

И. А. КИЙСС

К РАСЧЕТУ
ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ФУНДАМЕНТНЫХ БАЛОК
С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ БЕТОНА И ОСНОВАНИЯ

Ер. 6.7

И. А. КИЙСС

К РАСЧЕТУ
ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ФУНДАМЕНТНЫХ БАЛОК
С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ БЕТОНА И ОСНОВАНИЯ

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dots = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \dots$$

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
ТАЛЛИН, 1958

Ep. 2317

ТАЛЛУВА ПОЛТОНУМЛИСЕ ИСТТЮРДИ ТОНУМЛИСЕ
TALLUVA POLTONUKOTO HINNITUKOTO NINNITUKOTO
1953 26 130 1953 A

M. A. KHECC

И ПАСПЕТА
ИЗВЕДЕТОНИХ ФУНДАМЕНТИХ РАДОН
С УЧЕТОМ ПОДЪРЖЕТИ БЕТОНА И ОСНОВАНИИ

~~P37841~~

Ep. 2317



ТАЛЛУВА ПОЛТОНУМЛИСЕ ИСТТЮРДИ ТОНУМЛИСЕ
TALLUVA POLTONUKOTO HINNITUKOTO NINNITUKOTO
1953 26 130 1953 A

1. Введение

Как известно, распределение реактивного давления по поверхности соприкосновения фундаментной балки и основания зависит от деформативных свойств основания и балки. Вследствие ползучести эти свойства изменяются во времени, и поэтому может изменяться во времени также и распределение реактивного давления¹. В настоящей статье рассматривается расчет реактивного давления с учетом ползучести бетона и основания². При этом не принимается во внимание трение между конструкцией и основанием и учитывается лишь давление по поверхности соприкосновения. В расчетах предполагается, что между деформациями и напряжениями действует линейная связь, и что для деформации имеет место закон наложения.

2. Составление исходного уравнения

Из условия равенства кривизны получим³, что

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y_6(t, x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} y_{oc}(t, x), \quad (1)$$

где

$y_6(t, x)$ — вертикальное перемещение балки;

$y_{oc}(t, x)$ — осадка поверхности основания;

¹ О ползучести основания см. [1, 2, 3]; о ползучести бетона см. [4, 5].

² О расчете фундаментов с учетом ползучести см. [6, 7, 8].

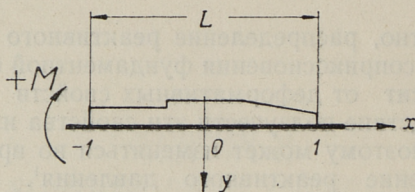
³ Предложение исходить из условия равновесия и равенства кривизны балки и поверхности основания при определении давления под фундаментом заданной жесткости, лежащим на упругом полупространстве или полуплоскости, сделано К. Олликом [9].

x — безразмерная координата продольной оси балки,
 (если L — длина балки и $a = \frac{L}{2}$, то $x = \frac{x_p}{a}$, где x_p —
 размерная координата);

t — рассматриваемый момент времени.

Пусть

$$D = D(t, \tau, x)$$



Фиг. 1.

обозначает кривизну балки в момент времени t , если балка находится под действием постоянного во времени изгибающего момента $M(\tau, x) = 1$, приложенного в момент времени τ .

Пренебрегая влиянием арматуры, имеем:

$$D(t, \tau, x) = \frac{1}{I(x)} \left[\frac{1}{E(\tau)} + c(t, \tau) \right], \quad (2)$$

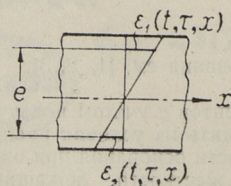
где $I(x)$ — момент инерции сечения балки;

$E(\tau)$ — модуль мгновенной деформации бетона;

$c(t, \tau)$ — мера ползучести бетона.

Учитывая же влияние арматуры, в общем случае применяем следующую формулу:

$$D(t, \tau, x) = \frac{\varepsilon_1(t, \tau, x) - \varepsilon_2(t, \tau, x)}{e}$$



Фиг. 2.

Здесь $\varepsilon_1(t, \tau, x)$ и $\varepsilon_2(t, \tau, x)$ ¹ — относительные деформации от $M(\tau, x) = 1$ в волокнах сечения балки, расстояние между которыми равно e (см. фиг. 2).

Если изгибающий момент изменяется во времени, то кривизна балки будет (в соответствии с обычным выражением для деформации, принимаемым в теории линейно ползучего тела [5]):

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y_\delta(t, x) = -D(t, \tau_0, x) \left[M(\tau_0, x) + \int_{-l}^x (x-u) p(\tau_0, u) du \right] - \int_{\tau_0}^t [D(t, \tau, x) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[M(\tau, x) + \int_{-l}^x (x-u) p(\tau, u) du \right] \cdot d\tau, \quad (3)$$

где $M(\tau, x)$ — изгибающий момент активных сил, изменяющихся во времени (положительное направление момента см. на фиг. 1); $p(\tau, x)$ — реактивное давление.

В отношении основания предположим, что при постоянном во времени реактивном давлении $p(x)$

$$y_{oc}(t, x) = C_1(t, \tau_0) \cdot p(x) + C_2(t, \tau_0) \int_{-l}^l F(x, u) p(u) du, \quad (4)$$

где $C_1(t, \tau)$, $C_2(t, \tau)$ и $F(x, u)$ — функции, описывающие деформативные свойства основания; τ_0 — момент времени приложения давления. Функция $F(x, u)$ учитывает также ширину балки.

При изменяющемся во времени реактивном давлении $p(\tau, x)$ имеем (на основе [5]):

$$y_{oc}(t, x) = C_1(t, \tau_0) \cdot p(\tau_0, x) + C_2(t, \tau_0) \cdot \int_{-l}^l F(x, u) \cdot p(\tau_0, u) \cdot du + \int_{\tau_0}^t [C_1(t, \tau) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} p(\tau, x) + C_2(t, \tau) \cdot \int_{-l}^l F(x, u) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} p(\tau, u) \cdot du] d\tau. \quad (5)$$

¹ Об определении $\varepsilon(t, \tau, x)$ см. [10], [18], [11], [12].

² При $t = \tau_0$ такое выражение применяется в [13] стр. 10, [14] стр. 157.

Функцию $\rho(\tau, x)$ целесообразно представить в следующем виде:

$$\rho(\tau, x) = \rho_0(\tau, x) + \rho_D(\tau, x). \quad (5a)$$

Здесь $\rho_0(\tau, x)$ — какая-нибудь известная, т. н. основная функция, удовлетворяющая условиям равновесия:

$$\int_{-1}^1 \rho_0(\tau, x) dx = R(\tau)$$

$$\int_{-1}^1 x \rho_0(\tau, x) dx = M_0(\tau),$$

- где $R(\tau)$ — равнодействующая внешних сил,
 $M_0(\tau)$ — момент внешних сил в отношении точки $x=0$;
 $\rho_D(\tau, x)$ — неизвестная, т. н. дополнительная функция, удовлетворяющая следующим условиям:

$$\int_{-1}^1 \rho_D(x) dx = 0,$$

$$\int_{-1}^1 x \rho_D(x) dx = 0.$$

Дифференцируя зависимость (5) дважды по x , получим из (1), (3), (5) и (5a), что

$$C_1(t, \tau_0) \rho_D''(\tau_0, x) + C_2(t, \tau_0) W_D''(\tau_0, x) + D(t, \tau_0, x) \cdot m_D(\tau_0, x) +$$

$$\int_{\tau_0}^t [C_1(t, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \rho_D''(\tau, x) + C_2(t, \tau) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} W_D''(\tau, x) +$$

$$+ D(t, \tau, x) \frac{\partial}{\partial \tau} m_D(\tau, x)] d\tau = F(t, x). \quad (6)$$

¹ Такое предложение сделано Крыловым [15]; см. также [16] стр. 90.

Здесь

$$F(t, x) = -C_1(t, \tau_0) p_0''(\tau_0, x) - C_2(t, \tau_0) W_0''(\tau_0, x) - \\ - D(t, \tau_0, x) [M(\tau_0, x) + m_0(\tau_0, x)] - \int_{\tau_0}^t \{C_1(t, \tau) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} p_0(\tau, x) + \\ + C_2(t, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} W_0''(\tau, x) + D(t, \tau, x) \frac{\partial}{\partial \tau} [M(\tau, x) + m_0(\tau, x)]\} d\tau;$$

$$p''(\tau, x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} p(\tau, x),$$

$$W''(\tau, x) = \frac{\partial}{\partial x^2} \int_{-1}^1 F(x, u) \cdot p(\tau, u) du,$$

$$m(\tau, x) = \int_{-1}^x (x-u) \cdot p(\tau, u) \cdot du$$

(если не принимать во внимание индексы 0 и D). В (6) $p_D(\tau, x)$ — неизвестная и $F(t, x)$ — известная функция.

При помощи γ -кратного интегрирования получим из (6)

$$\int_0^x \dots \int_0^x \{C_1(t, \tau_0) \cdot p_D''(\tau_0, x) + C_2(t, \tau_0) W_D''(\tau_0, x) + \\ + D(t, \tau_0, x) m_D(\tau_0, x) + \int_{\tau_0}^t [C_1(t, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} p_D''(\tau, x) + \\ + C_2(t, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} W_D''(\tau, x) + D(t, \tau, x) \frac{\partial}{\partial \tau} m_D(\tau, x)] d\tau\} dx^\gamma = \\ = \int_0^x \dots \int_0^x F(t, x) \cdot dx^\gamma. \quad (7)$$

Если здесь $\gamma=0$, то уравнение (7) и (6) являются идентичными. Уравнение (7) можно считать исходным уравнением при расчете железобетонных фундаментных балок с учетом ползучести бетона и основания.

3. Общие приближенные способы решения исходного уравнения

Уравнение (6) можно написать в следующем виде:

$$\int_{\tau_{h-1}}^{\tau_h=t} [C_1(t, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} p_D''(\tau, x) + C_2(t, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} W_D''(\tau, x) + D(t, \tau, x) \frac{\partial}{\partial \tau} m_D(\tau, x)] = A(t, x), \quad (8)$$

где

$$A(t, x) = F(t, x) - D(t, \tau_0, x) \cdot m_D(\tau_0, x) - C_1(t, \tau_0) p_D''(\tau_0, x) - C_2(t, \tau_0) W_D''(\tau_0, x) - \int_{\tau_0}^{\tau_{h-1}} \{ D(t, \tau, x) \frac{\partial}{\partial \tau} m_D(\tau, x) + C_1(t, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} p_D''(\tau, x) + C_2(t, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} W_D''(\tau, x) \} d\tau.$$

Функция $A(t, x)$ является известной, если известна функция $p_D(\tau, x)$ при $\tau \leq \tau_{h-1}$. Так как моменты времени τ_{h-1} и τ_h можно выбрать произвольно, то из (8) следует, что исходное уравнение (6) можно решить по произвольно выбираемым частичным промежуткам времени. Таким образом, решение уравнения (6) сводится к повторному решению уравнения (8).

Для приближенного решения уравнения (8) необходимо привести уравнение (8) к уравнению типа мгновенной задачи, т. е. типа уравнения (6) при $t = \tau_0$. Для этой цели можно применить следующие способы.

А. Способ среднего значения

Предполагая, что $p_D(x, \tau)$ является монотонно возрастающей или монотонно убывающей функцией времени τ , и применяя метод Крылова—Боголюбова¹, можно написать уравнение (8) в следующем виде:

¹ Предложение применить метод Крылова—Боголюбова в теории ползучести бетона сделано Швецовым [17].

$$C_1(\tau_h, \xi_{1h}) \cdot \Delta p_D''(\tau_h, x) + C_2(\tau_h, \xi_{2h}) \cdot \Delta W_D''(\tau_h, x) + \\ + D(\tau_h, \xi_{3h}, x) \cdot \Delta m_D''(\tau_h, x) = A(\tau_h, x), \quad (9)$$

где

$$\tau_{h-1} \leq \xi_{1h} \leq \tau_h, \quad \tau_{h-1} \leq \xi_{2h} \leq \tau_h, \quad \tau_{h-1} \leq \xi_{3h} \leq \tau_h;$$

$$\Delta p_D''(\tau_h, x) = p_D''(\tau_h, x) - p_D''(\tau_{h-1}, x), \quad (10)$$

$$\Delta W_D''(\tau_h, x) = W_D''(\tau_h, x) - W_D''(\tau_{h-1}, x),$$

$$\Delta m_D(\tau_h, x) = m_D(\tau_h, x) - m_D(\tau_{h-1}, x).$$

Так как точные значения моментов времени ξ_{1h} , ξ_{2h} , ξ_{3h} не известны, то приходится пользоваться приближенными значениями $\tilde{\xi}_{1h}$, $\tilde{\xi}_{2h}$, $\tilde{\xi}_{3h}$.

Б. Способ с предполагаемой функцией¹

Предположим, что при $\tau > \tau_{h-1}$

$$p_D(\tau, x) = p_D(\tau_{h-1}, x) + U(x) \cdot V(\tau), \quad (11)$$

где $U(x)$ — неизвестная и $V(\tau)$ известная функция. Обозначая

$$U''(x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} U(x), \quad C_{1g}(t) = \int_{\tau_{g-1}}^{\tau_g} C_1(t, \tau) \frac{d}{d\tau} V(\tau) d\tau,$$

$$W_U''(x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-1}^1 F(x, u) U(u) du, \quad C_{2g}(t) = \int_{\tau_{g-1}}^{\tau_g} C_2(t, \tau) \frac{d}{d\tau} V(\tau) d\tau,$$

$$m_U(x) = \int_{-1}^x (x-u) U(u) du, \quad D_g(t, x) = \int_{\tau_{g-1}}^{\tau_g} D(t, \tau, x) \frac{d}{d\tau} V(\tau) d\tau,$$

(12a)

(12b)

¹ Предложение применить такой способ при решении статически неопределимых стержневых систем сделано Будановым [18] стр. 49.

получим из (8), (11), (12a) и (12b) при $\tau_h = \tau_g$, что

$$C_{1h}(\tau_h) \cdot U''(x) + C_{2h}(\tau_h) \cdot W_v''(x) + D_h(\tau_h, x) \cdot m_v(x) = A(\tau_h, x). \quad (12c)$$

Уравнения (9) и (11c) и уравнение (6) при $t = \tau_0$ являются аналогичными. Отсюда следует, что для приближенного определения прироста реактивного давления в любом частичном промежутке времени (τ_{h-1}, τ_h) можно использовать методы решения уравнения (6) при $t = \tau_0$. Разумеется предложенные способы применимы и при приближенном определении реактивного давления из уравнения (7).

4. Практический метод расчета

Ниже рассматривается решение исходного уравнения (7), если предположить, что

$$p(x, \tau) = b_R(\tau) \cdot f_R(x) + b_M(\tau) \cdot f_M(x) + \sum_{i=1}^n b_i(\tau) \cdot f_i(x), \quad (13)$$

где: $b_R(\tau)$, $f_R(x)$, $b_M(\tau)$, $f_M(x)$ — известные функции, удовлетворяющие следующим условиям равновесия:

$$\begin{aligned} b_R(\tau) \int_{-1}^1 f_R(x) dx &= R(\tau), & b_R(\tau) \int_{-1}^1 x f_R(x) dx &= 0, \\ b_M(\tau) \int_{-1}^1 x f_M(x) dx &= M(\tau), & b_M(\tau) \int_{-1}^1 f_M(x) dx &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

где $R(\tau)$ — равнодействующая внешних сил и $M(\tau)$ — момент всех внешних сил в отношении точки $x=0$; $f_1(x)$ — известная функция, удовлетворяющая следующим условиям

$$\int_{-1}^1 f_i(x) dx = 0 \quad \text{и} \quad \int_{-1}^1 x f_i(x) dx = 0; \quad (15)$$

$b_i(\tau)$ — неизвестная функция.

¹ Если $\tau = \tau_0$, то выражение (13) имеет вид, предложенный в [16] стр. 90.

Обозначим

$$\delta_r(t, \tau, f_c, x) = \int_0^x \int_0^x [C_1(t, \tau) \cdot f_c''(x) + C_2(t, \tau) \cdot W_c''(x) + D(t, \tau, x) \cdot m_c(x)] dx^r \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} f_c''(x) &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} f_c(x), \\ W_c''(x) &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-1}^1 F(x, u) \cdot f_c(u) \cdot du, \\ m_c(x) &= \int_{-1}^1 (x-u) \cdot f_c(u) du \end{aligned} \quad (17)$$

и

$$c = R, M, i.$$

Значения функций $f_c''(x)$, $W_c''(x)$, $m_c(x)$ и их интегралов можно свести в таблицу, так как они не зависят от $C_1(t, \tau)$, $C_2(t, \tau)$, $D(t, \tau, x)$ и $M(t, \tau, x)$.

Из (7), (16) и (13) вытекает теперь, что

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n [\delta_r(t, \tau_0, f_i, x) \cdot b_i(\tau_0) + \int_{\tau_0}^t \delta_r(t, \tau, f_i, x) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} b(\tau) \cdot d\tau] = \\ & = - \int_0^x \int_0^x [D(t, \tau_0, x) \cdot M(\tau_0, x) + \int_{\tau_0}^t D(t, \tau, x) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} M(\tau, x) \cdot d\tau] \cdot dx^r - \\ & - \delta_r(t, \tau_0, f_R, x) \cdot b_R(\tau_0) - \int_{\tau_0}^t \delta_r(t, \tau, f_R, x) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} b_R(\tau) \cdot d\tau - \\ & - \delta_r(t, \tau_0, f_M, x) \cdot b_M(\tau_0) - \int_{\tau_0}^t \delta_r(t, \tau, f_M, x) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} b_M(\tau) \cdot d\tau. \end{aligned} \quad (18)$$

¹ Предложение взять $r=3$ сделано в [16] стр. 91 (при $t=\tau_0$).

А. Начальный момент времени ($t = \tau_0$)

Требую, чтобы уравнение (18) было удовлетворено в n различных контактных точках $x = x_k$ ($k = 1, 2, \dots, n$) получим из (18) систему n линейных алгебраических уравнений для определения $b_i(\tau_0)$:

$$\sum_{i=1}^n b_i(\tau_0) \cdot \delta_r(\tau_0, \tau_0, f_i, x_k) = B_r(\tau_0, x_k), \quad (k = 1, 2, \dots, n), \quad (19)$$

где

$$B_r(\tau_0, x_k) = - \int_0^x \dots \int_0^x D(\tau_0, \tau_0, x) M(\tau_0, x) dx' -$$

$$- \delta_r(\tau_0, \tau_0, f_r, x_k) \cdot b_r(\tau_0) - \delta_r(\tau_0, \tau_0, f_n, x_k) b_n(\tau_0)$$

Если исходить из желаемого распределения реактивного давления или из заданной кривизны балки, то $D(\tau_0, \tau_0, x)$ можно определить из следующей формулы:

$$D(\tau_0, \tau_0, x_k) = - \frac{\sum [C_1(\tau_0) \cdot f_c''(x_k) + C_2(\tau_0) \cdot W_c''(x_k)] b_c(\tau_0)}{M(\tau_0, x_k) + b_c(\tau_0) \cdot m_c(x_k)}, \quad (19a)$$

($c = R, M, 1, 2, \dots, n$), вытекающей из (18).¹

Б. Учет ползучести ($t > \tau_0$)

Уравнение (18) можно решить аналогично уравнению (6), применяя для этой цели или способ среднего значения или способ предполагаемой функции.

а) Способ среднего значения. Если известны значения функции $b_i(\tau)$ при $\tau = \tau_0, \tau_1, \dots, \tau_{h-1}$, то приближенное значение функции $b_i(\tau_h)$ можно найти при помощи следующей системы уравнений:

$$\sum_{i=1}^n \Delta b_i(\tau_h) \cdot \delta_r[\tau_h, \xi_h, f_i, x] = B_r(\tau_h, x_k), \quad (k = 1, 2, \dots, n), \quad (20)$$

¹ О расчете конструкции на упругом основании методом заданной кривой см. [9, 19, 20, 21].

$$\Delta b_i(\tau_h) = b_i(\tau_h) - b_i(\tau_{h-1}), \quad \tau_{h-1} \leq \xi_h \leq \tau_h,$$

$$B(\tau_h, x_k) \cong$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^{x_k} \int_0^x \left\{ -M(\tau_0, x) \cdot D(\tau_h, \tau_0, x) - \int_{\tau_0}^{\tau_h} D(\tau_h, \tau, x) \frac{\partial}{\partial \tau} M(\tau, x) d\tau \right\} dx^r - \\ &- b_R(\tau_0) \cdot \delta_r(\tau_h, \tau_0, f_R, x_k) - \sum_{g=1}^h \Delta b_R(\tau_g) \cdot \delta_r(\tau_h, \xi_g, f_R, x_k) - \\ &- b_M(\tau_0) \cdot \delta_r(\tau_h, \tau_0, f_M, x_k) - \sum_{g=1}^h \Delta b_M(\tau_g) \cdot \delta_r(\tau_h, \xi_g, f_M, x_k) - \\ &- \sum_{i=1}^n \left\{ b_i(\tau_0) \cdot \delta_r(\tau_h, \tau_0, f_i, x_k) + \sum_{g=1}^{h-1} \Delta b_i(\tau_g) \cdot \delta_r(\tau_h, \xi_g, f_i, x_k) \right\}; \end{aligned}$$

здесь

$$\Delta b_c(\tau_g) = b_c(\tau_g) - b_c(\tau_{g-1}) \quad (c = R, M, i)$$

и

$$\tau_{g-1} \leq \xi_g \leq \tau_g$$

б) Способ предполагаемой функции. Предположим, что в выражении (13) при $\tau \geq \tau_{g-1}$

$$b_i(\tau) = b_i(\tau_{g-1}) + C_{ig} \cdot V(\tau),$$

где $V(\tau)$ — известная функция и C_{ig} — неизвестная постоянная.

Применяя выражения (12b) и (17), обозначим

$$\begin{aligned} K_r(t, \tau_g, f_i, x_k) = & \int_0^{x_k} \int_0^x \left[C_{1g}(t) \cdot f_i''(x) + C_{2g}(t) \cdot W_i''(x) + \right. \\ & \left. + D_g(t) \cdot m_i(x) \right] dx^r \end{aligned}$$

Требую, чтобы уравнение (6) было удовлетворено при различных контактных точках x_k ($k=1, 2, \dots, n$), получим

из (6) и (21) систему n линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов c_{ig} :

$$\sum_{i=1}^n c_{ig} \cdot K_r(\tau_h, \tau_{h-1}, f_i, x_k) = A_r(\tau_h, x_h) \quad (k=1, 2, \dots, n). \quad (22)$$

Для вычисления значения $A_r(\tau_h, x_k)$ можно применить следующую формулу:

$$\begin{aligned} A_r(\tau_h, x_k) &\cong \\ &\cong - \int_0^{x_k} \dots \int_0^x [M(\tau_0, x) D(\tau_h, \tau_0, x) + \int_{\tau_0}^{\tau_h} D(\tau_h, \tau, x) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} M(\tau, x) d\tau] dx^r - \\ &- b_R(\tau_0) \cdot \delta_r(\tau_h, \tau_0, f_R, x_k) - \int_{\tau_0}^{\tau_h} \delta_r(\tau_h, \tau, f_R, x_k) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} b_R(\tau) d\tau - \\ &- b_M(\tau_0) \cdot \delta_r(\tau_h, \tau_0, f_M, x_k) - \int_{\tau_0}^{\tau_h} \delta_r(\tau_h, \tau, f_M, x_k) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} b_M(\tau) d\tau - \\ &- \sum_{j=1}^{n_l} [b_j(\tau_0) \cdot \delta_r(\tau_h, \tau_0, f_j, x_k) + \sum_{g=1}^{h-1} c_{ig} \cdot K_r(\tau_h, \tau_g, f_i, x_k)]. \end{aligned}$$

в) О целесообразном выборе вида контактных условий. Вид контактных условий, удовлетворяющих системе уравнений (19), (20), (22), зависит от γ (кратность интегрирования). От γ зависит также объем и точность расчетов. Для получения представления о влиянии γ на точность расчетов рассмотрим следующий пример.

Пусть

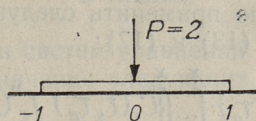
$$t = \tau_0, F(x, u) = e^{-2|x-u|},$$

$$C_1(\tau_0, \tau_0) = C_2(\tau_0, \tau_0) = D(\tau_0, \tau_0, x);$$

$$\rho(\tau_0, x) = \frac{R}{2a} + \sum_{i=1}^n b_i \left[\cos\left(i \frac{\pi x}{2a}\right) - \frac{2}{i\pi} \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \right]. \quad 1$$

¹ Этот вид функции $\rho_D(\tau_0, x)$ применяется в [16] стр. 93.

Внешняя нагрузка показана на фиг. 3.



Фиг. 3.

Результаты расчетов приведены в таблице 1.

Таблица 1

п	1							2			
	0		1		2	3	0	1	2	3	
x_k	0,1	0,3	0,9	0,7	0,9	0,9	0,9	0,3; 0,9	0,3; 0,9	0,3; 0,9	0,3; 0,9
$p(\tau_0, 0)$	0,95	0,99	0,15	0,93	0,86	0,94	0,95	0,96	0,96	0,96	0,96
$p(\tau_0, 1)$	1,03	1,13	1,47	1,13	1,24	1,11	1,09	1,19	1,17	1,16	1,16

Учитывая точность и сокращение объема расчетов, целесообразно взять $\gamma=0$ в следующих случаях:

а) когда для получения требуемой точности необходимо взять $n \geq 4$ (в симметричном или обратнoсимметричном случае $n \geq 2$); такая необходимость возникает, когда можно ожидать, что вид эпюры реактивного давления окажется сложным;

б) когда жесткость балки зависит от координаты x , так как в этом случае отпадает необходимость вычислить значения интегралов

$$\int_0^{x_k} \int_0^x D(\tau_h, \tau_0, x) \cdot M(\tau_0, x) \cdot dx^r,$$

$$\int_0^{x_k} \int_0^x D(\tau_h, \tau_0, x) \cdot m_i(\tau_0, x) \cdot dx^r.$$

и т. д., необходимые при составлении системы уравнений.

В остальных случаях целесообразно взять $\gamma=2$. При $\gamma=2$ можно получить почти такую же точность, как и при $\gamma > 2$, но если $\gamma=2$, то для расчета вертикальных перемещений балки и осадки основания с учетом ползучести можно использовать вычисления, сделанные при состав-

лении системы уравнений. Например, если для расчета $p(x, t)$ применяли способ среднего значения, то для расчета осадки можно применить следующую формулу, получаемую из (4), (13) и (17):

$$\Delta y_{oc}(x, t) = \sum_c \left[b_c(\tau_0) \cdot \int_0^x \int_0^x \{ C_1(t, \tau_0) \cdot f_c''(x) + C_2(t, \tau_0) \cdot W_c''(x) + \right. \\ \left. + \sum_{g=1}^h \Delta b_{cg} [C_1(t, \xi_g) \cdot f_c''(x) + C_2(t, \xi_g) \cdot W_c''(x)] \right] dx^2, \\ (c = R, M, 1, 2, \dots, n),$$

(23)

где

$$\tau_{g-1} \leq \xi_g \leq \tau_g \quad \text{и} \quad \Delta y_{oc}(x, t) = y_{oc}(x, t) - y_{oc}(0, t).$$

Если для расчета $p(x, t)$ применяли способ предполагаемой функции, то

$$\Delta y_{oc}(x, t) = \sum_c \left[b_c(\tau_0) \iint_{00}^{xx} \{ C_1(t, \tau_0) \cdot f_c''(x) + C_2(t, \tau_0) \cdot W_c''(x) + \right. \\ \left. + \sum_{g=1}^h C_{cg} [C_{1g}(t) \cdot f_c''(x) + C_{2g}(t) \cdot W_c''(x)] \right] dx^2$$

$$(c = R, M, 1, 2, \dots, n).$$

(24)

Сравнивая между собой выражения (23) и (16), а также (24) и (21), видим, что они содержат при $r=2$ одинаковые слагаемые. Дальнейшее увеличение r позволяет только в незначительной мере увеличить точность расчетов и только в отношении точек, находящихся поблизости от контактной точки. Поэтому для дальнейшего увеличения точности расчетов целесообразнее взять $n \geq 4$ (в симметричном или обратнoсимметричном случае $2 \geq n$) вместо $r \geq 2$.

5. Применение вспомогательных расчетных формул и таблиц

При составлении систем уравнений (20) и (22) необходимо вычислить значения следующих функций: при $\gamma=2$:

$$\delta_2(\tau_h, \xi_g, f_c, x_k) = C_1(\tau_h, \xi_g) \cdot \Delta f_c(x_k) + \\ + C_2(\tau_h, \xi_g) \Delta W_c(x_k) + D(\tau_h, \xi_g) \cdot G_c(x_k) ;$$

$$K_2(\tau_h, \tau_g, f_c, x_k) = C_{1g}(\tau_h) \cdot \Delta f_c(x_k) + \\ + C_{2g}(\tau_h) \Delta W_c(x_k) + D_g(\tau_h) \cdot G_c(x_k)$$

при $\gamma=0$:

$$\delta_0(\tau_h, \xi_g, f_c, x_k) = C_1(\tau_h, \xi_g) \cdot f_c''(x_k) + C_2(\tau_h, \xi_g) \cdot W_c''(x_k) + \\ + D(\tau_h, \xi_g, x_k) \cdot m_c(x_k) ;$$

$$K_0(\tau_h, \tau_g, f_c, x_k) = C_{1g}(\tau_h) \cdot f_c''(x_k) + C_{2g}(\tau_h) W_c''(x_k) + \\ + D_g(\tau_h) \cdot G_c(x_k) \quad (25)$$

(если $\gamma=2$ применять в тех случаях, когда $D(t, \tau, x) = D(t, \tau)$.
Здесь:

$$\Delta f_c(x_k) = \int_0^{x_k} \int_0^x f_c''(x) dx^2, \quad \Delta W_c(x_k) = \int_0^{x_k} \int_0^x W_c''(x) \cdot dx^2,$$

$$G_c(x) = \int_0^{x_k} \int_0^x m_c(x) \cdot dx^2$$

Для вычисления величины $f_c''(x_k)$, $\Delta f(x_k)$, $W_c''(x_k)$ и т. д. можно составить соответствующие таблицы. Как пример в данной статье приводится таблица 2 (см. приложение). При составлении таблицы предположено, что

$$\left. \begin{aligned} f_R &= 1 \\ f_L &= k + \cos \alpha_i x \end{aligned} \right\} \text{ симметричные функции, } \quad (27)$$

где k_i — известная постоянная, определенная из условия (15).¹

В отношении функции $F(x, u)$ (см. (4)) предположено, что

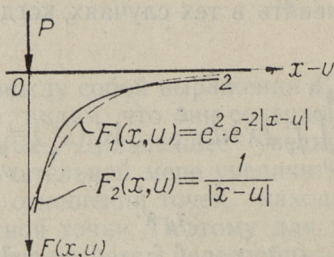
$$F(x, u) = e^{\gamma|x-u|}. \quad (29)$$

Применение этого выражения окажется (по данным литературы [22]) целесообразным в тех случаях, когда основание имеет слоистый характер. Постоянная γ в (29) зависит от деформативных свойств основания и ширины балки. Если $\gamma = -2$ и $0,1 \leq |x-u| \leq 2$, то имеет место следующее приближенное равенство

$$e^2 \cdot e^{-2|x-u|} \approx \frac{1}{|x-u|}$$

(см. фиг. 4), где в правой стороне выражение, применяемое при упругом полупространстве.

В общем можно сказать, что при $C_1(t, \tau) \neq 0$ вопрос о



Фиг. 4.

¹ Такие функции применяются и в [16] стр. 93.

величине коэффициента γ не имеет такой важности, как при $C_1(t, \tau) = 0$, так как целесообразным выбором значений функций $C_1(t, \tau)$ и $C_2(t, \tau)$ можно компенсировать влияние значения γ на результаты расчетов.

Пример. Пусть $t = t(z)$, где z время в днях;

$$t(z_0) = \tau_0 = 1; \quad t(z_{max}) = t_{min} = 0,3;$$

$$D(t, \tau, x) = D(t, \tau) = C[1 + 3(\tau - t)];$$

$$C_1(t, \tau) = C(2 - 1,9 \frac{t}{\tau}); \quad (30)$$

$$C_2(t, \tau) = C(1 - 0,9 \frac{t}{\tau});$$

где C некоторый коэффициент; внешняя нагрузка показана на фиг. 5, где $P = 20$ т; $a = 1,0$ м;

$$F(x, u) = e^{-2|x-u|}$$

Допустим, что

$$p(\tau, x) = b_R + b_1(\tau) f_1(x), \quad (31)$$

где $b_R = \frac{20}{2} = 10$ т/м,

$$f_1(x) = \cos \frac{\pi}{2} \frac{x}{1} = 0,6366 \quad (32)$$

1. Начальный момент времени: $t = \tau_0 = 1$. Взяв $\gamma = 2$, $x = 0,9$ и используя таблицу 2, получим с учетом (16) и (30), что

$$\begin{aligned} \delta_2(\tau_0, \tau_0, f_R, -0,9) &= (0 - 0,1 \cdot 0,2851 + 0,1083)C = 0,0798 \cdot C \\ \delta_2(\tau_0, \tau_0, f_1, -0,9) &= (-0,1 \cdot 0,8436 - 0,1 \cdot 0,2063 - 0,0273)C = \\ &= -0,1328 \cdot C \end{aligned}$$

¹ Напр.: $t(z) = 0,7e^{-\alpha z} + 0,29$, где α какая-нибудь постоянная, зависящая от деформативных свойств материала.

Момент внешних сил $M(\tau, x) = 0$ и

$$\int_0^x \int_0^x D(\tau_0, \tau_0) M(\tau_0, x) dx^2 = 0.$$

Из (19) получим, что

$$b_1(\tau_0) \cdot (-0,1328 \cdot C) = -0,0798 \cdot C \cdot 10;$$

откуда находим, что $b_1(\tau_0) = +6,04$ т/м.

Применяя формулы (31) и (32), получим, что

$$p(\tau_0, x) = 10 + 6,04 f_1(x)$$

$$p(\tau_0, 0) = 12,2 \text{ т/м}$$

$$p(\tau_0, 1) = 6,2 \text{ т/м.}$$

2) Конечный момент времени: $t=0,3$. При определении $p(t, x)$ применим для сравнения оба предложенные способа:

а) Способ среднего значения.

Из (30) получим, что

$$D(t, \tau_0) = [1 + 3(1 - 0,3)] C = 3,1 \cdot C$$

$$C_1(t, \tau_0) = \left(2 - 1,9 \cdot \frac{0,3}{1}\right) \cdot C = 1,43 \cdot C$$

$$C_2(t, \tau_0) = \left(1 - 0,9 \cdot \frac{0,3}{1}\right) \cdot C = 0,73 \cdot C$$

При $\xi_{11} = \xi_{21} = \xi_{31} = \xi = 0,6$

$$D(t, \xi) = [1 - 3(0,6 - 0,3)] C = 1,9 C$$

$$C_1(t, \xi) = \left(2 - 1,9 \frac{0,3}{0,6}\right) \cdot C = 1,05 \cdot C$$

$$C_2(t, \xi) = \left(1 - 0,9 \frac{0,3}{0,6}\right) \cdot C = 0,55 \cdot C$$

При помощи таблицы 2 получим из (16) при $r=2$, что

$$\delta_2(t, \tau_0, f_R, -0,9) = (-0,73 \cdot 0,2851 + 3,1 \cdot 0,1083) C = 0,1276 \cdot C$$

$$\delta_2(t, \tau_0, f_1, -0,9) = (-1,43 \cdot 0,8436 - 0,73 \cdot 0,2063 - 31 \cdot 0,0273) \cdot C = -1,442 \cdot C$$

$$\delta_2(t, \xi, f_R, -0,9) = (-0,55 \cdot 0,2851 + 1,9 \cdot 0,1083) \cdot C = 0,049 \cdot C$$

$$\delta_2(t, \xi, f_1, -0,9) = -1,05 \cdot 0,8436 - 0,55 \cdot 0,2063 - 1,9 \cdot 0,0273 = -1,051 \cdot C.$$

Если допустить, что

$$p(t, x) = b_R + [b_1(\tau_0) + \Delta b_1(t)] \cdot f(x), \quad (33)$$

то на основании (20) получим:

$$\Delta b_1(t) \cdot (-1,051) = -10 \cdot 0,1276 + 6,04 \cdot 1,442 = -7,43,$$

откуда находим, что $\Delta b_1(t) = -7,07$.

Из (33) получим теперь, что

$$p(t, x) = 10 + (6,04 - 7,07) \cdot f_1(x) = 10 - 1,03 \cdot f_1(x),$$

$$p(t, 0) = 9,6 \text{ t/m},$$

$$p(t, 1) = 10,6 \text{ t/m}.$$

б) Способ предполагаемой функции.

Допустим, что при $\tau_0 > \tau > 0,3$

$$p(\tau, x) = b_R + [b_1(\tau_0) + c_{11} \cdot V(\tau)] \cdot f_1(x), \quad (34)$$

где $V(\tau) = \tau - \tau_0$ и c_{11} — неизвестный коэффициент. Применяя обозначения (12b), получим:

$$D_1(t) = C \int_1^{0,3} [1 + 3(\tau - 0,3)] d\tau = -1,43 \cdot C,$$

$$C_{11}(t) = C \int_1^{0,3} \left(2 - 1,9 \frac{0,3}{\tau}\right) d\tau = -0,710 \cdot C,$$

$$C_{21}(t) = C \int_1^{0,3} \left(1 - 0,9 \frac{0,3}{\tau}\right) d\tau = -0,374 \cdot C.$$

Используя таблицу 2, получим из (25) при $r=2$

$$K_2(t, t, f_1, -0,9) = (0,71 \cdot 0,8436 + 0,374 \cdot 0,2063 + 1,43 \cdot 0,0273) C = 0,7152 \cdot C.$$

На основании (22) можно написать:

$$c_{11} \cdot 0,7152 = -10 \cdot 0,1276 + 6,04 \cdot 1,442,$$

откуда найдем, что $c_{11} = 10,4$. Из (34) получим, что

$$p(\tau, x) = 10 + [6,04 + 10,4(\tau - 1)] \cdot f_1(x);$$

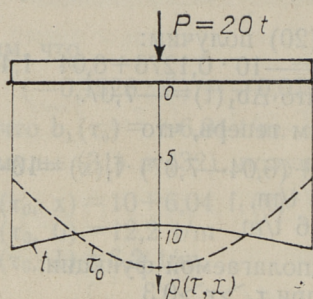
при $\tau = t = 0,3$;

$$p(t, x) = 10 - 1,24 f_1(x);$$

$$p(t, 0) = 9,5 \text{ t/m};$$

$$p(t, 1) = 10,8 \text{ t/m}.$$

Распределение реактивного давления показано на фиг. 5.



Фиг. 5.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Формулы для таблицы 2

$$f_R(x) = 1,$$

$$\Delta f_R(x) = 0,$$

$$f_R''(x) = 0,$$

$$G_R(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{x^2}{12} + \frac{x}{3} + 1 \right),$$

$$m_R(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2,$$

$$\Delta W_R(x) = A(\operatorname{ch} \gamma x - 1), \quad A = \frac{2e^\alpha}{\gamma} \cos \alpha,$$

$$W_R''(x) = A\gamma^2 \operatorname{ch} \gamma x;$$

$$f_i(x) = \cos \alpha_i x - k_i, \quad k_i = \frac{1}{\alpha} \sin \alpha_i,$$

$$\Delta f_i(x) = \cos \alpha_i x - 1, \quad \alpha_i = i \frac{\pi}{2},$$

$$f_i''(x) = \alpha_i^2 \cos \alpha_i x,$$

$$G_i(x) = \frac{1}{\alpha_i^4} (1 - \cos \alpha_i x) - \frac{x^2}{2\alpha_i^2} \cos \alpha_i - k \frac{x^2}{4} \left(1 - \frac{x^2}{6}\right),$$

$$m_i(x) = \frac{1}{\alpha_i^2} (\cos \alpha_i - \cos \alpha_i x) - \frac{k_i}{2} (1 - x^2),$$

$$\Delta W_i(x) = A_i (\operatorname{ch} \gamma x - 1) - B_i (\cos \alpha_i x - 1),$$

$$W_i''(x) = A_i \gamma^2 \operatorname{ch} \gamma x + B_i \alpha_i^2 \cos \alpha_i x,$$

$$A_i = \frac{2e^{\gamma}}{\gamma^2 + \alpha_i^2} (\gamma \cos \alpha_i + \alpha_i \sin \alpha_i),$$

$$B_i = \frac{2\gamma}{\gamma^2 + \alpha_i^2},$$

$$c_1(t, \tau) = \frac{c_{1p}(t, \tau)}{a^2},$$

$$c_2(t, \tau) = \frac{c_{2p}(t, \tau)}{a^2},$$

$$D(t, \tau, x) = a^2 D_p(t, \tau, x),$$

c_{1p} , c_{2p} , и D_p — характеристики деформативных свойств основания и балки в размерных координатах, $a = L/2$, L — длина балки.

$$f_R(x) = 1; \quad f = \cos\left(\frac{i\pi}{2} x\right) - \frac{2}{i\pi} \sin\frac{i\pi}{2}; \quad \delta = -2$$

Таблица 2

C	x	$f_c(x)$	$\Delta f_c(x)$	$\Delta W_c(x)$	$G_c(x)$	$f_c''(x)$	$W_c''(x)$	$m_c(x)$
R	-0,1	1,000	0,000 0	-0,002 72	0,002 34	0,000 0	-0,552 1	0,4050
	-0,3	1,000	0,000 0	-0,025 10	0,018 34	0,000 0	-0,641 6	0,2450
	-0,5	1,000	0,000 0	-0,073 48	0,044 26	0,000 0	-0,835 1	0,1250
	-0,7	1,000	0,000 0	-0,155 7	0,075 34	0,000 0	-1,164	0,0450
	-0,9	1,000	0,000 0	-0,285 1	0,108 3	0,000 0	-1,682	0,0050
I	0,0	0,3634						
	-0,1	0,3511	-0,012 3	-0,004542	-0,000 411	-2,437	-0,887 3	-0,085 2
	-0,3	0,2544	-0,109 0	-0,039 68	-0,003 77	-2,199	-0,639 4	-0,071 4
	-0,5	0,0705	-0,292 9	-0,099 82	-0,009 96	-1,745	-0,141 6	-0,047 9
	-0,7	-0,1826	-0,546 0	-0,165 2	-0,018 03	-1,122	+0,613 8	-0,021 7
	-0,9	-0,4802	-0,843 6	-0,206 3	-0,027 30	-0,3850	+1,649	-0,029 1
	-1,0	-0,6366						

C	x	$f_c(x)$	$\Delta f_c(x)$	$\Delta W_c(x)$	$G_c(x)$	$f_c''(x)$	$W_c''(x)$	$m_c(x)$
2	0,0	1,000						
	-0,1	0,9511	-0,0489	-0,0134	0,001008	-9,387	-2,548	-0,1976
	-0,3	0,5878	-0,4122	-0,1117	0,008788	-5,801	-1,488	-0,1608
	-0,5	0,0000	-1,000	-0,2672	0,02292	$\pm 0,000$	+0,2407	-0,1013
	-0,7	-0,5878	-1,588	-0,4130	0,04111	+5,801	+2,009	-0,0418
	-0,9	-0,9511	-1,951	-0,4805	0,06105	+9,387	+3,116	-0,0050
	-1,0	-1,000						
3	0,0	1,212						
	-0,1	1,103	-0,1090	-0,01818	-0,000271	-19,79	-3,336	-0,06490
	-0,3	0,3686	-0,8436	-0,1430	-0,002074	-3,473	-0,8969	-0,08951
	-0,5	-0,4949	-1,707	-0,3025	-0,004197	+15,70	+1,922	-0,04774
	-0,7	-0,7755	-1,988	-0,3923	-0,004886	+21,93	+2,683	-0,00963
	-0,9	-0,2418	-1,454	-0,3849	-0,003575	+10,10	+0,5804	+0,00028
	-1,0	+0,2122						
4	0,0	1,0000						
	-0,1	0,8090	-0,1710	-0,01783	$\pm 0,0000$	-31,93	-2,989	+0,0048
	-0,3	-0,3090	-1,309	-0,1228	-0,00030	+12,20	1,063	0,0332
	-0,5	-1,000	-2,000	-0,1908	-0,001884	+39,48	3,555	0,0507
	-0,7	-0,3090	-1,309	-0,1348	-0,005367	+12,20	1,015	0,0332
	-0,9	0,8090	-0,1910	-0,04382	-0,01014	-31,93	-3,093	0,0048
	-1,0	1,0000						

Резюме

В статье рассматривается расчет фундаментных балок с учетом ползучести бетона и основания. Исходное уравнение составлено так, что оно учитывает условия равновесия и не содержит неизвестных постоянных интегрирования. Предлагаются некоторые способы, позволяющие привести решение исходного уравнения, учитывающего деформации ползучести, к повторному решению уравнения теории упругости.

На этих основах разработан приближенный метод расчета, позволяющий выделить в исходном уравнении функции, которые не зависят от деформативных свойств материала и от внешней нагрузки и для которых возможно составить соответствующие таблицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Месчян С. Р. Экспериментальное исследование зависимости между напряжениями и деформациями ползучести связных грунтов. Доклады ДАН Арм. ССР, XXIV, 1957, № 2.
2. Прокопович А. Г. К вопросу об определении осадок сооружений. Транспортное строительство, 1957, № 3, стр. 25.
3. Флорин В. А. Одномерная задача уплотнения сжимаемой пористой ползучей земляной среды. Изв. АН СССР, ОТН № 6, 1953.
4. Улицкий И. И. Ползучесть бетона. 1948.
5. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. 1952.
6. Прокопович А. Г. О решении плоской контактной задачи с учетом ползучести. Прикладная математика и механика, т. XX, вып. 6, 1956, стр. 680.
7. Розовский М. М. Полусимволический способ решения некоторых задач теории ползучести. Известия АН Арм. ССР, серия ФМЕТ. наук, т. IX, 1956.
8. Аракелян Т. Т. Изгиб бесконечной балки на сплошном грунтовым основании. Изв. АН Арм. ССР, сер. ФМЕТ науки, т. IX, № 3, 1956.
9. Оллик К. Расчет балочных конструкций на упругом основании (автореферат), 1953.
10. Леонгардт Ф. Напряженно армированный железобетон и его практическое применение, 1957.
11. Скрябин И. Е. Конструкции и теория расчета железобетонных балочных систем с искусственно напряженной арматурой. 1949.
12. Кийсс И. А. К расчету железобетонных конструкций с учетом ползучести и релаксации бетона. Труды Таллинского политехнического института № 96, 1957.
13. Корнеев Б. Г. Вопросы расчета балок и плит на упругом основании. 1954.
14. Штаерман И. Я. Контактная задача теории упругости, М.—Л. 1945.
15. Крылов А. Н. О расчете балок, лежащих на упругом основании.
16. Винокуров Л. П. Прямые методы решения пространственных и контактных задач для массивов и фундаментов. 1956.
17. Швецов А. В. Метод определения собственных напряжений в бетонных и железобетонных элементах с учетом изменения во времени деформативных свойств бетона (автореферат), 1951.
18. Буданов Н. А. Расчет железобетонных конструкций с учетом ползучести бетона, 1949.
19. Беляков Ф. А. Статика жестких статически неопределимых систем на новых основаниях, т. I, 1933.
20. Беляков Н. Ф. Расчет ленточных упругих фундаментов методом заданной кривой. Труды Харьковского инженерно-строительного ин-та, вып. 3, 1951.
21. Беляков Н. Ф. Расчет конструкций на упругом основании методом заданной кривой в условиях плоской задачи. 1955.
22. Власов В. З. и Леонтьев Н. Н. Техническая теория расчета фундаментов на упругом основании. Материалы совещания по теории расчета балок и плит на сжимаемом основании. Сборник трудов № 14 МИСИ, 1956.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
1. Введение	3
2. Составление исходного уравнения	3
3. Общие приближенные способы решения исходного уравнения	6
4. Практический метод расчета	10
5. Применение вспомогательных расчетных формул и таблиц	17
Приложение	22
Литература	27



И. А. Кийсс

К РАСЧЕТУ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ФУНДАМЕНТНЫХ БАЛОК
С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ БЕТОНА И ОСНОВАНИЯ

Издательство
Таллинского Политехнического Института

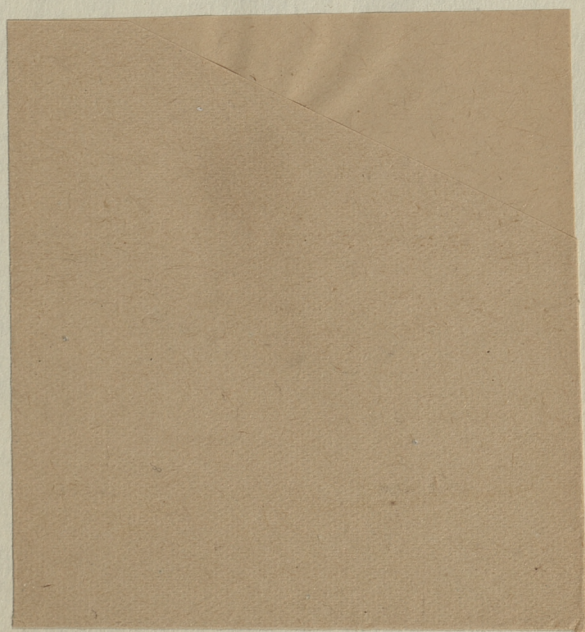
*

Редактор Х. Лауль
Технический редактор А. Тамм
Корректор В. Мянд

Сдано в набор 14. IV. 1958. Подписано к печати 23. V. 1958. Бумага
54×84. 1/16. Печатных листов 1,75. По формату 60×92 печатных
листов 1,44. Учетно-издательских листов 0,87. Тираж 800. МВ-03865.
Заказ № 3162.

Типография «Коммунист», Таллин, ул. Пикк, 2.

Цена 65 коп.



Цена 65 коп.

EESTI AKADEEMILINE RAAMATUKOGU



1 0200 00133789 2