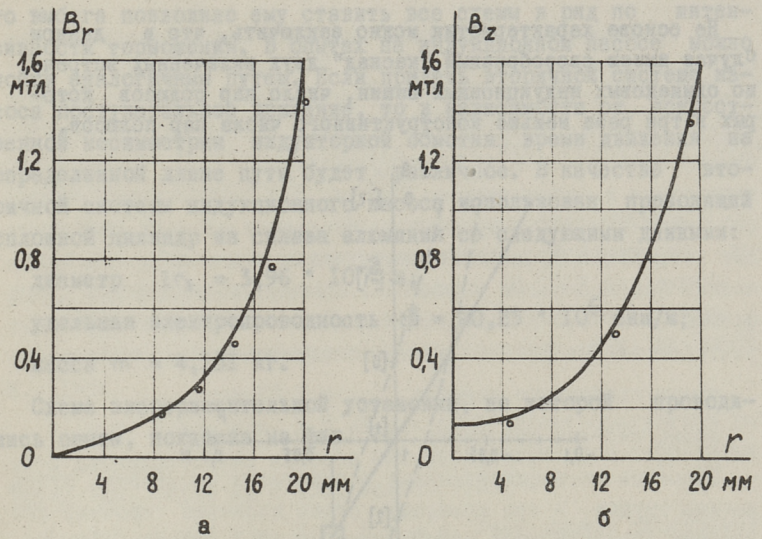
4. Магнитное поле токов нулевой последовательности. Снятие картин распределения составляющих магнитной индукции вдоль длины индуктора производилось при холостом ходе без вторичной системы. На осциллографе Н-105 измерялись радиальная и аксиальная составляющие магнитной индукции для схемы 15 (фиг. 1а). Результаты измерений представлены на фиг. 4, измерения проводились при фазном токе 30 а. На обеих фигурах представлены кроме кривых также схемы пазов и зубцов. Эти кривые, разложенные в ряд Фурье, имеют практически только основную гармонику с периодом $\tau_0 = \frac{1}{3}\tau$. Гармонический анализ подтверждает сделанный нами в пункте 2 вывод о ненадобности учета высших пространственных гармоник при расчете сопротивления нулевой последовательности.

Разложение в ряд Фурье выполнено аналогично [4]. На фиг. 5а показана расчетная кривая изменения радиальной составляющей третьей гармоники магнитной индукции в зависимости от радиуса индуктора r. Точками показаны величины гармоник, определенных графоаналитическим путем из экспериментальных кривых фиг. 4.

Результаты расчетов для аксиальной составляющей магнитной индукции представлены на фиг. 5б.



Фиг. 4. Распределение радиальной (B_r) и аксиальной (B_z) составляющих магнитной индукции вдоль длины индуктора для схемы № 15



Фиг. 5. Распределение радиальной (а) и аксиальной (б) магнитной индукции для третьей гармоники по радиусу: Сплошные линии – расчетные, точки – экспериментальные

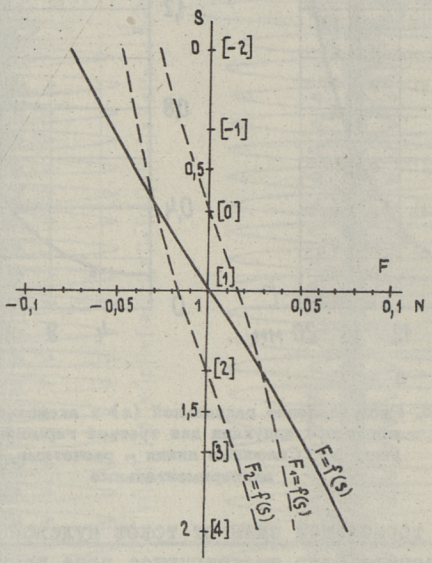
5. Расчет тормозящей силы от токов нулевой последовательности. При расчете одно пульсирующее поле разлагается на два поля с половинными амплитудами, бегущими в противоположных направлениях. Синхронная скорость обоих полей равна 1/3 синхронной скорости основного поля машины.

Обозначим одно из полей – поле прямой последовательности – индексом 1, другое – поле обратной последовательности – индексом 2. На фиг. 6 построены характеристики развиваемой силы от этих компонентов и результирующая характеристика при однофазном питании обмоток индуктора. Сила F выражается формулой [3]

$$F = \frac{\pi l B_0^2 r_4}{\mu_0} I_m \left[\frac{k\lambda I_0(\lambda r_3) + n\alpha I_1(\lambda r_3)}{a\lambda I_0(\lambda r_3) + c\alpha I_1(\lambda r_3)} \right]^*.$$

При расчете аксиальной составляющей магнитной индукции B_0 в этом выражении использована формула для линейной токовой нагрузки, выведенная в настоящей работе для третьей пространственной гармоники.

На основе характеристик можно заключить, что в данном случае имеем своеобразный "каскад" двух включенных встречно одинаковых индукционных машин, число пар полюсов которых в три раза меньше конструктивного числа пар полюсов.



Фиг. 6. Сила, развиваемая насосом от токов нулевой последовательности: F_1 – сила, созданная полем с половинной амплитудой прямой последовательности, F_2 – сила, созданная полем с половинной амплитудой обратной последовательности, F – результирующая сила. Цифрами в скобках показано скольжение относительно третьей, без скобок – относительно основной гармоники

Как видно из фиг. 6, насос развивает в обоих направлениях тормозное усилие, возрастающее с увеличением скорости вторичной системы.

6. Экспериментальное исследование несимметричной схемы с токами нулевой последовательности. Для экспериментальных исследований выбрана схема I6 (фиг. I6), в которой ток нулевой последовательности в три раза больше по сравнению со схемой I5 при неизменном напряжении питания. Для этой схемы имеем

$$\dot{I}_1 = 0; \quad \dot{I}_2 = 0; \quad \dot{I}_0 = \frac{\dot{U}}{Z_0}.$$

Чтобы судить об интенсивности торможения электродвигателя, проф. Губенко в своих опытах измерял время торможения до остановки двигателя после включения разных схем. Сравнение

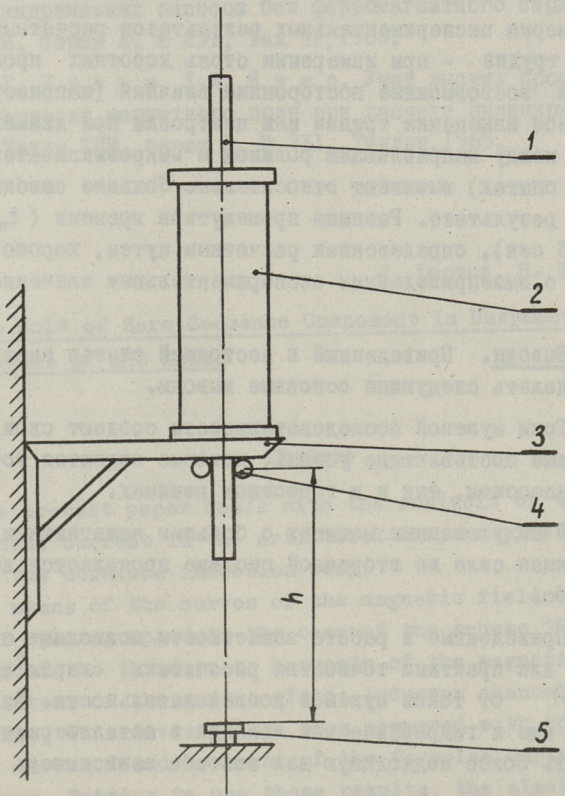
длительности торможения между собой и со временем свободного выбега позволило ему ставить все схемы в ряд по интенсивности торможения. В опытах на индукционном насосе можно пойти аналогичным путем. Если придать вторичной системе насоса поступательное движение, то в зависимости от искусственной несимметрии индукторной обмотки время движения на определенной длине пути будет различное. В качестве вторичной системы индукционного насоса использован проводящий сплошной цилиндр из сплава алюминия со следующими данными:

диаметр $2r_3 = 3{,}96 \cdot 10^{-2}$ м;

удельная электропроводность $\gamma = 20{,}25 \cdot 10^{6}$ сим/м;

масса $m = 4{,}131$ кг.

Схема экспериментальной установки, на которой проводились опыты, показана на фиг. 7.



Фиг. 7. Схема установки для экспериментального исследования силы от токов нулевой последовательности

На кронштейне 3 расположен индуктор цилиндрического насоса 2 в вертикальном положении. Внизу, под насосом, расположено приспособление 4 для регистрации первоначальной точки измерения времени при движении падающего цилиндра I. Приспособление состоит из микровыключателя с замыкающими контактами и направляющего ролика. Для фиксирования конечной точки измерения времени на основании имеется выключающее устройство 5, имеющее размыкающие контакты с механическим фиксированием положения. Опыты были проведены при фазном токе 78,3 а (для этого же значения рассчитаны характеристики на фиг. 6) и дали следующие результаты:

время свободного падения $t_{сп} = 0{,}23$ сек;

время падения для схемы I6 $t_{16} = 0{,}27$ сек.

Проверка экспериментальных результатов расчетным путем весьма трудна - при измерении столь коротких промежутков времени всевозможные посторонние влияния (например, незначительное изменение трения или центровки при движении цилиндра между направляющим роликом и микровыключателем при разных опытах) вызывают относительно большие ошибки в конечном результате. Разница промежутков времени ($t_{16} - t_{сп} = 0{,}043$ сек), определенная расчетным путем, хорошо согласуется с вышеприведенным экспериментальным значением (0,04 сек).

6. Выводы. Приведенный в настоящей статье анализ позволяет сделать следующие основные выводы.

I. Токи нулевой последовательности создают свои дополнительные составляющие усилий, которые являются тормозными как в насосном, так и в тормозном режимах.

2. В индукционных машинах с большим немагнитным зазором тормозящая сила во вторичной системе проявляется достаточно слабо.

3. Приведенные в работе зависимости позволяют с достаточной для практики точностью рассчитать характеристики $F = f(s)$ от токов нулевой последовательности. Если учитывать еще и гидравлические явления в металлотракте, можно получить более подходящую для насосов зависимость $Q - p$.

Литература

I. Т.П. Губенко. Работа индукционных машин при искажении симметрии статорной обмотки. Научные записки, вып. XXXIУ, серия электротехническая, № 8. Изд. Львовского государственного университета, 1955.

2. Т.П. Губенко. Искажение симметрии статорной обмотки и напряжения в целях торможения и регулирования скорости индукционных двигателей. Сессия АН СССР по научным проблемам автоматизации производства. Научно-технические проблемы автоматизированного электропривода. Изд. АН СССР, М., 1956.

3. Э.Г. Кюльм, Х.И. Янес. Об электромагнитном расчете цилиндрических насосов без ферромагнитного сердечника. Труды ТПИ, серия А, № 231, Таллин, 1965.

4. Э.Г. Кюльм, Х.И. Янес. Учет высших пространственных гармоник магнитного поля при расчете цилиндрического насоса. Труды ТПИ, серия А, № 231, Таллин, 1965.

J. Lootus, H. Tiismus

The Role of Zero Sequence Component in Unsymmetrical Regimes of MHD Brake

Summary

The present paper deals with the analysis of the role of residual current in the artificial unsymmetrical switchings of the coreless induction pump.

By means of the curves of the magnetic field components B_r and B_z photographed in the case of the scheme 15, the division of the third space harmonic of the magnetic field to the extent of the radius of the inductor channel has been determined. This division has been compared with the theoretical curves found by means of the formulae derived in this paper. Putting to use these results, the electromagnetic force produced by the pump is worked out.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 301 1970

УДК 621.318.38

Х.А.Тийсмус, Ю.Я.Лаугис, Х.А.Саккос

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ МГД-ПРИВОДА

В настоящее время в металлургии все большее применение находят различные типы МГД-приводов, позволяющие создать устройства для непрерывного транспорта жидких металлов. Такие МГД-приводы работают уже на нескольких заводах и комбинатах СССР. Однако внедренные до сих пор МГД-приводы, работающие по разомкнутой системе управления, в некоторых случаях не обеспечивают необходимой точности подачи жидкого металла из-за различных возмущений, действующих на их производительность. В таких случаях необходимо применять замкнутые системы управления МГД-приводами.

Анализ и синтез замкнутых систем МГД-привода требуют полной информации о статических и динамических процессах, происходящих во всех звеньях замкнутой системы, в том числе и в объекте регулирования, которым является МГД-привод. Такую исчерпывающую информацию дает передаточная функция МГД-привода, которую в принципе можно получить или расчетным путем, или экспериментально. Имея в виду сложность математического описания электромагнитных и гидравлических процессов в МГД-приводе, основным методом для получения передаточной функции мы пока еще должны считать экспериментальный метод.

Аппроксимирующую передаточную функцию можно получить исходя из переходной характеристики объекта или из частотных характеристик его. Однако экспериментальное определение переходной характеристики объекта не дает той не-

достающей информации, которую можно получить при снятии частотных характеристик [I]. Даже небольшие ошибки, допущенные при снятии переходных характеристик, приводят к значительным изменениям соответствующей передаточной функции, в то время как малые ошибки измерений при снятии частотных характеристик оказывают относительно слабое влияние на передаточную функцию, полученную на основании этих характеристик. Поэтому для полного анализа динамических характеристик объекта регулирования всегда желательно снимать частотные характеристики его.

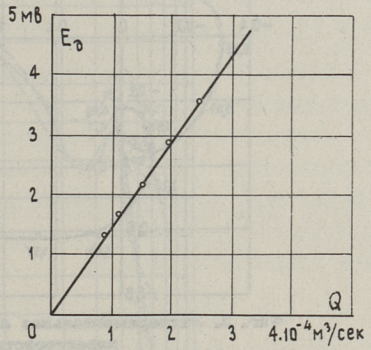
Первая попытка исследования динамических характеристик МГД-привода сделана в [2], где получены передаточные функции МГД-привода на базе МГД-насоса ЭМН-6, причем входной величиной являлось напряжение питания насоса и выходной величиной - развиваемый насосом напор.

В настоящей работе объектом исследования был МГД-привод, построенный в Таллинском политехническом институте. Опыты проводились на экспериментальной установке, состоящей из МГД-насоса ЭМН-7м и трубопровода для жидкого металла, в данном случае для ртути.

Основной трудностью при снятии частотных характеристик МГД-привода была регистрация выходной величины его - производительности. В экспериментах применялся электромагнитный кондукционный датчик производительности [3], статическая характеристика которого представлена на фиг. I. При снятии частотных характеристик колебание выходного сигнала датчика составляет менее I милливольта. Регистрировать такие малые колебания напряжения без специальных приставок серийными самопишущими потенциометрами и осциллографами невозможно. Кроме того, силовые элементы схемы управления - магнитные усилители - имеют нелинейные характеристики и гармонический сигнал на входе объекта (колебание среднего значения напряжения на зажимах МГД-насоса) оказывается искаженным. Поэтому в схему управления необходимо ввести местную обратную связь [4]. В этом случае нелинейности характеристик силовых элементов не имеют особого значения и опыты значительно упрощаются.

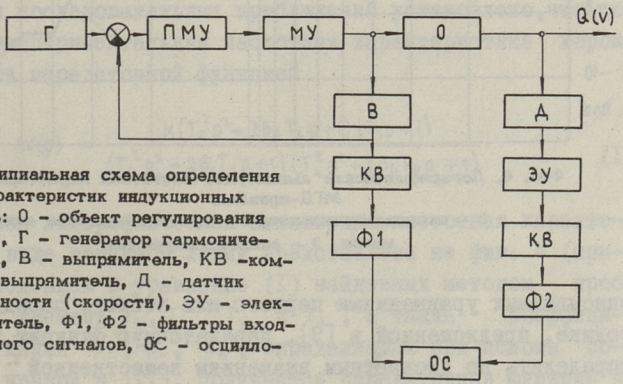
Для подачи на вход объекта гармонических колебаний частотой порядка $10^{-2}...10^{1}$ гц использовался стандартный низкочастотный генератор периодических колебаний НГПК-2.

Управление силовым магнитным усилителем непосредственно от генератора гармонических колебаний невозможно из-за малой выходной мощности его и поэтому пришлось пользоваться промежуточным магнитным усилителем ТУМ-А5.



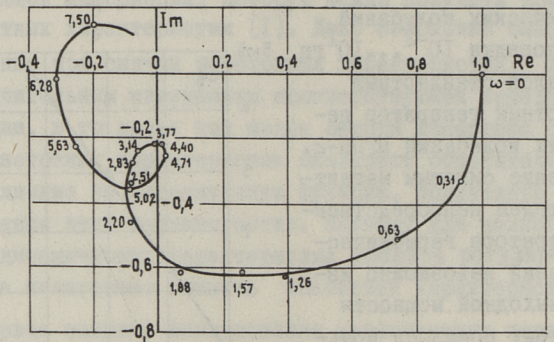
Фиг. 1. Статическая характеристика электромагнитного кондукционного датчика производительности

С учетом вышеизложенного, экспериментальное определение частотных характеристик МГД-привода, созданного на базе МГД-насоса ЭМН-7м, проводилось по принципиальной схеме, приведенной на фиг. 2. Экспериментальная амплитудно-фазовая характеристика исследуемого МГД-привода представлена на фиг. 3.

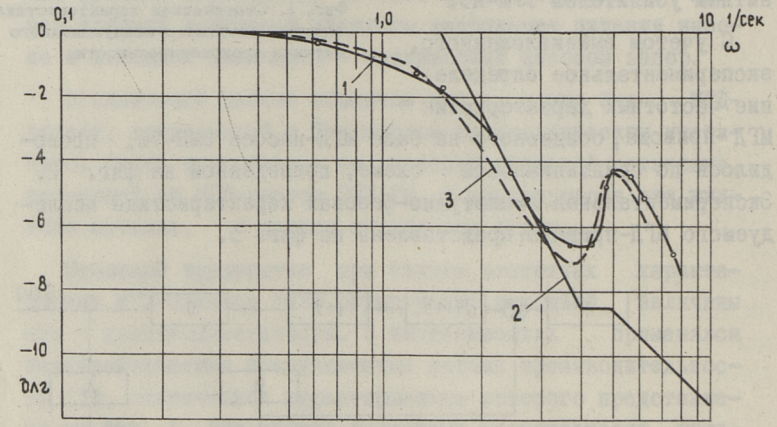


Фиг. 2. Принципиальная схема определения частотных характеристик индукционных МГД-приводов: О – объект регулирования (МГД-привод), Г – генератор гармонического сигнала, В – выпрямитель, КВ –компенсационный выпрямитель, Д – датчик производительности (скорости), ЭУ – электронный усилитель, Ф1, Ф2 – фильтры входного и выходного сигналов, ОС – осциллограф

Для определения передаточной функции по частотной характеристике могут быть использованы многочисленные методы [5...8], которые обычно приспособлены для объектов,

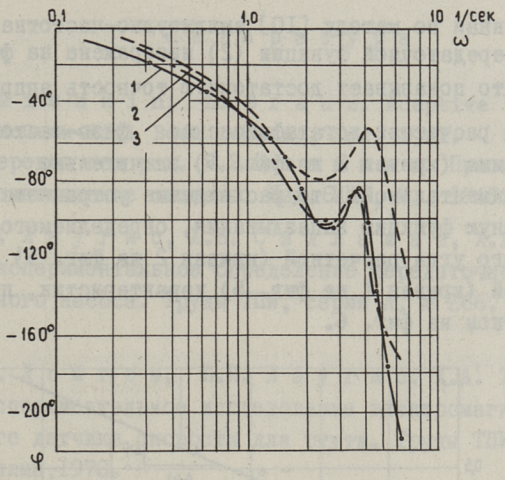


Фиг. 3. Экспериментальная амплитудно-фазовая частотная характеристика МГД-привода



Фиг. 4. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика МГД-привода:
1 – экспериментальная, 2 – кусочно-линейная аппроксимация, 3 – аппроксимирующая

описываемых уравнениями первого или второго порядков. По методике, предложенной в [9], передаточную функцию рекомендуют определять по дискретным значениям вещественной частотной характеристики на электронной цифровой вычислительной машине. В настоящей работе решение находится графическим методом [10], являющимся более наглядным по сравнению с предыдущим методом. Для этого выполнен переход от амплитудно-фазовой частотной характеристики (фиг. 3) к логарифмическим амплитудной (фиг. 4 , кривая I) и фазовой (фиг. 5, кривая I) частотным характеристикам, причем вместо обычной логарифми-



Фиг. 5. Логарифмическая фазо-частотная характеристика МГД-привода:
1 – экспериментальная, 2 – аппроксимирующая без запаздывания, 3 – аппроксимирующая с запаздыванием

ческой единицы измерения амплитуды – децибел – использована более универсальная единица – децилог (длг).

Методом последовательных приближений установлено, что полученная экспериментальная частотная характеристика хорошо описывается передаточной функцией

$$W(p) = \frac{k(T_2^2 p^2 + 2\beta_2 T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}{(T_1^2 p^2 + 2\beta_1 T_1 p + 1)(T_4^2 p^2 + 2\beta_4 T_4 p + 1)}. \qquad (I)$$

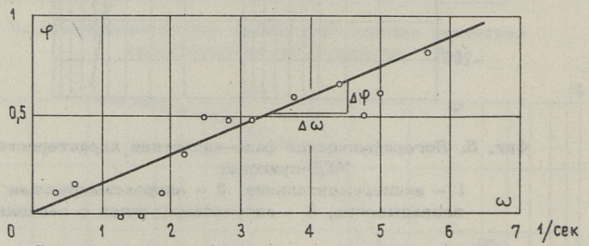
Приближенная логарифмическая амплитудно-частотная характеристика в виде ломанной линии представлена на фиг. 4 (кривая 2). Введением в уравнение (I) найденных методом проб постоянных времени T_1, T_2, T_3 и T_4, а также коэффициентов затухания β_1, β_2, β_4, определяемых при помощи поправочной кривой в [II], получается передаточная функция в следующем виде:

$$W(p) = \frac{0{,}021 \cdot 10^{-4}(0{,}25^2 p^2 + 2 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}25 p + 1)(0{,}2p + 1)}{(0{,}67^2 p^2 + 2 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}67 p + 1)(0{,}2^2 p^2 + 2 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}2 p + 1)} =$$

$$= \frac{0{,}021 \cdot 10^{-4}(1{,}25 \cdot 10^{-2} p^3 + 8{,}75 \cdot 10^{-2} p^2 + 3{,}25 \cdot 10^{-1} p + 1)}{1{,}80 \cdot 10^{-2} p^4 + 6{,}70 \cdot 10^{-2} p^3 + 5{,}48 \cdot 10^{-1} p^2 + 1{,}06 p + 1}. \qquad (2)$$

Рассчитанная по методу [10] амплитудно-частотная характеристика передаточной функции (2) изображена на фиг. 4 (кривая 3), что показывает достаточную точность аппроксимации.

Однако расчетная логарифмическая фазо-частотная характеристика (кривая 2 на фиг. 5) значительно отличается от экспериментальной. Это расхождение устраняется вводом в передаточную функцию запаздывания, определяемого по разности фазового угла расчетной (кривая 2 на фиг. 5) и экспериментальной (кривая I на фиг. 5) характеристик, представленной графиком на фиг. 6.



Фиг. 6 Вспомогательная функция для определения запаздывания

По данным фиг. 6 запаздывание

$$\Theta = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\omega} = 0{,}15 \text{ сек},$$

где φ - угол запаздывания в радианах,

ω - угловая частота.

Итак, окончательная передаточная функция для аппроксимации экспериментальной частотной характеристики МГД-привода пишется в виде:

$$W(p) = \frac{0{,}021 \cdot 10^{-4}\left(1{,}25 \cdot 10^{-2} p^3 + 8{,}75 \cdot 10^{-2} p^2 + 3{,}25 \cdot 10^{-1} p + 1\right)}{1{,}80 \cdot 10^{-2} p^4 + 6{,}70 \cdot 10^{-2} p^3 + 5{,}48 \cdot 10^{-1} p^2 + 1{,}06 p + 1} e^{-0{,}15p}. \qquad (3)$$

Рассчитанная фазо-частотная характеристика передаточной функции (3) представлена на фиг. 5 (кривая 3).

В заключение следует отметить, что для аппроксимации передаточной функции МГД-привода с большей точностью целесообразно использовать ЭЦВМ с программой, обеспечивающей необходимое совпадение аппроксимирующих и экспериментальных характеристик.

Литература

1. E. Mishkin, L. Braun. Adaptive Control Systems. McGraw-Hill Book Company, Inc. 1961.
Русский перевод под ред. Я.З.Цыпкина. Приспосабливающиеся автоматические системы. Изд. ИИЛ, М., 1963.

2. Ю.Я. Лаугис, Х.В. Силламаа, Х.А. Тийсмус. Экспериментальное определение передаточной функции индукционного насоса. Труды ТПИ, серия А, № 266, Таллин, 1968.

3. В.В. Лойгом, Ю.Я. Лаугис. Х.А. Тийсмус. Экспериментальное исследование электромагнитного кондукционного датчика скорости для ртути. Труды ТПИ, серия А, № 286, Таллин, 1970.

4. Е.П. Стефани. Основы расчета настройки регуляторов теплоэнергетических процессов. Госэнергоиздат, М., 1960.

5. Н.Т. Кузовков. Теория автоматического регулирования, основанная на частотных методах. Оборонгиз, М., 1960.

6. И.Н. Печерина. Расчет систем автоматического управления. Машгиз, Москва-Свердловск, 1962.

7. A. Annus. Automatiseerimisobjektide uurimine. "Valgus", Tallinn, 1965.

8. Automaatregulaatorite valik ja häälestamine. ERK, Tallinn, 1964.

9. В.М. Ордынцев. Математическое описание объектов автоматизации. Изд. "Машиностроение", М., 1965.

10. H. Sillamaa. Automaatreguleerimine I. "Valgus", Tallinn, 1965.

11. А.А. Вавилов, А.И. Солодовников. Экспериментальное определение частотных характеристик автоматических систем. Госэнергоиздат, М.-Л., 1963.

H.Tiismus, J.Laugis, H.Sakkos

Experimental Determining a System Function of a MHD-Drive

Summary

In this work a system function for a MHD-drive has been determined experimentally in the case when the output variable is the flow.

The system function is calculated from the frequency response.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А № 301 1970

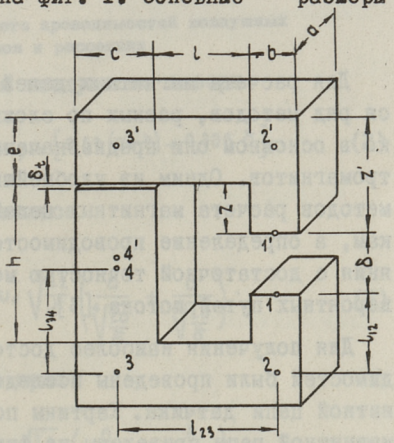
УДК 681.121.8 538.26

В.В. Лойгом

МЕТОДИКА КОНТРОЛЬНОГО РАСЧЕТА МАГНИТНОЙ ЦЕПИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КОНДУКЦИОННОГО ДАТЧИКА СКОРОСТИ ДЛЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

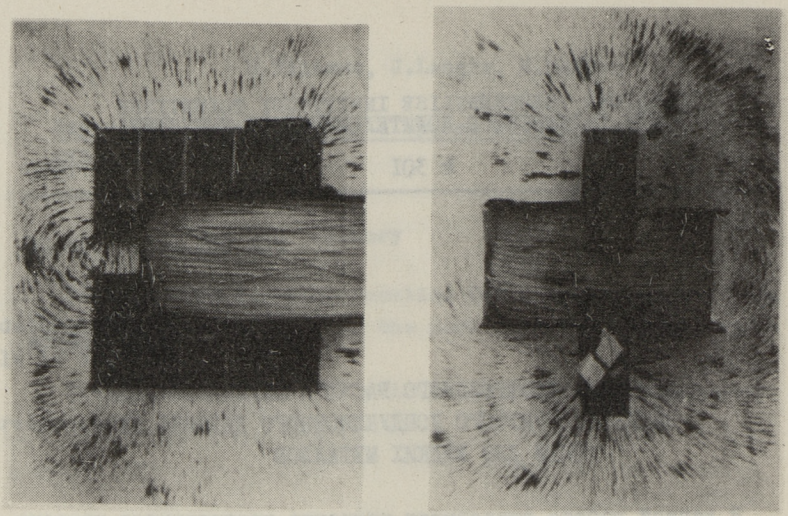
В данной работе приводится методика контрольного расчета магнитной цепи электромагнитного кондукционного датчика скорости. При этом предполагается, что магнитная цепь датчика имеет геометрию, приведенную на фиг. 1. Основные размеры магнитопровода, а также индукция в немагнитном зазоре датчика могут быть определены на основе работы [1].

Целью контрольного расчета является проверка правильности выбора отдельных размеров магнитной цепи, а также определение требуемой намагничивающей силы катушки датчика.



Фиг. 1. Размеры магнитопровода датчика

Магнитная цепь кондукционного датчика скорости для жидких металлов характеризуется значительной величиной воздушного зазора, который может быть в пределах 10...200 мм, большими потоками рассеяния и исключительно сложным трехмерным магнитным полем.



а б

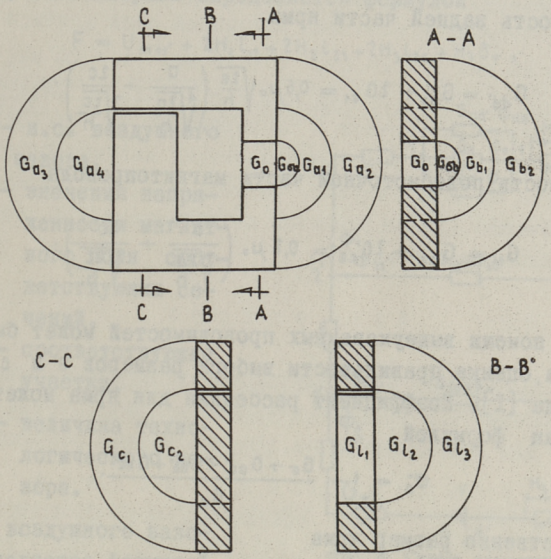
Фиг. 2. Экспериментальные картины поля магнитной цепи датчика

Для расчета магнитных цепей постоянного тока используется ряд методов, разных по сложности и точности [2,3], однако в основном они предназначены для расчета тяговых электромагнитов. Одним из удобнейших для инженерной практики методов расчета магнитных цепей является расчет по участкам, а определение проводимостей воздушных зазоров и рассеяния с достаточной точностью может быть выполнено методом вероятных путей потока [3].

Для получения наиболее достоверной модели расчета проводимостей были проведены исследования магнитных полей магнитной цепи датчика. Картины полей для некоторых сечений магнитной цепи приведены на фиг. 2. На основе этих картин поля на фиг. 3 для расчета проводимостей магнитной цепи предлагается упрощенная модель. Соответственно принятой модели расчет проводимостей может быть проведен по формулам, приведенным в работе [4].

Итак, основная проводимость воздушного зазора датчика выражается формулой

$$G_o = \mu_o \frac{a \cdot b}{\delta} . \qquad (I)$$



Фиг. 3. Модель для расчета проводимостей воздушных зазоров и рассеяния

Проводимость поля выпучивания воздушного зазора

$$G_b = 2\left(G_{\sigma a} + G_{\sigma b}\right) + 4\,G_{\sigma ab} = \mu_0\left[0{,}52\,(a+b) + 0{,}308\,\delta\right]. \qquad (2)$$

Проводимость боковых граней полюса

$$G_{aa'} = 2\left(G_{a_1} + G_{b_1}\right) = 1{,}2\,\mu_0\sqrt{\frac{2z}{\delta}}\left(\frac{a}{\sqrt[4]{\frac{2a}{\delta}}} + \frac{b}{\sqrt[4]{\frac{2b}{\delta}}}\right). \qquad (3)$$

Проводимость передней части ярма

$$G_{bb'} = G_{a_2} + 2\,G_{b_2} = 0{,}6\,\mu_0\sqrt{\frac{2e}{h}}\left(\frac{a}{\sqrt[4]{\frac{2a'}{h}}} + \frac{b}{\sqrt[4]{\frac{2b}{h}}}\right). \qquad (4)$$

Проводимость средней части ярма

$$G_{cc'} = G_{l_1} + 2\left(G_{l_2} + G_{l_3}\right) = \mu_0\left(\frac{a.l}{h} + \frac{0{,}2\,l}{\sqrt[7]{\frac{2l}{h}}} + \frac{0{,}6\,l\sqrt{\frac{2e}{h}}}{\sqrt[4]{\frac{2l}{h}}}\right). \qquad (5)$$

Проводимость задней части ярма

$$G_{dd'} = G_{a3} + 2G_{c1} = 0{,}6\mu_0\sqrt{\frac{2e}{h}}\left(\frac{a}{\sqrt[4]{\frac{2a}{h}}} + \frac{2c}{\sqrt[7]{\frac{2c}{h}}}\right). \qquad (6)$$

Проводимость подобмоточной части магнитопровода

$$G_м = G_{a4} + 2G_{c2} = 0{,}2\,\mu_0\left(\frac{a}{\sqrt[7]{\frac{2a}{h}}} + \frac{2c}{\sqrt[7]{\frac{2c}{h}}}\right). \qquad (7)$$

При помощи вышеуказанных проводимостей может быть произведена оценка правильности выбора размеров e и c магнитопровода [I]. Коэффициент рассеяния для ярма может быть рассчитан формулой

$$\sigma_я = 1 + \frac{G_\sigma + G_{aa'} + G_{bb'} + G_{cc'}}{G_0}. \qquad (8)$$

Соответственно размер ярма

$$e \geq \frac{b \cdot B_\delta}{B_{доп}}\left(1 + \frac{G_\sigma + G_{aa'} + G_{bb'} + G_{cc'}}{G_0}\right), \qquad (9)$$

где B_δ – индукция в воздушном зазоре,

$B_{доп}$ – допустимая индукция для данного магнитного материала.

Аналогично определяется общий коэффициент рассеяния

$$\sigma_м = 1 + \frac{G_\sigma + G_{aa'} + G_{bb'} + G_{cc'} + G_{dd'} + G_м}{G_0}. \qquad (10)$$

Следовательно, размер

$$c \geq \frac{b\,B_\delta}{B_{доп}}\left(1 + \frac{G_\sigma + G_{aa'} + G_{bb'} + G_{cc'} + G_{dd'} + G_м}{G_0}\right). \qquad (11)$$

Проверочный расчет магнитной цепи удобно вести по схеме замещения, приведенной на фиг. 4. Следует отметить, что проводимости выпучивания воздушного зазора, в отличие от расчета тяговых электромагнитов, необходимо отнести к проводимостям рассеяния. При определении н.с. технологического зазора рекомендуется принимать величину его в пределах 0,05...0,2 мм, в зависимости от степени чистоты обработки касающихся поверхностей.

Итак, н.с. катушки определяется формулой

$$F = U_{m11'} + 2H_1 l_{12} + 2H_2 l_{23} + 2H_3 l_{34} + H_3 \delta_T , \qquad (12)$$

где

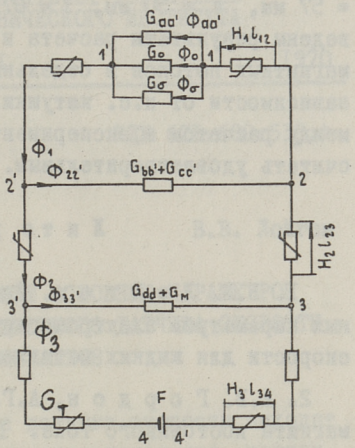
$U_{m11'}$ – н.с. воздушного зазора.

H_1, H_2, H_3 – значения напряженности магнитного поля соответствующих сечений,

l_{12}, l_{23}, l_{34} – соответствующие участки,

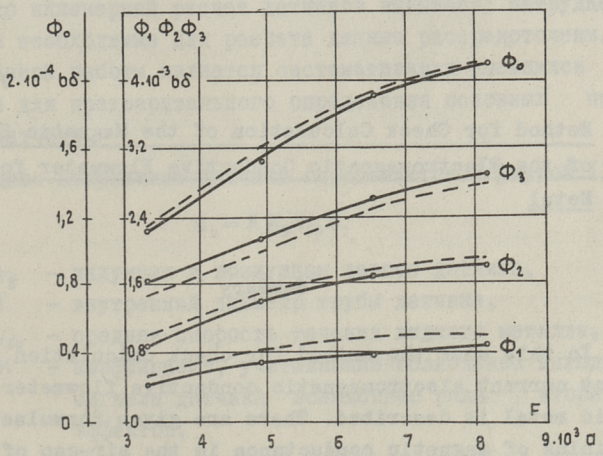
δ_T – величина технологического зазора.

Н.с. воздушного зазора определяется формулой



Фиг. 4. Схема замещения для расчета магнитной цепи датчика

$$U_{m11'} = \frac{B_\delta \cdot \delta}{\mu_o} . \qquad (13)$$



Фиг. 5. Магнитные потоки в магнитной цепи датчика. Обозначения потоков приведены согласно схеме замещения: ——— эксперимент, – – – – расчет

Для проверки предлагаемой методики расчета была рассчитана, изготовлена и испытана магнитная цепь датчика размерами δ = 26 мм, a = 28 мм, b = 28 мм, z = 26 мм, c = = 57 мм, e = 50 мм, l = 67 мм, h = 78 мм. На фиг. 5 приведены результаты расчета и эксперимента — распределение магнитных потоков в отдельных сечениях магнитной цепи в зависимости от н.с. катушки. Оказывается, что расхождение между расчетом и экспериментом не превышает I5%, что можно считать удовлетворительным.

Литература

I. В.В. Лойгом. Предварительное определение основных параметров электромагнитного кондукционного датчика скорости для жидких металлов. См. настоящий сборник, стр.I09.

2. А.В. Гордон, А.Г. Сливинская. Электромагниты постоянного тока. Госэнергоиздат, М.-Л., I960.

3. Б.К. Буль. Основы теории и расчета магнитных цепей. Изд. "Энергия", М.-Л., I964.

4. В.В. Лойгом, Х.А. Саккос. К расчету магнитных проводимостей воздушных зазоров. Труды ТПИ, серия А, № 264, Таллин, I968.

V.Loigom

Method for Check Calculation of the Magnetic System of the Electromagnetic Conductive Flowmeter for Liquid Metal

Summary

In this work the method for check calculation of the direct current electromagnetic conductive flowmeter for liquid metal is described. There are given formulae for determining of magnetic conductance in the air-gap of the flowmeter magnetic system. The computational model, and scheme of magnetic circuit for check calculation are reported.

This method has been checked experimentally, and found to be correct with discrepacy not exeeding 15 per cent.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 301 1970

УДК 621.689:538.4

В.В. Лойгом

ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КОНДУКЦИОННОГО ДАТЧИКА СКОРОСТИ ДЛЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Электромагнитные кондукционные датчики скорости находят применение в системах измерения и автоматического регулирования скорости течения жидких металлов. По теории и экспериментальному исследованию датчиков имеется много опубликованных работ, часть которых реферируется и в данной работе [1...9].

Однако инженерный расчет датчиков вызывает затруднения, так как необходимые для расчета данные рассредоточены. Целью данной работы является систематизация имеющихся материалов для предварительного определения основных параметров датчика.

Выходное напряжение датчика определяется формулой [1,2]

$$U_b = K B_\delta V_{cp} d, \qquad (1)$$

где B_δ – индукция в воздушном зазоре датчика,
d – внутренний диаметр трубы датчика,
V_{cp} – средняя скорость течения жидкого металла,
K – коэффициент, учитывающий ослабление выходного сигнала датчика вследствие ряда вторичных эффектов.

Анализ выражения (1) показывает, что при самых благоприятных условиях выходной сигнал не превышает нескольких десятков милливольт и поэтому применение усилителя является необходимым.

Очевидно, что при заданной средней скорости и диаметре трубы датчика необходимая минимальная индукция воздушного зазора зависит от требуемой точности измерения выходного напряжения датчика, а также от параметров, характеризующих погрешности усилителя. Если задаваться относительной погрешностью измерения выходного напряжения δ_u, а также напряжением дрейфа усилителя U_{gp}, можно найти величину выходного напряжения датчика, которая обеспечивает требуемую точность измерения.

Итак, выходное напряжение датчика

$$U_b \geq \frac{U_{gp}}{\delta_u}, \qquad (2)$$

а соответствующая ему индукция воздушного зазора

$$B_\delta \geq \frac{U_{gp}}{\delta_u K V_{cp} d}. \qquad (3)$$

Ослабление выходного сигнала датчика может быть представлено в виде произведения нескольких частных коэффициентов, которые учитывают ослабление выходного сигнала от конкретных вторичных эффектов:

$$K = k_1 k_2 k_3 k_4, \qquad (4)$$

где k_1 – коэффициент, учитывающий шунтирующее действие металлических стенок трубы датчика

k_2 – коэффициент, учитывающий появление концевых эффектов,

k_3 – коэффициент, учитывающий неоднородность магнитного поля внутри трубы датчика,

k_4 – коэффициент, учитывающий появление магнитогидродинамических эффектов.

Необходимо отметить, что точное определение этих коэффициентов вызывает затруднения из-за трудностей математического описания вышеуказанных эффектов и поэтому их расчет имеет приближенный характер, который, однако, для предварительного расчета является вполне приемлемым.

Коэффициент K_1 может быть найден формулой, предложенной Эльродом [4].

$$k_1 = \frac{2\frac{d}{D}}{\left(1+\frac{d^2}{D^2}\right) + \frac{\gamma_{ст}}{\gamma_м}\left(1-\frac{d^2}{D^2}\right)}, \qquad (5)$$

где D – наружный диаметр трубы датчика,
$\gamma_{ст}$ – удельная электропроводность стенок трубы,
$\gamma_м$ – удельная электропроводность жидкого металла.

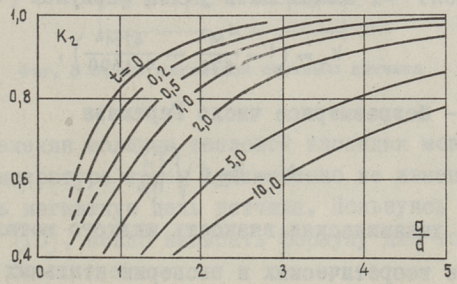
Величина коэффициента k_2 может быть определена при помощи семейства кривых, заимствованных из [I] и представленных на фиг. I.Там

$$k_2 = f\left(\frac{a}{d}, t\right),$$

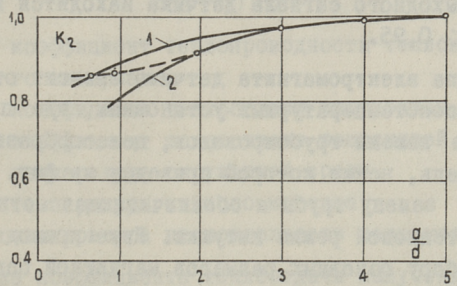
где a – размер магнитопровода вдоль трубы датчика,
t – величина, характеризующая влияние проводящих стенок.

Величина t выражается формулой

$$t = \frac{(D-d)\gamma_{ст}}{d\gamma_м}. \qquad (6)$$



Фиг. 1. Уменьшение выходного сигнала вследствие концевых эффектов по данным Шерклифа



Фиг. 2. Уменьшение выходного сигнала вследствие концевых эффектов:
1 – по данным Корсунского для непроводящей стенки;
2 – по данным Шерклифа,с относительной проводимостью стенки 0,2; точки – эксперимент Логинова с относительной проводимостью стенки 0,3

Однако необходимо учитывать, что приведенные кривые получены для случая резко обрывающегося поля. В действитель-

ности, как показано в [6,7], из-за наличия полей рассеяния снижение коэффициента при малых значениях отношения a/d не столь значительно. На фиг. 2 приведены кривые $k_2 = f(\frac{a}{d})$, заимствованные из [6] для некоторых частных случаев, которые дают более достоверные величины для k_2.

Коэффициент k_3 в первом приближении может быть рассчитан по формуле

$$k_3 = \frac{2B_{\delta_0}}{B_{\delta_1} + B_{\delta_2}}, \qquad (7)$$

где B_{δ_0} – индукция в середине воздушного зазора,
$B_{\delta_1}, B_{\delta_2}$ – величины индукций у полюсных наконечников.

Ориентировочно можно принимать $k_3 = 0{,}85 \ldots 0{,}95$.

Коэффициент k_4 может быть учтен формулой [8]

$$k_4 = \left(1 - \frac{M^2}{576} + \frac{47M^4}{921600}\right), \qquad (8)$$

где M – безразмерное число Гартмана

$$M = B_\delta d \sqrt{\frac{\gamma_M}{\eta_M}}. \qquad (9)$$

Здесь η_M – динамическая вязкость жидкого металла.

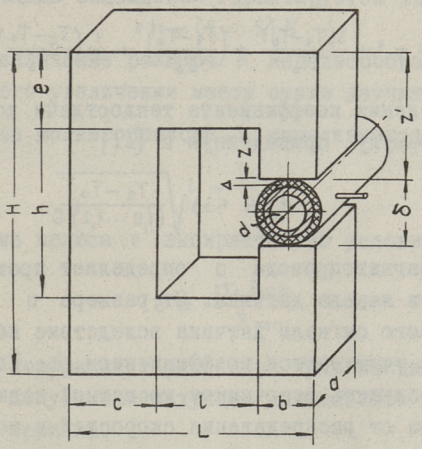
На основе теоретических и экспериментальных исследований можно утверждать, что численные значения коэффициента ослабления выходного сигнала датчика находятся в пределах $0{,}5 < K < 0{,}95$.

Выбор типа электромагнита датчика зависит от многих факторов. В высокотемпературных установках, где предусматриваются частые замены трубопроводов, целесообразной является магнитная цепь, эскиз которой приведен на фиг. 3, позволяющая легкую замену трубы и обеспечивающая относительно хороший тепловой режим катушки. Ниже приводятся соображения по выбору основных размеров магнитной цепи.

Величина воздушного зазора магнитопровода определяется формулой

$$\delta = (1{,}0 \ldots 1{,}2)\, D + 2\Delta, \qquad (10)$$

где D – наружный диаметр трубы,
Δ – толщина тепловой изоляции.



Фиг. 3 Эскиз магнитной системы датчика

Для определения толщины тепловой изоляции можно предполагать, что температура трубы существенно не изменяется, если на нее надеть магнитную цепь датчика. Пользуясь методикой, изложенной в [10], можно написать формулу для толщины тепловой изоляции

$$\Delta = \frac{\lambda(T_1 - T_2)}{(\alpha_к + \alpha_и)(T_2 - T_o)}, \qquad (11)$$

где λ – коэффициент теплопроводности теплоизоляционного материала,

$\alpha_и$ – коэффициент теплоотдачи излучением,

$\alpha_к$ – коэффициент теплоотдачи конвекцией,

T_o – температура окружающей среды,

T_1 – температура жидкого металла,

T_2 – температура на поверхности теплоизоляции.

Определение коэффициента теплоотдачи излучением может быть произведено согласно [10] по формуле

$$\alpha_и = 23 \cdot 10^{-8} \varepsilon \beta T_o^3, \qquad (12)$$

где ε – степень черноты радиационной поверхности,

β – вспомогательная величина.

Для вычисления β может быть рекомендована формула, полученная Э.М.Ристхейном [10]

$$\beta = 1 + \frac{3(T_2 - T_0)}{2T_0} + \left(\frac{T_2 - T_0}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{T_2 - T_0}{T_0}\right)^3. \qquad (13)$$

Для вычисления коэффициента теплоотдачи конвекцией можно применять формулу, приведенную в [11]

$$\alpha_к = 1{,}33\sqrt{\frac{T_2 - T_0}{(1{,}0 \ldots 1{,}2)\,D}}. \qquad (14)$$

Толщина магнитопровода a определяет протяженность рабочей области канала датчика. От размера a зависит ослабление выходного сигнала датчика вследствие концевых эффектов, которые учитываются коэффициентом k_2. Концевой эффект может также служить источником косвенной зависимости показаний датчика от распределения скоростей в потоке [6].

Оптимальный выбор толщины полюсов магнитной системы определяется стремлением получения максимальной чувствительности и минимальной неоднозначности показаний датчика. Согласно [6] рекомендуется выбрать размер a не более $(0{,}8 \ldots 1{,}0)\,d$, если датчик предназначен для работы в режиме турбулентного течения.

Ширина полюса магнитопровода b определяется из условия $b \geq d$.

Площадь окна магнитопровода определяется из условий возможности размещения катушки и контактной системы датчика

$$Q_0 = (1{,}0 \ldots 1{,}2)\,\frac{B_\delta \cdot \delta}{\mu_0 f_3 j}, \qquad (15)$$

где f_3 – коэффициент заполнения окна магнитопровода,
j – допустимая плотность тока в катушке,
μ_0 – магнитная проницаемость вакуума.

При расчете следует выбрать коэффициент заполнения в пределах $f_3 = 0{,}3 \ldots 0{,}5$, а допустимую плотность тока для изоляции класса Н, $j = 1{,}5 \ldots 3$ а/мм^2.

Высота окна магнитопровода h выбирается из условия получения максимальной площади охлаждения катушки. В магнитной цепи выбранного типа основной площадью охлаждения является наружная площадь и, следовательно, необходимо иметь относительно высокую катушку. Экспериментальные исследова-

ния тепловых режимов нескольких датчиков показали, что достаточная площадь охлаждения гарантируется при

$$h = (2 \dots 5)\,\delta .$$

Дальнейшее увеличение размера h нецелесообразно вследствие чрезмерного увеличения массы стали датчика.

Ширина окна магнитопровода l определяется из выражения

$$l = \frac{Q_0}{h} . \qquad (16)$$

Высота ярма полюса e выбирается по условию

$$e \geq \frac{\sigma_я B \delta b}{B_{доп}} , \qquad (17)$$

где $\sigma_я$ – коэффициент рассеяния ярма магнитопровода,

$B_{доп}$ – допустимая индукция для данного магнитного материала.

Аналогично выбирается ширина подобмоточной части c

$$c \geq \frac{\sigma_м B \delta b}{B_{доп}} , \qquad (18)$$

где $\sigma_м$ – общий коэффициент рассеяния.

Вследствие относительно больших воздушных зазоров коэффициенты рассеяния являются большими. Так, в магнитных цепях датчиков испытанных нами конструкций наблюдались следующие величины коэффициентов рассеяния:

$$\sigma_я \approx 6 \dots 14 \quad \text{и} \quad \sigma_м \approx 10 \dots 20 ,$$

где малые величины относятся к зазорам порядка 15 мм, а большие соответственно к зазорам порядка 60...70 мм.

Окончательная проверка правильности выбора размеров e и c может производиться согласно [12] после определения проводимостей воздушных зазоров и рассеяния.

В заключение следует отметить, что приведенная здесь методика определения основных размеров и параметров электромагнитного кондукционного датчика скорости имеет довольно приближенный характер и поэтому разработка датчика для определенных целей должна сочетаться с экспериментальными исследованиями его отдельных элементов.

Литература

I. Дж. Шерклиф. Теория электромагнитного измерения расхода. Изд. "Мир", М., 1965.

2. Л.М. Корсунский. Электромагнитные гидрометрические приборы. Стандартгиз, М., 1964.

3. П.Л. Кириллов, В.Д. Колесников, В.А. Кузнецов, Н.М. Турчин. Приборы для измерения расхода и уровня расплавленных щелочных металлов. "Атомная Энергия", т.9, вып. 3, 1960.

4. M. G. Elrod, R. R. Farse. An Investigation of Electromagnetic Flowmeters. Trans. ASME, 74 (1952), p. 589/594.

5. W. Curtis Gray. Magnetic Flowmeter Calibration Results. KAPL 613 Oct.3, 1951.

6. Б.Б. Большаков, Л.М. Корсунский. Об оптимальной протяженности полюсов магнитной системы электромагнитных расходомеров. "Магнитная гидродинамика", №1, 1968, 141-146.

7. Н.И. Логинов. О влиянии концевых эффектов на чувствительность расходомера. "Магнитная гидродинамика" №1, 1969, 146-147.

8. J. A. Shercliff. The Theory of The Direct Current Flowmeters for Liquid Metals. A.E.R.E.Rep. X/R 1052, 1953.

9. В.В. Лойгом, Ю.Я. Лаугис, Х.А. Тийсмус. Экспериментальное исследование электромагнитного кондукционного датчика для ртути. Труды ТПИ, серия А, №286, Таллин, 1970.

10. Э.М. Ристхейн. Методика теплового расчета плоских индукционных насосов. Труды ТПИ, серия А, № 197, Таллин, 1962.

11. А.М. Залесский, Г.А. Кукеков. Тепловые расчеты электрических аппаратов. Изд. "Энергия", М., 1967.

12. В.В. Лойгом. Методика контрольного расчета магнитной цепи электромагнитного кондукционного датчика скорости для жидких металлов. См. настоящий сборник, стр. 103.

V.Loigom

The Preceding Determination of the Basic Dimensions of the Electromagnetic Conductive Flowmeter for Liquid Metal

Summary

In this work, the recommendations for the preceding determination of the basic dimensions of the direct current electromagnetic conductive flowmeter for liquid metal are given. Some considerations for the determination of the field density in air-gap of the flowmeter are presented. The calculations for preceding determination of the basic dimensions of the flowmeter, and the recommendations are reported.

Содержание

Стр.

1. А.И. Вольдек, Е.В. Толвинская. Анализ влияния конечной длины сердечника индуктора линейной индукционной машины на ее продольный краевой эффект. 3

2. А.В. Конт, Х.И. Янес. Параметры плоского линейного индуктора при основной пространственной гармонике линейной токовой нагрузки 15

3. В.А. Сиймар, Х.И. Янес. Определение геометрических размеров зубцовой зоны линейных индукционных машин по заданной индукции на основании зубца. 31

4. В.А. Сиймар, Х.И. Янес. О математическом моделировании зависимостей главных размеров и электромагнитных нагрузок цилиндрических индукционных насосов без сердечника при условии максимума к.п.д. 41

5. Э.В. Валласте, Т.А. Веске. Упрощенный расчет электромагнитных процессов в немагнитном зазоре кондукционного насоса конструкции Кабакова Г.И.. 53

6. Т.А. Веске, Х.А. Таммемяги. Комплексная мощность и электромагнитные силы кондукционного насоса переменного тока. . . 61

7. Т.А. Веске, Х.А. Таммемяги. Электромагнитное поле в немагнитном зазоре кондукционного насоса переменного тока . . 67

8. Л.Х. Раннуу. Инженерный метод расчета индуктивностей лобовых частей обмоток с плоскими катушками 73

9. Я.К. Л о о т у с, Х.А. Т и й с м у с. Роль нулевой составляющей в несимметричных режимах МГД-тормоза[I] 83

IO. Х.А. Т и й с м у с, Ю.Я. Л а у г и с, Х.А. С а к к о с. Экспериментальное определение передаточной функции МГД-привода. . 95

II. В.В. Л о й г о м. Методика контрольного расчета магнитной цепи электромагнитного кондукционного датчика скорости для жидких металлов. IO3

I2. В.В. Л о й г о м. Предварительное определение основных параметров электромагнитного кондукционного датчика скорости для жидких металлов. IO9

Eesti NSV Teaduste Akadeemia Raamatukogu

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Сборник трудов VIII

Таллинский политехнический институт

Редактор Е. Пуусепп
Технический редактор Л. Лоопер

Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ
12 июня 1970 г.

Сдано в набор 10/XI 1970 г.
Подписано к печати 24/XII 1970 г.
Бумага 60x90/16. Печ. л. 7,5 + приложение.
Уч.-изд. л 6,49. Тираж 350. МВ-10246. Зак.№ 37 .
Ротапринт ТПИ. Таллин, ул. Коскла, 2/9.
Цена 65 коп.

Цена 65 коп.