

р. 6.7
382

TALLINNA POLÜTEHNILISE
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 382

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Сборник трудов

X11

ТАЛЛИН 1975

Ер. 6.7

TALLINNA POLITEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 382

1975

УДК 621.313.1.17

**ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ**

Сборник трудов X11

Под общей редакцией докт. техн. наук,
академика АН ЭССР, проф. А.И.Вольдека

Т а л л и н 1 9 7 5

1975

Институт истории и этнографии
Академии наук СССР

Институт истории и этнографии
Академии наук СССР



© Таллин, 1975.

УДК 621.318.38

Л.В. Валдур, Х.И. Янес

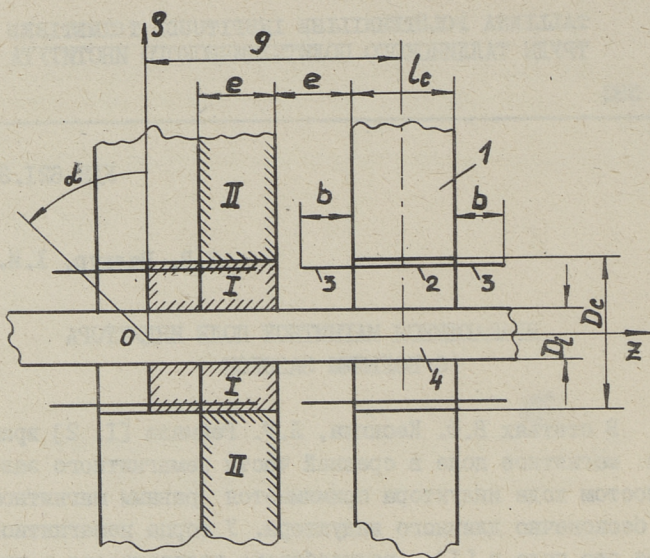
ВРАЩАЮЩЕЕСЯ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ИНДУКТОРА
С БОЛЬШИМ ЗАЗОРОМ

В статьях В.Ф. Кескюла, Л.Р. Реймала [1, 2] вращающееся магнитное поле в средней части немагнитного зазора в холостом ходе индуктора принимается равным магнитному полю бесконечно длинного индуктора. У торца немагнитного зазора это поле в [1] скачкообразно превращается в нуль, а в [2] линейно уменьшается до нуля. В этих статьях на основе магнитного поля холостого хода определены вторичные токи в проводящем цилиндре и развиваемый вращающий момент. Представляет интерес определить распределение магнитного поля вдоль немагнитного зазора, зависящее от размеров немагнитного зазора и от конфигурации лобовых частей обмотки.

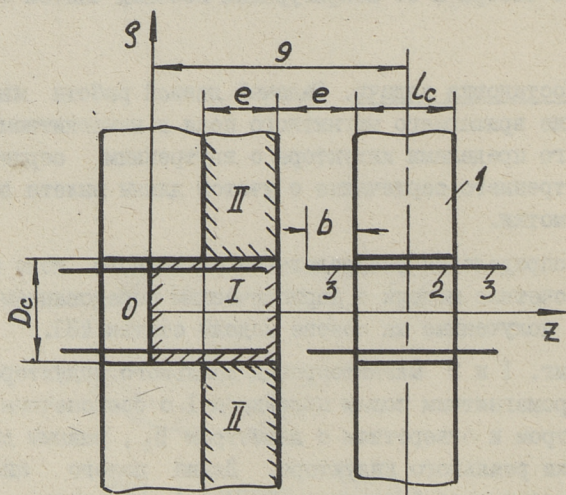
I. Постановка задачи. Задачей данной работы является определение вращающего магнитного поля в немагнитном зазоре и за его пределами индуктора с внутренним сердечником и без внутреннего сердечника с учетом длины вылета лобовых частей обмотки.

Для определения распределения магнитного поля принимаются расчетные модели с периодическим чередованием индукторов, полученные на основе модели статьи [3].

На фиг. 1 и 2 магнитопровод реального индуктора заменен ферромагнитным полым цилиндром I с бесконечным внешним диаметром и отверстием с диаметром D_c , равным диаметру расточки реального индуктора. Длина полого цилиндра приравняется осевой длине индуктора l_c . Согласно модели

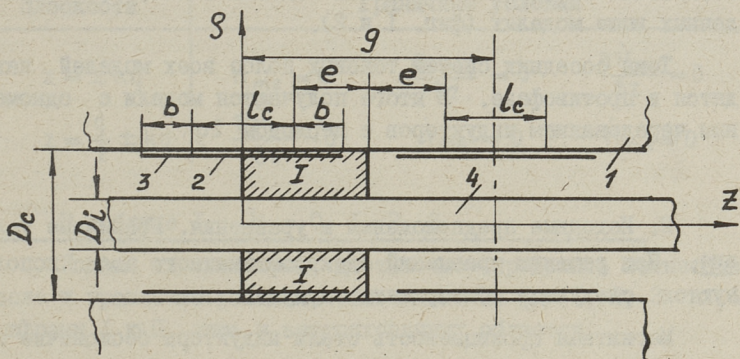


Фиг. 1.

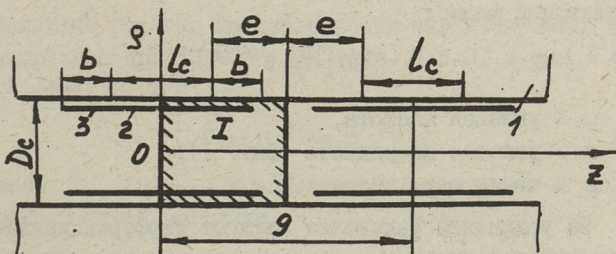


Фиг. 2.

[3] бесконечно большое число таких полых цилиндров расположено друг от друга на расстояние $2e$ в направлении оси z . Вместо нормальной обмотки индуктора рассматривается система токовых полос на поверхности $\rho_c = \frac{D_c}{2}$, бесконечно тонких в направлении оси ρ . В средней части 2 этой системы полос (с длиной l_c) ширина любой токовой полосы на внутренней гладкой поверхности магнитопровода равна ширине паза реального индуктора, а ток полосы равен току паза. Краевые части 3 этой системы токовых полос заменяют лобовые части обмотки индуктора. При этом длина b равна длине вылета лобовых частей реальной обмотки. Внутренний сердечник реального ин-



Фиг. 3.



Фиг. 4.

дуктора заменен бесконечно длинным по оси z магнитопроводом 4 (фиг. 1) с диаметром D_i . На фиг. 2 приведена расчетная модель без внутреннего сердечника.

Расчетные модели на фиг. 3 и 4 не учитывают конечной длины магнитопроводов индукторов. В этих моделях внешний магнитопровод для всех чередующихся индукторов общий и представляет собой цилиндр I с диаметром отверстия D_c . В центральной части отверстия имеется бесконечно длинный по оси z ферромагнитный сердечник 4 (фиг. 3). У модели, представленной на фиг. 4, сердечник отсутствует. На внутренней поверхности внешнего цилиндрического магнитопровода находится бесконечно большое число систем токовых полос, как и приведенных выше моделях (фиг. 1 и 2).

Токи соседних систем токовых полос всех моделей находятся в противофазе. В итоге получаются модели с одномерным чередованием индукторов с периодом $2g$.

2. Исходные предположения и уравнения. Граничные условия. При решении уравнений электромагнитного поля используются следующие общепринятые допущения:

Магнитная проницаемость стали индуктора бесконечно велика. Электропроводность стали равна нулю. В пространстве вне магнитопроводов магнитная проницаемость принимается равной $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м.

Токи электрического смещения не учитываются.

Вектор напряженности магнитного поля можно записать в комплексной форме:

$$\vec{H} = \text{Im} [\vec{H}_m e^{j(\omega t + p\alpha)}], \quad (2-1)$$

где ω — угловая частота,

α — угловая координата (фиг. 1),

p — число пар полюсов.

Из уравнений Максвелла следуют дифференциальные уравнения для составляющих комплексного вектора напряженности магнитного поля:

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \dot{H}_{mz}}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 \dot{H}_{mz}}{\partial z^2} - \frac{p^2}{\rho^2} \dot{H}_{mz} = 0, \quad (2-2)$$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{\rho \partial (\rho \dot{H}_{m\rho})}{\partial \rho} \right] + \frac{\partial^2 (\rho \dot{H}_{m\rho})}{\partial z^2} - \frac{\rho^2}{\rho^2} \rho \dot{H}_{m\rho} = -2 \frac{\partial \dot{H}_{mz}}{\partial z}, \quad (2-3)$$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{\partial (\rho \dot{H}_{m\alpha})}{\rho \partial \rho} \right] + \frac{\partial^2 \dot{H}_{m\alpha}}{\partial z^2} - \frac{\rho^2}{\rho^2} \dot{H}_{m\alpha} = -\frac{2j\rho}{\rho^2} \dot{H}_{m\rho}. \quad (2-4)$$

Граничные условия для составляющих напряженности поля на плоскостях симметрии (табл. I) определяются из условия симметричного расположения токов.

Т а б л и ц а I

Плоскости	Граничные условия		
$z = \pm kq$	$\dot{H}_{mz} = 0$	$\frac{\partial \dot{H}_{m\rho}}{\partial z} = 0$	$\frac{\partial \dot{H}_{m\alpha}}{\partial z} = 0$
$z = \frac{g}{2} \pm kq$	$\frac{\partial \dot{H}_{mz}}{\partial z} = 0$	$\dot{H}_{m\rho} = 0$	$\dot{H}_{m\alpha} = 0$

В таблице I $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Исходя из симметрии, достаточно определить магнитное поле и граничные условия, отмеченные на фиг. 1, 2, 3 и 4 цифрами I и II, лишь в заштрихованных областях.

Граничные условия на поверхности внутреннего сердечника ($\rho_i = \frac{D_i}{2}$, фиг. 1 и 3) или в центре немагнитного зазора ($\rho = 0$, фиг. 2 и 4) будут:

$$\dot{H}_{m\alpha} = 0, \quad \frac{\dot{H}_{m\rho}}{\rho} + \frac{\partial \dot{H}_{m\rho}}{\partial \rho} = 0, \quad \dot{H}_{mz} = 0. \quad (2-5)$$

Граничные условия на поверхности магнитопровода с токовой нагрузкой при $0 \leq z < \frac{l_c}{2}$ (фиг. 1 и 3) и при $0 \leq z < b + \frac{l_c}{2}$ (фиг. 2 и 4)

$$\dot{H}_{m\alpha} = -\dot{A}_{mz}, \quad \dot{H}_{mz} = \dot{A}_{m\alpha}. \quad (2-6)$$

Здесь \dot{A}_{mz} и $\dot{A}_{m\alpha}$ комплексные амплитуды z - и α -составляющих токовой нагрузки.

Граничные условия на поверхности (фиг. 1 и 3) с системой токовых полюсов лобовых частей обмотки при $\rho = \rho_c$: $\frac{l_c}{2} < z < \frac{l_c}{2} + b$

$$\dot{H}_{m\alpha I} - \dot{H}_{m\alpha II} = -\dot{A}_{mz}, \quad \dot{H}_{mzI} - \dot{H}_{mzII} = \dot{A}_{m\alpha}. \quad (2-7)$$

Индексы "I" и "II" обозначают, к какой области относится составляющая вектора напряженности магнитного поля.

Граничные условия на поверхностях магнитопровода без токовой нагрузки определяются отсутствием тангенциальных составляющих напряженности магнитного поля.

Принимается, что у моделей, представленных на фиг. 1 и 2, магнитное поле при $\rho = \infty$ вне магнитопроводов отсутствует.

Разумеется, что у этих моделей на поверхности между областями I и II при $z > \frac{l_c}{2} + b$ тангенциальные и нормальные составляющие магнитного поля соседних областей равны между собой.

3. Магнитное поле в немагнитном зазоре и за его пределами. Используя метод разделения переменных и учитывая граничные условия, можно получить решение уравнений (2-2) по (2-4) для комплексных амплитуд составляющих вектора напряженности магнитного поля для области I и II в следующем виде:

$$\dot{H}_{mzI} = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} A_n A_{\alpha n} \sin \alpha_n z, \quad (3-1)$$

$$\dot{H}_{m\alpha I} = -\sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} A_n A'_{\alpha n} \cos \alpha_n z, \quad (3-2)$$

$$\dot{H}_{m\alpha I} = -\frac{j\rho}{\rho} \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{A_n A_{\alpha n}}{\alpha_n} \cos \alpha_n z, \quad (3-3)$$

$$\dot{H}_{mzII} = \sum_{k=1,2,3\dots}^{\infty} B_k K_p(\alpha_k \rho) \cos \alpha_k (z - \frac{l_c}{2}), \quad (3-4)$$

$$\dot{H}_{m\alpha II} = \sum_{k=1,2,3\dots}^{\infty} B_k K'_p(\alpha_k \rho) \sin \alpha_k (z - \frac{l_c}{2}), \quad (3-5)$$

$$\dot{H}_{\text{maxII}} = \frac{jP}{\rho} \sum_{k=1,2,3\dots}^{\infty} \frac{B_k K_p(\alpha_k \rho)}{\alpha_k} \sin \alpha_k \left(z - \frac{l_c}{2} \right), \quad (3-6)$$

где для моделей с внутренним сердечником (фиг. 1 и 3)

$$A_{\alpha} = \frac{I_p(\alpha_n \rho) K_p(\alpha_n \rho i) - K_p(\alpha_n \rho) I_p(\alpha_n \rho i)}{K_p(\alpha_n \rho i)}, \quad (3-7)$$

$$A'_{\alpha} = \frac{I'_p(\alpha_n \rho) K_p(\alpha_n \rho i) - K'_p(\alpha_n \rho) I_p(\alpha_n \rho i)}{K_p(\alpha_n \rho i)} \quad (3-8)$$

и для модели без внутреннего сердечника (фиг. 2 и 4)

$$A_{\alpha} = I_p(\alpha_n \rho), \quad (3-9)$$

$$A'_{\alpha} = I'_p(\alpha_n \rho). \quad (3-10)$$

В выражениях (3-1) по (3-10) $\alpha_n = \frac{n\pi}{a}$, $\alpha_k = \frac{k\pi}{e}$, I_p , K_p , I'_p и K'_p есть модифицированные функции Бесселя первого и второго рода порядка p и их производные, A_n и B_k — постоянные интегрирования.

4. Определение постоянных интегрирования A_n и B_k . Известные постоянные интегрирования A_n и B_k в выражениях комплексных амплитуд, составляющих напряженности магнитного поля областей I и II, определяются на основе граничного условия (2-7).

Составляющие токовой нагрузки дискретно распределенных токов системы токовых полос можно представить в виде ряда гармоник.

Применяя символический метод, можем записать z - и α -составляющую ν -ой гармоники токовой нагрузки в виде

$$A_{z\nu} = \text{Im} [\dot{A}_{mz\nu} e^{j(\omega t \pm \nu \rho \alpha)}], \quad A_{\alpha\nu} = \text{Im} [\dot{A}_{m\alpha\nu} e^{j(\omega t \pm \nu \rho \alpha)}], \quad (4-1)$$

где $\dot{A}_{mz\nu}$ и $\dot{A}_{m\alpha\nu}$ — комплексные амплитудные значения ν -ой гармоники z - и α -составляющей токовой нагрузки.

На основе уравнения Максвелла

$$\pm j \nu \rho \dot{A}_{m\alpha\nu} + \rho c \frac{\partial \dot{A}_{mz\nu}}{\partial z} = 0. \quad (4-2)$$

В выражениях (4-1) и (4-2) знак "+" принимается при $\nu = I, 7, 13 \dots$ и знак "-" при $\nu = 5, 11 \dots$

Так как выражения составляющих комплексных амплитуд напряженности магнитного поля в области I представлены в виде рядов с периодом $2g$, целесообразно для определения постоянного A_n в (3-1) по (3-3) представить амплитудные значения ν -ой гармоники z - и α -составляющих токовой нагрузки в виде аналогичных рядов:

$$\dot{A}_{mz\nu} = \sum_{n=1,3,5\dots} \dot{A}_{zn\nu} \cos \alpha_n z, \quad \dot{A}_{m\alpha\nu} = \sum_{n=1,3,5\dots} \dot{A}_{\alpha n\nu} \sin \alpha_n z, \quad (4-3)$$

где по (4-2)

$$\dot{A}_{\alpha n\nu} = -\frac{j \rho c \alpha_n}{\pm \nu \rho} \dot{A}_{zn\nu}.$$

Разлагая комплексные амплитуды составляющих напряженности магнитного поля области II в виде рядов с таким же периодом при $\rho = \rho c$, получим на основе граничного условия (2-7) бесконечную систему уравнений для определения постоянной интегрирования A_n для моделей, представленных на фиг. 1 и 2.

$$A_n \frac{A_{\alpha}}{\alpha_n \rho c} - \frac{8 \cos \alpha_n \frac{lc}{2}}{e g \rho c} \sum_{k=1,2,3\dots} \frac{K_{\nu\rho}(\alpha_k \rho c) \alpha_k}{(\alpha_k^2 - \alpha_n^2) K_{\nu\rho}(\rho c \alpha_k)} \times \sum_{t=1,3,5\dots} A_t \frac{A'_{\alpha} \cos \alpha_t \frac{lc}{2}}{\alpha_k^2 - \alpha_t^2} = \frac{-j \dot{A}_{zn\nu}}{\pm \nu \rho}. \quad (4-4)$$

На основе граничного условия (2-6) получим из (3-3) и (4-3) для моделей, представленных на фиг. 3 и 4:

$$A_n = \frac{-j \rho c \alpha_n}{\pm \nu \rho A_{\alpha}} \dot{A}_{zn\nu}. \quad (4-5)$$

В выражениях (4-4) и (4-5) определены A_{α} по (3-7) и A'_{α} по (3-8) при $\rho = \rho c, p = \nu \rho$ для моделей с внутренним

сердечником, а по (3-9) и (3-10) для моделей без внутреннего сердечника.

На основе непрерывности магнитного поля получим:

$$B_k = - \frac{2x_k}{eK'_{\nu p}(\rho_c x_k)} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} A_n \frac{A'_{xk} \cos x_n \frac{t_c}{2}}{x_k^2 - x_n^2}. \quad (4-6)$$

Чтобы получить одинаковые выражения членов рядов в (4-4) и (4-6) для всех n, k и t , введены дополнительные условия $x_n \neq x_k$ и $x_t \neq x_k$.

Результаты настоящей работы позволяют более точно определить магнитное поле холостого хода, а также уточнить выражения вторичных токов и вращающего момента, приведенных в статьях В.Ф. Кескюла, Л.Р. Раймала [1, 2].

Л и т е р а т у р а

1. В.Ф. Кескюла, Л.Р. Реймал. Об особенностях электромагнитного расчета индукционного насоса с винтовым каналом без внутреннего сердечника. - Сборник научно-технических статей НИПТИ, вып. 13. М., "Энергия", 1971.

2. В.Ф. Кескюла, Л.Р. Реймал. Учет краевых эффектов и электромагнитных процессов во вторичной системе высокотемпературного индукционного насоса с винтовым каналом. - Сборник научно-технических статей НИПТИ, вып. 15, Таллин, 1971.

3. Л.В. Валдур, Х.И. Янес. Определение электромагнитного поля плоского линейного двустороннего индуктора на модели с периодическим двухмерным чередованием индукторов. - "Труды Таллинского политехнического института", серия А № 284, 1970.

The Rotative Magnetic Field of the Inductor with the
Large Air-Cap

Summary

The paper presents the determination of an magnetic field in an air-gap and outside an air-gap in the shape of Fourier rows. At the same time, unlike other authors, the current of the end-windings and axial length of end-windings is taken into account.

УДК 621.318.38

В.Ф. Кескюла

ОБ УЧЕТЕ КРАЕВЫХ ЭФФЕКТОВ ИНДУКТОРА В
ИНДУКЦИОННЫХ НАСОСАХ С ВИНТОВЫМ КАНАЛОМ

Введение. Известно, что у края магнитопровода цилиндрического индуктора с конечной длиной имеет место

- осевая и радиальная неравномерность магнитного поля в немагнитном зазоре;
- выпучивание магнитного потока из немагнитного зазора;
- замыкание части магнитного потока через торцовые поверхности магнитопровода.

Это явление, принятое называть краевым эффектом, приводит к увеличению магнитного потока, проходящего через немагнитный зазор индуктора, по сравнению с магнитным потоком в случае однородного поля по всей длине магнитопровода индуктора l_c , оказывает, таким образом, непосредственное влияние как на магнитную нагрузку магнитопровода индуктора, так и на распределение электромагнитного поля во вторичной системе индукционного насоса.

При расчете индукторов влияние краевых эффектов на магнитные потоки учитывается обычно введением понятия "расчетная длина индуктора"

$$l_p = l_c + \beta \delta, \quad (I)$$

где δ - толщина немагнитного зазора,
 β - коэффициент, учитывающий увеличение магнитного потока индуктора от краевых эффектов.

Разделяя выражение (I) на действительную длину магнитопровода индуктора l_c , получим коэффициент, показывающий

увеличение магнитного потока от краевых (торцовых) эффектов

$$k_T = 1 + \beta \frac{\delta}{l_c}. \quad (2)$$

Из выражения (2) видно, что влияние краевых эффектов на магнитную нагрузку индуктора тем сильнее, чем больше отношение δ/l_c , т.е. чем больше толщина немагнитного зазора. Это обстоятельство требует более точного определения коэффициента краевого эффекта β для индукторов с относительно большим немагнитным зазором, применяемых, например, в высокотемпературных индукционных насосах.

Коэффициент β в теории электрических машин как при плоских, так и при цилиндрических поверхностях магнитопровода определяют обычно при помощи метода конформных отображений [1, 2, 4 и др.].

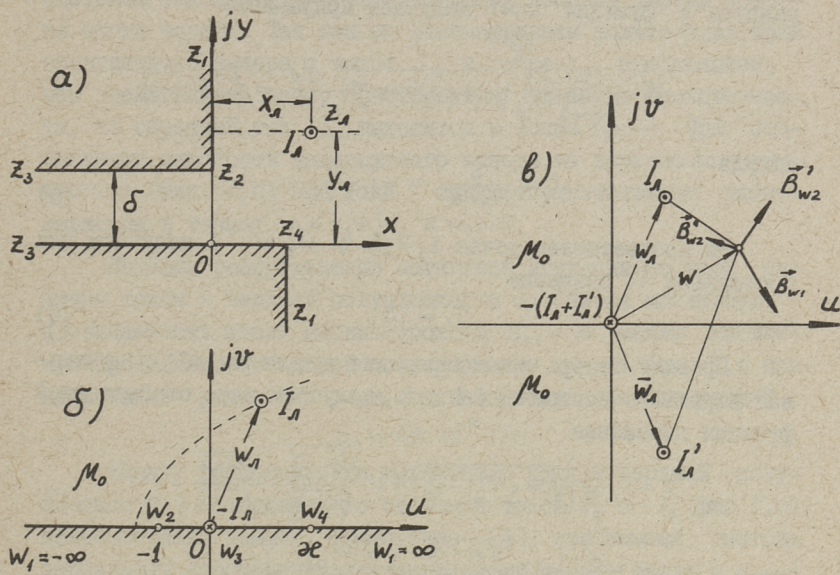
В работе [2] рассматривается влияние краевых эффектов в двустороннем индукторе без учета влияния лобовых частей обмотки индуктора. В работе [4] рассматриваются те же вопросы с учетом влияния лобовых частей обмотки. В работе [4] показано, что при относительно больших немагнитных зазорах лобовые токи индуктора оказывают существенное влияние на характер краевого эффекта.

В данной работе делается попытка получить расчетные выражения для учета краевых эффектов индуктора индукционного насоса с винтовым каналом с учетом влияния лобовых частей обмотки, расположенных только на одной (внешней) стороне магнитопровода. Для этого, как и в работах [1, 2, 4], применяем метод конформных отображений, считая магнитное поле в немагнитном зазоре индуктора двумерным.

Конформное отображение верхней полуплоскости на плоскость немагнитного зазора. Считая, что длина индуктора l_c велика по сравнению с толщиной немагнитного зазора δ , можем ограничиваться рассмотрением лишь одного края немагнитного зазора.

Плоскость $z = x + jy$ немагнитного зазора индуктора у одного края магнитопровода изображена схематически на фиг. 1, а, где через I_L в точке $z_L = x_L + jy_L$ обозначен линейный ток, соответствующий токам лобовых частей обмотки

индуктора. Нижняя часть магнитопровода (внутренний сердечник) выступает за пределы магнитопровода индуктора на величину $\Delta l_i = \lambda_T \delta$.



Фиг. 1.

Отображение такой области z на верхнюю полуплоскость w изложено в [3]. Однако для решения поставленной задачи целесообразно это отображение провести заново, выбирая другие характерные точки плоскостей.

Обозначим вершины получаемого на фиг. 1, а "четырёхугольника" немагнитного зазора через z_1, z_2, z_3 и z_4 , а соответствующим точкам плоскости w (фиг. 1, б) зададим значения: $w_1 = \pm \infty, w_2 = -1, w_3 = 0$ и $w_4 = \varkappa$, где значение параметра \varkappa зависит от вылета внутреннего сердечника Δl_i за край пакета стали индуктора. С учетом того, что относительные углы при вершинах "четырёхугольника" на плоскости z равны ($\alpha_1 = -1, \alpha_2 = \alpha_4 = 3/2$ и $\alpha_0 = 0$), можно на основе интеграла Кристоффеля-Шварца [1] написать уравнение конформного отображения в виде

$$z = C \int_{w_0}^w \sqrt{(w+1)(w-\varkappa)} \frac{dw}{w} + C_1. \quad (3)$$

Постоянную C в уравнении (3) определим из условия, что при обходе точки $w_3 = 0$ по окружности бесконечно малого радиуса ϱ функция $z(w)$ получает приращение

$$\Delta z = j\delta = \lim_{\varrho \rightarrow 0} C \int_{\varrho e^{j\pi}}^{\varrho} \sqrt{(w+1)(w-\kappa)} \frac{dw}{w} = C j \pi \sqrt{-\kappa}, \quad (4)$$

откуда

$$C = \frac{\delta}{\pi \sqrt{-\kappa}} = -j \frac{\delta}{\pi \sqrt{\kappa}}. \quad (5)$$

Из соответствия точек $z_2 = j\delta$ и $w_2 = -1$ получаем для постоянной C_1 значение

$$C_1 = j\delta. \quad (6)$$

Проводя теперь интегрирование уравнения (3) и учитывая выражение постоянных C и C_1 , получаем для отображающей функции выражение

$$z = -\frac{\delta}{\pi} \left[\sqrt{(w+1)\left(1-\frac{w}{\kappa}\right)} + \ln \frac{\sqrt{1-\frac{w}{\kappa}} - \sqrt{w+1}}{\sqrt{1-\frac{w}{\kappa}} + \sqrt{w+1}} + \right. \\ \left. + j \frac{\kappa-1}{2\sqrt{\kappa}} \ln \frac{\sqrt{w-\kappa} - \sqrt{w+1}}{\sqrt{w-\kappa} + \sqrt{w+1}} \right] + j\delta. \quad (7)$$

Подставляя в уравнение (7) значения $z_4 = \Delta l_i = \lambda_\tau \delta$ и $w_4 = \kappa$, получим

$$\lambda_\tau = \frac{\kappa-1}{2\sqrt{\kappa}} \quad (8)$$

и

$$\kappa = 1 + 2\lambda_\tau^2 + 2\lambda_\tau \sqrt{1 + \lambda_\tau^2}. \quad (9)$$

Нетрудно заметить, что в частном случае, когда $\Delta l_i = 0$, т.е. $\lambda_\tau = 0$ и $\kappa = 1$, отображающая функция (7) упрощается и принимает вид

$$z = -j \frac{\delta}{\pi} \left[\sqrt{w^2-1} + j \ln \frac{\sqrt{1-w} + \sqrt{1+w}}{\sqrt{1-w} - \sqrt{1+w}} \right] + j\delta. \quad (10)$$

В другом частном случае, когда $\Delta l_i \rightarrow \infty$, а следовательно, и $\kappa \rightarrow \infty$, отображающая функция (7), после раскрытия неопределенности, приобретает вид, приведенный в [2]:

$$z = \frac{\delta}{\pi} \left[2\sqrt{1+w} + \ln \frac{\sqrt{1+w}-1}{\sqrt{1+w}+1} \right]. \quad (11)$$

Распределение магнитной индукции у края немагнитного зазора. Рассматриваем магнитное поле в области немагнитного зазора как плоскопараллельное, поскольку оно создается системой токов $\pm I_L$, соответствующих лобовым частям обмотки обоих торцов. Так как мы рассматриваем только один край немагнитного зазора с током I_L в точке z_L , предполагая, что немагнитный зазор простирается влево до бесконечности, то обратный ток $-I_L$ находится в точке $z_3 = -\infty$. При отображении плоскости немагнитного зазора на верхнюю полуплоскость w (фиг. 1, б) эти токи будут соответственно располагаться в точках $w_L = u_L + jv_L$ и $w_3 = 0$.

Находим распределение магнитной индукции от этой системы токов в верхней полуплоскости w . Считая магнитную проницаемость стали магнитопровода $\mu_{ст} = \infty$, можем магнитную проницаемость нижней полуплоскости w на фиг. 1, б принять также равной $\mu_2 = \infty$, в верхней полуплоскости равной

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^7 \text{ Г/м.}$$

Задачу распределения магнитного поля в верхней полуплоскости w , создаваемого системой токов I_L и $-I_L$ (фиг. 1, б), целесообразно решить, аналогично [4], при помощи метода зеркальных изображений. Согласно этому методу среда с $\mu_2 = \infty$ с нижней полуплоскости w должна быть удалена, а система из двух токов I_L и $-I_L$ заменена системой из токов: I_L в точке w_L , зеркальное изображение тока I'_L в точке $\bar{w}_L = u_L - jv_L$ и током $I_1 = -(I_L + I'_L)$ в точке $w_3 = 0$. Поскольку $\mu_2 = \infty$, то $I'_L = I_L$. Такая система токов на плоскости w изображена на фиг. 1, в.

По закону полного тока вектор магнитной индукции в точке w от тока $I_1 = -(I_L + I'_L) = -2I_L$, расположенного в точке $w_3 = 0$, определяется формулой

$$\vec{B}_{w_1} = -j\mu_0 \frac{I_L}{\pi} \frac{1}{w}, \quad (12)$$

где $\bar{w} = u - jv$ — комплексно-сопряженная координата верхней полуплоскости w .

Вектор магнитной индукции в точке w от тока I_L в точке w_L определяется соответственно формулой

$$\vec{B}'_{w_2} = j\mu_0 \frac{I_L}{2\pi} \frac{1}{w - w_L}, \quad (13)$$

в вектор магнитной индукции в точке w , создаваемый током $I'_l = I_l$ в точке \bar{w}_l , формулой

$$\bar{B}_{w2}'' = j\mu_0 \frac{I_l}{2\pi} \frac{1}{\bar{w} - w_l}. \quad (I4)$$

Суммируя выражения (I2), (I3) и (I4), получим полное выражение вектора магнитной индукции в верхней полуплоскости w в виде

$$\bar{B}_w = \bar{B}_{w1} + \bar{B}'_{w2} + \bar{B}''_{w2} = -j\mu_0 \frac{I_l}{\pi} \frac{1}{\bar{w}} \left[1 - \frac{\bar{w}(\bar{w} - u_l)}{(\bar{w} - u_l)^2 + v_l^2} \right]. \quad (I5)$$

Вектор магнитной индукции в плоскости немагнитного зазора z определяется через отображающую функцию формулой

$$\bar{B}_z = B_x + jB_y = \bar{B}_w \left(\frac{d\bar{w}}{dz} \right), \quad (I6)$$

где, согласно (3) и (5),

$$\left(\frac{d\bar{z}}{d\bar{w}} \right) = j \frac{\delta}{\pi} \sqrt{(\bar{w} + 1) \left(\frac{\bar{w}}{\varepsilon} - 1 \right)} \frac{1}{\bar{w}}, \quad (I7)$$

а B_x и B_y — соответственно проекции вектора \bar{B}_z на оси x и y плоскости z .

Подставляя выражения \bar{B}_w и $\left(\frac{d\bar{z}}{d\bar{w}} \right)$ в уравнение (I6), получим

$$\bar{B}_z = -B_p \frac{1}{\sqrt{(\bar{w} + 1) \left(\frac{\bar{w}}{\varepsilon} - 1 \right)}} \left[1 - \frac{\bar{w}(\bar{w} - u_l)}{(\bar{w} - u_l)^2 + v_l^2} \right], \quad (I8)$$

где

$$B_p = \mu_0 \frac{I_l}{\delta} \quad (I9)$$

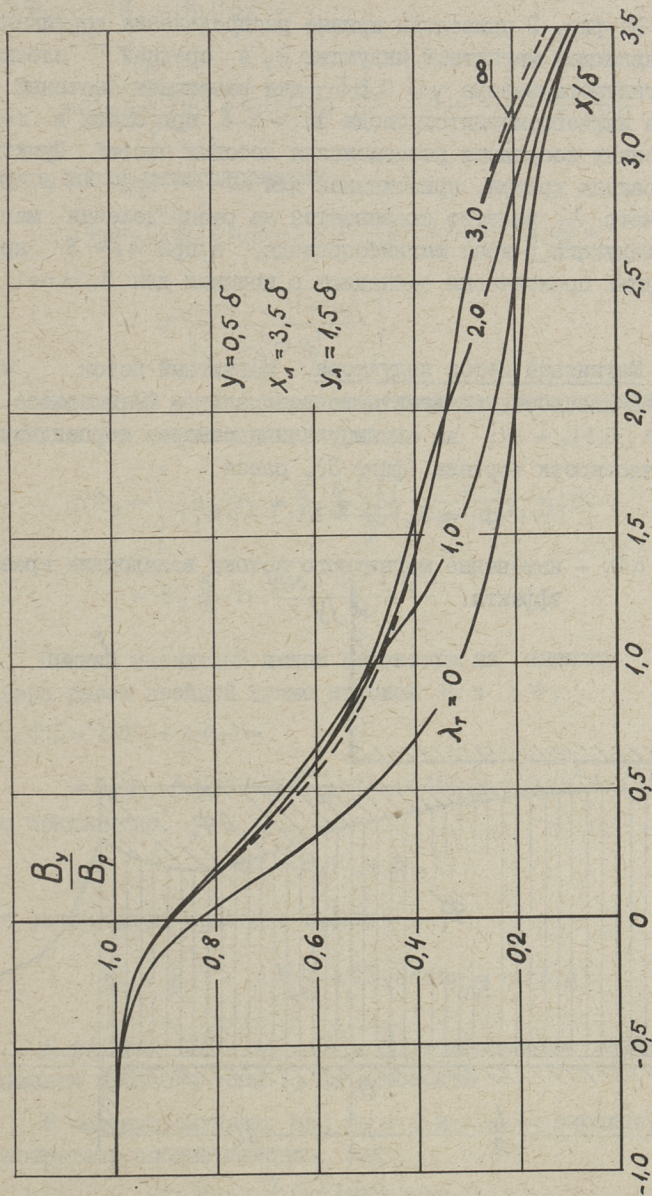
означает значение магнитной индукции в зазоре при отсутствии краевых эффектов, т.е. при однородном магнитном поле.

Подставляя в (I8) $\varepsilon = I$, получим для частного случая, когда $\Delta l_i = 0$

$$\bar{B}_z = -B_p \frac{1}{\sqrt{\bar{w}^2 - 1}} \left[1 - \frac{\bar{w}(\bar{w} - u_l)}{(\bar{w} - u_l)^2 + v_l^2} \right]. \quad (20)$$

При подстановке в (I8) $\varepsilon = \infty$, ($\Delta l_i = \infty$), получим выражение магнитной индукции, приведенное в [4]. Если в (I8) одновременно подставить значения $\varepsilon = \infty$ и $v_l = \infty$, получим выражение магнитной индукции, приведенное в [2]

$$\bar{B}_z = -j B_p \frac{1}{\sqrt{\bar{w} + 1}}. \quad (21)$$



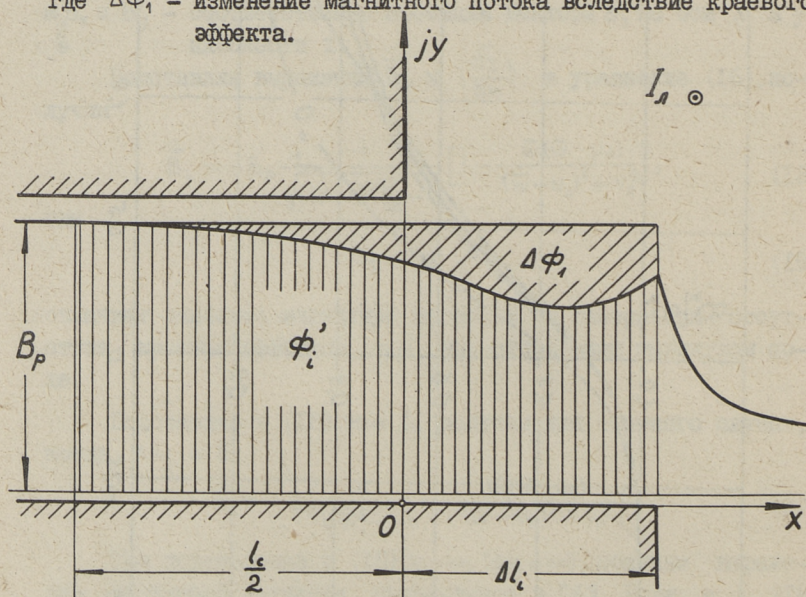
Фиг. 2.

На фиг. 2 приведены кривые распределения вертикальной составляющей магнитной индукции B_y в средней плоскости немагнитного зазора $y = 0,5 \delta$ для различных значений выступа нижнего магнитопровода $\Delta l_i = \lambda_T \delta$ при одних и тех же значениях координат расположения лобовых частей. Пунктиром изображена кривая, приведенная для $\lambda_T = \infty$. При $\lambda_T = 0 \div 3$ параметр λ_T заметно сказывается на распределении магнитной индукции у края магнитопровода, а при $\lambda_T \geq 3$ кривые индукции практически совпадают с кривыми для $\lambda_T = \infty$.

Магнитный поток индуктора. Магнитный поток через нижнюю плоскость немагнитного зазора ($y = 0$) в полосе шириной $0,5 l_c + \Delta l_i$ на единицу длины зазора, перпендикулярной плоскости чертежа (фиг. 3), равен

$$\Phi_i = B_p \left(\frac{l_c}{2} + \Delta l_i \right) - \Delta \Phi_1, \quad (22)$$

где $\Delta \Phi_1$ — изменение магнитного потока вследствие краевого эффекта.



Фиг. 3.

Учитывая, что при $x < -\frac{l_c}{2}$ магнитное поле практически однородно и $|B_y| = B_p$, можем изменение потока $\Delta \Phi_1$ аналогично [2] выразить интегралом

$$\Delta\Phi_1 = \int_{-\infty}^{\Delta l_i} (B_p - |B_y|) dx =$$

$$= B_p \frac{\delta}{\pi} \int_0^{\infty} \left[\sqrt{(1+u)(1-\frac{u}{\infty})} \frac{du}{u} - \frac{du}{u} + \frac{(u-u_n) du}{(u-u_n)^2 + v_n^2} \right], \quad (23)$$

откуда после интегрирования

$$\Delta\Phi_1 = B_p \frac{\delta}{\pi} \left[\Delta l_i \frac{\pi}{\delta} - 1 + \ln \frac{4}{1+\infty} - 2\lambda_T \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\infty}} + \right.$$

$$\left. + \ln \sqrt{\frac{(\infty - u_n)^2 + v_n^2}{u_n^2 + v_n^2}} \right]. \quad (24)$$

Магнитный поток через вертикальную поверхность нижнего участка магнитопровода равен

$$\Delta\Phi_2 = \int_0^{-\infty} |B_x| dy = B_p \frac{\delta}{\pi} \int_{\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{u} - \frac{u-u_n}{(u-u_n)^2 + v_n^2} \right] du =$$

$$= B_p \frac{\delta}{\pi} \ln \frac{\sqrt{(\infty - u_n)^2 + v_n^2}}{\infty}. \quad (25)$$

Полный магнитный поток индуктора на единицу длины зазора равен двойной сумме потоков Φ_1 и $\Delta\Phi_2$

$$\Phi_m = 2(\Phi_i + \Delta\Phi_2) =$$

$$= B_p \left[l_c + \delta \frac{2}{\pi} \left(1 + \ln \frac{\infty+1}{4\infty} + 2\lambda_T \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\infty}} + \ln \sqrt{u_n^2 + v_n^2} \right) \right] \quad (26)$$

или сокращенно

$$\Phi_m = B_p (l_c + \beta_m \delta), \quad (27)$$

где коэффициент краевого эффекта

$$\beta_m = \frac{2}{\pi} \left(1 + \ln \frac{\infty+1}{4\infty} + 2\lambda_T \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\infty}} + \ln |w_n| \right). \quad (28)$$

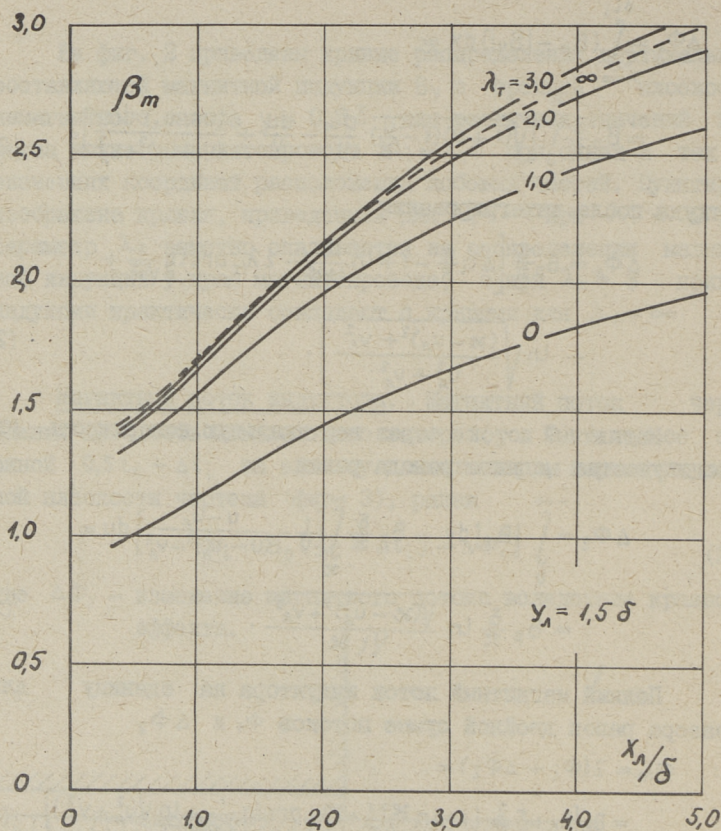
В формуле (28) $|w_n| = \sqrt{u_n^2 + v_n^2}$ - абсолютное значение координаты лобового тока I_n на плоскости w .

В частных случаях, при $\lambda_T = 0$ и $\lambda_T \rightarrow \infty$ выражение (28) приобретает соответственно вид

$$\beta_m = \frac{2}{\pi} (1 - \ln 2 + \ln |w_n|) \quad (29)$$

и

$$\beta_m = \frac{2}{\pi} (2 - \ln 4 + \ln |w_n|). \quad (30)$$



Фиг. 4.

На фиг. 4 приведены кривые зависимости коэффициента β_m от расположения лобовых частей обмотки индуктора при различных значениях параметра λ_τ . Как видно, при $\lambda_\tau \geq 2$ кривые $\beta_m(x_n)$ мало отличаются друг от друга и с точностью до $\pm 4\%$ можно приравнять значению $\beta_m(x_n)$ для $\lambda_\tau = \infty$, определяемого по формуле (30).

Магнитный поток индуктора, проходящий через вторичную систему. Магнитный поток индуктора, проходящий через вторичную систему, размещенную в немагнитном зазоре симметрично относительно индуктора в полосе шириной $2(\frac{l_c}{2} + x)$, можно определить по формуле

$$\Phi_z = \Phi_m - 2\Delta\Phi_z, \quad (31)$$

где $\Delta\Phi_z$ - магнитный поток за краем вторичной системы, равный

$$\Delta\Phi_z = \int_x^\infty B_y \Big|_{y=\text{const}} dx. \quad (32)$$

В силу свойств конформных отображений [1] этот поток можно определить на плоскости w по формуле

$$\Delta\Phi_z = \int_{u_z}^\infty B_v du \quad (33)$$

где B_v - составляющая вектора \vec{B}_w в направлении оси v :

$$B_v = \text{Im} [\vec{B}_w] = \mu_0 \frac{I_A}{\delta} \frac{\delta}{\pi} \left[-\frac{u}{u^2+v^2} + \frac{1}{2} \frac{(u-u_n)}{(u-u_n)^2+(v-v_n)^2} + \frac{1}{2} \frac{(u-u_n)}{(u-u_n)^2+(v+v_n)^2} \right]. \quad (34)$$

Подставляя (34) в уравнение (33) и проводя интегрирование, получим

$$\Delta\Phi_z = B_p \frac{\delta}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{(u_z-u_n)^2+(v_z-v_n)^2} \sqrt{(u_z-u_n)^2+(v_z+v_n)^2}}{u_z^2+v_z^2}, \quad (35)$$

где u_z и v_z - координаты на плоскости w , соответствующие координатам x и y , ограничивающим средний слой вторичной системы.

С учетом (35) поток Φ_z можно записать в виде

$$\Phi_z = B_p(l_c + \beta_z \delta), \quad (36)$$

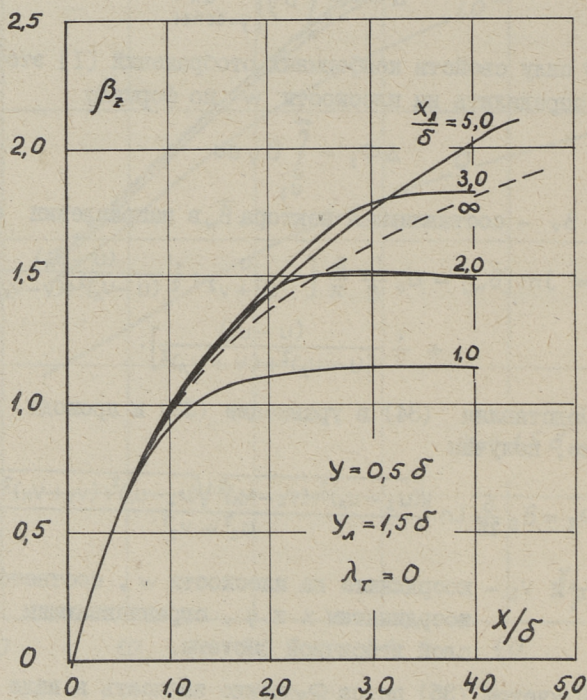
где

$$\beta_z = \beta_m - \frac{1}{\pi} \ln \frac{\sqrt{(u_z-u_n)^2+(v_z-v_n)^2} \sqrt{(u_z-u_n)^2+(v_z+v_n)^2}}{u_z^2+v_z^2}. \quad (37)$$

Формулами (36) и (37) можно определить магнитный поток через любую поверхность немагнитного зазора. В частности, подставляя в (37) значение $u_z = -1$ и $v_z = 0$, получим значение коэффициента β_0 для определения магнитного потока через внутреннюю горизонтальную поверхность верхнего магнитопровода

$$\beta_0 = \beta_m - \frac{2}{\pi} \ln \sqrt{(1+u_n)^2+v_n^2}. \quad (38)$$

Формулой (37) можно воспользоваться также для определения дополнительной нагрузки зубцов индуктора от торцовых потоков.



Фиг. 5.

На фиг. 5 приведены кривые зависимости $\beta_2 = f(x)$ для средней плоскости немагнитного зазора ($y = 0,5 \delta$) при $\lambda_\tau = 0$ и различных значениях x_λ . Пунктиром изображена зависимость $\beta'_2(x)$, соответствующая значению $u_n = x_\lambda = \infty$ и получаемая в общем случае из (28) и (37) подстановкой $u_n = v_n = \infty$

$$\beta'_2 = \frac{2}{\pi} \left(1 + \ln \frac{2e+1}{4\lambda e} + 2\lambda_\tau \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\lambda e}} + \ln \sqrt{u_2^2 + v_2^2} \right). \quad (39)$$

При $\lambda_\tau = 0$ ($\lambda = 1$) формула (39) принимает вид

$$\beta'_2 = \frac{2}{\pi} \left(1 - \ln 2 + \ln \sqrt{u_2^2 + v_2^2} \right). \quad (40)$$

Как видно из приведенных кривых, при $x \leq 0,7\delta$ все кривые совпадают, а при $x \leq 0,5x_n$ кривые $\beta_z(x)$ для средней плоскости немагнитного зазора мало (не более 5%) отличаются от кривой $\beta'_z(x)$, рассчитанной по упрощенной формуле (40). То же самое имеет место и при других значениях λ_T . Поскольку в индукционных насосах с винтовым каналом выступ вторичной системы за края магнитопровода индуктора всегда значительно меньше, чем длина вылета лобовых частей обмотки x_n , для определения магнитного потока индуктора через вторичную систему можно всегда воспользоваться упрощенной формулой β'_z по (39) или (40). Ошибка при этом не превышает 5%.

Упрощенные выражения коэффициентов краевых эффектов.

Приведенные выше формулы для коэффициентов β_m , β_z и β'_z содержат координаты верхней полуплоскости $w = u + jv$, трансцендентно выражающиеся через координаты плоскости немагнитного зазора Z , что вызывает некоторое неудобство пользования указанными формулами при расчете. Поэтому целесообразно получить для этих коэффициентов упрощенные зависимости непосредственно через координаты плоскости z .

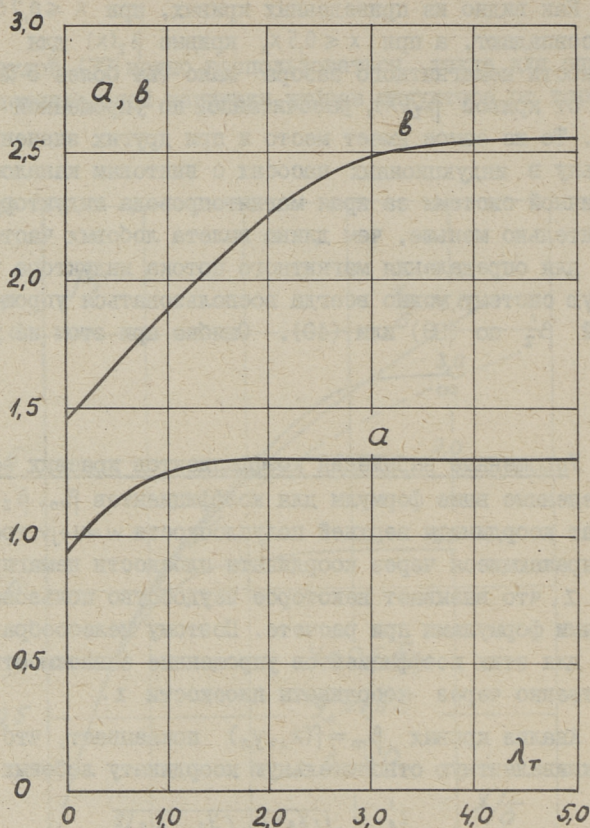
Анализ кривых $\beta_m = f(x_n, y_n)$ показывает, что если ввести эквивалентную относительную координату лобовых частей

$$\frac{z'_n}{\delta} = \sqrt{\left(\frac{x_n}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{y_n}{\delta} - 0,5\right)^2}, \quad (41)$$

то в промежутке $z'_n/\delta = 1,5 \div 6$ коэффициент β_m можно выражать приближенной формулой

$$\beta_m \cong a + b \lg\left(\frac{z'_n}{\delta}\right), \quad (42)$$

где коэффициенты a и b зависят только от параметра λ_T и изображены в виде кривых на фиг. 6. Для иллюстрации полученных при этом погрешностей на фиг. 7 приведены в полупологарифмическом изображении указанные зависимости в виде прямых, а точками различной формы указаны точные значения коэффициента β_m при различных значениях координаты y_n/δ применяемых в указанных насосах. Как видно из этих данных, погрешность не превышает 3-4%.



Фиг. 6.

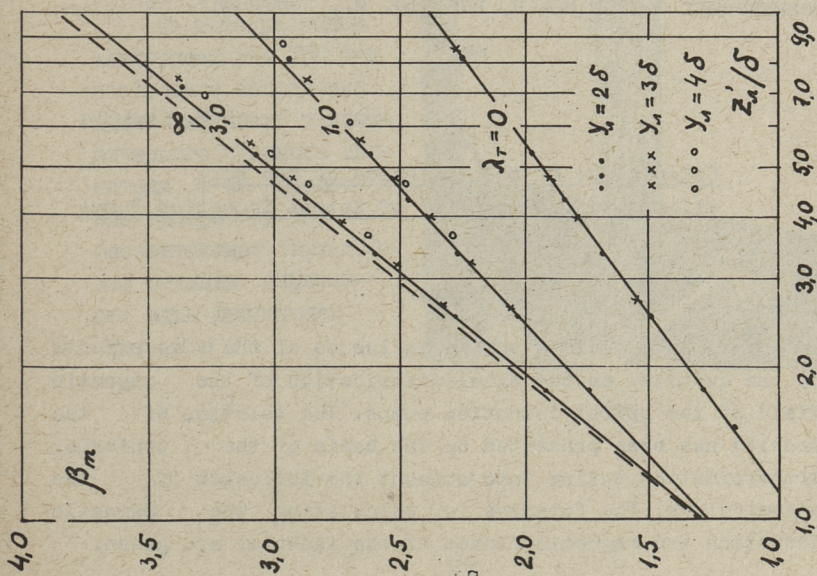
Для упрощения выражения коэффициента β'_z учитываем, что в индукционных насосах с винтовым каналом длину внутреннего сердечника обычно выбирают равной длине вторичной системы. Тогда нас интересует только одна зависимость

$$\beta'_z = f(\lambda_\tau) \Big|_{\substack{x = \lambda_\tau \delta, \\ y = 0,5\delta}}$$

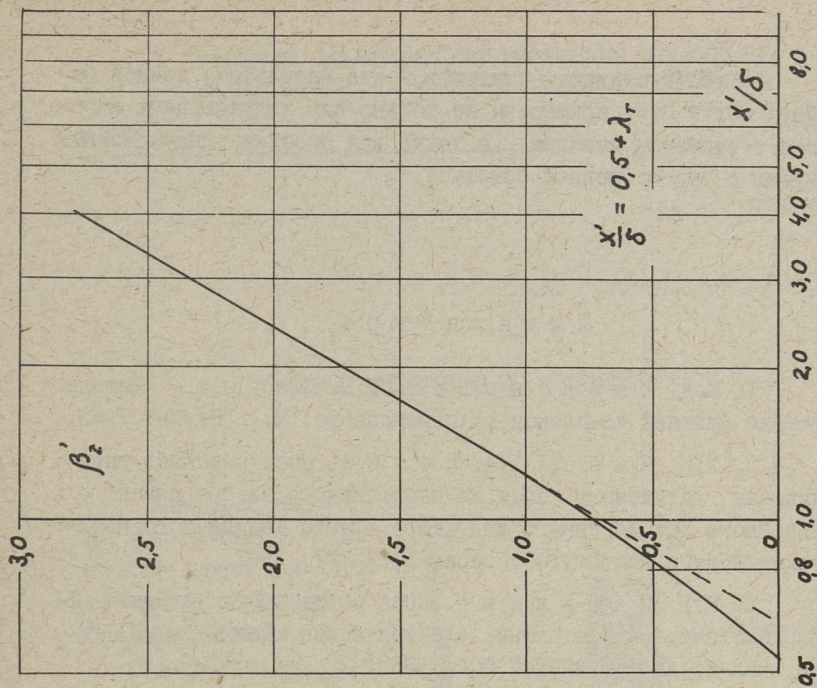
изображенная на фиг. 8. При значениях $\lambda_\tau \geq 0,5$ эту зависимость можно выражать приближенной формулой

$$\beta'_z \cong 0,7 + 3,4 \lg(\lambda_\tau + 0,5). \quad (43)$$

Погрешность от такой замены при $\lambda_\tau = 0,5$ составляет примерно 6,5 %, а при $\lambda_\tau > 0,7$ уже менее 1 %.



Фиг. 7.



Фиг. 8

В итоге следует отметить, что результаты данной работы могут быть применены не только для индукционных насосов с винтовым каналом, а также для плоских индукционных машин с односторонней обмоткой.

Л и т е р а т у р а

1. М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М., "Наука", 1965.

2. Х.И. Янес, Т.А. Веске. Учет влияния выпучивания магнитного поля из немагнитного зазора плоского линейного двустороннего индуктора "Труды Таллинского политехнического института", серия А, № 197, 1962.

3. М.Р. Кальнинь. Поле между двумя угловыми поверхностями. Бесконтактные электрические машины, ч. П. Рига, Изд-во АН Латвийской ССР, 1962.

4. В.Ф. Кескюла. Учет влияния лобовых частей обмотки на выпучивание магнитного поля из немагнитного зазора плоского линейного двустороннего индуктора. Сборник научно-технических статей НИПТИ, вып. 13. М., "Энергия", 1971.

V. Kesküla

Calculation of the Influence of the Edge Effects in the Inductor of Spiral Induction Pumps

Summary

The paper deals with the influence of the edge effects of the inductor on the axial distribution of the magnetic field of the spiral induction pumps. The solution of the problem has been presented on the basis of the conformal transformation taking into account the influence of the end-windings. The formulae for calculating the magnetic induction and magnetic fluxes of the inductor are given.

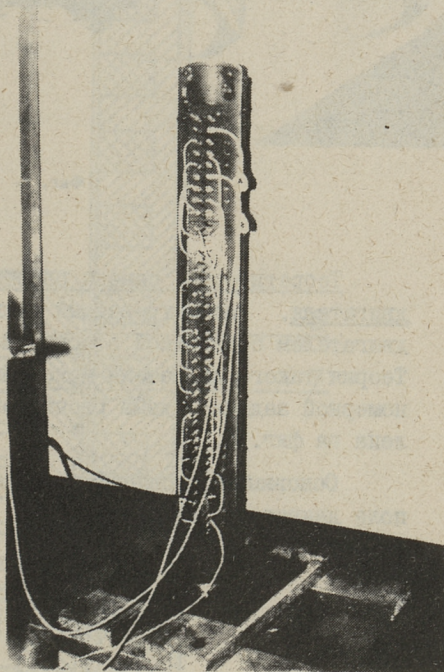
УДК 621.313.333

Е.А. Пуусеп, Я.Я. Томсон

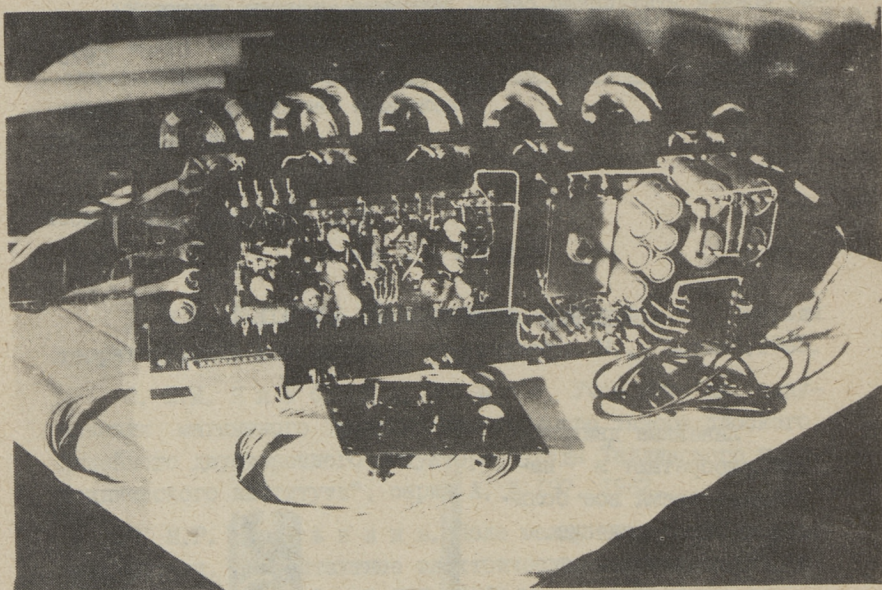
ЛИНЕЙНЫЙ РЕВЕРСИВНЫЙ ДВИГАТЕЛЬ

Линейные двигатели приобретают в настоящее время все большее распространение. Они используются в электротранспорте, для привода транспортеров, в качестве ударных машин, например, штамповочных и т.д.

На кафедре основ электротехники ТПИ был построен и исследован макет линейного цилиндрического ударного двигателя, а на кафедре электропривода ТПИ - бесконтактная тиристорная станция управления этим двигателем (фиг. 1 и 2).



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Теоретические основы работы линейного цилиндрического двигателя. Рассматриваемый двигатель является линейным двигателем с короткой вторичной частью - бойком (фиг. 3). Теория такого двигателя может быть разработана в виде одномерной задачи, схема расчетной модели которой представлена на фиг. 4.

Основными уравнениями, определяющими электромагнитное поле двигателя, являются:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{\delta}_s + \vec{\delta}_r, \quad (1)$$

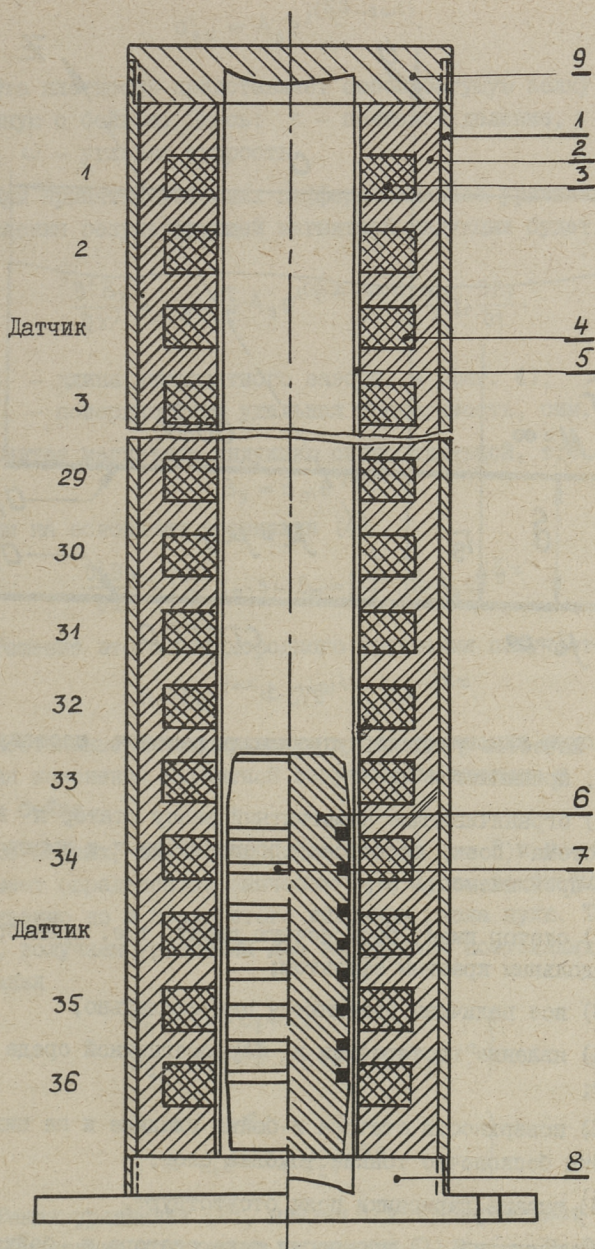
и

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

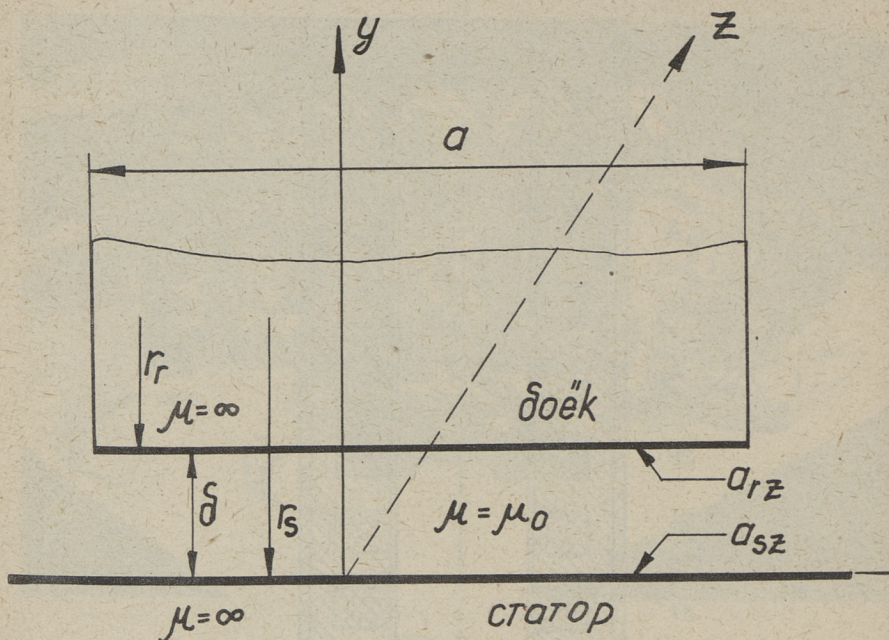
где $\vec{\delta}_s$ и $\vec{\delta}_r$ - плотность тока соответственно в обмотке статора и ротора;

H, E - напряженность суммарного магнитного и электрического поля в зазоре;

B - суммарная магнитная индукция в зазоре.



Фиг. 3.



Фиг. 4.

В качестве условий, упрощающих решения поставленной задачи, принимаются что

1) ограничивающие немагнитный зазор статор и вторичная система (бойк) являются ферромагнитными и имеют магнитную проницаемость $\mu = \infty$;

2) статор имеет бесконечную длину, т.е. пренебрегается продольным краевым эффектом;

3) все величины изменяются синусоидально;

4) явление гистерезиса в ферромагнитной среде отсутствует;

5) поверхности статора и бойка гладкие и на них расположены бесконечно тонкие токовые слои;

6) высшие гармоники поля отсутствуют.

В уравнении (I) плотности тока статора и бойка $\bar{\delta}_s$ и $\bar{\delta}_r$ заменяем линейными плотностями тока \bar{a}_s и \bar{a}_r , причем считаем линейную плотность тока в обмотке статора синусоидально изменяющейся, т.е.

$$a_{sx} = A_s e^{j\left(\frac{\pi x}{\tau} - s\omega t\right)}. \quad (3)$$

Эта плотность представляет собой бегущую волну тока, связанную с бойком. Здесь: τ — полжосное деление, s — скольжение, ω — угловая скорость.

При принятых условиях дифференциальное уравнение для определения результирующей магнитной индукции будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} = j \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{\pi}{\tau} A_s e^{j\left(\frac{\pi}{\tau} x - s\omega t\right)} + \frac{\mu_0 \gamma_r}{\delta} \frac{\partial B_y}{\partial t}, \quad (4)$$

где δ — длина немагнитного зазора, м (фиг. 4),
 γ_r — поверхностная удельная проводимость, сим.

Считая магнитную индукцию синусоидальной, т.е.

$$B_y = B_m e^{-js\omega t}, \quad (5)$$

получим на основании уравнения (4)

$$\frac{\partial^2 B_m}{\partial x^2} + j \frac{\mu_0}{\delta} \gamma_r \cdot s\omega B_m = j \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{\pi}{\tau} A_s e^{j\frac{\pi}{\tau} x}. \quad (6)$$

Решение этого неоднородного уравнения получается в виде:

$$B = C_0 e^{j\alpha x} + C_1 e^{j\lambda x} + C_2 e^{-j\lambda x}. \quad (7)$$

Постоянные интегрирования этого уравнения находятся из условия изменения магнитной индукции на входном и выходном концах бойка.

Во первых, на концах бойка, когда $x = 0$ и $x = a$, индукция имеет определенное значение B_0 и B_a , а, во вторых, непосредственно до и после этого индукция равна нулю. Таким образом, получаем уравнения для нахождения постоянных интегрирования

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= C_1 + C_2 + C_0, \\ B_a &= C_1 e^{j\lambda a} + C_2 e^{-j\lambda a} + C_0 e^{j\alpha a}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= C_1 + C_2, \\ 0 &= C_1 e^{j\lambda a} + C_2 e^{-j\lambda a}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Решая уравнения (8), найдем C_1 и C_2 , выраженные через B_0 и B_a . Подставив полученные выражения C_1 и C_2 в уравнения (9), найдем значения B_0 и B_a . В последнем случае следует

скольжение s считать равным нулю (за пределами бойка скольжение $s = 0$).

Таким образом, волну индукции B можно выразить следующие:

$$B = C_0 e^{-j(s\omega t - \alpha x)} + C_1 e^{-j(s\omega t - \lambda x)} + C_2 e^{-j(s\omega t + \lambda x)}. \quad (I0)$$

Она представляет собой сумму трех волн: основной, прямой и обратной волны.

Скорость основной волны определяется

$$\alpha x - s\omega t = k, \quad \alpha \frac{dx}{dt} - s\omega = 0 \quad (II)$$

$$v = s 2f\tau = s \cdot v_s.$$

Скорость прямой волны получается из

$$v_1 = \frac{s}{\lambda'} v_s \quad (I2)$$

и затухание

$$e^{-\alpha \lambda' x} \quad (I3)$$

Скорость обратной волны

$$v_2 = -\frac{s}{\lambda'} v_s \quad (I4)$$

и затухание

$$e^{\alpha \lambda' x}, \quad (I5)$$

где

$$\lambda = \lambda' \alpha = \alpha \sqrt{\frac{\epsilon}{2}} = \alpha \sqrt{\frac{s \operatorname{Re} m}{2}}.$$

Поскольку значение индукции в воздушном зазоре известно, то можно рассчитать значение усилия

$$F = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\int_0^d B_m \dot{A}_s^* dx \right] \frac{H}{M}. \quad (I6)$$

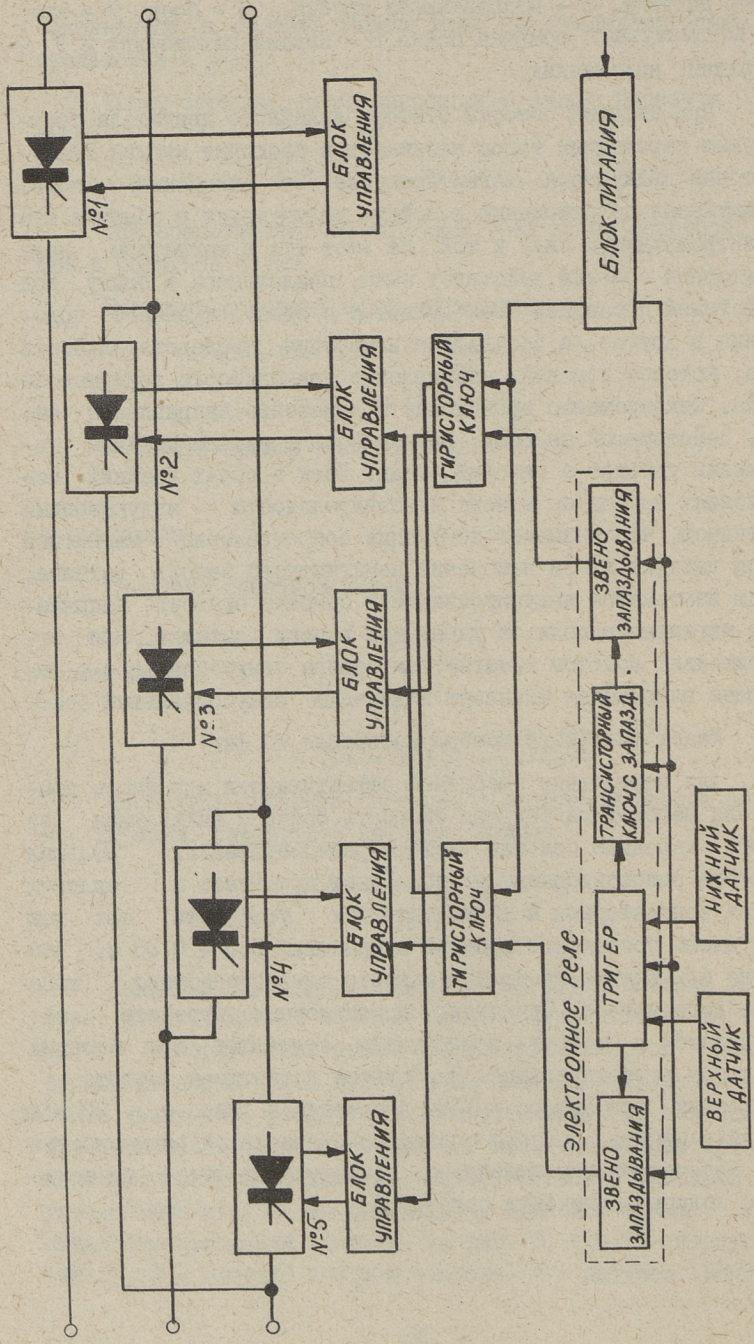
Линейный двигатель. Линейный двигатель состоит из статора, изготовленного из электротехнической стали и помещенной в корпусе двигателя трехфазной статорной обмотки, расположенной в пазах статора, направляющей трубки и из линейно движущейся вторичной системы, которую в дальнейшем будем называть "боек". Вверх и вниз пазов статора помещены катушки индуктивных датчиков, сигналы от которых через управляющее устройство реверсируют движение бойка. Разрез линейного двигателя приведен на фиг. 3, где 1 - корпус, 2 - статор, 3 - катушка обмотки статора, 4 - катушка индуктив-

ного датчика, 5 - направляющая трубка, 6 - боек, 7 - короткозамкнутая обмотка бойка, 8 - нижний наконечник и 9 - верхний наконечник.

При питании обмотки статора линейного двигателя трехфазным переменным током возникает в расточке машины трансляторно движущееся магнитное поле. Это магнитное поле, движущееся по отношению к бойку, индуцирует в обмотке его электродвижущую силу и ток. На этот ток в магнитном поле статорной обмотки действует сила, приложенная к бойку. Под действием последней боек движется с одного крайнего положения в другое, в результате изменения последовательности фаз, которое изменяет направление трансляторно движущегося поля. Одновременно происходит и изменение направления силы, действующей на боек, причем боек в нижнем крайнем положении ударяет о рабочий орган. Боек в своих крайних положениях находится в зоне чувствительности индукционных датчиков, что вызывает изменение сопротивления магнитной цепи датчика из-за изменения немагнитного зазора датчика. Этим изменяется индуцированное в обмотке статора напряжение магнитного поля, а также ток в цепи датчика. При относительно большом немагнитном зазоре синусоидальное питающее напряжение вызывает в датчике синусоидальный ток.

Макет линейного мотора изображен на фиг. I.

Для достижения требуемой эффективности линейного двигателя необходима большая скорость бойка и вытекающая из этого довольно большая частота реверсирования. Большая частота реверсирования не позволяет применять в силовых цепях контакторных и трансдукторных устройств, так как они имеют постоянные времени в пределах $0,3 + 0,55$ с, что равно или больше продолжительности одного рабочего хода линейного мотора. Применение контакторных устройств затрудняется и быстрым прогоранием контактов при больших частотах реверсирования. Наибольшая допустимая частота включений контактора - 1200 включений в час, т.е. 20 включений в минуту. Поэтому единственной реальной возможностью для реверсирования линейного двигателя является применение полупроводниковых приборов.



Фиг. 5.

Трехфазный реверсивный тиристорный переключатель. Для реверсирования линейного двигателя был сконструирован и построен трехфазный реверсивный тиристорный переключатель. Управление тиристорным переключателем осуществляется посредством импульсов тока, вызываемых электродвижущей силой, которая индуцирована в катушках индукционных датчиков статора линейного двигателя. В качестве схемы силовой цепи тиристорного переключателя выбрана трехфазная реверсированная схема без нулевого провода с тиристорами, соединенными встречно-параллельно, причем тиристорная пара находится и в нереверсируемой фазе. Избранная схема имеет ряд преимуществ для линейного двигателя по сравнению с другими возможными схемами.

Избранная схема трехфазного реверсивного тиристорного переключателя без нулевого провода с тиристорной парой в нереверсируемой фазе обоснована большей надежностью схемы при индуктивных нагрузках и для понижения уровня высших гармоник.

В качестве схемы управления тиристорным переключателем избран частный случай число-импульсного управления, а именно двухпозиционное управление, надежность которого выше по сравнению с вариантом фазового управления. При двухпозиционном управлении основными элементами блока управления являются полупроводниковые диоды, которые в настоящее время считаются самыми надежными и дешевыми полупроводниковыми приборами.

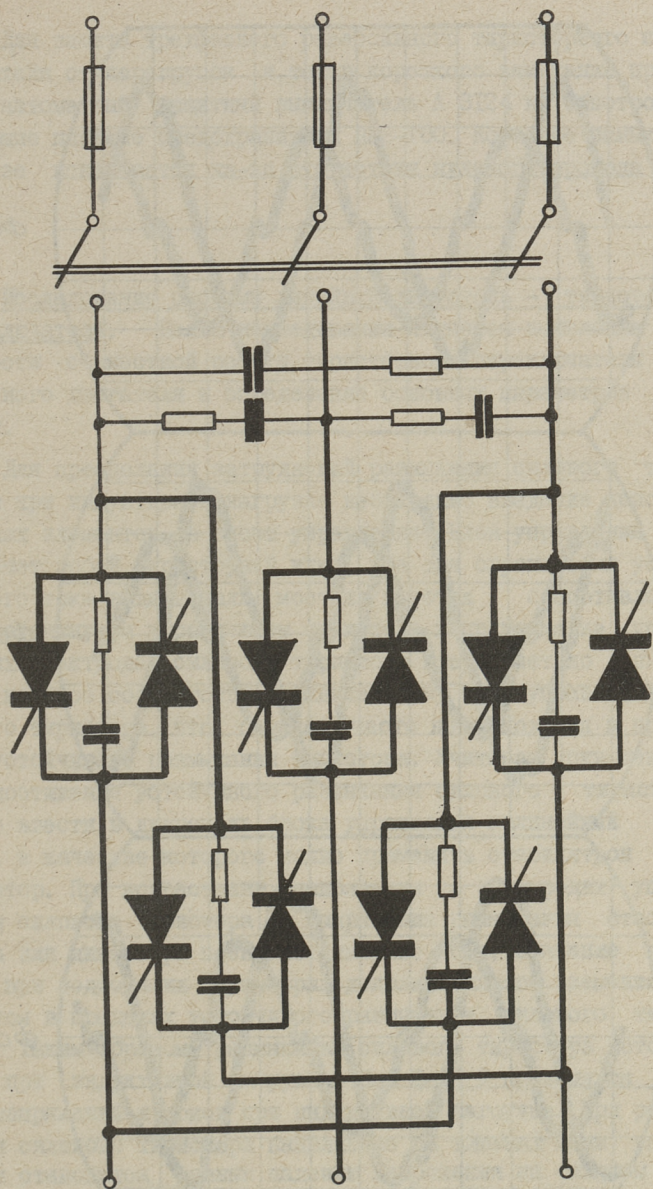
Блок-схема тиристорного переключателя приведена на фиг. 5, а вид тиристорного переключателя - на фиг. 2. Число блоков управления в избранной схеме соответствует числу встречно-параллельных включений силовой цепи силовых тиристоров, причем энергия, необходимая для образования импульса управления, берется непосредственно из управляемой фазы, что обеспечивает синхронность импульса управления.

Во время хода бойка вверх разомкнуты группы тиристоров № 1, 2 и 4, во время хода вниз - группы 1, 3 и 5. Соответствующие группы блоков управления управляются с помощью тиристорных ключей переменного тока. Групповые тиристорные ключи переменного тока получают ток управления с выходов электронного реле. Электронное реле состоит из

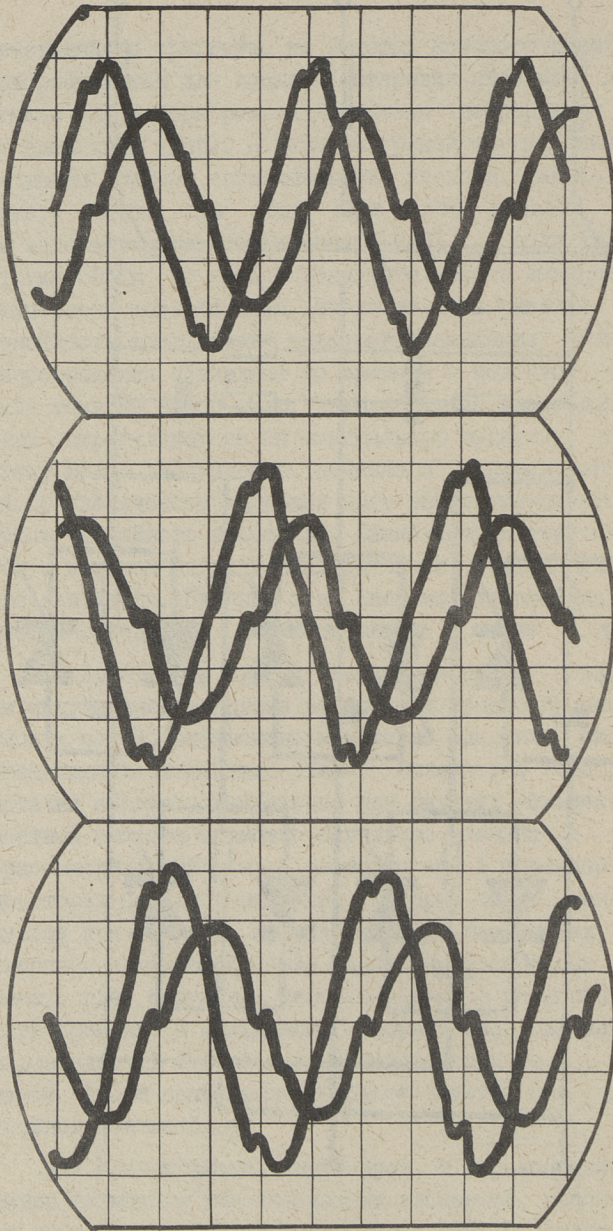
симметричного триггера, на выходах которого имеются транзисторные ключи для пуска и остановки линейного двигателя, а также для выбора режима двигателя (непрерывная работа или единичный удар). К выходам транзисторных ключей присоединены входы запаздывающих звеньев. Задача запаздывающего звена при ходе вниз — это вызвать минимальную выдержку продолжительностью $0,01$ с, если частота тока питания 50 Гц, то есть продолжительность выдержки равна полупериоду тока питания. Введение запаздывания исключает возможность трехфазного короткого замыкания, если момент реверсирования совпадает во времени с моментом, когда значение тока не равно нулю. Запаздывающее звено для хода вверх отрегулировано на минимальную выдержку, причем выдержку можно увеличивать, начиная с минимального значения. С увеличением выдержки хода вверх уменьшается частота ударов линейного двигателя. Симметричный триггер управляется с помощью индукционных датчиков, находящихся на статоре двигателя. Питание всей системы управления осуществляется от единого блока питания.

В тиристорных схемах возможны опасные перенапряжения при индуктивной нагрузке и быстрых процессах переключения силовых цепей, вызывающие изменение энергии, скопившейся в реактивных элементах схемы. Вследствие быстрого возрастания анодного напряжения при наличии межэлектродной паразитной емкости возможно случайное размыкание тиристора. В рассматриваемой схеме возможны еще и перенапряжения на тиристорах блоков управления, которые также могут разомкнуться при наличии межэлектродных паразитных емкостей. Описанное явление особенно опасно в реверсивных силовых схемах, где случайное неконтролируемое размыкание тиристора приводит к межфазному закорачиванию силовой цепи. Сопровождающий быстрое возрастание анодного напряжения крутой фронт напряжения особенно заметен при применении линейных контакторов.

Для предохранения тиристоров от перенапряжения необходимо включение дополнительных элементов, рассеивающих или аккумулирующих энергию в переходных процессах. Для защиты трехфазного реверсивного тиристорного переключателя использованы защитные RC цепи, которые включены на вход тиристорного переключателя.



Фиг. 6.



фаза А

фаза В

фаза С

Фиг. 7.

Для защиты трехфазного реверсивного тиристорного переключателя от перегрузок и токов короткого замыкания применены автоматный защитный выключатель АЗ124 и быстродействующие плавкие предохранители ПНБ-100. Короткое замыкание в фазе исключается из-за отсутствия нулевого провода (фиг. 6).

Исследование системы линейный двигатель - тиристорный переключатель. Целью исследования является выявление возможности совместной работы тиристорного переключателя и линейного двигателя и определение основных параметров системы.

Для преодоления затруднений размыкания силового тиристора при индуктивной нагрузке необходимо введение дополнительных элементов в блоки управления. Блок управления представляет собой тиристорный ключ, где для ограничения управляющего тока в диагонали мостика имеется сопротивление. При разомкнутом управляющем тиристоре напряжение на управляющих электродах силового тиристора возрастает до значения, которое соответствует минимальному току управления силового тиристора, что, однако, часто не находится в пределах устойчивого размыкания тиристора. Учитывая приведенное, для достижения устойчивого размыкания силового тиристора нужно ввести в диагональ блока управления нелинейный элемент, в качестве которого можно применить стабилитрон или динистор. При возрастании напряжения на электродах управления силового тиристора до напряжения размыкания стабилитрона или динистора возникает импульс тока, значение которого при подходящих параметрах дополнительного элемента находится в пределах устойчивого размыкания силового тиристора. Таким образом, размыкание силового тиристора устойчиво и при индуктивной нагрузке. На фиг. 7 приводятся кривые напряжений и токов при индуктивной нагрузке. При размыкании силового тиристора напряжение на клеммах цепи управления становится равным падению напряжения на силовом тиристоре, значение которого, однако, незначительно, и ток управления прерывается. Таким образом, ширина импульса управления определяется временем размыкания силового тиристора.

Требуемую энергию для образования импульса управления берут непосредственно с управляемой фазы, что обеспечивает синхронность импульсов управления. Асимметрия может возникнуть только при разных углах размыкания разных фаз. Интервалы между импульсами управления в трехфазном тиристорном переключателе должны быть 120° . Допустимая асимметрия не должна превышать 6° .

Механические характеристики системы линейный двигатель - тиристорный переключатель определены в основном свойствами линейного двигателя, так как тиристорный переключатель допускает частоты включения в несколько раз больше, чем собственная частота колебания вторичной системы линейного двигателя. Обмотка статора линейного двигателя состоит из 36 катушек, которые можно соединить для разного числа полюсов. Возможно также составление схемы обмотки статора с равным или неравным полюсным делением. В последнем случае увеличивается сила, действующая на боек при его движении вниз. Испытывался линейный двигатель с числом полюсов $2p = 6$ с равным и неравным полюсным делением.

Ниже приводятся результаты измерений и основные параметры тиристорного переключателя и системы тиристорный переключатель - линейный двигатель.

Углы размыкания силового тиристора:

Расчеты проводились по формуле

$$U_n = U_0 \frac{1 + \cos \alpha}{2},$$

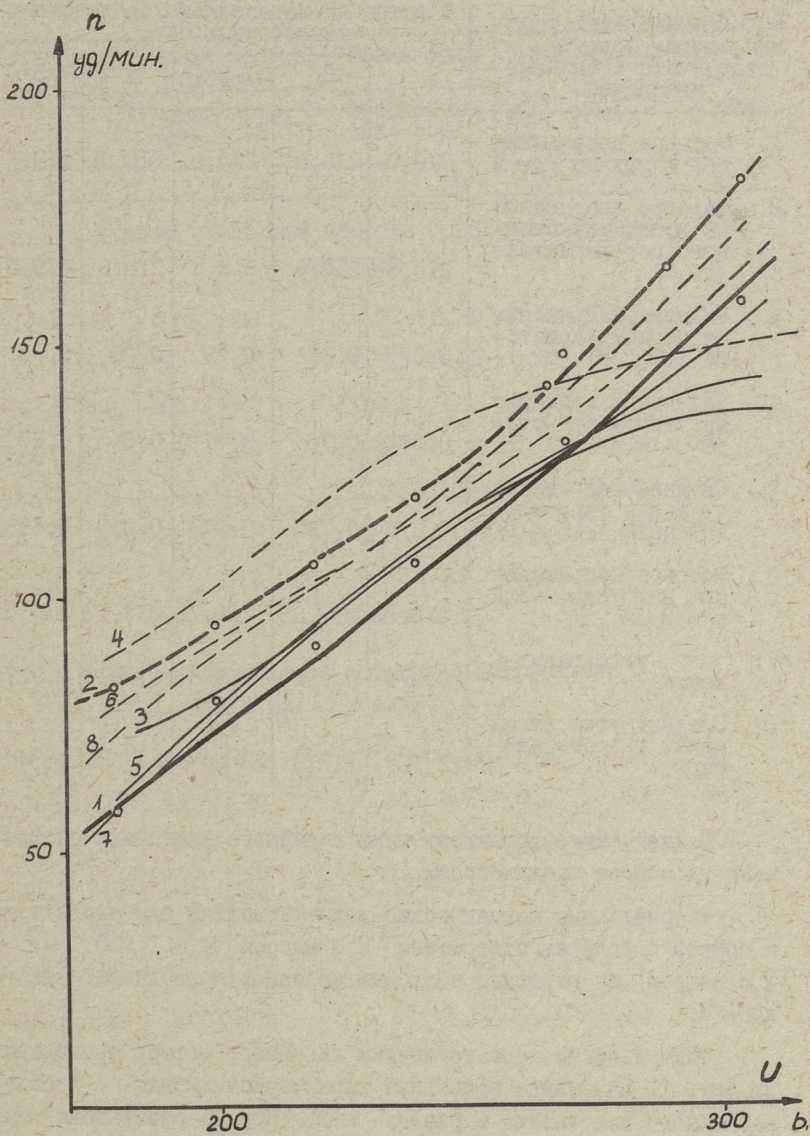
где U_n - фазовое напряжение при нагрузке,
 U_0 - фазовое напряжение при нагрузке, если угол размыкания тиристора $\alpha = 0^\circ$,
 α - угол размыкания.

Данные экспериментального испытания тиристорного переключателя приведены в таблице I.

Наибольшая разность в углах размыкания при ходе бойка вверх: $\alpha_4 - \alpha_2 = 13^\circ 50' - 11^\circ 10' = 2^\circ 40'$
 при ходе бойка вниз

$$\alpha_3 - \alpha_1 = 15^\circ 00' - 13^\circ 10' = 1^\circ 50'.$$

Таким образом, асимметрия углов размыкания в пределах дозволенного, то есть $1^\circ 50' < 2^\circ 40' < 6^\circ 00'$.



Фиг. 8.

Таблица I

№ п/п	Наименование параметра, формула расчета и единица измерения	№ встречно-параллельно соединенных тиристорных пар				
		I	2	3	4	5
1.	Фазовое напряжение при нагрузке U_n , в	216,0	215,5	215,0	213,7	215,7
2.	Фазовое напряжение на входе тиристорного переключателя U_T , в	219,5	218,0	219,5	218,0	219,5
3.	Падение напряжения на первом тиристоре ΔU_1 , в	0,67	0,67	0,77	0,85	0,71
4.	Падение напряжения на втором тиристоре ΔU_2 , в	0,68	0,78	0,77	0,81	0,67
5.	Среднее падение напряжения тиристорной пары ΔU_{cp} , в	0,675	0,725	0,770	0,830	0,690
6.	Фазовое напряжение при нагрузке, если $\alpha = 0$, в	218,83	217,88	218,73	217,17	218,81
7.	\cos угла размыкания	0,974	0,981	0,966	0,991	0,972
8.	Средний угол размыкания тиристорной пары	$13^{\circ}10'$	$11^{\circ}10'$	$15^{\circ}00'$	$13^{\circ}50'$	$13^{\circ}40'$

Механические характеристики линейного двигателя составлены на основе осциллограмм.

Рассчитанные механические характеристики для двигателя с бойком с большим отверстием и с массой $M = 1,955$ кг и с равным и неравным полюсным делением приводятся в таблице 2.

Механические характеристики линейного мотора приведены на фиг. 8. На фигуре приведены характеристики для бойков различного исполнения и разных масс. Кривые обозначены на фиг. 8 следующие:

Т а б л и ц а 2

№ п/п	Напря- жение	Число полупер. при ходе		Время хода		Сумма вы-дер-жек, сек	Продол-жит. цикла, сек	Частота ударов уд/мин
		вверх, сек	вниз, сек	вверх, сек	вниз, сек			
1	2	3	4	5	6	7	8	9

А. Схема статорной обмотки с равным полюсным делением

1.	180	71	30	0,71	0,30	0,02	1,03	58
2.	200	50	23	0,50	0,23	0,02	0,75	80
3.	220	45	19	0,45	0,19	0,02	0,66	91
4.	240	38	16	0,38	0,16	0,02	0,56	107
5.	270	28	16	0,28	0,16	0,02	0,46	131
6.	290	25	16	0,25	0,16	0,02	0,43	140
7.	305	23	13	0,23	0,13	0,02	0,38	158

Б. Схема статорной обмотки с непрерывным полюсным делением

8.	180	48	22	0,48	0,22	0,02	0,72	83
9.	200	41	20	0,41	0,20	0,02	0,63	95
10.	220	37	17	0,37	0,17	0,02	0,56	107
11.	240	33	15	0,33	0,15	0,02	0,50	120
12.	270	25	14	0,25	0,14	0,02	0,41	148
13.	290	21	13	0,21	0,13	0,02	0,36	165
14.	305	19	12	0,19	0,12	0,02	0,33	182

Материал и конструкция бойка	Масса бойка	Схема с равным полюсным делением	Схема с неравным полюсным делением
Сталь с большим отверстием по оси	$M_1 = 1,955 \text{ кг}$	1	2
Сталь с медными кольцами с порезами вдоль	$M_2 = 2,245 \text{ кг}$	3	4
Сталь с порезами вдоль	$M_3 = 2,255 \text{ кг}$	5	6
Сталь с маленьким отверстием на оси	$M_4 = 2,260 \text{ кг}$	7	8

При регулировании частоты ударов изменением напряжения изменяется и энергия ударов. Изменение ударной энергии затрудняет вычисление суммарной энергии, полученной рабочим объектом. Регулирование частоты ударов при неизменной энергии удара возможно путем увеличения запаздывания в начале каждого рабочего цикла тиристорного переключателя. Звено запаздывания позволяет добиться запаздывания до 2,5 с. Таким образом, пределы регулирования частоты ударов при номинальном напряжении $U = 220 \text{ В}$ для схемы статорной обмотки с равным полюсным делением следующая:

$$n_{\max} = 91 \text{ уд/мин}; \quad n_{\min} = \frac{60}{0,66 + 2,50} = 19 \text{ уд/мин}$$

и для схемы статорной обмотки с неравным полюсным делением:

$$n_{\max} = 107 \text{ уд/мин}; \quad n_{\min} = \frac{60}{0,56 + 2,50} = 20 \text{ уд/мин.}$$

Тиристорный переключатель делает возможной работу линейного двигателя в режиме единичного удара.

Л и т е р а т у р а

I. v. R. Laithnaite. Induktion machines for special purposes. 1966.

2..С.С. Бруфман, Н.А. Трофимов. Тристорные переключатели переменного тока. М., "Энергия", 1969.

3. Я. Будинский. Транзисторные переключающие схемы. М., "Связь", 1965.

4. F.W. Gutzwiller, D.R. Gratham, L.V. Jones, H.R. Lowry, E.J. Mungehast, R.R. Rottier, G.L. Shyder, T.D. Sylvan, E.E. von Zastrow. Silicon Controlled Rectifiers Manual, 2d edition "General Electric", 1961.

5. Е.И. Гальперин, И.П. Степаненко. Импульсные схемы на полупроводниковых приборах. Проектирование и расчет. М., "Советское радио", 1970.

6. С.Д. Додик, Е.И. Гальперин. Источники электропитания на полупроводниковых приборах. Проектирование и расчет., М., "Советское радио", 1969.

7. Е.М. Мартынов. Бесконтактные переключающие устройства. М., "Энергия", 1970.

E. Puusepp, J. Tomson

Linear Reversing Motor

Summary

In this paper a theory of an linear tubular motor, the construction of it, the scheme of a thyristor reversing switch and the results of experiments with the device are presented.

УДК 621.318.38

Т.В. Лехтла, Х.А. Саккос, Х.А. Тийсмус

К РАСЧЕТУ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ИНДУКЦИОННЫХ
МГД-НАСОСОВ

Механическая характеристика индукционного МГД-насоса — это зависимость между его выходными механическими величинами (напором в слое жидкого металла в канале насоса и скоростью течения жидкого металла или скольжения) при неизменных значениях входных величин (напряжения питания или тока индуктора). Ниже рассматриваются некоторые возможности упрощенного расчета механических характеристик плоских и цилиндрических индукционных МГД-насосов.

Согласно [1, 2] электромагнитный напор в слое жидкого металла в случае непроводящих стенок канала определяется как отношение электромагнитной мощности $P_{эм}$, передаваемой из первичной цепи в жидкий металл, к подаче идеального холостого хода Q_0 .

$$P_{эм} = \frac{P_{эм}}{Q_0} \quad (1)$$

Подача идеального холостого хода

$$Q_0 = 2\tau f F_k, \quad (2)$$

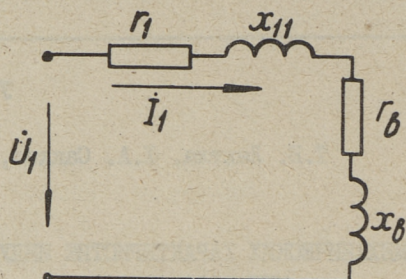
где τ — полюсное деление,

f — частота напряжения питания,

F_k — поперечное сечение канала (слоя жидкого металла).

Для расчета механических характеристик индукционных МГД-насосов можно исходить из последовательной схемы замещения [1, 2], показанной на фиг. 1. Применение более сложной параллельной схемы замещения нецелесообразно, так как непосредственное вычисление параметров вторичной системы, входящих в параллельную схему замещения, невозможно. Входящие в последовательную схему замещения сопротивления r_1 ,

x_{11} , r_b и x_b могут быть определены непосредственно, расчетным путем или экспериментально из опытов холостого хода и короткого замыкания [3].



Фиг. 1.

Согласно последовательной схеме замещения

$$P_{эм} = m r_b I_1^2 \quad (3)$$

и электромагнитный напор во вторичной системе

$$P_{эм} = \frac{m r_b}{Q_0} I_1^2, \quad (4)$$

где m — число фаз.

В металлургических МГД-приводах каналы для жидкого металла часто изготавливают из электропроводящих материалов, что приводит к уменьшению электромагнитного напора в слое жидкого металла. В таких случаях электромагнитный напор

$$P_{эм} = \frac{m r_b \gamma_m \Delta_m}{Q_0 \gamma_b \delta'} I_1^2, \quad (5)$$

где γ_m — электропроводность жидкого металла,

Δ_m — толщина слоя жидкого металла,

γ_b — приведенная электропроводность эквивалентного немагнитного зазора,

δ' — ширина эквивалентного немагнитного зазора.

В случае проводящих стенок канала

$$\gamma_b = \frac{\gamma_m \Delta_m}{\delta'} + \frac{\gamma_k \Delta_k}{\delta}, \quad (6)$$

где γ_k — электропроводность стенок канала,

Δ_k — суммарная толщина стенок канала,

δ — скольжение.

Если обозначить

$$\alpha = \frac{\gamma_k \Delta_k}{\gamma_m \Delta_m},$$

то

$$\gamma_\delta = \frac{\gamma_m \Delta_m}{\delta'} \left(\frac{\delta + \alpha \delta}{\delta} \right) \quad (7)$$

и

$$r_{эм} = \frac{m r_b \delta}{Q_0 (\delta + \alpha \delta)} I_1^2. \quad (8)$$

Вносимые сопротивления r_b и x_b выражаются через главное индуктивное сопротивление первичной цепи x_{21} в следующем виде:

$$r_b = K_a x_{21}, \quad (9)$$

$$x_b = -K_p x_{21}. \quad (10)$$

Коэффициенты K_a и K_p в свою очередь являются сложными функциями от магнитного числа Рейнольдса ξ и соотношения $\frac{\sigma}{\tau}$ [1, 2], что намного усложняет анализ характеристик индукционных МГД-насосов, а также созданных на их базе МГД-приводов.

$$K_a = \frac{\xi}{1 + \xi^2} \left[1 - \frac{(2m^2 - \xi^2) \operatorname{sh} 2m\xi + \xi(2m^2 + 1) \sin 2n\xi}{2m\xi \sqrt{1 + \xi^2} (\operatorname{ch} 2m\xi + \cos 2n\xi)} \right], \quad (11)$$

где

$$m = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \xi^2}},$$

$$n = \frac{\xi}{2m},$$

$$\xi = \pi \frac{\sigma}{\tau},$$

$2a$ — ширина слоя жидкого металла (канала).

$$K_p = \frac{\xi}{1 + \xi^2} \left[\xi - \frac{\xi(2m^2 + 1) \operatorname{sh} 2m\xi - (2m^2 - \xi^2) \sin 2n\xi}{2m\xi \sqrt{1 + \xi^2} (\operatorname{ch} 2m\xi + \cos 2n\xi)} \right]. \quad (12)$$

Магнитное число Рейнольдса в случае проводящих стенок канала

$$\xi = \frac{2}{\pi} \mu_0 f \tau^2 \gamma_\delta \delta, \quad (13)$$

где

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma}{M}.$$

Как видно из фиг. 2, взаимствованной из [1], форма кривых K_a напоминает форму механических характеристик асинхронного двигателя. Это наводит на мысль об аппроксимации кривых K_a выражением, аналогичным известной формуле Кlossа.

Оказывается, что действительно с достаточной точностью кривые K_d можно аппроксимировать выражением

$$K_d = \frac{2K_{ам}}{\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m}} = \frac{2K_{ам}\varepsilon_m\varepsilon}{\varepsilon_m^2 + \varepsilon^2}, \quad (I4)$$

где $K_{ам}$ — максимальное значение K_d ,
 ε_m — значение ε , соответствующее $K_{ам}$.

Тогда

$$K_p = \frac{2K_{ам}\varepsilon^2}{\varepsilon_m^2 + \varepsilon^2}. \quad (I5)$$

Выражения (I4) и (I5) справедливы при любых значениях $\frac{d}{\tau}$, причем ε_m и $K_{ам}$ определяются из фиг. 3, где приведены зависимости $\varepsilon_m = f(\frac{d}{\tau})$ и $K_{ам} = f(\frac{d}{\tau})$.

В интересах дальнейшего упрощения выражений механических характеристик индукционных МГД-насосов целесообразно ввести понятия магнитного числа Рейнольдса при скольжении $s=1$ и относительного магнитного числа Рейнольдса ε_* .

Магнитное число Рейнольдса при $s=1$ получим, подставив в (I3) γ_8 из (7) и $s=1$:

$$\varepsilon_1 = \frac{2}{\pi} \mu_0 f \tau^2 \frac{\gamma_m \Delta_m}{\delta'} (1 + \varkappa). \quad (I6)$$

Тогда

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \frac{s + \varkappa}{1 + \varkappa}. \quad (I7)$$

Относительное магнитное число Рейнольдса

$$\varepsilon_* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m} = \frac{\varepsilon_1(s + \varkappa)}{\varepsilon_m(1 + \varkappa)} = \varepsilon_{1*}(s + \varkappa). \quad (I8)$$

Коэффициенты K_d и K_p в таком случае имеют следующий вид:

$$K_d = 2K_{ам} \frac{\varepsilon_*}{1 + \varepsilon_*^2} + 2K_{ам} \frac{\varepsilon_{1*}(s + \varkappa)}{1 + \varepsilon_{1*}^2(s + \varkappa)^2}. \quad (I9)$$

и

$$K_p = \varepsilon_* K_d = 2K_{ам} \frac{\varepsilon_*^2}{1 + \varepsilon_*^2} = 2K_{ам} \frac{\varepsilon_{1*}^2(s + \varkappa)^2}{1 + \varepsilon_{1*}^2(s + \varkappa)^2}. \quad (20)$$

Практически больший интерес представляют механические характеристики индукционных МГД-насосов в случае питания их от источника напряжения ($U_1 = \text{const}$). На основе последова-

тельной схемы замещения и с учетом (9) и (10) ток первичной цепи МГД-насоса

$$I_1 = \frac{U_1}{\sqrt{(\Gamma_1 + K_{\text{ам}} X_{21})^2 + (X_{11} - K_{\text{р}} X_{21})^2}} \quad (21)$$

или с учетом (19) и (20)

$$I_1 = \frac{U_1}{\sqrt{\left[\Gamma_1 + 2K_{\text{ам}} \frac{\varepsilon_{1*}(\delta + \varphi\varepsilon)}{1 + \varepsilon_{1*}^2(\delta + \varphi\varepsilon)^2} X_{21} \right]^2 + \left[X_{11} - 2K_{\text{ам}} \frac{\varepsilon_{1*}^2(\delta + \varphi\varepsilon)^2}{1 + \varepsilon_{1*}^2(\delta + \varphi\varepsilon)^2} X_{21} \right]^2}} \quad (22)$$

Подставив в (8) r_b из (9) с учетом (19) и I_1 из (22), получим выражение механической характеристики индукционного МГД-насоса при питании его от источника напряжения

$$P_{\text{эм}} = \frac{m U_1^2 2K_{\text{ам}} X_{21} \delta \varepsilon_{1*}}{Q_0 [1 + \varepsilon_{1*}^2(\delta + \varphi\varepsilon)^2] \left\{ \left[\Gamma_1 + 2K_{\text{ам}} \frac{\varepsilon_{1*}(\delta + \varphi\varepsilon)}{1 + \varepsilon_{1*}^2(\delta + \varphi\varepsilon)^2} X_{21} \right]^2 + \left[X_{11} - 2K_{\text{ам}} \frac{\varepsilon_{1*}^2(\delta + \varphi\varepsilon)^2}{1 + \varepsilon_{1*}^2(\delta + \varphi\varepsilon)^2} X_{21} \right]^2 \right\}} \quad (23)$$

Дальнейший анализ механической характеристики целесообразно провести с использованием относительных величин. Для этого необходимо выбрать базовые величины напряжения питания, тока, сопротивлений и напора. Имея в виду, что индукционные МГД-приводы металлургического применения часто работают при скольжениях, близких к единице, в качестве базовых величин наиболее целесообразно выбрать величины, характеризующие работу МГД-насоса при $\delta = 1$.

В качестве базового напряжения питания выбираем номинальное напряжение $U_{1\text{н}}$, тогда

$$U_{1\delta\alpha\beta} = U_{1\text{н}}, \quad U_{1*} = \frac{U_1}{U_{1\text{н}}}$$

Базовым сопротивлением выбираем

$$Z_{\delta\alpha\beta} = 2K_{\text{ам}} X_{21},$$

тогда базовый напор (напор в слое жидкого металла при $\delta = 1$ и $U_1 = U_{1\text{н}}$)

$$P_{\text{эм}\delta\alpha\beta} = \frac{m U_{1\text{н}}^2 \varepsilon_{1*}}{2K_{\text{ам}} X_{21} Q_0 [1 + \varepsilon_{1*}^2(1 + \varphi\varepsilon)^2] \left\{ \left[\Gamma_{1*} + \frac{\varepsilon_{1*}(1 + \varphi\varepsilon)}{1 + \varepsilon_{1*}^2(1 + \varphi\varepsilon)^2} \right]^2 + \left[X_{11} - \frac{\varepsilon_{1*}^2(1 + \varphi\varepsilon)^2}{1 + \varepsilon_{1*}^2(1 + \varphi\varepsilon)^2} \right]^2 \right\}} \quad (24)$$

Таким образом, электромагнитный напор в слое жидкого металла в относительных величинах

$$P_{эм*} = U_{1*}^2 \frac{\delta \left[1 + \varepsilon_{1*}^2 (1 + \gamma \varepsilon)^2 \right] \left\{ \left[r_{1*} + \frac{\varepsilon_{1*} (1 + \gamma \varepsilon)}{1 + \varepsilon_{1*}^2 (1 + \gamma \varepsilon)^2} \right]^2 + \left[\chi_{11*} - \frac{\varepsilon_{1*}^2 (1 + \gamma \varepsilon)^2}{1 + \varepsilon_{1*}^2 (1 + \gamma \varepsilon)^2} \right]^2 \right\}}{\left[1 + \varepsilon_{1*}^2 (\delta + \gamma \varepsilon)^2 \right] \left\{ \left[r_{1*} + \frac{\varepsilon_{1*} (\delta + \gamma \varepsilon)}{1 + \varepsilon_{1*}^2 (\delta + \gamma \varepsilon)^2} \right]^2 + \left[\chi_{11*} - \frac{\varepsilon_{1*}^2 (\delta + \gamma \varepsilon)^2}{1 + \varepsilon_{1*}^2 (\delta + \gamma \varepsilon)^2} \right]^2 \right\}} \quad (25)$$

что и является выражением механической характеристики индукционного МГД-насоса в случае питания его от источника напряжения. Исследование выражения (25) показывает, что функция $P_{эм*} = f(\delta)$ имеет максимум при критическом скольжении $\delta_{кр}$, определяемом из условия

$$\left. \frac{dP_{эм*}}{d\delta} \right|_{\delta = \delta_{кр}} = 0.$$

Критическое скольжение

$$\delta_{кр} = \frac{1}{\varepsilon_{1*}} \sqrt{\frac{r_{1*}^2 + \chi_{11*}^2}{r_{1*}^2 + (\chi_{11*} - 1)^2} + \frac{2 \varepsilon_{1*} r_{1*} \gamma \varepsilon}{r_{1*}^2 + (\chi_{11*} - 1)^2} + \varepsilon_{1*}^2 \gamma \varepsilon^2}. \quad (26)$$

Подставив (26) и (25), получим максимальное значение электромагнитного напора $P_{м*}$:

$$P_{м*} = U_{1*}^2 \frac{\delta_{кр} + \frac{1}{\delta_{кр}} + 2 \left\{ \frac{\gamma \varepsilon}{\delta_{кр}} + \frac{r_{1*}}{\varepsilon_{1*} \delta_{кр} [r_{1*}^2 + (\chi_{11*} - 1)^2]} \right\}}{2 \left\{ 1 + \frac{\gamma \varepsilon}{\delta_{кр}} + \frac{r_{1*}}{\varepsilon_{1*} \delta_{кр} [r_{1*}^2 + (\chi_{11*} - 1)^2]} \right\}}. \quad (27)$$

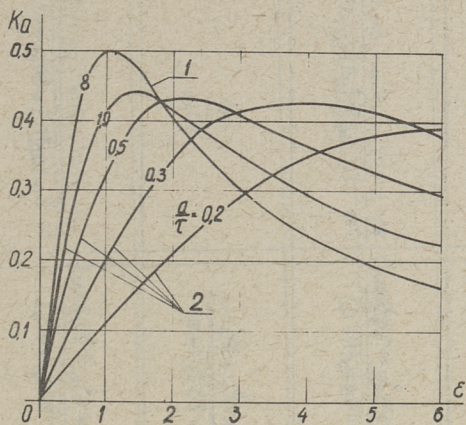
Обозначив

$$q = \frac{\gamma \varepsilon}{\delta_{кр}} + \frac{r_{1*}}{\varepsilon_{1*} \delta_{кр} [r_{1*}^2 + (\chi_{11*} - 1)^2]} \quad (28)$$

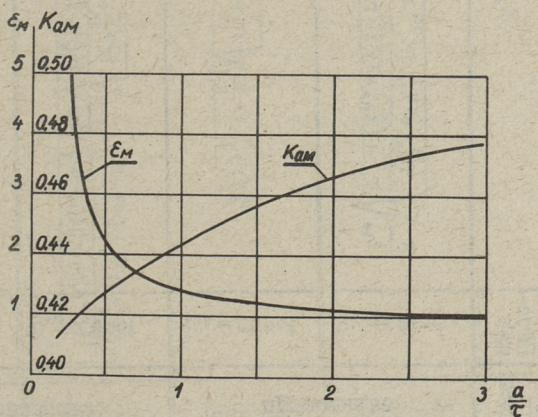
и подставив (26) и (27) в (25), получим окончательно

$$P_{эм*} = \frac{2P_{м*}(1+q)}{\frac{\delta_{кр}}{\delta} + \frac{\delta}{\delta_{кр}} + 2q}. \quad (29)$$

Таким образом, механические характеристики индукционных МГД-насосов, так же как и асинхронных двигателей, описываются формулой Клосса. Аналогичная формула для расчета механической характеристики индукционного МГД-насоса была получена в [4] для случая непроводящих стенок канала.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

Таблица I

Канал	Пита- ние	$\delta_{кр}$	$R_{м*}$	q
Стенки канала проводящие	$U_{1*} = \text{const}$	$\frac{1}{\varepsilon_{1*}} \sqrt{\frac{\Gamma_{1*}^2 + \chi_{11*}^2}{\Gamma_{1*}^2 + (\chi_{11*} - 1)^2} + \frac{2\varepsilon_{1*}\Gamma_{1*}\varrho\varepsilon}{\Gamma_{1*}^2 + (\chi_{11*} - 1)^2} + \varepsilon_{1*}^2 \varrho^2}$	$U_{1*}^2 \frac{1 + \delta_{кр}^2 + 2q\delta_{кр}}{2\delta_{кр}(1+q)}$	$\frac{\varrho\varepsilon}{\delta_{кр}} + \frac{\Gamma_{1*}}{\varepsilon_{1*}\delta_{кр}[\Gamma_{1*}^2 + (\chi_{11*} - 1)^2]}$
	$I_{1*} = \text{const}$	$\frac{1}{\varepsilon_{1*}} \sqrt{1 + \varepsilon_{1*}^2 \varrho^2}$	$I_{1*}^2 \frac{1 + \delta_{кр}^2 + 2q\delta_{кр}}{2\delta_{кр}(1+q)}$	$\frac{\varrho\varepsilon}{\delta_{кр}}$
Стенки канала непроводящие	$U_{1*} = \text{const}$	$\frac{1}{\varepsilon_{1*}^2} \sqrt{\frac{\Gamma_{1*}^2 + \chi_{11*}^2}{\Gamma_{1*}^2 + (\chi_{11*} - 1)^2}}$	$U_{1*}^2 \frac{1 + \delta_{кр}^2 + 2q\delta_{кр}}{2\delta_{кр}(1+q)}$	$\frac{\Gamma_{1*}}{\varepsilon_{1*}\delta_{кр}[\Gamma_{1*}^2 + (\chi_{11*} - 1)^2]}$
	$I_{1*} = \text{const}$	$\frac{1}{\varepsilon_{1*}}$	$I_{1*}^2 \frac{1 + \delta_{кр}^2}{2\delta_{кр}}$	0

Таблица 2

Канал	Пита- ние	$\delta_{кр}$	ρ_m	q
Стенки канала проводящие	$U_1 = \text{const}$	$\frac{1}{\varepsilon_1} \sqrt{\frac{\varepsilon_m(r_1^2 + x_{11}^2)(1 + \varepsilon)^2}{r_1^2 + (x_{11} - 2K_{ам} X_{21})^2} + \frac{4K_{ам} X_{21} \Gamma_1 \varepsilon_1 \varepsilon_m \varepsilon(1 + \varepsilon)}{r_1^2} + \varepsilon^2 \varepsilon^2}$	$U_1^2 \frac{m K_{ам} X_{21} \varepsilon_m (1 + \varepsilon)}{Q_0 \varepsilon_1 \delta_{кр} [\Gamma_1^2 + (X_{11} - 2K_{ам} X_{21})^2] (1 + q)}$	$\frac{\varepsilon}{\delta_{кр}} + \frac{2 K_{ам} X_{21} \Gamma_1 \varepsilon_m (1 + \varepsilon)}{\varepsilon_1 \delta_{кр} \Gamma_1^2 (X_{11} - 2K_{ам} X_{21})^2}$
	$I_1 = \text{const}$	$\frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon_m^2 (1 - \varepsilon)^2 + \varepsilon_1^2 \varepsilon^2}$	$I_1^2 \frac{m K_{ам} X_{21} \varepsilon_m (1 + \varepsilon)}{Q_0 \varepsilon_1 \delta_{кр} (1 + q)}$	$\frac{\varepsilon}{\delta_{кр}}$
Стенки канала непроводящие	$U_1 = \text{const}$	$\frac{1}{3} \sqrt{\frac{\varepsilon_m^2 (r_1^2 + x_{11}^2)}{r_1^2 + (X_{11} - 2K_{ам} X_{21})^2}}$	$U_1^2 \frac{m K_{ам} X_{21} \varepsilon_m}{Q_0 \varepsilon_1 \delta_{кр} [\Gamma_1^2 + (X_{11} - 2K_{ам} X_{21})^2] (1 + q)}$	$\frac{2 K_{ам} X_{21} \Gamma_1 \varepsilon_m}{\varepsilon_1 \delta_{кр} [\Gamma_1^2 + (X_{11} - 2K_{ам} X_{21})^2]}$
	$I_1 = \text{const}$	$\frac{\varepsilon_m}{3}$	$I_1^2 \frac{m K_{ам} X_{21} \varepsilon_m}{Q_0 \varepsilon_1 \delta_{кр}}$	0

Согласно методике расчета индукционных МГД-насосов, приведенной в [1], где цилиндрические насосы рассматриваются на базе теории плоских насосов, выражение (29) распространяется также на цилиндрические индукционные МГД-насосы. В этом случае $\frac{d}{r} = \infty$, $K_{ам} = 0,5$ и $\epsilon_m = 1$.

Выражение механической характеристики (29) справедливо также в случае питания МГД-насосов от источника тока. Тогда входящие в него параметры $\delta_{кр}$, ρ_m и q имеют более простую форму, поскольку в этом случае падения напряжения на активном и индуктивном сопротивлениях первичной цепи, а также на индуктивном сопротивлении рассеяния, не влияют на развиваемый МГД-насосом напор. В таблицах I и 2 сведены выражения параметров $\delta_{кр}$, ρ_m и q соответственно в относительных и абсолютных величинах для индукционных МГД-насосов в случае питания их от источника напряжения и от источника тока.

В заключение следует отметить, что в случае питания индукционных МГД-насосов от источника напряжения, максимум электромагнитного напора в слое жидкого металла наступает при больших значениях скольжения по сравнению со случаем питания их от источника тока.

В ы в о д ы

1. Предложенная методика справедлива для расчета механических характеристик как плоских, так и цилиндрических индукционных МГД-насосов.

2. Описание механических характеристик индукционных МГД-насосов формулой, аналогичной формуле Клосса, позволяет сократить объем расчетов при проектировании МГД-приводов на базе этих насосов.

Л и т е р а т у р а

Г. А. И. В о л ь д е к. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. Л., "Энергия", 1970.

2. Х.И. Я н е с. Учет влияния вторичной системы в линейной плоской магнитогидродинамической машине. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", серия А, № 197, 1962.

3. Э.М. Р и с т х е й н. О методике расчета электромагнитных переходных процессов в индукционных устройствах перемещения жидких металлов. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", серия А, № 266, 1968.

4. В.И. Д ъ я к о в, А.И. Ф р о л о в. Влияние параметров на механические характеристики индукционных насосов и линейных асинхронных двигателей. Сборник материалов к VI Таллинскому совещанию по электромагнитным расходомерам и электротехнике жидких проводников. Таллин, 1973.

T. Lehtla, H. Sakkos, H. Tiismus

About Calculation of the Induction MHD-Pumps
Mechanical Characteristics

Summary

The paper deals with the characteristics of the linear induction mhd-pumps. For the calculation of the mechanical characteristics equations a new simplified calculation method is given. The mhd-pumps channel electro-conductivity influence is taken into consideration.

Х.А. Саккос, Т.В. Лехтла, Х.А. Тийсмус

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МГД-ПРИВОДА

В МГД-приводах, предназначенных для перекачивания жидкого металла, развиваемый в слое жидкого металла МГД-насосом электромагнитный напор уравнивается статическим и динамическим напорами. Общее уравнение движения МГД-привода может быть записано в следующем виде:

$$p_{эм} - p_c = p_d, \quad (I)$$

где $p_{эм}$ — электромагнитный напор, развиваемый МГД-насосом в слое жидкого металла, находящегося в немагнитном зазоре индуктора бегущего магнитного поля;

p_c — статический напор, обусловленный гидростатическим напором столба жидкого металла и трением между жидким металлом и стенками металлотракта.

p_d — динамический напор, проявляющийся в переходных режимах и противодействующий ускорению жидкого металла.

Входящие в (I) составляющие в общем случае являются сложными функциями от подачи МГД-привода Q . Поэтому прежде чем приступить к непосредственному анализу общего уравнения движения МГД-привода, рассмотрим сначала отдельные его составляющие.

В [1] показано, что механические характеристики линейных индукционных МГД-насосов описываются формулой, аналогичной формуле Кюсса. Однако, если иметь в виду, что у большинства металлургических МГД-насосов в случае их питания от источника напряжения критическое скольжение $\delta_{кр} \gg 1$,

то в целях дальнейшего упрощения анализа целесообразно аппроксимировать механическую характеристику прямой

$$P_{эм} = P_{эм0} (1 - k_Q Q), \quad (2)$$

где k_Q - коэффициент, определяющий наклон механической характеристики;

$P_{эм0}$ - электромагнитный напор при $Q = 0$ ($\Delta = 1$).

Коэффициент k_Q может быть либо положительным, либо отрицательным. В случае, когда $\Delta_{кр} \gg 1$, $k_Q = \frac{1}{Q_0}$ и

$$P_{эм} = P_{эм0} \left(1 - \frac{Q}{Q_0}\right) = P_{эм0} \Delta, \quad (3)$$

где Q_0 - подача идеального холостого хода,

Поскольку диапазон изменения скольжения у большинства металлургических индукционных МГД-насосов составляет не более $1 \dots 0,95$, без особой погрешности электромагнитный напор можно считать постоянным (не зависящим от скольжения), то есть

$$P_{эм} = P_{эм0}. \quad (4)$$

Статический напор у транспортных МГД-приводов в свою очередь состоит из двух составляющих:

$$P_c = P_{гс} + P_2, \quad (5)$$

где $P_{гс}$ - гидростатический напор, обусловленный весом столба жидкого металла;

P_2 - напор гидравлических потерь, обусловленный трением между жидким металлом и стенками металло-тракта.

Гидростатический напор $P_{гс}$ всегда является функцией подачи, так как он пропорционален разности между уровнями жидкого металла в расходном и приемном резервуарах. В общем случае

$$P_{гс} = P_{гс0} + \frac{\rho g}{F_k} \int Q dt \quad (6)$$

или

$$P_{гс} = P_{гс0} + \rho g h = P_{гс0} + \rho g x \sin \alpha, \quad (7)$$

где $P_{гс0}$ - начальный гидростатический напор;

ρ - плотность жидкого металла;

g - ускорение силы тяжести;

F_k — поперечное сечение канала (слоя жидкого металла);
 h — высота подъема жидкого металла;
 α — угол наклона металлотректа;
 x — координата движения.

Координата движения и подача связаны зависимостью

$$Q = F_k \dot{x}. \quad (8)$$

Потери напора на гидравлическое сопротивление трения между жидким металлом и стенками трубопровода обычно считают пропорциональными квадрату скорости течения или квадрату подачи. Суммарное гидравлическое сопротивление является суммой нескольких слагаемых, по-разному зависящих от скорости течения. Однако, как показали многочисленные эксперименты [2], для описания суммарных гидравлических потерь можно пользоваться интегральным коэффициентом гидравлических потерь k_2 . Напор гидравлических потерь всегда противодействует движению. Следовательно,

$$p_2 = k_2 Q^2 \text{sign} Q. \quad (9)$$

Динамический напор

$$p_g = \frac{m}{F_k^2} \dot{Q}, \quad (10)$$

где m — приведенная к сечению канала МГД-насоса масса жидкого металла.

Если металлотрект в своем протяжении имеет участки различного сечения, то масса рассчитывается по формуле

$$m = m_k + \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{F_k}{F_i} \right)^2 = m_k + \rho \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{F_i} F_k^2, \quad (11)$$

где m_k — масса жидкого металла в канале;
 m_i — масса i -го участка металлотректа;
 F_i — сечение i -го участка металлотректа;
 l_i — длина i -го участка металлотректа.

Подставляя теперь (2), (5), (6), (9) и (10) в (1), получаем общее уравнение движения МГД-привода:

$$p_{эм0} (1 - k_Q Q) - p_{2co} - \frac{\rho g}{F_k} \int Q dt - k_2 Q^2 \text{sign} Q = \frac{m}{F_k^2} \dot{Q}. \quad (12)$$

С учетом (8) после несложных преобразований из (12) получим уравнение движения МГД-привода относительно координаты движения x :

$$\ddot{x} + \frac{k_2 F_k^3}{m} \dot{x}^2 \operatorname{sign} \dot{x} + \frac{P_{эм0} k_a F_k^2}{m} \dot{x} + \frac{F_k g \sin \alpha}{m} x + \frac{F_k (P_{гс0} - P_{эм0})}{m} = 0. \quad (13)$$

Последнее уравнение является более удобным при исследовании МГД-привода в дозаторном режиме.

В общем случае приведенная к сечению канала насоса масса жидкого металла m и коэффициент гидравлических потерь k_2 , а тем самым и гидростатический напор $p_{гс}$ являются функциями координаты движения. В этом случае уравнение (13) можно преобразовать к уравнению Абеля, которое решается относительно производной координаты движения в неявном виде. Ход решения приведен в таблице I (уравнение I).

В тех случаях, когда можно пренебречь влиянием скольжения на развиваемый МГД-насосом электромагнитный напор, т.е. когда $k_a = 0$, уравнение (13) преобразуется в уравнение Бернулли, которое решается относительно производной координаты движения x (уравнений 2 и 3 в таблице I).

Поскольку выражение гидравлических потерь напора p_2 является элементарной функцией, при каждой перемене знака p_2 вид уравнений I, 2 и 3 изменяется и решение их возможно только по участкам. Для каждого участка начальные условия C_i определяются отдельно.

При непрерывном литье жидкого металла в случае медленно изменяющегося гидростатического напора, т.е. при большом зеркале расходной емкости, уравнение (13) преобразуется в уравнение Риккати (уравнения 4 и 5 в таблице I), которое решается относительно подачи в явном виде.

В некоторых случаях в установившемся режиме под воздействием медленно изменяющегося гидростатического напора $p_{гс}$ подача МГД-привода Q_y также изменяется медленно. В таких случаях можно пренебречь динамическим напором, что приводит к уравнениям 6 и 7 в таблице I. Такой режим назовем квазистационарным режимом.

Уравнения установившегося режима при $p_{гс} = \text{const}$ (уравнения 8 и 9 в таблице I) получаются из уравнений 4 и 5

Режим работы и допущения	Уравнение движения	Решение
I	2	3
<p>I. Запуск и остановка МГД-привода</p> $P_{эм} = P_{эм0}(1 - K_0 F_k \dot{x}),$ $K_2 = K_2(x),$ $m = m(x),$ $p_{2c} = f(x).$	$\ddot{x} + (\text{sign } \dot{x}) a(x) \dot{x}^2 + c(x) \dot{x} + b(x) = 0,$ <p>где</p> $a(x) = \frac{K_2(x) F_k^3}{m(x)},$ $c(x) = \frac{P_{эм0} K_0 F_k^2}{m(x)},$ $b(x) = \frac{F_k p_{2c} \text{sign } \dot{x}}{m(x)} x + \frac{F_k (P_{2c0} - P_{эм0})}{m(x)}.$ <p>Подстановкой $u(x) = \dot{x}(t)$ уравнение I приводится к уравнению Абеля</p>	<p>Аналитическое решение в виде функции $\dot{x} = f(x)$ получается только для нескольких частных случаев. Ход решения уравнения следующий:</p> <p>I. Уравнение приводится к виду</p> $\dot{u} = b(x)u^3 + c(x)u^2 + a(x)u, \quad \text{где } u = \frac{1}{x};$ <p>2. Подстановкой $u(x) = z(x) \eta(\xi); \quad \xi = \int z(x) c(x) dx; \quad z = \exp \int a(x) dx$ уравнение I приводится к виду:</p> $\eta(\xi) = q(\xi) \eta^3 + \eta^2, \quad \text{где } q(\xi) = z(x) \frac{b(x)}{c(x)}.$ <p>3. Далее подстановка $\xi'(t) = -\frac{1}{t \eta(\xi)}$ приводит к уравнению с разделяющимися переменными</p> $t^2(\xi)'' + q(\xi) = 0.$

I	2	3
<p>2. Запуск и остановка МГД-привода</p> <p>$P_{эм} = P_{эм0}$,</p> <p>$k_2 = k_2(x)$,</p> <p>$m = m(x)$,</p> <p>$P_{гс} = f(x)$.</p>	<p>$\ddot{x} + (\operatorname{sign} \dot{x}) a(x) \dot{x}^2 + b(x) = 0$,</p> <p>где</p> $a(x) = \frac{k_2(x) F_k^3}{m(x)},$ $b(x) = \frac{F_k \rho g \sin \alpha}{m(x)} x + \frac{F_k (P_{гс0} - P_{эм0})}{m(x)}.$ <p>Подстановкой $y(x) = \dot{x}(t)$ уравнение 2 приводится к уравнению Бернулли</p>	$\dot{x} = \sqrt{e^{-\int_0^x (\operatorname{sign} \dot{x}) \int_0^x 2a(x) dx} \left[C_i - \int_0^x 2b(x) e^{\int_0^x (\operatorname{sign} \dot{x}) \int_0^x 2a(x) dx} dx \right]},$ <p>где</p> $C_i = \int_0^{x_i} 2b(x) e^{\int_0^x (\operatorname{sign} \dot{x}) \int_0^x 2a(x) dx} dx;$ $C_0 = \int_0^{x_0} 2b(x) e^{\int_0^x (\operatorname{sign} \dot{x}) \int_0^x 2a(x) dx} dx;$ <p>$x_i = x_{(i-1)m}$;</p> $x_0 = \frac{P_{гс0} - P_{эм0}}{\rho g \sin \alpha};$ <p>$x_{i,m}$ - определяется из transcendентного уравнения</p> $e^{-\int_0^{x_{i,m}} (\operatorname{sign} \dot{x}) \int_0^{x_{i,m}} 2a(x) dx} \left[C_i - \int_0^{x_{i,m}} 2b(x) e^{\int_0^{x_{i,m}} (\operatorname{sign} \dot{x}) \int_0^{x_{i,m}} 2a(x) dx} dx \right] = 0.$

I	2	3
<p>3. Запуск и остановка МГД-привода</p> <p>$p_{эм} = p_{эм0}$,</p> <p>$k_2 = const$,</p> <p>$m = const$,</p> <p>$p_{эл} = f(x)$.</p>	<p>$\ddot{x} + a\dot{x}^2 \operatorname{sign} \dot{x} + bx + d = 0$</p> <p>где</p> $a = \frac{k_2 F_k^3}{m},$ $b = \frac{F_k r g \sin \alpha}{m},$ $c = \frac{F_k (p_{эл0} - p_{эм0})}{m}$ <p>Подстановкой $y(x) = \dot{x}(t)$ уравнение 3 приводится к уравнению Бернулли</p>	$\dot{x} = \sqrt{c_1 e^{-2ax \operatorname{sign} \dot{x}} + \frac{b}{2a^2} (1 - 2ax \operatorname{sign} \dot{x})},$ <p>где</p> $c_1 = -e^{2ax_i \operatorname{sign} \dot{x}} \frac{b}{2a^2} (1 - 2ax_i \operatorname{sign} \dot{x}),$ $c_0 = -e^{2ax_0 \operatorname{sign} \dot{x}} \frac{b}{2a^2} (1 - 2ax_0 \operatorname{sign} \dot{x}),$ <p>$x_i = X_{(\tau-1)m}$,</p> $x_0 = \frac{p_{эл0} - p_{эм0}}{r g \sin \alpha},$ <p>$x_{i,m}$ — определяется из трансцендентного уравнения</p> $c_1 e^{-2ax_{i,m} \operatorname{sign} \dot{x}} + \frac{b}{2a^2} (1 - 2ax_{i,m} \operatorname{sign} \dot{x}) = 0.$

I	2	3
<p>4. Литые жидкого металла</p>	<p>$\dot{Q} + aQ^2 \text{sign} Q + cQ = b$,</p> <p>где</p> $a = \frac{k_2 F_k^2}{m}$ $c = \frac{F_k^2 k_a p_{эм0}}{m}$ $b = \frac{F_k^2 (p_{эм0} - p_{гс0})}{m}$ <p>Уравнение Риккати</p>	<p>1) $c^2 = 4ab \text{sign} Q$</p> $Q = -\frac{c \text{sign} Q}{2a} + \frac{Q_0 + \frac{c \text{sign} Q}{2a}}{1 + (aQ_0 \text{sign} Q + \frac{c}{2})(t - t_0) \text{sign} Q};$ <p>2) $c^2 > 4ab \text{sign} Q$</p> $Q = \frac{Q_0 \sqrt{c^2 - 4ab \text{sign} Q} + (\frac{Q_0 c}{2} + b) \text{th} \left[\frac{\sqrt{c^2 - 4ab \text{sign} Q}}{2} (t - t_0) \right]}{\sqrt{c^2 - 4ab \text{sign} Q} + (aQ_0 \text{sign} Q + \frac{c}{2}) \text{th} \left[\frac{\sqrt{c^2 - 4ab \text{sign} Q}}{2} (t - t_0) \right]};$ <p>3) $c^2 < 4ab \text{sign} Q$</p> $Q = \frac{Q_0 \sqrt{4ab \text{sign} Q - c^2} + (\frac{Q_0 c}{2} + b) \text{tg} \left[\frac{\sqrt{4ab \text{sign} Q - c^2}}{2} (t - t_0) \right]}{\sqrt{4ab \text{sign} Q - c^2} + (aQ_0 \text{sign} Q + \frac{c}{2}) \text{tg} \left[\frac{\sqrt{4ab \text{sign} Q - c^2}}{2} (t - t_0) \right]},$

где t_0 и Q_0 соответствуют начальным условиям переходного процесса.

I	2	3
<p>5. Литье жидкого металла</p> <p>$\rho_{эм} = \rho_{эм0}$,</p> <p>$k_2 = \text{const}$,</p> <p>$m = \text{const}$,</p> <p>$\rho_{гс} = \rho_{гс0}$.</p>	<p>$\dot{Q} + a Q^2 \text{sign} Q = b$,</p> <p>где</p> $a = \frac{k_2 F_k}{m},$ $b = \frac{F_k^2 (\rho_{эм0} - \rho_{гс0})}{m}.$ <p>Уравнение Риккати</p>	<p>1) $b = 0$</p> $Q = \frac{Q_0}{1 + a Q_0 (t - t_0) \text{sign} Q};$ <p>2) $a b \text{sign} Q > 0$</p> $Q = \frac{Q_0 \sqrt{a b \text{sign} Q} + b t h \sqrt{a b \text{sign} Q} (t - t_0)}{\sqrt{a b \text{sign} Q} + a Q_0 t h \sqrt{a b \text{sign} Q} (t - t_0) \text{sign} Q};$ <p>3) $a b \text{sign} Q < 0$</p> $Q = \frac{Q_0 \sqrt{-a b \text{sign} Q} + b t g \sqrt{-a b \text{sign} Q} (t - t_0)}{\sqrt{-a b \text{sign} Q} + a Q_0 t g \sqrt{-a b \text{sign} Q} (t - t_0) \text{sign} Q};$ <p>где t_0 и Q_0 соответствуют начальным условиям переходного процесса.</p>

I	2	3
<p>6. Квазистационави- шийся режим</p> <p>$P_{эм} = P_{эм0}(1 - K_Q Q)$,</p> <p>$K_2 = \text{const}$,</p> <p>$m = \text{const}$,</p> <p>$P_{гс} = f(x)$,</p> <p>$\frac{dQ}{dt} = 0$.</p>	<p>$a\dot{x}^2 \text{sign} \dot{x} + cx + bx + d = 0$,</p> <p>где:</p> <p>$a = k_2 F_k^2$,</p> <p>$c = P_{эм0} K_Q F_k$,</p> <p>$b = \rho g \text{sin} \alpha$,</p> <p>$d = P_{гс0} - P_{эм0}$.</p> <p>Уравнение решается относитель- но Q, так как $Q = F_k \dot{x}$.</p>	<p>$c + 2 \frac{a}{b} Q \text{sign} Q + \frac{c}{b} \ln Q = -t$.</p> <p>Постоянная интегрирования с определяет- ся из начальных условий: при $t = t_0$ $Q = Q_0$, причем Q_0 определяется через начальный координат движения x_0:</p> $Q_0 = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4a(bx_0 + d)} \text{sign} Q}{2a \text{sign} Q}$
<p>7. Квазистационави- шийся режим</p> <p>$P_{эм} = P_{эм0}$,</p> <p>$K_2 = \text{const}$,</p> <p>$m = \text{const}$,</p> <p>$P_{гс} = f(x)$,</p> <p>$\frac{dQ}{dt} = 0$.</p>	<p>$a\dot{x}^2 \text{sign} \dot{x} + bx + d = 0$,</p> <p>где</p> <p>$a = k_2 F_k^2$,</p> <p>$b = \rho g \text{sin} \alpha$,</p> <p>$d = P_{гс0} - P_{эм0}$.</p>	<p>$Q = Q_0 - \frac{b}{2a} (t - t_0) \text{sign} Q$,</p> <p>где t_0 и Q_0 - начальные условия, причем Q_0 определяется через начальный коор- динат движения</p> $Q_0 = \pm \sqrt{\frac{1}{a} (P_{гс0} - P_{гс0} - x_0 \rho g \text{sin} \alpha)} \text{sign} Q$

I	2	3
<p>8. Установившийся режим МГД-привода</p> <p>$P_{эм} = P_{эм0} (1 - k_Q Q)$, $m = const$, $k_2 = const$, $P_{гс} = P_{гс0}$.</p>	<p>$k_2 Q^2 \text{sign } Q = P_{эм0} (1 - k_Q Q) - P_{гс0}$, где $P_{эм0} = k_U U \text{sign } U$ или $P_{эм0} = k_I I^2 \text{sign } I$</p>	<p>$Q = \frac{-P_{эм0} k_Q \pm \sqrt{(P_{эм0} k_Q)^2 + 4 k_2 (P_{эм0} - P_{гс0}) \text{sign } Q}}{2 k_2 \text{sign } Q}$.</p> <p>После подстановки $P_{эм0} = f(U)$ или $P_{эм0} = f(I)$ получается выражение характеристики управления МГД-привода</p>
<p>9. Установившийся режим МГД-привода</p> <p>$P_{эм} = P_{эм0}$, $m = const$, $k_2 = const$, $P_{гс} = P_{гс0}$.</p>	<p>$k_2 Q^2 \text{sign } Q = P_{эм0} - P_{гс0}$, где $P_{эм0} = k_U U^2 \text{sign } U$ или $P_{эм0} = k_I I^2 \text{sign } I$</p>	<p>$Q = \pm \sqrt{\frac{1}{k_2} (P_{эм0} - P_{гс0}) \text{sign } Q}$.</p> <p>После подстановки $P_{эм0} = f(U)$ или $P_{эм0} = f(I)$ получается выражение характеристики управления МГД-привода</p>

путем подстановки $t = \infty$. Следует отметить, что в случае $k_a < 0$ уравнение 8 имеет три решения, одно из которых соответствует неустойчивой рабочей точке.

Подстановкой

$$p_{эм0} = k_u U^2 \text{sign} U = k_1 I^2 \text{sign} I \quad (14)$$

из уравнений установившегося режима 8 и 9 получим выражения характеристик управления МГД-приводом.

В ы в о д ы

1. В общем случае уравнение МГД-привода представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение, которое имеет аналитическое решение только для отдельных частных случаев.

2. Полученные решения уравнений движения МГД-привода являются основой для дальнейшего анализа автоматизированного МГД-привода.

Л и т е р а т у р а

1. Т.В. Лехтла, Х.А. Саккос, Х.А. Тийсс-мус. К расчету механических характеристик индукционных МГД-насосов. См. наст. сборник, с. 49.

2. О.А. Лиелаясис. Гидродинамика жидкометаллических МГД-устройств. Рига, "Зинатне", 1967.

MHD-Drives Movement Equations

Summary

In this paper the mhd-drives movement equations are studied and several types of nonlinear differential equations are solved. The second stage differential equations (the type of Bernoulli equation) are solved with respect to the derivative. The first stage equations (the type of Riccati equation) give the hydrodynamical transient process expression. The paper deals also with the quasi-stationary and stationary metal flow processes.

УДК 621.318.38

Т.В. Лехтла, Х.А. Тийсмус

НЕСИММЕТРИЧНОЕ ТИРИСТОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МГД-ПРИВОДОМ

Металлургические МГД-насосы работают при скольжениях, близких к единице. Сопротивление рассеяния индукционных МГД-насосов значительно больше, чем у асинхронных двигателей и поэтому первичный ток индукционных МГД-насосов в рабочем диапазоне изменения скольжения очень мало изменяется. Это позволяет применять для управления МГД-насосом различные несимметричные [1], в частности, тиристорные схемы управления, без опасения перегрузки обмотки насоса.

Рассмотрим схему тиристорного управления трехфазным МГД-насосом, где тиристорный регулятор подключен только в одну фазу, а остальные фазы глухо подсоединены в сеть (фиг. 1). Такая схема является предельно простой и имеет наименьшее число элементов.

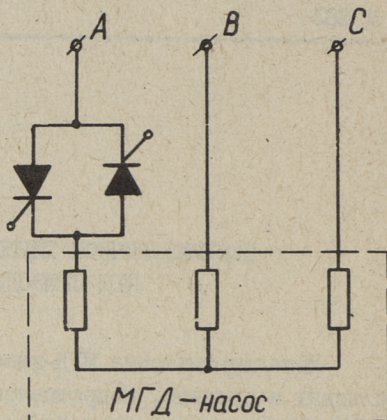
При запертых тиристорах фаза А отключена и линейное напряжение U_{bc} образует пульсирующее магнитное поле. Средний развиваемый электромагнитный напор в жидком металле равен нулю.

При некотором среднем угле отпирания тиристоров образуется бегущее магнитное поле, где симметричная составляющая напряжения прямой последовательности больше, чем составляющая обратной последовательности.

При полностью открытых тиристорах насос подключен к полному напряжению сети, потребляет номинальный ток и развивает максимальный напор. Следовательно, однофазный тиристорный регулятор в одной фазе трехфазного МГД-насоса

позволяет плавно регулировать развиваемый насосом электромагнитный напор от нуля до максимального. Векторные диаграммы напряжения при разных углах отпирания тиристоров показаны на фиг. 2.

При питании МГД-насоса несинусоидальным напряжением необходимо знать гармонический состав напряжения. Осциллограммы напряжения отдельных фаз при разных углах отпирания тиристоров приведены на фиг. 3. Для определения амплитудных значений первой гармоники напряжения можно записать коэффициенты Фурье следующим образом:



Фиг. 1. Несимметричная схема управления МГД-насосом.

$$a_{a1} = \frac{\sqrt{2} U_{\phi}}{2\pi} (\cos 2\alpha - \cos 2\delta);$$

$$b_{a1} = \frac{\sqrt{2} U_{\phi}}{2\pi} [2(\pi + \delta - \alpha) + (\sin 2\alpha - \sin 2\delta)];$$

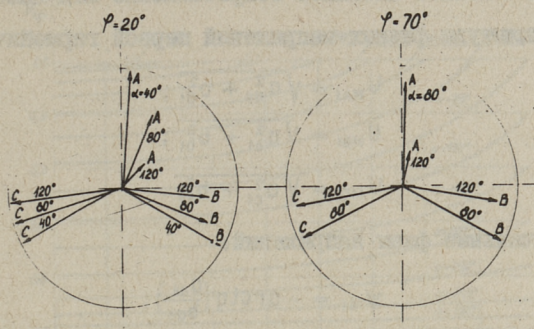
$$a_{b1} = \frac{\sqrt{2} U_{\phi}}{2\pi} [\sqrt{3}\pi + \frac{1}{2}(\cos 2\alpha - \cos 2\delta)];$$

$$b_{b1} = \frac{\sqrt{2} U_{\phi}}{2\pi} [\alpha - \delta - \pi - \frac{1}{2}(\sin 2\alpha - \sin 2\delta)];$$

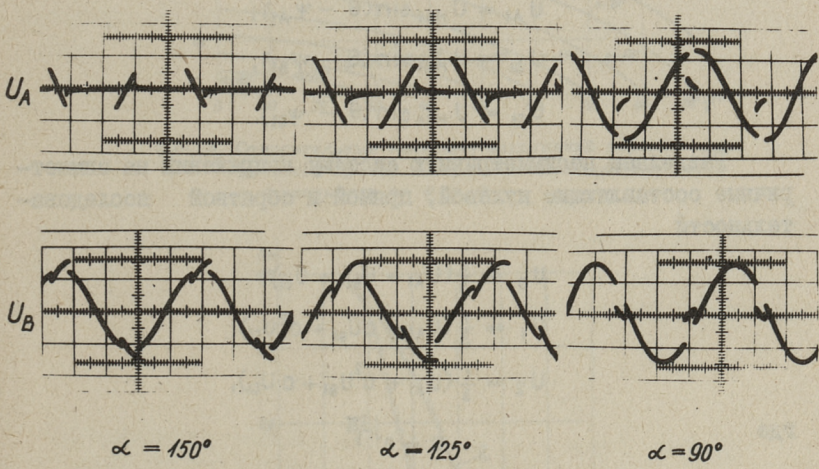
$$a_{c1} = \frac{\sqrt{2} U_{\phi}}{2\pi} [\sqrt{3}\pi - \frac{1}{2}(\cos 2\alpha - \cos 2\delta)];$$

$$b_{c1} = \frac{\sqrt{2} U_{\phi}}{2\pi} [\alpha - \delta - \pi - \frac{1}{2}(\sin 2\alpha - \sin 2\delta)],$$

где U_{ϕ} — действующее значение фазного напряжения;
 α — угол отпирания тиристоров;
 δ — дополнительный угол проводимости тиристора при активно-индуктивной нагрузке по сравнению с активной нагрузкой.



Фиг. 2. Диаграммы напряжения при несимметричном управлении МГД-насосом



Фиг. 3. Осциллограммы напряжения в фазах А и В при различных углах отпирания тиристоров.

δ можно найти из трансцендентного уравнения

$$\sin(\pi + \delta - \varphi) = \sin(\alpha - \varphi) e^{\frac{-\pi + \delta - \alpha}{\text{tg} \varphi}}$$

где $\varphi = \text{arctg} \frac{\chi}{R}$,

χ — полное индуктивное сопротивление МГД-насоса;

R — полное активное сопротивление МГД-насоса.

Амплитуды фазных напряжений первой гармонической

$$U_{MA1} = \sqrt{a_{a1}^2 + b_{a1}^2};$$

$$U_{MB1} = \sqrt{a_{b1}^2 + b_{b1}^2};$$

$$U_{MC1} = \sqrt{a_{c1}^2 + b_{c1}^2}.$$

Начальные фазы напряжений:

$$\psi_{A1} = -\arctg\left(\frac{a_{a1}}{b_{a1}}\right);$$

$$\psi_{B1} = \pi - \arctg\left(\frac{a_{b1}}{b_{b1}}\right);$$

$$\psi_{C1} = \pi - \arctg\left(\frac{a_{c1}}{b_{c1}}\right).$$

Выражение для первой гармонической напряжения в фазах А, В и С

$$U_{A1} = U_{MA1} \sin(\theta - \psi_{A1});$$

$$U_{B1} = U_{MB1} \sin(\theta - \psi_{B1});$$

$$U_{C1} = U_{MC1} \sin(\theta - \psi_{C1}).$$

Разделяем несимметричную систему напряжений на симметричные составляющие нулевой, прямой и обратной последовательности

$$U_0 = \frac{1}{3}(U_{A1} + U_{B1} + U_{C1});$$

$$U_1 = \frac{1}{3}(U_{A1} + aU_{B1} + a^2U_{C1});$$

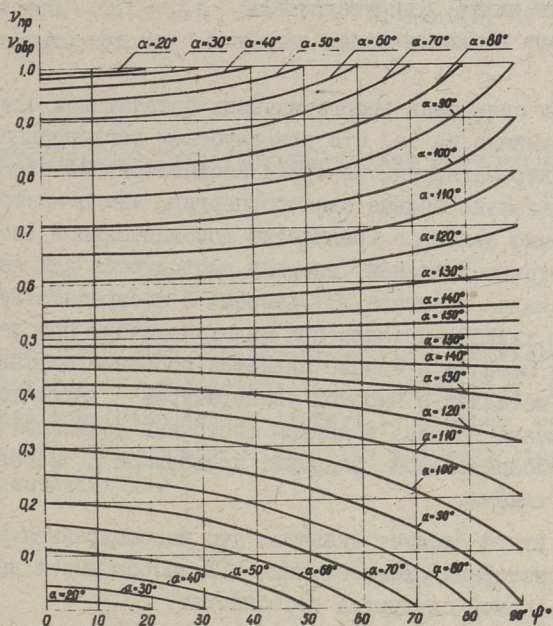
$$U_2 = \frac{1}{3}(U_{A1} + a^2U_{B1} + aU_{C1}),$$

где

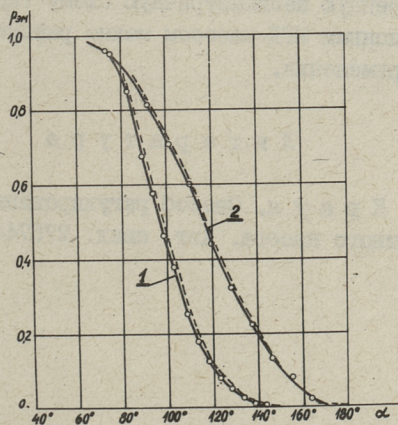
$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}.$$

Решение этих уравнение производилось на ЦВМ. Результаты расчетов приведены на фиг. 4 в виде графиков для напряжений первой гармонической прямой и обратной последовательности в зависимости от φ и α .

Для сравнения различных источников питания МГД-насоса на фиг. 5 приведены экспериментальные и расчетные характеристики $p_{эм} = f(\alpha)$ для различных схем тиристорного регулятора, где $p_{эм}$ — развиваемый индукционным МГД-насосом электромагнитный напор.



Фиг. 4. Относительные величины напряжений первой гармонической прямой и обратной последовательностей в зависимости от φ и α .



Фиг. 5. Пример характеристик $P_{эм} = f(\alpha)$ шлюского ИМГД-насоса ($\varphi = 70^\circ$) при тиристорном управлении:
 1 - с трехфазным регулятором;
 2 - с однофазным регулятором,
 Пунктирные линии соответствуют расчету.

Как видно, характеристика $p_{эм} = f(\alpha)$ при несимметричной схеме является более линейной, чем при симметричной схеме.

При сравнении энергетических показателей следует обратить внимание на то, что при глубоком регулировании (при малых электромагнитных напорах) несимметричная схема потребляет значительно больше электроэнергии, чем симметричная схема. Однако основное количество дополнительной (по сравнению с симметричной схемой) энергии расходуется для нагрева жидкого металла в канале МГД-насоса и воспрепятствует замораживанию жидкого металла при малых подачах. Проблема замораживания металла в канале является особенно актуальной при жидких металлах с высокой температурой расплавления, когда поддержание металла в жидком состоянии возможно только за счет дополнительной энергии, подводимой к металлу индукционными токами.

В итоге следует сказать, что рассмотренная несимметричная тиристорная схема питания МГД-насоса имеет перед симметричной схемой следующие достоинства:

- а) большую простоту,
- б) исключение замораживания жидкого металла в канале МГД-насоса при малых подачах.

Рассмотренную несимметричную схему тиристорного управления индукционным МГД-насосом можно рекомендовать для промышленного применения.

Л и т е р а т у р а

И. В. М. Крауя. Способ регулирования индукционного электромагнитного насоса. Авт. свид. 275744, 03.07.1970.

The Non-Symmetrical Thyristor MHD-Drives Control System

Summary

The paper deals with the non-symmetrical thyristor control system for the mhd-drives liquid metal flow regulation. This thyristor scheme differs from other possible schemes for its greater simplicity and most linear control characteristics.

С о д е р ж а н и е

1.	Л.В. Валдур, Х.И. Янес. Вращающееся магнитное поле индуктора с большим зазором.	3
2.	В.Ф. Кескила. Об учете краевых эффектов индуктора в индукционных насосах с винтовым каналом.	13
3.	Е.А. Пуусепи, Я.Я. Томсон. Линейный реверсивный двигатель.	29
4.	Т.В. Лехтла, Х.А. Саккос, Х.А. Тийсмус. К расчету механических характеристик индукционных МГД-насосов.	49
5.	Х.А. Саккос, Т.В. Лехтла, Х.А. Тийсмус. Уравнения движения МГД-привода	61
6.	Т.В. Лехтла, Х.А. Тийсмус. Несимметричное тиристорное управление МГД-приводом.	75

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ
Сборник трудов X11

Таллинский политехнический институт

Редактор Э. Пуусепп

Техн. ред. Л. Лоопер

Сборник утвержден коллегией Трудов ТПИ 18 марта 1975 года

Подписано к печати 28 июля 1975 г. Бумага 60x90/16

Печ.л. 5,25+0,25 прилож. Учетно-изд.л. 4,4

Тираж 350. МВ-07822.

Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскля, 2/9. Зак. №653

Цена 44 коп.

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ
СРЕДСТВ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

СБОРНИК ТРУДОВ XII

УДК 621.318.38

Вращающееся магнитное поле индуктора с большим зазором. Валдур Л.В., Янес Х.И. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 382, с. 3-12.

Определяется электромагнитное поле в немагнитном зазоре и за его пределами в виде рядов Фурье с учетом длины вылета лобовых частей обмотки.

Фигур - 4, таблиц - 1, библиографических наименований - 3.

УДК 621.318.38

Об учете краевых эффектов индуктора в индукционных насосах с винтовым каналом. Кескмяла В.Ф. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 382, с. 13-28.

В статье рассматривается краевой эффект индуктора индукционных насосов с винтовым каналом. Определяемо распределение магнитной индукции у края немагнитного зазора магнитного потока индуктора и вторичной системы. Приводятся упрощенные выражения коэффициентов краевых эффектов.

Фигур - 8, библиографических наименований - 4

УДК 621.313.333

Линейные реверсивный двигатель. Пуусепп Е.А.,
Томсон Я.Я. "Труды Таллинского политехнического
института", 1975, № 382, с. 29-47.

В статье приводятся основы теории линейного цилиндрического двигателя, описание конструкции его, а также описание схемы тиристорного реверсивного переключателя. Наконец, приводятся результаты измерений совместной работы тиристорного переключателя и линейного двигателя.

Фигур - 8, таблиц - 2, библиографических наименований - 7.

УДК 621.318.38

К расчету механических характеристик индукционных МГД-насосов. Лехтла Т.В., Саккос Х.А., Тийсмус Х.А.
"Труды Таллинского политехнического института",
1975, № 382, с. 49-60.

Излагается упрощенная методика расчета механических характеристик индукционных МГД-насосов, согласно которой характеристики могут быть рассчитаны по формуле, аналогичной общеизвестной формуле Клосса из теории обыкновенных асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором. Расчет механических характеристик рассматривается в случаях питания МГД-насоса из источника напряжения и источника тока.

Фигур - 3, библиографических наименований - 4.

УДК 621.318.38

Уравнения движения МГД-привода. Саккос Х.А.,
Лехтла Т.В., Тийсмус Х.А. "Труды Таллинского
политехнического института", 1975, № 382, с. 61-73.

Рассматривается общее уравнение движения МГД-привода и пути его решения при различных допущениях, применяемых при исследовании МГД-привода в различных режимах работы.

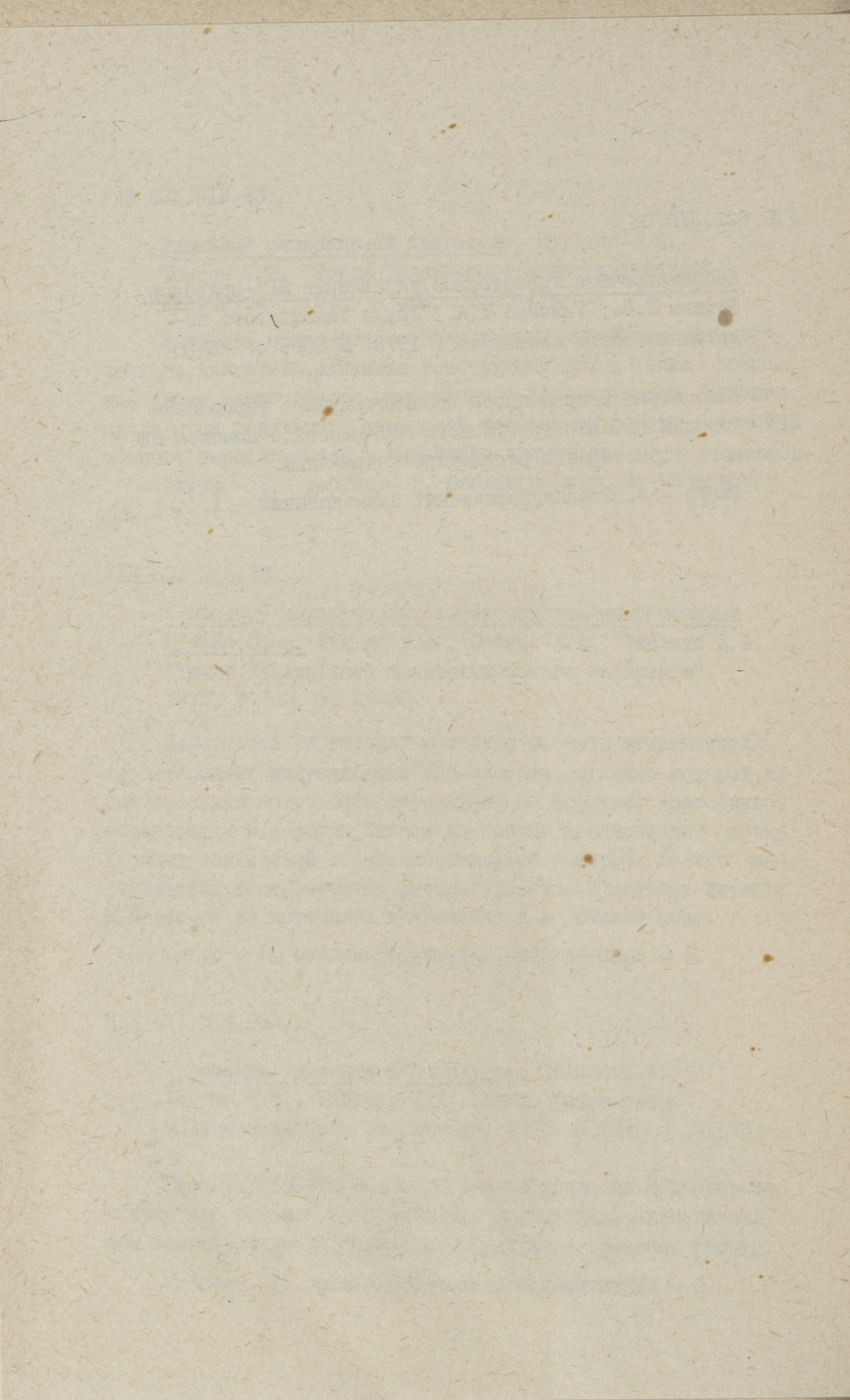
Таблиц - 1, библиографических наименований - 2.

УДК 621.318.38

Несимметричное тиристорное управление МГД-приводом.
Лехтла Т.В., Тийсмус Х.А. "Труды Таллинского политехнического института", 1975, № 382, с. 75-80.

Рассматриваются вопросы несимметричного управления МГД-приводом на базе трехфазного МГД-насоса с помощью однофазного тиристорного регулятора напряжения.

Фигур - 5, библиографических наименований - 1.



Ep.6.7

620

Tallinna Polüteh.
Instituut

Toimetised

N 382

1975

26.7.77 *Sejamaži 1930*

Цена 44 коп.