

TALLINNA TEHNIKAÜLIKOOL

Majandusteaduskond

Eva Spelman

**KRÜPTOVARADE VOLATIILSUSE MODELLEERIMINE JA
PROGNOOSIMINE**

Bakalaureusetöö

Õppekava ärindus, peeriala ärirahandus

Juhendaja: Tõnn Talpsepp, PhD

Tallinn 2024

Deklareerin, et olen koostanud lõputöö iseseisvalt ja olen viidanud kõikidele selle koostamisel kasutatud teiste autorite töödele, olulistele seisukohtadele ja andmetele, ning ei ole esitanud sama tööd varasemalt ainepunktide saamiseks.

Töö pikkuseks on 7356 sõna sissejuhatusest kuni kokkuvõtte lõpuni.

Eva Spelman.....

(kuupäev)

SISUKORD

LÜHIKOKKUVÕTE.....	4
SISSEJUHATUS	5
1. KRÜPTOVARADE VOLATIILSUS.....	8
1.1. Volatiilsus	8
1.2. Volatiilsuse modelleerimine	10
1.2.1. ARCH mudel.....	10
1.2.2. GARCH mudel	11
1.2.3. GARCH mudeli laiendused.....	12
1.3. Varasemad uuringud	15
2. ANDMED JA METOODIKA	18
2.1. Valim.....	18
2.2. Aegriidade statsionaarsuse eeldus.....	22
2.3. Mudeli spetsifikatsioon	23
2.4. Mudeli diagnostika ja prognoosimisvõime hindamine	25
3. TULEMUSED JA JÄRELDUSED	26
3.1. Bitcoin.....	26
3.2. Ethereum.....	29
3.3. Binance	31
3.4. Solana.....	32
3.5. Järeldused.....	34
KOKKUVÕTE.....	36
SUMMARY.....	38
KASUTATUD ALLIKATE LOETELU	40
LISAD	44
Lisa 1. ADF testi tulemused krüptovarade lõikes	44
Lisa 2. ARMA mudelid krüptovarade lõikes	45
Lisa 3. LM testi tulemused krüptovarade lõikes	46
Lisa 4. Bitcoin'i volatiilsust prognoosivad mudelid	47
Lisa 5. Etheriumi volatiilsust prognoosivad mudelid	48
Lisa 6. Binance'i volatiilsust prognoosiv mudel.....	49
Lisa 7. Solana volatiilsust prognoosivad mudelid	50
Lisa 8. Lihtlitsents.....	51

LÜHIKOKKUVÕTE

Viimastel aastatel on krüptovarad saanud üha rohkem tähelepanu tänu nende erinevusele traditsioonilistest finantsvaradest. Üheks krüptovarade iseloomulikuks omaduseks on kõrge volatiilsus, mis toob kaasa märkimisväärseid riske. Aina rohkem kasvab vajadus riskijuhtimise meetmete järele. Volatiilsuse modelleerimine ja prognoosimine võimaldab investeerijatel oma riskijuhtimise strateegiat kujundada.

Käesoleva töö eesmärgiks on tuginedes GARCH tüüpi mudelitele modelleerida ja prognoosida nelja krüptovara volatiilsust perioodil 10.04.2020-31.03.2024. Valimiks on nelja krüptovara Bitcoin, Ethereum, Binance ja Solana päevased sulgemishinnad. Eesmärgi saavutamiseks viiakse läbi aegridade analüüs tuginedes GARCH tüüpi mudelitele ning iga krüptovara jaoks valitakse mudel, mis sobib volatiilsuse valimiväliseks prognoosimiseks kõige paremini. Mudeleid hinnatakse kasutades normaaljaotust, t-jaotust ja üldistatud normaaljaotust (GED).

Analüüsi käigus selgus, et Bitcoin volatiilsuse prognoosimiseks valimist väljas sobib kõige paremini ARMA(3,3)-GARCH(1,1) (norm) mudel ning Etheriumi jaoks parimaks mudeliks osutus ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (GED) mudel. Binance'i puhul kõige parema tulemuse annab ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (norm) mudel ning ARMA(1,2)-IGARCH(1,1) (norm) prognoosib Solana volatiilsust kõige paremini valimist väljas.

Võtmesõnad: krüptovara, volatiilsuse modelleerimine, GARCH

SISSEJUHATUS

Viimase nelja aasta jooksul Bitcoin hind on jõudnud kaks korda saavutada oma aegade kõrgeima hinnataseme, 2021. ja 2024. aastal. Jaanuari algusest Bitcoin hind on tõusnud ligikaudu 30 000 USA dollari võrra ning 14. märtsil 2024. aastal jõudis see 73 750 USA dollarini, mis muudab selle atraktiivseks investeringuks. Lisaks Bitcoin hinnale tõusevad ka teiste krüptovarade hinnad, krüptoturg kasvab. (CoinMarketCap, 2024) Viimasel ajal on huvi krüptoturu vastu märgatavalt kasvanud, sest tegemist on traditsioonilisest erineva alternatiivse investeringuga, mis võimaldab oma investeerimisportfelli hajutada. Krüptovarad on tuntud oma kõrge volatiilsuse, nimelt suurte hinnakõikumiste poolest. Volatiilsus omakorda kujutab endast nii võimalust raha teenida kui ka riski saada märkimisväärseid kahjusid. Üha enam kasvab vajadus riskijuhtimise meetmete järele. Volatiilsuse modelleerimine ja prognoosimine mängib riskijuhtimise strateegia kujundamises olulist rolli.

Läbi aegade on finantsvarade volatiilsuse modelleerimiseks kasutatud üldistatud autoregressiivse tinglikku heteroskedastiivsuse ehk GARCH mudelit. Seda mudelit rakendatakse ka krüptovarade puhul. Varasemate uuringute järeldused on vastuolus, kuna paljud on jõudnud erinevatele GARCH mudelitele. Varasemates uuringutes on välja toodud, et vähesed uuringud on võrrelnud valimiseseid ja -väliseid volatiilsusmudeleid ning GARCH tüüpi mudeleid on hinnatud piiratud jaotuse variatsioonidega (Trucíos, 2019; Bergsli et al., 2022). Uurimisprobleemiks on vastuolu, milline GARCH tüüpi mudel sobib erinevate krüptovarade volatiilsuse modelleerimiseks.

Arvestades varasemate uuringute tulemuste variatsioonidega, antud töö eesmärgiks on tuginedes GARCH tüüpi mudelitele modelleerida ja prognoosida nelja krüptovara volatiilsust perioodil 10.04.2020-31.03.2024.

Eesmärgi saavutamiseks on püstitatud järgmised uurimisküsimused:

1. Milline GARCH tüüpi mudel on kõige parem iga valitud krüptovara volatiilsuse prognoosimiseks valimist väljas?
2. Milline statistiline jaotus sobib iga valitud krüptovara volatiilsuse prognoosimiseks valimist väljas kõige paremini?

Uurimisküsimustele vastamiseks viiakse läbi aegridade analüüs tuginedes GARCH tüüpi mudelitele ning iga krüptovara jaoks valitakse mudel, mis sobib volatiilsuse valimiväliseks prognoosimiseks kõige paremini. Krüptovarade volatiilsuse modelleerimiseks ja prognoosimiseks olid valitud järgmised mudelid: GARCH(1,1), IGARCH(1,1), EGARCH(1,1), GJRGARCH(1,1) ja APARCH(1,1). Käesolevas töös viiakse läbi krüptovarade volatiilsuse prognoos nii valimi sees kui ka valimist väljas. Samuti mudeleid hinnatakse kasutades normaaljaotust, t-jaotust ja üldistatud normaaljaotust (GED).

Tavaliselt keskendutakse suurematele krüptovaluutadele: Bitcoin ja Ethereum. Antud töö valimiks on neli krüptovara turukapitalisatsiooni alusel, mis moodustavad vähemalt kolme protsendi krüptoturust ja mis ei ole *stablecoinid*: Bitcoin, Ethereum, Solana ja Binance (CoinMarketCap, 2024). Vaadeldavaks perioodiks on valitud 10.04.2020-31.03.2024. Andmed pärinevad veebilehelt CoinMarketCap, kust võeti nelja krüptovaluuta päevased sulgemishinnad. Andmeid töödeldakse tabelarvutustarkvaras Excel ning seejärel viiakse läbi volatiilsuse modelleerimine ja prognoosimine kasutades ökonomeetriapaketti Gretl ja statistikapaketti EViews.

Antud töö võtab kokku varasemad uuringud ning annab oma panuse, määrades kindlaks parima mudeli nelja krüptovara volatiilsuse prognoosimiseks. Lisaks sellele, hiljutiste andmete kasutamine võimaldab välja pakkuda mudeleid, mis peegeldavad praegust turuolukorda.

Töö koosneb kolmest peatükist. Esimeses peatükis keskendutakse teooriale: antakse ülevaade volatiilsuse olemusest finants- ja krüptoturul. Samuti käsitletakse krüptovarade volatiilsuse modelleerimise võimalusi, keskendudes GARCH tüüpi mudelitele. Seejärel mudeleid põhjalikult tutvustatakse ning tuuakse välja nende kasutuselevõtt varasemates uuringutes. Teises peatükis käsitletakse andmeid ja meetodikat. Kõigepealt antakse ülevaade valimi kirjeldavast statistikast.

Seejärel tutvustatakse krüptovarade volatiilsuse modelleerimise meetodikat. Kolmandas peatükis testitakse mudeli eeldused, krüptovaradele määratakse sobivad mudelid ning hinnatakse mudelite adekvaatsust. Lisaks hinnatakse mudelite prognoosimisvõimet valimi sees ja valimist väljas. Lõpus tehakse järeldused ja ettepanekud tulevastele uuringutele.

1. KRÜPTOVARADE VOLATIILISUS

Antud peatükis antakse ülevaade volatiilsuse olemusest finants- ja krüptoturul. Samuti käsitletakse krüptovarade volatiilsuse modelleerimise võimalusi, keskendudes GARCH tüüpi mudelitele. Seejärel mudeleid põhjalikult tutvustatakse ning tuuakse välja nende kasutuselevõtt varasemates uuringutes.

1.1. Volatiilsus

Investeerimine nõuab piisavat riskitaluvust: investor peab olema valmis riski võtma, et suurendada võimalust teenida suuremat tootlust. Investorite eesmärgiks on langetada otsuseid, mis maksimeerivad kasumit ning samal ajal minimeerivad võimalikke riske. Arusaamine riskidest annab võimaluse teha teadlikke otsuseid, et neid maandada või isegi vältida. (Engle, 2004)

Läbi aegade on volatiilsus olnud investorite jaoks tähtsaks mõõdikuks. Tavaliselt rahanduses volatiilsuse all mõeldakse finantsvarade hindade kõikumisi. Krüptoturul on volatiilsus eriti kõrge, mis muudab krüptovarasid investorite jaoks atraktiivsemaks tänu võimalusele teenida suurt tootlust, kuid samas kiputakse käituma ettevaatlikult (Kufo et al., 2023).

Conrad et al. (2018) kasutasid Engle et al. (2013) poolt pakutud GARCH-MIDAS mudelit, et uurida majanduslikke tegureid, mis Bitcoin pikaajalist volatiilsust mõjutavad. See mudel võimaldab uurida makromajanduslikke ja finantsmuutujaid, mis on võetud väiksema sagedusega võrreldes Bitcoin igapäevaste hinnamuutustega. Selgus, et S&P 500 realiseeritud volatiilsusel ja Bitcoin kauplemissuurel on negatiivne mõju Bitcoin pikaajalisele volatiilsusele. Lisaks sellele selgus, et S&P 500 riskipremial ja Baltic Dry Indexil on positiivne mõju Bitcoin pikaajalisele volatiilsusele. (*Ibid.*) Rakendades ühepoolset asümmeetrilist GARCH-MIDAS mudelit, Xia et al. (2022) leidsid, et majanduspoliitilise ebakindluse indeks (EPU) mõjutab Bitcoin pikaajalist volatiilsust negatiivselt ning krüptovaluuta ebakindluse indeks (UCRY) avaldab Bitcoin pikaajalisele volatiilsusele

negatiivset mõju. Aysan et al. (2019) avastasid, et globaalsete geopoliitiliste riskide indeksil (GPR) on positiivne mõju Bitcoini volatiilsusele. Bakas et al. (2022) nentisid, et Google Trends on üks olulisi volatiilsuse mõjutegureid koos S&P 500 Indeksi, USA tarbija kindlustunde ja ringluses olevate Bitcoinide koguarvuga.

Tavaliselt volatiilsust väljendatakse dispersiooni või standardhälvena, mis on ruutjuur dispersioonist, kuid see ei pruugi kõigile jaotustele sobida, vaid on sobiv volatiilsuse mõõdik normaal- ja t-jaotuse jaoks. Dispersiooni valemiks on (Poon & Granger, 2003):

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (R_t - \bar{R})^2 \quad (1)$$

kus

N – vaatluste arv,

R_t – tulumäär ajahetkel t ,

\bar{R} – keskmine tulumäär.

Tihti peale kasutatakse volatiilsuse mõõdikuna ka standardhälvet. Krüptoturu puhul, mille iseloomulikuks tunnusjooneks on suured kõikumised, dispersiooni abil volatiilsuse hindamine ei anna põhjalikku arusaama riskidest. See ei ole piisav, sest see mõõdik vaatlleb kasumit ja kahjumit samaväärsena, kuid investorite jaoks see nii ei ole. (Bouri et al., 2022)

Finantsvarade tootluste puhul on iseloomulik volatiilsuse kuhjumine. See tähendab, et suurtele kõikumistele järgnevad suured kõikumised ja vastupidi - väikestele kõikumistele järgnevad väikesed. Võib järeldada, et praegune volatiilsuse tase on positiivses korrelatsioonis volatiilsuse tasemega eelnevatel perioodil. (Brooks, 2014, lk 423) Samuti esineb finantsvõimenduse efekt: positiivsetel ja negatiivsetel hinnamuutustel on erinev mõju volatiilsusele. Kui finantsinstrumendi hind langeb, sellega kaasneb võrreldes hinnakasvuga kõrgem volatiilsus. (Francq & Zakoian, 2019) Samuti varasemad uuringud on näidanud, et paljudele finantsvarade tootlustele on iseloomulik positiivne püstakuse kordaja, mis viitab normaaljaotusest kõrvalekaldumisele ja paksude “sabade” ehk ekstreemsete väärtuste esinemisele aritmeetilise keskmise ümber (Ural, 2009; Sauga, 2020). Suured šokid turul võivad põhjustada suurt püstakuse kordajat, mis omakorda tähendab paksusid “sabasid” ja viib dispersiooni suurenemisele (Bouri et al., 2022). Empiirilised uuringud on näidanud, et sama

kehtib ka krüptovarade kohta: tootlustel on suured püstakuse kordajad ning tootlused järgivad teravatipulist jaotust, esinevad paksud “sabad”, mis näitab normaaljaotusest kõrvalekaldumist (Hayek & Naimy, 2018; Fung et al., 2021; Bergsli et al., 2022).

Volatiilsuse mõistmine on tarkade investeerimisotsuste langetamisel hädavajalik. Volatiilsuse modelleerimine prognoosimine on äärmiselt oluline riskide hindamiseks ja portfelli haldamiseks, kuna see annab kasulikku informatsiooni võimalike riskide ja võimaluste kohta.

1.2. Volatiilsuse modelleerimine

Nagu eelnevalt mainitud, on volatiilsuse modelleerimine hädavajalik, kuna see annab parema arusaama investeringuga seotud riskidest. Kuna volatiilsuse modelleerimine on üsna atraktiivne teema, seda on varasemalt palju uuritud, rakendades erinevaid tüüpe ökonomeetrisi mudeleid.

Krüptovarade volatiilsuse modelleerimisel on laialt kasutusel üldistatud autoregressiivse tinglikku heteroskedastiivsuse ehk GARCH tüüpi mudelid. Järgnevates alapeatükkides tutvustatakse lähemalt ARCH ja GARCH mudeleid ning nende edasiarendusi. Lisaks tuuakse välja mudelite kasutuselevõtt varasemates uuringutes.

1.2.1. ARCH mudel

Traditsioonilised ökonomeetrised mudelid põhinevad eeldusel, et esineb homoskedastiivsus ehk jääkide konstantne dispersioon, kuna heteroskedastiivsus ehk jääkide muutuv dispersioon tekitab valed standardvead. Tavaliselt finantsandmete puhul dispersioon kipub olema muutuv, seega homoskedastiivsuse olemasolu eeldus ei võimalda seda arvesse võtta. Tekib vajadus selliste mudelite järele, mis ei eelda homoskedastiivsust, vaid püüavad selgitada, kuidas dispersioon muutub. (Knight & Satchell, 2007)

Engle'i (1982) poolt välja pakutud autoregressiivse tingliku heteroskedastiivsuse ehk ARCH mudel omakorda arvestab heteroskedastiivsusega, keskendudes muutuva volatiilsusega aegriidide

modelleerimisele (Engle, 2001). Mudelis ARCH jääkide tinglik dispersioon on mõjutatud eelmiste perioodide jääkide ruutudest, mis näitab, et varasemad väärtused panustavad praegusesse volatiilsusse.

ARCH(q) mudeli valemiks on (Brooks, 2014, lk 424):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q u_{t-q}^2 \quad (2)$$

kus

σ_t^2 – jääkide tinglik dispersioon,
 u_{t-q}^2 – eelmise perioodi jääkide ruut,
 q – viitaeg.

Ülaltoodud mudel on keskendunud volatiilsuse modelleerimisele, aga see ei kajasta seda, kuidas andmed muutuvad aja jooksul. Selle jaoks on vaja tingliku keskväärtuse võrrandit, mille kuju uurija saab vastavalt oma vajadustele valida. (*Ibid.*)

Parameetreid hinnatakse kasutades suurima tõepära meetodit. Selleks, et kehtiks lineaarne ARCH(q) protsess ja tinglik dispersioon oleks positiivne, mudeli parameetrid peavad vastama kindlatele kriteeriumidele. Nimelt parameetrid peavad olema positiivsed ning parameetrite summa peab olema ühest väiksem. (Degiannakis & Xekalaki, 2004)

Praktikas ARCH(q) mudel nõuab suurt arvu varasemaid väärtuseid kasutamist, et volatiilsust hinnata. See aga võib põhjustada negatiivseid parameetrite hinnanguid, mis rikub parameetritele määratud kriteeriumi. Probleemi vältimiseks oli proovitud seda arvu fikseerida, aga sellega kaasneb risk, et mudel ei pruugi õigesti volatiilsust kajastada. Selle takistuse ületamiseks Bollerslev (1986) töötas välja üldistatud ARCH mudelit. (*Ibid.*)

1.2.2. GARCH mudel

Üldistatud autoregressiivse tinglikku heteroskedastiivsuse ehk GARCH mudel on Bollerslevi (1986) poolt loodud ARCH mudeli edasiarendus. See täiendab esialgset autoregressiivset ARCH mudelit, lisades liikuva keskmise komponenti, mis omakorda võimaldab täpsemat volatiilsuse modelleerimist.

(Engle, 2004) Lisaks mudelisse kaasatakse varasemate perioodide tinglikku dispersiooni, tänu millele lahendatakse eelmainitud ARCH mudeli probleemi. GARCH(p,q) mudel koosneb kahest viitajaga komponendist: eelmiste perioodide tinglikust dispersioonist (p), mis näitab lühiajalisi muutusi, ja eelmiste perioodide jääkide ruudust (q), mis näitab pikaajalisi muutusi. (Figlewski, 1997).

GARCH(p,q) mudeli valemiks on (Brooks, 2014, lk 430):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q u_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \beta_p \sigma_{t-p}^2 \quad (3)$$

kus

σ_t^2 – jääkide tinglik dispersioon,

u_{t-q}^2 – eelmise perioodi jääkide ruut,

σ_{t-p}^2 – eelmise perioodi jääkide tinglik dispersioon.

Sarnaselt ARCH mudeliga, selleks, et GARCH mudeli tulemused oleksid korrektsed, parameetrid peavad olema positiivsed. Samuti parameetrite summa peab olema väiksem kui üks, et saavutada nõrka statsionaarsust. Parameetreid hinnatakse suurima tõepära meetodi abil. (Bollerslev, 1986)

GARCH mudelil on ka oma puudused. Võrreldes ARCH mudeliga, GARCH mudeli sobitamine andmetega võib osutada keeruliseks, kuna muutujal võib olla mitu viitaega. Samuti mudel põhineb eeldusel, et šoki mõju volatiilsusele on sõltumata sellest, kas šokk on positiivne või negatiivne. See ei ole alati korrektne, eriti aktsiaturgudel, kus volatiilsus reageerib hinnatõusudele ja -langustele erinevalt. (Figlewski, 1997)

1.2.3. GARCH mudeli laiendused

Läbi aastate on teadlased välja töötanud erinevad GARCH mudeli laiendused, mis täiendavad esialgset mudelit ning pakuvad lahendusi mudeli puudustele.

IGARCH

Nagu eelnevalt mainitud, GARCH mudeli parameetrite puhul kehtib eeldus, et nende summa peab olema väiksem kui üks. See on vajalik nõrga statsionaarsuse saavutamiseks. Engle ja Bollerslevi (1986) poolt loodud integreeritud GARCH või IGARCH mudel pakub teist lähemist, kus parameetrite

summa võrdub ühega, mis viitab range statsionaarsuse esinemisele (Chu et al., 2017). Šokkide mõju volatiilsusele püsib kaua aega, mis tähendab, et eelmiste perioodide sündmused mõjutavad tulevaste perioodide volatiilsust (Bollerslev & Engle, 1993).

EGARCH

Eelnevalt oli mainitud, et GARCH mudelil on üks puudus, et see on sümmeetriline. Mudel eeldab, et šoki mõju volatiilsusele ei sõltu selle suunast, mis ei pruugi olla õige finantsandmete puhul, kus võib esineda asümmeetriline reaktsioon. Selleks, et seda probleemi lahendada Nelson (1991) pakkus välja eksponentsiaalset GARCH ehk EGARCH mudelit, mis kajastab šokkide asümmeetrilist mõju γ tinglikule dispersioonile. Tinglikust dispersioonist võetakse logaritmi, mis võimaldab parameetritel olla negatiivsed. Seega kaob vajadus parameetritele määratud kriteeriumide järele. (Frimpong & Oteng-Abayie, 2006)

EGARCH mudeli valemiks on (Brooks, 2014, lk 441):

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \gamma \frac{u_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \alpha \left[\frac{|u_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] \quad (4)$$

kus

σ_t^2 – jääkide tinglik dispersioon,
 σ_{t-1}^2 – eelmise perioodi jääkide tinglik dispersioon,
 u_{t-1} – eelmise perioodi jääk,
 γ – asümmeetria indikaator.

GJR-GARCH

Nagu EGARCH, Glosten et al. (1993) poolt loodud GJR-GARCH mudel on ka GARCH mudeli asümmeetriline edasiarendus. GJR-GARCH mudelit rakendatakse positiivsete ja negatiivsete šokkide vahel oleva asümmeetria modelleerimiseks. Selleks on mudelis indikaator γ , mis võimaldab eristada positiivseid (α) ja negatiivseid šokke ($\alpha + \gamma$). Kui γ on suurem kui 0, siis tegemist on olukorraga, kus negatiivsel šokil on suurem mõju volatiilsusele. (Degiannakis & Xekalaki, 2004)

GJR-GARCH mudeli valemiks on (Brooks, 2014, lk 440):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma u_{t-1}^2 I_{t-1} \quad (5)$$

kus

σ_t^2 – jääkide tinglik dispersioon,

u_{t-1}^2 – eelmise perioodi jääkide ruut,

σ_{t-1}^2 – eelmise perioodi jääkide tinglik dispersioon,

I_{t-1} – asümmeetria indikaator, mis võrdub ühega, kui u_{t-1} on negatiivne.

APARCH

Ding et al. (1993) töötasid välja asümmeetrilise astendatud ARCH ehk APARCH mudeli, mis pakkus uue lahenduse finantsturu asümmeetria modelleerimiseks. Eelmainitud GARCH mudel põhineb eeldusel, et tingliku dispersiooni ja jääkide ruutude vahel esineb lineaarne seos. Ding et al. järeldasid, et see seos ei pruugi olla lineaarne ning rakendades Box-Cox'i transformatsiooni võeti tinglik dispersioon ja jääkide ruutude absoluutväärtused astmesse δ . (Ibid.) Mudel võtab arvesse volatiilsuse asümmeetriat, paksusid "sabasid" ehk ekstreemseid väärtusi ning kuidas negatiivsete šokkide mõju volatiilsuse erineb positiivsete šokkide mõjust (Ogutu et al., 2018). Kui γ on suurem kui 0, siis tegemist on olukorraga, kus negatiivsel šokil on võrreldes positiivse šokiga suurem mõju volatiilsusele (Ural, 2009).

APARCH mudeli valemiks on (Katsiampa, 2017):

$$h_t^\delta = \omega + \alpha (|u_{t-1}| - \gamma u_{t-1})^\delta + \beta h_{t-1}^\delta \quad (6)$$

kus

h_t^δ – dispersioon (tähistatakse ka σ_t^δ),

u_{t-1} – eelmise perioodi jäägid,

h_{t-1}^δ – eelmise perioodi jääkide tinglik dispersioon (tähistatakse ka σ_{t-1}^δ).

TGARCH

Zakoiani (1994) poolt välja pakutud TGARCH mudel on APARCH mudeli variatsioon, kus indikaator δ võrdub ühega. TGARCH mudel erineb selle poolest, et modelleerib mitte tinglikku dispersiooni, vaid tinglikku standardhälvet. (Chu et al., 2017) Kuna standardhälve on alati positiivne arv, vajadus positiivsete parameetrite eelduse järele kaob (Francq & Zakoian, 2019).

TGARCH mudeli valemiks on (Chu et al., 2017):

$$\sigma_t = \omega + \alpha_1(|Z_{t-1}| - \gamma_1 Z_{t-1}) + \beta_1 \sigma_{t-1} \quad (7)$$

kus

σ_t – jääkide tinglik standardhälve,
 Z_{t-1} – eelmise perioodi jäägid (tähistatakse ka u_{t-1}),
 σ_{t-1} – eelmise perioodi jääkide tinglik standardhälve.

1.3. Varasemad uuringud

Nagu eelnevalt mainitud, finantsaegridade üheks iseloomulikuks tunnuseks on asümmeetria ning normaaljaotusest kõrvalekaldumine. Varasemad uuringud on seda tõestanud, rakendades mudelite hindamiseks lisaks normaaljaotusele ka teisi asümmeetrilisi jaotusi. Oma uuringutes teadlased on jõudnud erinevatele järeldustele.

Katsiampa (2017) leidis, et kõige paremini sobib Bitcoin hindade andmetega kokku CGARCH mudel. Bergsli et al. (2022) uurisid, millised mudelid sobivad Bitcoin volatiilsuse prognoosimiseks ja jõudsid järeldusele, et asümmeetrilise t-jaotuse korral EGARCH ja APARCH mudelid sobivad selleks kõige paremini, aga HAR mudelid annavad paremaid tulemusi. Samuti nad pöörasid tähelepanu sellele, et vähesed varasemad uuringud on võrrelnud valimisiseseid ja -väliseid volatiilsusmudeleid. Lisaks sellele on GARCH tüüpi mudelid hinnatud piiratud jaotuste variatsioonidega. Trucíos (2019) märkas sama: enamus varasemast uuringutest on keskendunud valimisisesele prognoosimisele.

Samuti Hayek ja Naimy (2018) leidsid, et Bitcoin volatiilsuse prognoosimisel annab normaaljaotuse korral EGARCH(1,1) mudel paremaid tulemusi kui tavaline GARCH(1,1) mudel nii valimi sees kui ka valimist väljas. Võrreldes SGARCH(1,1), IGARCH(1,1) ja TGARCH(1,1) mudeleid, osutus TGARCH(1,1) Gaussi pöördjaotuse korral parimaks mudeliks Bitcoin volatiilsuse modelleerimiseks ja hindamiseks (Asante Gyamerah, 2019). Bitcoin, Ripple'i, Litecoini, Monero, Dashi ja Dogecoini volatiilsuse modelleerimisel ja prognoosimisel Naimy et al. (2021) uurisid välja, et IGARCH(1,1) mudel saab Monero volatiilsuse modelleerimise ja prognoosimisega kõige paremini hakkama. Ülejäänud krüptovarade puhul GJR-GARCH(1,1) mudel annab parimaid tulemusi valimiseselt ning mudelid CGARCH(1,1) ja TGARCH(1,1) osutsid kõige paremaks valimist väljas prognoosimiseks.

Chu et al. (2017) leidsid, et normaaljaotuse korral IGARCH sobib Bitcoin, Dash, Litecoin, Maidsafecoin, Monero ja Ripple'i volatiilsuste modelleerimiseks ja GJR-GARCH mudel sobib Dogecoini volatiilsuse modelleerimiseks kõige paremini. Uuringu edasiarendamiseks soovitati rakendada mitme muutujaga GARCH mudel, et uurida krüptovarade omavahelist mõju teineteisele. Ampountolas (2022) avastas, et asümmeetrilise üldistatud normaaljaotuse korral GJR-GARCH(1,1) mudel sobib Bitcoin, Etheriumi, Litecoini ja Ripple'i kõrgesagedusliku üheminutilise volatiilsuse prognoosimiseks valimist väljas kõige paremini. Kasutades mitme muutujaga DCC-GARCH(1,1) mudelit, uuriti tinglikke korrelatsioone krüptovaluutade paaride vahel: Bitcoin ja Etheriumi, Ethereum ja Litecoin, Litecoin ja Ripple ning Bitcoin ja Ripple. Varasemad uudised Bitcoin kohta suurendavad Etheriumi praegust volatiilsust ning sarnast mõju on näha Etheriumi ja Litecoini, Litecoini ja Ripple'i ning Bitcoin ja Ripple vahel, mis viitab sellele, et nad sõltuvad teineteisest. (*Ibid.*)

Mensi et al. (2019) uurisid kahekordse pika mälu ja struktuursete katkestuste mõju Bitcoin ja Etheriumi tinglikule volatiilsusele. Selgus, et struktuursete katkestuste muutujaga FIGARCH mudel sobib volatiilsuse prognoosimiseks valimist välja kõige paremini. Pika mälu ja struktuursete katkestuste mõjuga mitteamestamine võib põhjustada prognoosi täpsuse kahanemist. Võttes samal ajal arvesse pika mälu FIGARCH mudelit ja MS-GARCH mudelit, Chkili (2021) leidis, et FIGARCH saab Bitcoin volatiilsuse modelleerimisega kõige paremini hakkama. See omakorda viitab pika mälu olemasolule tingliku volatiilsuse protsessis.

Vaadeldes ja uurides 254 erinevat krüptovara, Fung et al. (2021) jõudsid järeldusele, et TGARCH mudel oskab hästi kirjeldada ühe kolmandikku valitud krüptovaradest ning Studenti t-jaotuse korral TGARCH mudel kirjeldab 20% krüptovaradest. Samuti nemad leidsid, et enamus valitud krüptovaradest ehk 80% järgivad normaaljaotuse asemel Studenti t-jaotust.

Võttes varasemad uuringud kokku võib järeldada, et mudelid, mis on tulnud krüptovarade volatiilsuse prognoosimisel valimist väljas esile on IGARCH ning asümmeetrilised GARCH mudeli edasiarendused nagu EGARCH, APARCH, GJRGARCH ja TGARCH. Statistilistest jaotustest prevaleerivad t-jaotus, asümmeetriline t-jaotus ja asümmeetriline üldistatud normaaljaotus (GED). Antud töös rakendatakse GARCH(1,1), IGARCH(1,1), EGARCH(1,1), GJRGARCH(1,1), APARCH(1,1) mudeleid ning parameetreid hinnatakse kasutades normaaljaotust, t-jaotust ja üldistatud normaaljaotust (GED).

2. ANDMED JA METOODIKA

Antud peatükis käsitletakse andmeid ja metoodikat. Kõigepealt antakse ülevaade valimist ja kirjeldavast statistikast. Seejärel tutvustatakse krüptovarade volatiilsuse modelleerimise ja prognoosimise metoodikat.

2.1. Valim

Tavaliselt keskendutakse kahele suuremale krüptovaluutale: Bitcoin ja Ethereum. Antud töö raames valimiks on neli krüptovara turukapitalisatsiooni alusel, mis moodustavad vähemalt kolme protsendi krüptoturust ja mis ei ole *stablecoinid*: Bitcoin, Ethereum, Solana ja Binance. Hetkeseisuga 30.04.2024 need krüptovarad koos moodustavad ligikaudu 75% krüptoturust. (CoinMarketCap, 2024) Tabelis 1 on antud ülevaade kasutatavate krüptovarade nimetustest ja nende lühenditest, mida hakatakse töös ja mudelites edaspidi kasutama.

Tabel 1. Krüptovarade tutvustav tabel

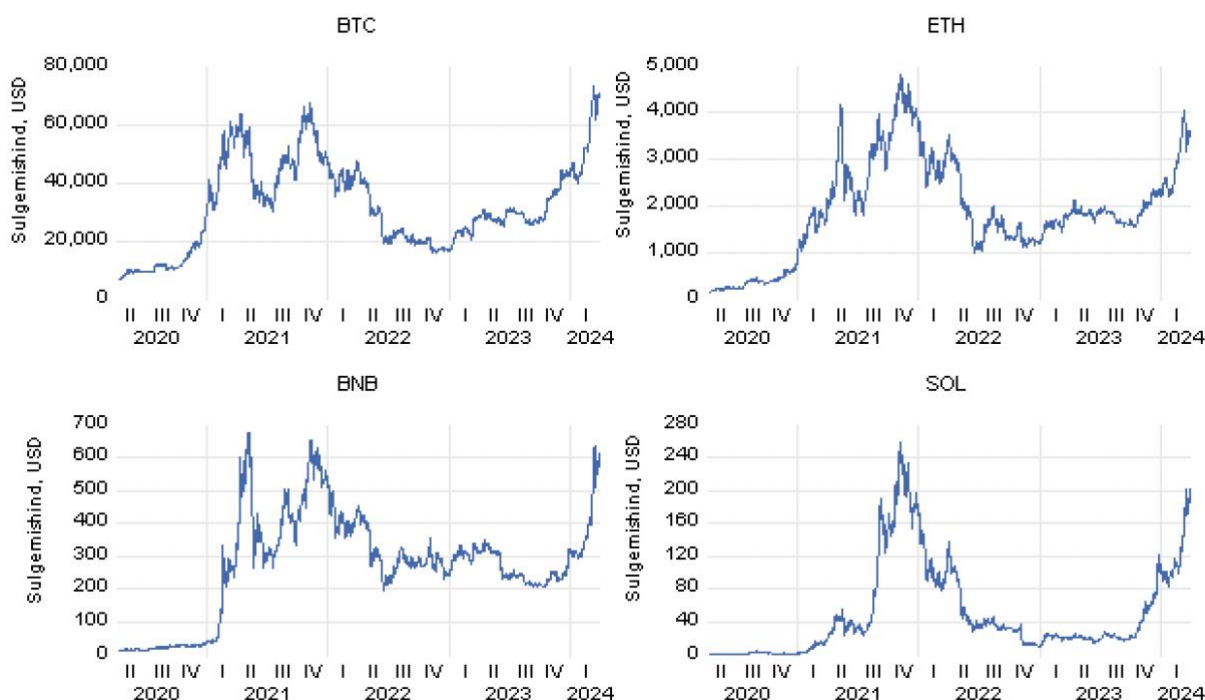
Krüptovara nimetus	Lühend	Hind, USD	Turukapitalisatsioon, USD	Turukapitalisatsioon, %
Bitcoin	BTC	63 790,56	1 256 159 073 109	53,44
Ethereum	ETH	3 214,69	392 369 166 848	16,72
Binance	BNB	595,27	87 884 244 052	3,75
Solana	SOL	137,49	61 500 479 989	2,63

Allikas: autori koostatud (CoinMarketCap, 2024)

Andmed pärinevad veebilehelt CoinMarketCap, kust võeti nelja krüptovaluuta päevased sulgemishinnad, mis on väljendatud USA dollarites. Vaadeldavaks perioodiks on valitud 10.04.2020-31.03.2024, perioodi algus ühtib Solana kasutuselevõtu kuupäevaga. Aegread on seitsmepäevase sagedusega, sest võrreldes traditsioonilise aktsiaturuga, krüptoturul on võimalik teostada tehinguid iga päev. Hwang ja Valls Pereira (2006) nentisid, et GARCH mudeli rakendamiseks vaatluste arv

peab ületama 500. Ng ja Lam (2006) omakorda järeldasid, et GARCH tüüpi mudelite puhul valimi maht peab olema üle 1 000 vaatluse. Need mõlemad tähelepanekud on arvesse võetud, iga krüptovara kohta on 1 452 vaatlust.

Alloleval joonisel (Vt Joonis 1) on kajastatud krüptovarade Bitcoin, Ethereum, Binance ja Solana päevased sulgemishinnad USA dollarites perioodil 10.04.2020-31.03.2023. Visuaalselt joonist analüüsid võib järeldada, et tegemist on mittestatsionaarsete aegridadega: seda iseloomustab ajas muutuv keskväärts, mis esineb iga krüptovara sulgemishindade puhul. Samuti tõuseb esile krüptovarade karakteristiklik omadus: nende hinnad kipuvad liikuma samas suunas. Jooniselt on samuti nähtav see, et 2021. aasta algusest 2022. aasta keskpaigani krüptoturul esinesid kõrged hinnakõikumised. 2021. aasta alguses Bitcoin, Etheriumi, Binance ja Solana hinnad hakkasid kasvama ning selle aasta lõpuks kõik krüptovarad saavutasid oma aegade kõrgeima hinnataseme. Sellele järgnes kiire hinnalangus, mis jätkus 2022. aasta keskpaigani. 2023. aasta lõpus krüptovaluutade hinnad hakkasid tõusma ning 14. märtsil 2024. aastal Bitcoin hind on jõudnud kõigi aegade kõrgeimale tasemele, nimelt 73 750 USA dollarini (CoinMarketCap, 2024).



Joonis 1. Krüptovarade Bitcoin, Ethereum, Binance ja Solana päevased sulgemishinnad USA dollarites perioodil 10.04.2020-31.03.2024

Allikas: autori koostatud, statistikapakett EViews

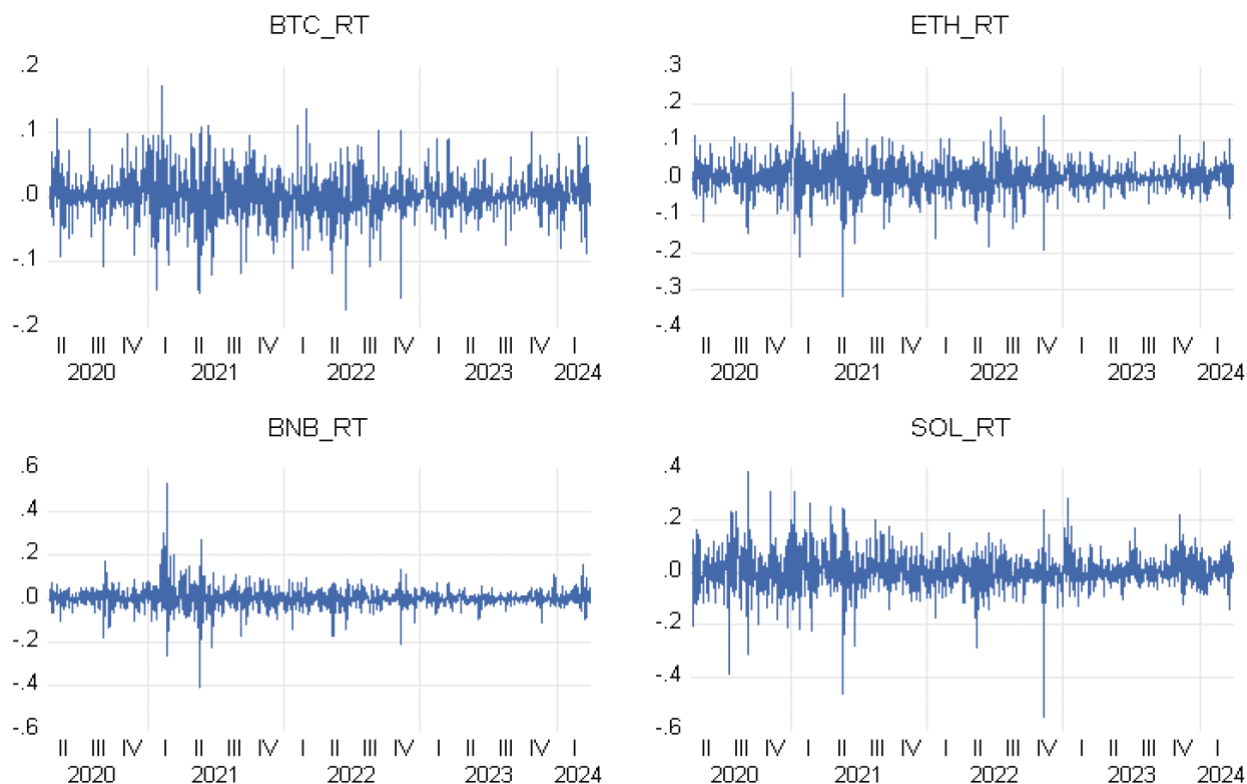
Tulemuste lihtsamaks tõlgendamiseks sulgemishinnad teisendatakse tootlusmääradeks. On kaks võimalust tootlusmäärade arvutamiseks: lihttootlus ehk hinnamuutus võrreldes eelmise perioodiga protsentides ja liittootlus, mis hõlmab endas hinnamuutusest naturaallogaritmide võtmist. Viimane meetod võimaldab erinevate finantsvarade tootlusmäärasid omavahel võrrelda ning samuti võrrelda neid erinevate ajaperioodide vahel. (Brooks, 2014, lk 7-8) Sarnaselt varasemate uuringutega, antud töös samuti kasutatakse krüptovarade logaritmitud päevased tootlusmäärad (Fan & Yao, 2017, lk 2):

$$r_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (8)$$

kus

P_t – sulgemishind ajahetkel t ,

P_{t-1} – ajahetkele t eelnev sulgemishind.



Joonis 2. Krüptovarade Bitcoin, Ethereum, Binance ja Solana logaritmitud tootlusmäärad perioodil 10.04.2020-31.03.2024

Allikas: autori koostatud, statistikapakett EViews

Ülaltoodud joonisel (Vt Joonis 2) on esitatud krüptovarade logaritmitud tootlusmäärad. Visuaalselt analüüsidest võib järeldada, et aegread on statsionaarsed, kuna keskvärtus ei muutu ajas ehk on konstantne, aga selle kindlakstegemiseks tuleb ikka läbi viia kindlad protseduurid. Bitcoin'i tootlusmäärad on visuaalselt suurema varieeruvusega, samal ajal kui Binance'i tootlusmäärad kõikuvad oluliselt vähem. Jooniselt on näha ka volatiilsuse kuhjumist, mis kujutab endast olukorda, kui suurtele kõikumistele järgnevad suured kõikumised ja vastupidi - väikestele kõikumistele järgnevad väikesed.

Tabel 2. Krüptovarade logaritmitud tootlusmäärade kirjeldav statistika

	BTC_RT	ETH_RT	BNB_RT	SOL_RT
Aritmeetiline keskmine	0,0016	0,0022	0,0026	0,0037
Mediaan	0,0008	0,0017	0,0016	0,0007
Maksimum	0,1718	0,2307	0,5292	0,3872
Miinum	-0,1741	-0,3175	-0,4045	-0,5496
Standardhälve	0,0328	0,0427	0,0470	0,0711
Variatsioonikordaja	20,347	19,740	18,019	19,248
Asümmeetriakordaja	-0,1798	-0,3938	0,7267	-0,2865
Püstakuse kordaja	6,4817	8,0886	22,1373	9,3656
Jarque-Bera testi p	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Valimi maht	1451	1451	1451	1451

Allikas: autori koostatud, statistikapakett EViews, ökonomeetriapakett Gretl

Ülaltoodud tabelis (Vt Tabel 2) on esitatud krüptovarade logaritmitud tootlusmäärade kirjeldav statistika. Maksimaalset tulumäära väärtust 52,92% saavutas Binance ning minimaalne väärtus - 54,96% oli dokumenteeritud Solanal. Kõige rohkem varieeruvad Bitcoin'i tulumäärad, seda näitab variatsioonikordaja, mille väärtus on 20,347, ja Binance on kõige väikese varieeruvusega, mis toetab joonise 2 põhjal tehtud järeldusi. Kõikide krüptovarade logaritmitud tootlusmäärad peale Binance on negatiivse asümmeetriaga, mis viitab sellele, et esineb kõrvalekaldumine normaaljaotusest, nimelt vasakule kallutatud. Binance'i logaritmitud tootlusmäärad on aga positiivse asümmeetriaga, mida

näitab nende kalduvus paremale. Samuti kõikide krüptovarade logaritmitud tootlusmäärade püstakuse kordaja on suurem kui 3, mis tähendab, et need järgivad normaaljaotusest püstakamat, teravatipulist jaotust. Seda iseloomustavad keskväärtuse ümber väärtuste koondumine ning paksude “sabade” olemasolu. (Brooks, 2014, lk 67; Sauga, 2020, lk 104-105) See toetab varasemaid uuringuid, kus on välja toodud finantsvaradele iseloomulik positiivne ja suur püstakuse kordaja ning “sabade” esinemine. Jarque-Bera testi olulisuse tõenäosus p iga krüptovara puhul on 0, mis on väiksem kui olulisuse nivoo 0,05. Järelikult nullhüpotees on tagasi lükatud ning võetakse vastu sisuka hüpoteesi: jääkliikmed ei allu normaaljaotusele. (Gujarati & Porter, 2009, lk 132) See omakorda näitab vajadust kasutada mudeli parameetrite hindamisel peale normaaljaotuse ka teisi jaotusi.

2.2. Aegridade statsionaarsuse eeldus

Aegridade modelleerimisel ja prognoosimisel üheks äärmiselt oluliseks eelduseks on aegridade statsionaarsuse olemasolu. Nõrka statsionaarset aegrida iseloomustavad konstantne keskväärtus, konstantne dispersioon ning autokovariatsioon, mis sõltub ainult viitajast kahe perioodi vahel. Statsionaarsuse eelduse täitmine on tähtis, sest kui aegrida on mittestatsionaarne sellega kaasneb asjaolu, et selle muutuv olemus takistab prognoosimist. Sellise aegrea põhjal tehtud järeldused on relevantssed ainult selle perioodi kontekstis, mistõttu mittestatsionaarsed aegread ei sobi usaldusväärsete prognooside tegemiseks. Statsionaarsuse eelduse täitmist on võimalik kontrollida rakendades erinevaid tüüpe protseduure. Esmalt seda saab hinnata visuaalselt, kuna graafikud annavad hea ülevaate aegrea omadustest. Teine viis, kuidas statsionaarsuse olemasolu testida on uurida aegrea korrelogramme. Kui aegrea autokorrelatsiooni funktsiooni koefitsiendid on väga kõrged ja vähenevad väikese kiirusega, see viitab sellele, et aegrida ei ole statsionaarne. Samuti statsionaarsuse eelduse kontrollimiseks kasutatakse Dickey-Fulleri testi. (Gujarati & Porter, 2009)

Antud töö raames aegridade statsionaarsuse testimiseks rakendatakse täiustatud Dickey-Fulleri testi. Testitakse mudelit konstandi ja trendita, konstandiga ja trendita ning konstandi ja trendiga. Nullhüpoteesiks on, et esineb ühikjuur, aegrida on mittestatsionaarne. Kui Dickey-Fulleri testi olulisuse tõenäosus on väiksem kui olulisuse nivoo 0,05, võetakse vastu sisukas hüpotees, et ühikjuurt ei esine ning järelikult aegrida on statsionaarne. (Hill et al., 2011, lk 484-487)

2.3. Mudeli spetsifikatsioon

GARCH tüüpi mudelid koosnevad tingliku keskvaartuse võrrandist ja tingliku dispersiooni võrrandist. Tingliku keskvaartuse võrrandi valikul on modelleerijal vabadus, seega seda on võimalik esitada kujul, mis on vastavuses uuringu läbiviimiseks püstitatud eesmärkidega. Õigesti valitud tingliku keskvaartuse võrrand on samaväärselt oluline, kuna sellest sõltub ka tingliku dispersiooni modelleerimise täpsus. (Brooks, 2014, lk 424)

Selleks, et määrata sobiv keskvaartuse võrrand, alustatakse korrelogrammide hindamisest. See on vajalik aegridade autokorrelatsiooni esinemise tuvastamiseks. (Tsay, 2005, lk 99-101) Täpsemini seda saab kontrollida kasutades Q-statistikut, mille nullhüpootesiks on, et kõik autokorrelatsiooni funktsiooni (ACF) koefitsiendid kuni teatud viitajani võrduvad nulliga ehk aegrida on valge müra. Kui Q-statistiku olulisuse tõenäosus on väiksem kui olulisuse nivoo 0,05, nullhüpootes lükatakse tagasi ning järeldakse, et aegrida ei ole valge müra, esineb autokorrelatsioon. (Gujarati & Porter, 2009, lk 753-754) Finantsvarade päevaste tootluste puhul on iseloomulik nõrga autokorrelatsiooni esinemine. Tavaliselt, kui avastatakse, et esineb autokorrelatsioon ehk aegrida ei ole valge müra, selle elimineerimiseks tingliku keskvaartuse võrrandina kasutatakse mõnda ökonomeetrilist mudelit. Antud töö raames tingliku keskvaartuse võrrandiks on valitud autoregressiivne libiseva keskmise ehk ARMA mudel. (Tsay, 2005, lk 99-101)

ARMA(p,q) mudel näeb välja järgmisel kujul (Brooks, 2014, lk 268):

$$y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2} + \dots + \theta_q u_{t-q} + u_t \quad (9)$$

kus

y_t – aegrea väärtus ajahetkel t ,

μ – konstant,

y_{t-1} – eelmise perioodi aegrea väärtus

u_t – jäägid ajahetkel t ,

u_{t-1} – eelmise perioodi jäägid.

Statsionaarsuse eeldus peab olema täidetud ning selleks, et leida optimaalne ARMA mudel, on vaja määrata õiged AR ja MA järgud. Kuigi seda on võimalik hinnata visuaalselt korrelogrammide abil,

see protsess ei pruugi olla täpne, seega antud töös selle jaoks mudelit proovitakse statistikatarkvaras alates ARMA(0,0) kuni ARMA(3,3). Parima mudeli valikul hindamiskriteeriumina kasutatakse Akaike informatsioonikriteeriumit ehk AIC või Schwarzzi informatsioonikriteeriumit ehk SIC. Parimaks osutub mudel, mille informatsioonikriteerium on kõige madalam. Kui mudel on valitud ja kõik parameetrid on statistiliselt olulised, sellele järgneb mudeli diagnostika. Tuleb kontrollida, kas valitud mudeli jäägid moodustavad valge müra. Seda saab teha varem mainitud Q-statistiku abil. Kui nullhüpotees on tagasi lükatud ehk jäägid ei ole valge müra, siis järelikult see mudel ei sobi ja tuleb proovida uuesti, et leida mudel, mis sobib paremini. (Gujarati & Porter, 2009)

Enne seda, kui hakata GARCH mudeleid rakendada, peab veenduma, et keskväärtuse võrrandi jääkliikmete puhul esineb tinglik heteroskedastiivsus ehk ARCH efekt. Seda saab kontrollida kasutades Lagrange'i multiplikaatori ehk LM testi. Nullhüpoteesiks on see, et ARCH efekt ei esine. Kui olulisuse tõenäosus on väiksem kui 0,05, nullhüpotees on tagasilükatud, esineb ARCH efekt, mis tähendab, et GARCH mudeleid saab kasutada. (Tsay, 2005, lk 99-101)

Järgmiseks sammuks on tingliku dispersiooni võrrandi valik. Varasemates uuringutes teadlased jõudsid erinevatele mudelitele kasutades erinevaid jaotusi. Seega võttes varasemaid tähelepanekuid arvesse, antud töö keskendub samuti ka erinevate mudelite ja jaotuste kasutamisele. Krüptovarade volatiilsuse modelleerimiseks ja prognoosimiseks olid valitud järgmised mudelid: GARCH(1,1), IGARCH(1,1), EGARCH(1,1), GJRGARCH(1,1), APARCH(1,1). Sarnaselt varasemate uuringutega, rakendatakse ühe viitajaga mudeleid.

Parameetrite hindamisel rakendatakse suurima tõepära meetodit, kontrollitakse parameetrite statistilist olulisust olulisuse nivool 0,05. Samuti kontrollitakse, et parameetrid vastaksid määratud kriteeriumidele. Kõikide mudelite puhul peale IGARCH parameetrite α ja β summa peab olema väiksem kui üks. IGARCH mudeli puhul kehtib unikaalne tingimus, et parameetrite α ja β summa võrdub ühega. Parameetrid peavad samuti olema ka positiivsed, aga see kriteerium ei laiene EGARCH mudelile, kuna tinglikust dispersioonist võetakse logaritm, mis võimaldab parameetritel olla negatiivsed.

2.4. Mudeli diagnostika ja prognoosimisvõime hindamine

Kui mudeli parameetrid on kõik statistiliselt olulised ning vastavad määratud kriteeriumidele, siis viiakse läbi mudeli diagnostika. Selleks, et hinnata tingliku keskväärtuse ja tingliku dispersiooni võrrandite adekvaatsust ehk seda, et need on õigesti määratletud, analüüsitakse mudeli standardiseeritud jääkliikmeid. Tingliku keskväärtuse võrrand on adekvaatne, kui standardiseeritud jääkliikmed moodustavad valge müra. Selleks kasutatakse Q-statistikut, kui selle olulisuse tõenäosus on suurem kui 0,05, kehtib nullhüpotees, jääkliikmed on valge müra poolt genereeritud. Tingliku dispersiooni võrrand on õigesti määratud, kui standardiseeritud jääkide ruudud moodustavad valge müra. Selle kontrollimiseks samuti kasutatakse Q-statistikut. (Tsay, 2005, lk 109-111)

Samuti kontrollitakse jääkliikmete alluvust normaaljaotusele. Testimiseks kasutatakse Jarque-Bera testi, mille nullhüpoteesiks on, et jääkliikmed alluvad normaaljaotusele. Tavaliselt standardiseeritud jääkliikmed on ikkagi teravatipulise jaotusega, aga võrreldes esialgse aegrea jääkliikmetega kalduvad normaaljaotusest kõrvale vähem. (Brooks, 2014, lk 435) Katsiampa (2017) on samuti märganud seda asjaolu oma uuringus. Juhul, kui jääkliikmed ei allu normaaljaotusele, probleemi lahendusena oli välja pakutud kasutada t-jaotust või üldist normaaljaotust (GED) (Xekalaki & Degiannakis, 2010, lk 163). Antud töö raames mudeli parameetreid samuti hinnatakse lisaks normaaljaotusele ka Studenti t-jaotuse ja üldistatud normaaljaotuse (GED) abil.

Kui diagnostika on edukalt läbitud ja õiged GARCH tüüpi mudelid on määratud, neid võrreldakse tuginedes Akaike informatsioonikriteeriumile, et leida parim mudel. Parimaks osutub mudel, mille informatsioonikriteerium on kõige madalam. Mudeli prognoosimisvõime hindamiseks valimit jagatakse kaheks osaks: 80% valimisiseseks ja 20% valimiväliseks prognoosiks. Andmed 11.04.2020-15.06.2023 perioodi kohta ehk 1 161 vaatlust kasutatakse valimi sees prognoosimiseks. Ülejäänud periood 16.06.2023-31.03.2024 ehk 290 vaatlust kasutatakse valimiväliseks prognoosiks.

Mudeli prognoosimisvõimet hinnatakse ning võrreldakse kasutades prognoosivea näitajaid nagu juuritud keskmine viga (RMSE), keskmine absoluutviga (MAE) ja keskmine suhteline absoluutviga (MAPE). Parimaks prognoosimise mudeliks osutub mudel, millel on võrreldes teiste mudelitega madalamad prognoosivea näitajad (Brooks, 2014, lk 292-293).

3. TULEMUSED JA JÄRELDUSED

Antud peatükis testitakse mudeli eeldused ja hinnatakse mudelite adekvaatsust. Lisaks viiakse läbi volatiilsuse prognoos valimi sees ja valimist väljas ning krüptovaradele määratakse sobivad mudelid. Lõpus tehakse järeldused ja ettepanekud tulevastele uuringutele. Lõplikud mudelid ja tulemused on välja toodud töö lisades, statistikatarkvara toorväljavõtted on esitatud elektroonilises lisas.

3.1. Bitcoin

Kõigepealt testitakse aegridade statsionaarsuse eeldust, kasutades selle jaoks täiustatud Dickey-Fulleri testi. Nullhüpotees on tagasi lükatud, testi olulisuse tõenäosus on väiksem kui 0,05, ühikjuurt ei esine, aegrida on statsionaarne (Vt Lisa 1).

Kuna statsionaarsus saavutatud, järgmiseks sammuks on tingliku keskväertuse võrrandi valik. Selle jaoks mudelit proovitakse statistikatarkvaras alates ARMA(0,0) kuni ARMA(3,3). Akaike infokriteeriumi järgi parimaks osutus ARMA(3,3) mudel, kuna sellel mudelil on see kõige väiksem (Vt Lisa 2). Konstandiga ARMA mudelit hindamisel konstant ei ole statistiliselt oluline, seega see tuleb mudelist eemaldada. Kui konstant eemaldati, mudeli Akaike infokriteerium vähenes, mis tähendab, et mudel parenes. Kõik parameetrid on statistiliselt olulised. Kasutades Lagrange'i multiplikaatori ehk LM testi, kontrollitakse ARCH efekti esinemist. Testi olulisuse tõenäosus on 0,032, mis on väiksem kui olulisuse nivoo, järelikult ARCH efekt esineb ja saab GARCH tüüpi mudeleid rakendada (Vt Lisa 3).

Seejärel määratakse tingliku dispersiooni võrrand. Volatiilsuse modelleerimiseks ja prognoosimiseks olid valitud järgmised mudelid: GARCH(1,1), IGARCH(1,1), EGARCH(1,1), GJRGARCH(1,1) ja APARCH(1,1). Mudelite parameetrite hindamisel selgus, et ainult ARMA(3,3)-

GARCH(1,1) (norm), ARMA(3,3)-EGARCH(1,1) (norm), ARMA(3,3)-IGARCH(1,1) (norm) ja ARMA(3,3)-GJRGARCH(1,1) (norm) mudelite puhul kõik parameetrid on statistiliselt olulised olulisuse nivool 0,05. Parameetrid vastavad määratud kriteeriumidele.

Seejärel hinnatakse tingliku keskvaartuse ja tingliku dispersiooni võrrandite adekvaatsust. Kontrollitakse, kas standardiseeritud jääkliikmed ja standardiseeritud jääkide ruudud moodustavad valge müra. Selleks kasutatakse Q-statistikut, kui selle olulisuse tõenäosus on suurem kui 0,05, kehtib nullhüpotees, jääkliikmed on valge müra poolt genereeritud. Samuti testitakse mudeli jääkide alluvust normaaljaotusele.

ARMA(3,3)-GARCH(1,1) (norm), ARMA(3,3)-EGARCH(1,1) (norm), ARMA(3,3)-IGARCH(1,1) (norm) ja ARMA(3,3)-GJRGARCH(1,1) (norm) mudelite puhul standardiseeritud jääkliikmed ja nende ruudud on valge müra, järelikult tingliku keskvaartuse ja dispersiooni võrrandid on õigesti määratud. Kõikide mudelite puhul Jarque-Bera testi olulisuse tõenäosus on suurem kui väiksem nivoo 0,05, nullhüpotees on tagasi lükatud, jäägid ei allu normaaljaotusele. Lisaks sellele, jäägid on teravatipulise jaotusega. Selline tulemus on sarnane varasemate uuringutega.

Alltoodud tabelis (Vt Tabel 3) on välja toodud mudelid, mis on järjestatud Akaike informatsioonikriteeriumi järgi. Vastavalt sellele kõige paremaks mudeliks osutus ARMA(3,3)-EGARCH(1,1) (norm)

Tabel 3. Bitcoini mudelid AIC järgi

Mudel	AIC
ARMA(3,3)-EGARCH(1,1) (norm)	-3,959191*
ARMA(3,3)-GJRGARCH(1,1) (norm)	-3,951017
ARMA(3,3)-GARCH(1,1) (norm)	-3,950687
ARMA(3,3)-IGARCH (1,1) (norm)	-3,934903

Allikas: autori koostatud (Vt Lisa 4)

Vaatamata sellele, et jääkliikmete normaaljaotuse tingimus ei ole täidetud, tasub hinnata nende prognoosimisvõimet valimi sees ja valimist väljas. Tabelis 4 on välja toodud mudelite prognoosimisvõime valimi sees. Selle hindamiseks kasutatakse juuritud keskmist viga (RMSE) ja keskmist absoluutviga (MAE) ning mida väiksem näitaja, seda parem on prognoosimisvõime. Tabelist on näha, et MAE järgi kõige parem prognoosimisvõime ARMA(3,3)-IGARCH (1,1) (norm) mudelil, kuid RMSE järgi parimaks mudeliks on ARMA(3,3)-GARCH(1,1) (norm). Bitcoin'i päevase volatiilsuse modelleerimisel Hayek ja Naimy (2018) puutusid kokku sarnase asjaoluga: prognoosivea näitajad MAE ja RMSE andsid erinevaid tulemusi. Kõige parem prognoosimisvõime valimi sees on ARMA(3,3)-IGARCH (1,1) (norm) mudelil.

Tabel 4. Bitcoin'i mudelite prognoosimisvõime valimi sees

Mudel	MAE	RMSE
ARMA(3,3)-EGARCH(1,1) (norm)	0,023991	0,034415
ARMA(3,3)-GJRGARCH(1,1) (norm)	0,024102	0,034400
ARMA(3,3)-GARCH(1,1) (norm)	0,024072	0,034398*
ARMA(3,3)-IGARCH (1,1) (norm)	0,023898*	0,034437

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisas

Järgmises tabelis (Vt Tabel 5) on välja toodud mudelite prognoosimisvõime valimist väljas. Tabelist on näha, et kui MAE ja MAPE järgi kõige parem prognoosimisvõime on ARMA(3,3)-GARCH(1,1) (norm) mudelil, RMSE järgi parimaks mudeliks osutus ARMA(3,3)-GJRGARCH(1,1) (norm). Sarnaselt valimisisese prognoosimisvõime hindamisega, prognoosivea näitaja RMSE annab võrreldes teiste näitajatega erineva tulemuse. ARMA(3,3)-GARCH(1,1) (norm) on mudel, mis sobib Bitcoin'i volatiilsuse valimiväliseks prognoosimiseks kõige paremini.

Tabel 5. Bitcoini mudelite prognoosimisvõime valimist väljas

Mudel	MAE	RMSE	MAPE
ARMA(3,3)-EGARCH(1,1) (norm)	0,016271	0,024452	238,1823
ARMA(3,3)-GJRGARCH(1,1) (norm)	0,016209	0,024441*	204,1432
ARMA(3,3)-GARCH(1,1) (norm)	0,016193*	0,024447	195,0803*
ARMA(3,3)-IGARCH (1,1) (norm)	0,016364	0,024736	379,9714

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisas

3.2. Ethereum

Kõigepealt testitakse aegridade statsionaarsuse eeldust, kasutades selle jaoks täiustatud Dickey-Fulleri testi. Nullhüpotees on tagasi lükatud, testi olulisuse tõenäosus on väiksem kui 0,00, ühikjuurt ei esine, aegrida on statsionaarne (Vt Lisa 1).

Teiseks sammuks on tingliku keskvärtuse võrrandi valik. Statistikatarkvaras proovitakse ARMA mudelid 3. järguni. Minimaalse Akaike infokriteeriumiga mudeliks on ARMA(2,2). Mudeli hindamisel konstant ei ole statistiliselt oluline, peale konstandi eemaldamist AIC suurenes, konstandita mudel on halvem. Lagrange'i multiplikaatori ehk LM testi olulisuse tõenäosus on väiksem kui 0,05, esineb tinglik heteroskedastiivsus ehk ARCH efekt (Vt Lisa 3).

Järgmisena valitakse tingliku dispersiooni võrrand. Mudelite parameetrite hindamisel selgus, et ainult ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (t) mudeli hindamisel kõik parameetrid on statistilised olulised olulisuse nivool 0,05. ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (norm), ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (GED) ja ARMA(2,2)-IGARCH(1,1) (norm) mudelite puhul peale tingliku keskvärtuse võrrandis mitteolulise konstandi kõik parameetrid on statistiliselt olulised.

Seejärel viiakse läbi mudeli diagnostika, et hinnata, kas tingliku keskvaartuse ja dispersiooni võrrandid on õigesti määratud. Kõik mudelid edukalt läbisid diagnostikat, nende standardiseeritud jäägid ja jääkide ruudud moodustavad valge müra. Sarnaselt Bitcoin'i volatiilsust modelleerivate GARCH mudelitega, mudelite jääkliikmed ei allu normaaljaotusele. Alltoodud tabelis (Vt Tabel 6) on välja toodud mudelid, mis on järjestatud Akaike infokriteeriumi järgi. Vastavalt sellele kõige paremaks mudeliks Etheriumi jaoks osutus ARMA(2,2)-GARCH (1,1) (GED).

Tabel 6. Etheriumi mudelid AIC järgi

Mudel	AIC
ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (GED)	-3,539023*
ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (t)	-3,535310
ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (norm)	-3,450132
ARMA(2,2)-IGARCH(1,1) (norm)	-3,429868

Allikas: autori koostatud (Vt Lisa 4)

Tabelis 7 on välja toodud mudelite prognoosimisvõime valimi sees. MAE järgi parimaks mudeliks on ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (GED) ning RMSE järgi ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (norm) mudeli prognoos on kõige parem.

Tabel 7. Etheriumi mudelite prognoosimisvõime valimi sees

Mudel	MAE	RMSE
ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (GED)	0,032260*	0,045604
ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (t)	0,032323	0,045606
ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (norm)	0,032274	0,045603*
ARMA(2,2)-IGARCH(1,1) (norm)	0,032273	0,045608

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisas

Tabelis 8 on esitatud mudelite prognoosimisvõime valimist väljas. ARMA(2,2) GARCH(1,1) (GED) on mudel, mis sobib Bitcoinini volatiilsuse valimiväliseks prognoosimiseks kõige paremini.

Tabel 8. Etheriumi mudelite prognoosimisvõime valimist väljas

Mudel	MAE	RMSE
ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (GED)	0,017728*	0,025495*
ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (t)	0,017789	0,025585
ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (norm)	0,017737	0,025526
ARMA(2,2)-IGARCH(1,1) (norm)	0,017729	0,025538

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisas

3.3. Binance

Esiteks tuleb kontrollida, et aegrida on statsionaarne, rakendades selle jaoks täiustatud Dickey-Fulleri testi. Nullhüpotees on tagasi lükatud, testi olulisuse tõenäosus on väiksem kui 0,00, ühikjuurt ei esine, aegrida on statsionaarne (Vt Lisa 1).

Kui statsionaarsus on saavutatud, järgmise sammuna määratakse tingliku keskväärtuse võrrand. Kasutades statistikatarkvara funktsiooni, ARMA mudelit proovitakse ARMA alates (0,0) kuni ARMA(3,3). Akaike informatsioonikriteeriumi järgi parimaks mudeliks on ARMA(2,3). Mudeli hindamisel AR ja MA kordajad ei ole statistiliselt olulised, mistõttu valitakse uus mudel. Kõige paremaks mudeliks osutus ARMA(2,2). ARMA(2,2) mudeli hindamisel konstant ei ole statistiliselt oluline, konstandita mudel on parem, kuna Akaike informatsioonikriteerium vähenes. LM testi olulisuse tõenäosus on väiksem kui 0,05, järelikult esineb ARCH efekt, GARCH tüüpi mudeleid saab kasutada (Vt Lisa 3).

Järgmisena valitakse tingliku dispersiooni võrrand. Ainult ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (norm) mudeli hindamisel kõik parameetrid on statistiliselt olulised olulisuse nivool 0,05. Nüüd viiakse läbi mudeli

diagnostika. Mudel läbis adekvaatsuse kontrolli, mudeli standardiseeritud jäägid ja jääkide ruudud moodustavad valge müra. Esineb sama asjaolu, et mudeli jäägid ei allu normaaljaotusele.

Tabelis 9 on esitatud ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (norm) mudeli prognoosimisvõime valimi sees ja valimist väljas. Lõplikuks parimaks mudeliks on ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (norm).

Tabel 9. ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (norm) mudeli prognoosimisvõime valimi sees ja valimist väljas

	MAE	RMSE
Valimi sees	0,032132	0,050705
Valimist väljas	0,017850	0,027585

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisas

3.4. Solana

Statsionaarsuse esinemine on äärmiselt oluline aegridade modelleerimisel. Selle kontrollimiseks Dickey-Fulleri testi olulisuse tõenäosus on 0,00, mis viitab sellele, et ühikjuur puudub, aegrida on statsionaarne (Vt Lisa 1).

Akaike informatsioonikriteeriumi järgi parimaks mudeliks on ARMA(1,2). ARMA(1,2) mudeli hindamisel konstant ei ole statistiliselt oluline, seega otsustatakse leida peale konstandi eemaldamist AIC vähenes, konstandita mudel on parem. Testi olulisuse tõenäosus on 0,00, mis on väiksem kui olulisuse nivoo, järelikult ARCH efekt esineb ja saab GARCH tüüpi mudeleid rakendada (Vt Lisa 3).

Ei olnud ühtegi mudelit, kus kõik parameetrid oleksid statistiliselt olulised olulisuse nivool 0,05. Kõik ARMA(1,2)-GARCH(1,1) (t), ARMA(1,2)-GARCH(1,1) (GED) ja ARMA(1,2)-IGARCH (1,1) (norm) mudelite parameetrid on olulised ainult nivool 0,1. Vaatamata sellele otsustatakse mudelitega edasi jätkata. Mudelid läbisid edukalt diagnostikat, kuid jällegi mudelite jääkliikmed ei allu normaaljaotusele. Akaike infokriteeriumi järgi parimaks mudeliks osutus ARMA(1,2)-GARCH(1,1) (t) (Vt Tabel 10).

Tabel 10. Solana mudelid AIC järgi

Mudel	AIC
ARMA(1,2)-GARCH(1,1) (t)	-2,593751*
ARMA(1,2)-GARCH(1,1) (GED)	-2,582102
ARMA(1,2)-IGARCH(1,1) (norm)	-2,448135

Allikas: autori koostatud (Vt Lisa 4)

Tabelis 11 on välja toodud mudelite prognoosimisvõime valimi sees. MAE järgi parimaks mudeliks on ARMA(1,2)-GARCH(1,1) (GED) ning RMSE järgi ARMA(1,2)-IGARCH(1,1) (norm) mudeli prognoosimisvõime on kõige parem. Tabelis 12 on esitatud mudelite prognoosimisvõime valimist väljas. MAE ja RMSE järgi volatiilsuse valimiväliseks prognoosimiseks parimaks mudeliks osutus ARMA(1,2)-IGARCH(1,1) (norm).

Tabel 11. Solana mudelite prognoosimisvõime valimi sees

Mudel	MAE	RMSE
ARMA(1,2)-GARCH(1,1) (t)	0,052777	0,075601
ARMA(1,2)-GARCH(1,1) (GED)	0,052754*	0,075598
ARMA(1,2)-IGARCH(1,1) (norm)	0,052831	0,075577*

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisas

Tabel 12. Solana mudelite prognoosimisvõime valimist väljas

Mudel	MAE	RMSE
ARMA(1,2)-GARCH(1,1) (t)	0,035823	0,048177
ARMA(1,2)-GARCH(1,1) (GED)	0,035819	0,048188
ARMA(1,2)-IGARCH(1,1) (norm)	0,035800*	0,048155*

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisas

3.5. Järeldused

Modelleerimise ja prognoosimise protsessi käigus uurimisküsimused said vastatud. Krüptovarade volatiilsuse valimist väljas prognoosimisel prevaleeris kaks tüüpi GARCH mudeleid: GARCH(1,1) ja selle edasiarendus IGARCH(1,1). Statistilistest jaotustest esinesid valdavalt normaaljaotus ja üldistatud normaaljaotus (GED).

Kõige sagedamini varasemate uuringute tulemusena esinenud GJRGARCH ja teised asümmeetrilised GARCH mudeli edasiarendused, mis võtavad arvesse finantsaegridade asümmeetriat, antud töös ei osutunud prognoosimise jaoks parimaks. Asümmeetriline mudel (EGARCH) tuli esile ainult Bitcoin'i volatiilsuse modelleerimisel, kus selle Akaike infokriteeriumi näitaja oli kõige väiksem, ülejäänud juhtudel prevaleerisid mudelid GARCH(1,1) ja IGARCH(1,1). Tavalise GARCH(1,1) mudeli domineerimine teiste mudelite üle antud uuringus on asjaolu, mis ei ühti ülalmainitud varasemate uuringutega nagu näiteks Bergsli et al. (2022). IGARCH mudeli tulemusena saamine on sarnane Naimy et al. (2021) uuringuga, kus Monero volatiilsuse prognoosimisel IGARCH(1,1) mudel näitas kõige parema tulemuse valimist väljas.

Alltoodud tabelis (Vt Tabel 13) on esitatud parimad krüptovarade volatiilsust prognoosivad mudelid. Parameetrid vastavad määratud kriteeriumitele ja kõik on statistiliselt olulised olulisuse nivool 0,05. Bitcoin'i volatiilsuse prognoosimise jaoks parimaks mudeliks on ARMA(3,3)-GARCH(1,1) (norm), Etheriumi puhul see on - ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (GED). Binance'i volatiilsuse prognoosimisega saab ARMA(2,2)-GARCH(1,1)(norm) mudel kõige paremini hakkama. Solana jaoks parimaks mudeliks osutus ARMA(1,2)-IGARCH(1,1) (norm). Järelikult valitud uurimisperiodil need mudelid sobivad volatiilsuse prognoosimise jaoks kõige paremini.

Tabel 13. Krüptovarade volatiilsust prognoosivad mudelid

	Bitcoin	Etherium	Binance	Solana
	ARMA(3,3)- GARCH(1,1)(norm)	ARMA(2,2)- GARCH(1,1)(GED)	ARMA(2,2)- GARCH(1,1)(norm)	ARMA(1,2)- IGARCH(1,1)(norm)
α_0	0,000046*** (0,000009)	0,000062** (0,000028)	0,000054*** (0,000007)	-
α_1	0,063910*** (0,010183)	0,100067*** (0,024076)	0,145040*** (0,011947)	0,090289*** (0,003692)
β_1	0,898585*** (0,014990)	0,874124*** (0,028495)	0,844793*** (0,010191)	0,909711*** (0,003692)

kus

*** - statistiliselt oluline nivool 0,01,

** - statistiliselt oluline nivool 0,05.

Allikas: Autori koostatud (Vt Lisad 4-7)

Antud töö piiranguks on rakendatud statistiliste jaotuste arv statistikapaketi EViews piiratud kasutamiseks saadaval olevate jaotuste tõttu. Tulevastes uuringutes võiks kasutada asümmeetrilisi statistilisi jaotusi, nagu asümmeetriline normaaljaotus, asümmeetriline t-jaotus ja asümmeetriline üldistatud normaaljaotus (GED). Cerqueti et al. (2020) leidsid, et asümmeetriline üldistatud normaaljaotus (GED) võimaldab Bitcoin volatiilsust kõige paremini prognoosida. Samas krüptoturu volatiilsuse dünaamikat uurimiseks võiks kasutada mitmemõõtmelisi GARCH mudeleid, nagu näiteks DCC-GARCH, et võtta arvesse krüptovarade omavahelist mõju teineteisele. Alternatiivse meetodina võiks proovida volatiilsuse modelleerimisel ja prognoosimisel rakendada masin- ja süvaõpet. Amirshahi ja Lahmiri (2023) leidsid, et süvaõppe kombineerimine GARCH tüüpi mudelitega võimaldab saavutada krüptovarade volatiilsuse prognoosimisel suuremat täpsust.

KOKKUVÕTE

Viimasel ajal on huvi krüptoturu vastu märgatavalt kasvanud, sest see jätkuvalt kasvab ning samas see on hea alternatiivne investering, mis võimaldab investeerimisportfelle hajutada. Krüptovarad on tuntud oma suure volatiilsuse poolest, mis kujutab endast nii rahateenimise võimalust kui ka märkimisväärse kahju riski. Seetõttu on volatiilsuse modelleerimisel ja prognoosimisel riskijuhtimise strateegia kujundamises oluline roll.

Käesoleva bakalaureusetöö eesmärgiks oli tuginedes GARCH tüüpi mudelitele modelleerida ja prognoosida nelja krüptovara volatiilsust perioodil 10.04.2020-31.03.2024.

Eesmärgi saavutamiseks on püstitatud järgmised uurimisküsimused:

3. Milline GARCH tüüpi mudel on kõige parem iga valitud krüptovara volatiilsuse prognoosimiseks valimist väljas?
4. Milline statistiline jaotus sobib iga valitud krüptovara volatiilsuse prognoosimiseks valimist väljas kõige paremini?

Valimiks oli nelja krüptovara Bitcoin, Ethereum, Solana ja Binance sulgemishinnad perioodil 10.04.2020-31.03.2024. Uurimisküsimustele vastamiseks viidi läbi aeGRIDade analüüs kasutades GARCH(1,1), IGARCH(1,1), EGARCH(1,1), GJRGARCH(1,1) ja APARCH(1,1) mudeleid ning iga krüptovara jaoks valiti mudel, mis sobib volatiilsuse valimiväliseks prognoosimiseks kõige paremini. Samuti mudeleid hinnati kasutades normaaljaotust, t-jaotust ja üldistatud normaaljaotust (GED).

Modelleerimise ja prognoosimise protsessi käigus uurimisküsimused said vastatud. Prognoosimisvõime hindamisel domineeris kaks tüüpi GARCH mudeleid: GARCH ja IGARCH. Samuti statistilistest jaotustest domineerisid normaaljaotus ja üldistatud normaaljaotus (GED). Bitcoin'i volatiilsuse valimivälise prognoosimise jaoks parimaks mudeliks osutus ARMA(3,3)-

GARCH(1,1) (norm) ning Etheriumi puhul see on ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (GED). Solana volatiilsuse prognoosimise jaoks sobib kõige paremini ARMA(1,2)-IGARCH(1,1) (norm) mudel ning Binance'i volatiilsuse prognoosimisega saab kõige paremini ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (norm) mudel.

Valitud perioodil need mudelid sobivad prognoosimiseks kõige paremini, peegeldades hiljutist turuolukorda. GJRGARCH(1,1) ja teised asümmeetrilised GARCH mudeli edasiarendused, mis ilmusid kõige sagedamini varasemate uuringute tulemustena, ei osutunud volatiilsuse prognoosimiseks kõige paremaks. GARCH(1,1) mudeli domineerimine teiste mudelite üle ei ole vastavuses varasemate uuringutega, kuid IGARCH mudeli tulemusena saamine on sarnane Naimy et al. (2021) uuringuga, kus IGARCH(1,1) mudel näitas Monero volatiilsuse prognoosimisel parimaid valimiväliseid tulemusi.

Antud töö piiranguks on väike rakendatud statistiliste jaotuste arv, mida tulevates uuringutes võiks suurendada ning kaasata asümmeetrilisi jaotusi nagu asümmeetriline t-jaotus ja asümmeetriline üldistatud normaaljaotus. Uuringu edasiarendamiseks võiks rakendada mitmemõõtmelisi GARCH mudeleid, nagu näiteks DCC-GARCH, et võtta arvesse krüptovarade omavahelist mõju teineteisele. Samuti võiks proovida rakendada täiesti teistsugust alternatiivset meetodit nagu süvaõpe ja kombineerida seda GARCH tüüpi mudelitega.

Analüüsi käigus saadud tulemused võivad kasuks tulla nii kogunud investoritele kui ka inimestele, kes kaaluvad investeerimist krüptovaradesse, kuna need mudelid peegeldavad praegust turuolukorda. Volatiilsuse modelleerimine ja prognoosimine annab informatsiooni, millele saab toetuda investeerimisotsuste langetamisel ning vastavalt sellele saab oma riskijuhtimise strateegiat korrigeerida.

SUMMARY

MODELLING AND FORECASTING VOLATILITY OF CRYPTOCURRENCIES

Eva Spelman

In the past four years, the price of Bitcoin has managed to reach its all-time high twice, in 2021 and 2024, which makes it an attractive investment. Recently, the interest in the crypto market has grown significantly since not only does it keep growing but it is also a good alternative investment that allows to diversify investment portfolios. Cryptocurrencies are known for their high volatility, which represents both the opportunity to earn money and the risk of significant losses. That is why volatility modeling and forecasting plays an essential role in risk management.

Throughout the ages GARCH-type models have been used to model and forecast volatility of various financial assets. The models have also been applied to modelling volatility of cryptocurrencies. Earlier studies have reached to conflicting conclusions, making it not clear which GARCH-type model is suitable for cryptocurrency volatility forecasting.

The aim of this bachelor's thesis was to model and forecast volatility of four cryptocurrencies during the period of 10.04.2020-31.03.2024 based on GARCH-type models.

In order to achieve this, the following research questions have been posed:

1. Which GARCH-type model is best for out-of-sample volatility forecasting for each selected cryptocurrency?
2. Which statistical distribution is best for out-of-sample volatility forecasting for each selected cryptocurrency?

To answer the research questions, time series analysis was performed based on GARCH-type models, and for each cryptocurrency, the model that is best suited for out-of-sample forecasting of volatility is selected. The following models were selected for modeling and forecasting the volatility of crypto assets: GARCH(1,1), IGARCH(1,1), EGARCH(1,1), GJRGARCH(1,1) and APARCH(1,1). Models were estimated using the normal distribution, Student t-distribution and generalized error distribution (GED).

For this particular study, four cryptocurrencies were selected based on market capitalisation: Bitcoin, Ethereum, Binance and Solana. The historical data of closing prices was collected from website CoinMarketCap. The data was processed in Excel and then volatility modeling and forecasting was performed using econometric software Gretl as well as statistical software EViews.

Two types of GARCH models prevailed in out-of-sample forecasting of cryptocurrency volatility: GARCH(1,1) and IGARCH(1,1). Among the statistical distributions, the normal distribution, and the generalized normal distribution (GED) were predominant. It was found that in terms of out-of-sample volatility forecasting the best performing model for Bitcoin is ARMA(3,3)-GARCH(1,1) (norm) and for Ethereum it is ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (GED). For Solana ARMA(1,2)-IGARCH(1,1) (norm) is the model that showcased the best forecasting accuracy out-of-sample. ARMA(2,2)-GARCH(1,1) (norm) outperformed other models for Binance. Therefore, in the selected period these models are the most suitable for volatility forecasting.

GJRGARCH and other asymmetric GARCH-type models, which appeared most often as a result of previous studies, did not turn out to be the best performing. The dominance of the standard GARCH(1,1) model over other models in this study is a fact that is not consistent with the existing studies such as Bergsli et al. (2022). The result of the IGARCH model is similar to the study of Naimy et al. (2021) where the IGARCH(1,1) model showed the best out-of-sample results when forecasting Monero volatility.

KASUTATUD ALLIKATE LOETELU

- Amirshahi, B., & Lahmiri, S. (2023). Hybrid deep learning and GARCH-family models for forecasting volatility of cryptocurrencies. *Machine Learning with Applications*, 100465.
- Ampountolas, A. (2022). Cryptocurrencies Intraday High-Frequency Volatility Spillover Effects Using Univariate and Multivariate GARCH Models. *International Journal of Financial Studies*, 10(3), 51.
- Asante Gyamerah, S. (2019). Modelling the volatility of Bitcoin returns using GARCH models. *Quantitative Finance and Economics*, 3(4), 739–753.
- Aysan, A. F., Demir, E., Gozgor, G., & Lau, C. K. M. (2019). Effects of the geopolitical risks on Bitcoin returns and volatility. *Research in International Business and Finance*, 47, 511–518.
- Bakas, D., Magkonis, G., & Oh, E. Y. (2022). What drives volatility in Bitcoin market? *Finance Research Letters*, 50, 103237.
- Bergsli, L. Ø., Lind, A. F., Molnár, P., & Polasik, M. (2022). Forecasting volatility of Bitcoin. *Research in International Business and Finance*, 59, 101540.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327.
- Bollerslev, T., & Engle, R. F. (1993). Common Persistence in Conditional Variances. *Econometrica*, 61(1), 167.
- Bollerslev, T., Engle, R. F., & Nelson, D. B. (1994). Chapter 49 Arch models. *Handbook of Econometrics*, 2959–3038.
- Bouri, E., Kristoufek, L., & Azoury, N. (2022). Bitcoin and S&P500: Co-movements of high-order moments in the time-frequency domain. *PLOS ONE*, 17(11).
- Brooks, C. (2014). *Introductory econometrics for finance* (3rd ed.). Cambridge University Press.
- Cerqueti, R., Giacalone, M., & Mattera, R. (2020). Skewed non-Gaussian GARCH models for cryptocurrencies volatility modelling. *Information Sciences*.
- Chkili, W. (2021). Modeling Bitcoin price volatility: long memory vs Markov switching. *Eurasian Economic Review*.

- Chu, J., Chan, S., Nadarajah, S., & Osterrieder, J. (2017). GARCH Modelling of Cryptocurrencies. *Journal of Risk and Financial Management*, 10(4), 17.
- CoinMarketCap. (2024). Cryptocurrency Prices, Charts And Market Capitalizations. Kättesaadav: <https://coinmarketcap.com/>, 5. aprill 2024.
- Conrad, C., Custovic, A., & Ghysels, E. (2018). Long- and Short-Term Cryptocurrency Volatility Components: A GARCH-MIDAS Analysis. *SSRN Electronic Journal*.
- Degiannakis, S. & Xekalaki, E. (2004). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) Models: A Review. *Quality Technology and Quantitative Management*, 1(2), 271-324.
- Ding, Z., Granger, C. W. J., & Engle, R. F. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, 1(1), 83–106.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007.
- Engle, R. F., & Bollerslev, T. (1986). Modelling the persistence of conditional variances. *Econometric Reviews*, 5(1), 1–50.
- Engle, R. (2001). GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), 157–168.
- Engle, R. (2004). Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice. *American Economic Review*, 94(3), 405–420.
- Engle, R. F., Ghysels, E., & Sohn, B. (2013). Stock market volatility and macroeconomic fundamentals. *The Review of Economics and Statistics*, 95(3), 776–797.
- Fan, J., & Yao, Q. (2017). *The elements of financial econometrics*. Cambridge University Press.
- Figlewski, S. (1997). Forecasting Volatility. *Financial Markets, Institutions and Instruments*, 6(1), 1–88.
- Francq, C., & Jean-Michel Zakoian. (2019). GARCH models : structure, statistical inference and financial applications. John Wiley & Sons Ltd., 250.
- Frimpong, J. M. & Oteng-Abayie, E. F. (2006). Modelling and Forecasting Volatility of Returns on the Ghana Stock Exchange Using Garch Models. *American Journal of Applied Sciences*, 3(10), 2042–2048.
- Fung, K., Jeong, J., & Pereira, J. (2021). More to Cryptos than Bitcoin: A GARCH Modelling of Heterogeneous Cryptocurrencies. *Finance Research Letters*, 102544.

- Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *The Journal of Finance*, 48(5), 1779–1801.
- Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2009). *Basic econometrics*. McGraw-Hill/Irwin.
- Hayek, M. R., & Naimy, V. Y. (2018). Modelling and predicting the Bitcoin volatility using GARCH models. *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*, 8(3), 197.
- Hill, R. C., Griffiths, W. E., & Lim, G. C. (2011). *Principles of econometrics*. John Wiley & Sons.
- Hwang, S., & Valls Pereira, P. L. (2006). Small sample properties of GARCH estimates and persistence. *The European Journal of Finance*, 12(6-7), 473–494.
- Katsiampa, P. (2017). Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics Letters*, 158, 3–6.
- Knight, J. L., & Satchell, S. (2007). *Forecasting volatility in the financial markets*. Butterworth-Heinemann.
- Kufo, A., Gjeci, A. & Pilkati, A. (2023). Unveiling the Influencing Factors of Cryptocurrency Return Volatility. *Journal of Risk and Financial Management*, 17(1), 12–12.
- Mensi, W., Al-Yahyaee, K. H., & Kang, S. H. (2019). Structural breaks and double long memory of cryptocurrency prices: A comparative analysis from Bitcoin and Ethereum. *Finance Research Letters*, 29, 222–230.
- Naimy, V., Haddad, O., Fernández-Avilés, G., & El Khoury, R. (2021). The predictive capacity of GARCH-type models in measuring the volatility of crypto and world currencies. *PLOS ONE*, 16(1), e0245904.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*, 59(2), 347–370.
- Ng, H. R., & Lam, K. (2006). How does Sample Size Affect GARCH Models? Proceedings of the 9th Joint International Conference on Information Sciences (JCIS-06).
- Ogotu, C., Canhanga, B., & Biganda, P. (2018). Modeling Exchange Rate Volatility using APARCH Models. *Journal of the Institute of Engineering*, 14(1), 96–106.
- Poon, S.-H., & Granger, C. W. J. (2003). Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review. *Journal of Economic Literature*, 41(2), 478–539.
- Sauga, A. (2020). *Statistika õpik majanduseriala üliõpilastele* (2, 104).

- Spelman, E. (2024). Lõputöö elektrooniline lisa.
Kättesaadav:
<https://docs.google.com/document/d/16PAGANg8GkBdOsvhMlcaalrkwhEfUrwZtin090LkRqg/edit#heading=h.2upg9lv4ehyw>, 8. mai 2024.
- Trucíos, C. (2019). Forecasting Bitcoin risk measures: A robust approach. *International Journal of Forecasting*, 35(3), 836–847.
- Tsay, R. S. (2005). *Analysis of financial time series*. Wiley.
- Ural, M. (2009). Generalize asymmetric power ARCH modeling of national stock market returns. DOAJ (DOAJ: Directory of Open Access Journals).
- Xekalaki, E. & Degiannakis, S. (2010). *ARCH Models for Financial Applications*. John Wiley & Sons.
- Xia, Y., Sang, C., He, L., & Wang, Z. (2022). The role of uncertainty index in forecasting volatility of Bitcoin: Fresh evidence from GARCH-MIDAS approach. *Finance Research Letters*, 103391.
- Zakoian, J.-M. (1994). Threshold heteroskedastic models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18(5), 931–955.

LISAD

Lisa 1. ADF testi tulemused krüptovarade lõikes

	Bitcoin	Etherium	Binance	Solana
t-statistik	-34,96813	-35,78565	-22,77069	-36,23645
olulisuse tõenäosus	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisas

Lisa 2. ARMA mudelid krüptovarade lõikes

	Bitcoin	Etherium	Binance	Solana
c	-	0,002023 (0,001351)	-	-
AR(1)	-0,903906*** 0,032804	-0,425166*** (0,048508)	0,291433*** (0,081202)	0,969575*** (0,022795)
AR(2)	0,900383*** (0,031367)	-0,884694*** (0,048002)	0,651496*** (0,076210)	-
AR(3)	0,947960*** (0,031821)	-	-	-
MA(1)	0,889607*** (0,042570)	0,371541*** (0,048238)	-0,366097*** (0,089309)	-1,029978** (0,027038)
MA(2)	-0,885607*** (0,040036)	0,900592*** (0,046589)	-0,542030*** (0,084827)	0,078528*** (0,021438)
MA(3)	-0,911495*** (0,041039)	-	-	-

kus

*** - statistiliselt oluline nivool 0,01,

** - statistiliselt oluline nivool 0,05,

* - statistiliselt oluline nivool 0,1.

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisis

Lisa 3. LM testi tulemused krüptovarade lõikes

	Bitcoin	Etherium	Binance	Solana
nR ²	7,4065	15,2310	70,9274	45,2981
olulisuse tõenäosus	0,0065	0,0001	0,0000	0,0000

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisas

Lisa 4. Bitcoin volatiilsust prognoosivad mudelid

	ARMA(3,3)- EGARCH(1,1) (norm)	ARMA(3,3)- GJRGARCH(1,1) (norm)	ARMA(3,3)- GARCH(1,1) (norm)	ARMA(3,3)- IGARCH (1,1) (norm)
AR(1)	-0,932462*** (0,032044)	-0,961376*** (0,038264)	-0,957483*** (0,038741)	0,227806*** (0,008512)
AR(2)	0,878546*** (0,052421)	0,866644*** (0,073660)	0,873758*** (0,074559)	-0,204959*** (0,010404)
AR(3)	0,944797*** (0,032296)	0,959352*** (0,037916)	0,962817*** (0,038392)	0,965387*** (0,008818)
MA(1)	0,944101*** (0,039269)	0,976311*** (0,045923)	0,968718*** (0,045197)	-0,235061*** (0,004864)
MA(2)	-0,855796*** (0,065170)	-0,844766*** (0,088909)	-0,859001*** (0,087230)	0,225285*** (0,005666)
MA(3)	-0,925385*** (0,039281)	-0,948525*** (0,045832)	-0,955777*** (0,044940)	-0,987750*** (0,004564)
α_0	-0,559164*** (0,079715)	0,000053*** (0,000010)	0,000046*** (0,000009)	
α_1	0,169058*** (0,025081)	0,048936*** (0,014684)	0,063910*** (0,010183)	0,018094*** (0,001763)
γ	-0,039293*** (0,014133)	0,034773** (0,016324)	-	
β_1	0,935338*** (0,009973)	0,891132*** (0,016672)	0,898585*** (0,014990)	0,981906*** (0,001763)
AIC	-3,959191	-3,951017	-3,950687	-3,934903

kus

*** - statistiliselt oluline nivool 0,01,

** - statistiliselt oluline nivool 0,05,

* - statistiliselt oluline nivool 0,1.

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisis

Lisa 5. Etheriumi volatiilsust prognoosivad mudelid

	ARMA(2,2)- GARCH(1,1) (GED)	ARMA(2,2)- GARCH(1,1) (t)	ARMA(2,2)- GARCH(1,1) (norm)	ARMA(2,2)- IGARCH(1,1) (norm)
c	0,001741* (0,000970)	0,002299** (0,001041)	0,001935 (0,001231)	0,001566 (0,001009)
AR(1)	-0,281420*** (0,061272)	-0,437273*** (0,077250)	-0,312803*** (0,090831)	-0,294582*** (0,077205)
AR(2)	-0,828522*** (0,056502)	-0,837404*** (0,066404)	-0,816532*** (0,074524)	-0,821873*** (0,063358)
MA(1)	0,239119*** (0,052424)	0,388243*** (0,072788)	0,270342*** (0,081119)	0,256170*** (0,068561)
MA(2)	0,872285*** (0,047340)	0,854417*** (0,062421)	0,855111*** (0,065656)	0,864023*** (0,054422)
a_0	0,000062** (0,000028)	0,000070** (0,000029)	0,000058*** (0,000016)	-
a_1	0,100067*** (0,024076)	0,108116*** (0,026482)	0,093989*** (0,012315)	0,060641*** (0,004854)
β_1	0,874124*** (0,028495)	0,869770*** (0,027945)	0,881606*** (0,015479)	0,939359*** (0,004854)
AIC	-3,539023	-3,535310	-3,450132	-3,429868

kus

*** - statistiliselt oluline nivool 0,01,

** - statistiliselt oluline nivool 0,05,

* - statistiliselt oluline nivool 0,1.

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisas

Lisa 6. Binance'i volatiilsust prognoosiv mudel

	ARMA(2,2)- GARCH(1,1) (norm)
AR(1)	0,655309*** (0,020556)
AR(2)	-0,945514*** (0,023805)
MA(1)	-0,676082*** (0,016158)
MA(2)	0,962150*** (0,019157)
a_0	0,000054*** (0,000007)
a_1	0,145040*** (0,011947)
β_1	0,844793*** (0,010191)

kus

*** - statistiliselt oluline nivool 0,01,

** - statistiliselt oluline nivool 0,05,

* - statistiliselt oluline nivool 0,1.

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisas

Lisa 7. Solana volatiilsust prognoosivad mudelid

	ARMA(1,2)- GARCH(1,1) (t)	ARMA(1,2)- GARCH(1,1) (GED)	ARMA(1,2)- IGARCH(1,1) (norm)
AR(1)	-0,834526*** (0,106396)	-0,802992*** (0,133341)	-0,896596*** (0,077412)
MA(1)	0,795174*** (0,110371)	0,760549*** (0,135618)	0,859599*** (0,079917)
MA(2)	-0,051346* (0,029252)	-0,053340* (0,028313)	-0,044556* (0,026768)
a_0	0,000269*** (0,000092)	0,000301*** (0,000101)	-
a_1	0,137628*** (0,029552)	0,146557*** (0,025127)	0,090289*** (0,003692)
β_1	0,827118*** (0,032194)	0,804773*** (0,032632)	0,909711*** (0,003692)
AIC	-2,593751	-2,582102	-2,448135

kus

*** - statistiliselt oluline nivool 0,01,

** - statistiliselt oluline nivool 0,05,

* - statistiliselt oluline nivool 0,1.

Allikas: autori arvutused elektroonilises lisas

Lisa 8. Lihtlitsents

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks¹

Mina, Eva Spelman,

1. Annan Tallinna Tehnikaülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose “Krüptovarade volatiilsuse modelleerimine ja prognoosimine”,

mille juhendaja on Tõnn Talpsepp (PhD),

1.1 reprodutseerimiseks lõputöö säilitamise ja elektroonse avaldamise eesmärgil, sh Tallinna Tehnikaülikooli raamatukogu digikogusse lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;

1.2 üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tallinna Tehnikaülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas Tallinna Tehnikaülikooli raamatukogu digikogu kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.

2. Olen teadlik, et käesoleva lihtlitsentsi punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

3. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest ning muudest õigusaktidest tulenevaid õigusi.

08.05.2024

¹ Lihtlitsents ei kehti juurdepääsupiirangu kehtivuse ajal vastavalt üliõpilase taotlusele lõputööle juurdepääsupiirangu kehtestamiseks, mis on allkirjastatud teaduskonna dekaani poolt, välja arvatud ülikooli õigus lõputööd reprodutseerida üksnes säilitamise eesmärgil. Kui lõputöö on loonud kaks või enam isikut oma ühise loomingulise tegevusega ning lõputöö kaas- või ühisautor(id) ei ole andnud lõputööd kaitsvale üliõpilasele kindlaksmääratud tähtjaks nõusolekut lõputöö reprodutseerimiseks ja avalikustamiseks vastavalt lihtlitsentsi punktidele 1.1. ja 1.2, siis lihtlitsents nimetatud tähtaja jooksul ei kehti.