TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 284

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

СБОРНИК ТРУДОВ VII

Под общей редакцией доктора технических наук, профессора А. И. Вольдек

ТАЛЛИН 1970

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 284 1970

УДК 621.318

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Сборник трудов

УП

Под общей редакцией доктора технических наук, профессора

А.И. Вольдека

Таллин

1969

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 284 1970

УДК 621.318.38

А.И. Вольдек, Л.Ф. Лазаренко

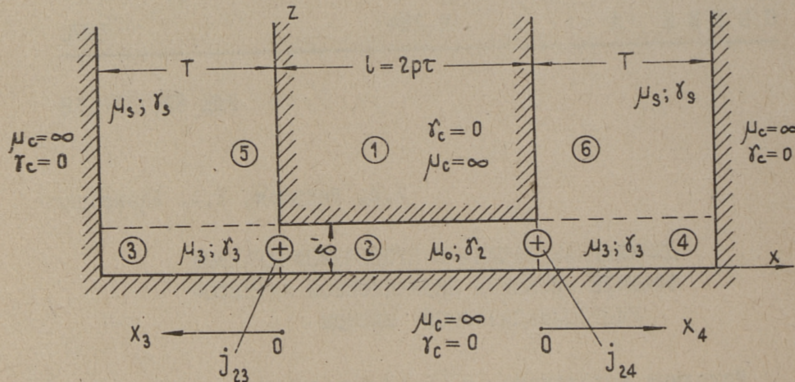
ДВУХМЕРНАЯ ЗАДАЧА О ПРОДОЛЬНОМ КРАЕВОМ ЭФФЕКТЕ ЛИНЕЙНОЙ ИНДУКЦИОННОЙ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МАШИНЫ

Исходные положения. В [1,2] был рассмотрен вопрос о продольном краевом эффекте и мерах его подавления в линейных индукционных МГД машинах с бесконечно длинными сердечниками. Предположение о бесконечной длине сердечника привело задачу об электромагнитном поле в канале машин к одномерной, что позволило в наиболее простой постановке рассмотреть физическую картину явлений. Целью данной статьи является получение более строгих решений с учетом конечной длины сердечников индуктора, имеющего четное число пар полюсов. При исследовании этого вопроса принимаются те же допущения, которые подробно изложены в [1,2], за исключением того, что длина сердечников индуктора принимается ограниченной и равной

$$l = 2p\tau.$$

Принято также, что зоны 3, 4, 5, 6 (фиг. 1) простираются вдоль оси x не до бесконечности, а ограничены шихтованными ферромагнитными поверхностями $x_3 = x_4 = T$, причем при $x_3 = x_4 > T$ имеем $\mu = \infty$, $\gamma = 0$ и $\mu\gamma = 0$.

Если T достаточно велико, то поле на расстоянии $x_3 = x_4 = T$ будет слабым, и введение ферромагнитных поверхностей $x_3 = x_4 = T$ будет оказывать на поле слабое влияние. Следовательно введение этих поверхностей не будет заметным образом искажать решение. С другой стороны, ограничение длин зон 3,4,5,6, позволяет упростить задачи.



Фиг. 1

Кроме того, в рассматриваемой задаче для компенсации продольного краевого эффекта на входе и выходе активной зоны предусмотрены компенсационные элементы, плотности тока которых в общем случае принимаются различными, а именно:

$\dot{j}_{23}$ – линейная плотность тока на входе активной зоны,

$\dot{j}_{24}$ – линейная плотность тока на выходе активной зоны.

Величины этих токов следует стремиться подобрать такими, чтобы влияние продольного краевого эффекта свелось к минимуму.

В направлении оси y машина принимается бесконечно широкой.

При принятых допущениях расчетная модель машины имеет вид, изображенный на фиг. I.

Сердечники индуктора занимают область I с $0 \leq x \leq l$ и $z \leq 0$ и $z \geq \delta'$. Активная зона канала занимает область с $0 \leq x \leq l$ и $0 \leq z \leq \delta'$. Краевые зоны с жидким металлом занимают область 3 с $-T \leq x \leq 0$ и 4 с $l \leq x \leq l+T$. Зона 5 занимает область $-T \leq x \leq 0$, $\delta' \leq z \leq \infty$ и зона 6 – область

$$e \leq x \leq l+T, \quad \delta' \leq z \leq \infty.$$

Эта модель пригодна также и для исследования продольного краевого эффекта в дугостаторной асинхронной машине при этом предполагается, что машина спрямлена в плоскую.

Уравнения поля и граничные условия. Для исследования краевых эффектов необходимо составить дифференциальные уравнения для отдельных пространственных областей с неподвижными и подвижными средами. В качестве исходных используем уравнения Максвелла для квазистационарных электромагнитных полей для медленно движущихся сред:

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{rot}\bar{H} = \dot{j} + \dot{j}_{cm}, \\ &\operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \\ &\operatorname{div} B = 0, \\ &B = \mu H, \\ &\dot{j} = \gamma(E + u \times B). \end{aligned}\right\} \qquad (I)$$

где $\dot{j}$ - вектор плотности тока, индуктированной в данной среде

$\dot{j}_{cm}$ - вектор сторонней плотности тока, (2)

γ - электрическая проводимость среды,

u - вектор скорости движения среды относительно выбранной системы координат.

Остальные обозначения обычные.

Составляем и решаем уравнения для векторного потенциала A. При принятой постановке задачи имеется только составляющая векторного потенциала по оси y:

Итак,

$$A_y = A, \qquad (3)$$

$$\operatorname{rot} A = B,$$

$$\operatorname{div} A = 0, \qquad (4)$$

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} A.$$

или с точностью до постоянных интегрирования:

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t}. \qquad (5)$$

Далее

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot} A = \operatorname{grad}\operatorname{div} A - \Delta A.$$

С другой стороны,

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot} A = \mu\gamma(E + u \times B) + \mu j_{cm},$$

и так как

$$\operatorname{grad}\operatorname{div} A = 0,$$

то

$$\Delta A - \mu\gamma \frac{\partial A}{\partial t} + \mu\gamma [u \times \mathrm{rot}\, A] = -\mu j_{cm}. \qquad (6)$$

Вследствие того, что все электромагнитные величины от координаты y не зависят, Лапласиан для прямоугольной системы координат имеет вид:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \qquad (7)$$

В дальнейшем перейдем к комплексной форме записи уравнений, полагая:

$$A = \dot{A} e^{i\omega_1 t}; \quad \dot{j}_1 = J_{1m} e^{i(\omega_1 t - \alpha x)}. \qquad (8)$$

Согласно принятым допущениям:

I) вектор скорости жидкого металла

$$u = i u_x + j u_y + k u_z$$

имеет составляющую скорости лишь по оси x: $u = u(u_x, 0, 0)$

2) плотность тока

$$\dot{j}_{cm} = \dot{j}_1 = i j_x + j j_y + j j_z$$

имеет составляющую лишь по оси y

$$j_1 = j_1(0, j_y, 0).$$

Тогда

$$u \times \mathrm{rot}\, A = -j u \frac{\partial A}{\partial x}.$$

В зависимости от этого, проектируя члены уравнения (6) на ось y, имеем

$$\Delta A - \mu\gamma \frac{\partial A}{\partial t} - \mu\gamma u \frac{\partial A}{\partial x} = -\mu j_1. \qquad (9)$$

Подставляя в (9) значения A и j в комплексной форме и сокращая на $e^{i\omega_1 t}$, получаем уравнения для векторного потенциала отдельных зон.

Для зоны 2

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_2}{\partial z^2} - i\omega_1 \mu_0 \gamma_3 \dot{A}_2 - \mu_0 \gamma_2 u \frac{\partial \dot{A}_2}{\partial x} = -\mu_0 J_{1m} e^{-i\alpha x}. \qquad (10)$$

В зонах 3,4,5,6 первичное поле отсутствует и поэтому для этих зон $\dot{j}_1 = 0$. Таким образом, для зоны 3

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_3}{\partial z^2} - i\omega_1 \mu_0 \gamma_3 \dot{A}_3 - \mu_0 \gamma_3 u \frac{\partial \dot{A}_3}{\partial x} = 0 \qquad (11)$$

и для зоны 4

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_4}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_4}{\partial z^2} - i\omega_1 \mu_0 \gamma_3 \dot{A}_4 - \mu_0 \gamma_3 u \frac{\partial \dot{A}_4}{\partial x} = 0. \qquad (12)$$

В зонах 5 и 6 скорость $u = 0$ и поэтому для зоны 5

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_5}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_5}{\partial z^2} - i\omega_1 \mu_0 \gamma_5 \dot{A}_5 = 0 \qquad (13)$$

и для зоны 6

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_6}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_6}{\partial z^2} - i\omega_1 \mu_5 \dot{A}_6 = 0. \qquad (14)$$

Граничные условия для A у ферромагнитных поверхностей с $\mu = \infty$ получаются из граничных условий для B на этих поверхностях с учетом (4).

На поверхностях $z=0$, $-T \leq x \leq 2p\tau + T$ и $z=\delta'$, $0 \leq x \leq 2p\tau$ касательная составляющая индукции B_x равна нулю и следовательно на этих поверхностях

$$\frac{\partial \dot{A}}{\partial z} = 0. \qquad (15)$$

При этом имеем следующие граничные условия:

$$\left[\frac{\partial \dot{A}_2}{\partial z}\right]_{z=0} = 0, \qquad \left[\frac{\partial \dot{A}_2}{\partial z}\right]_{z=\delta'} = 0 \qquad (16)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{A}_3}{\partial z}\right]_{z=0} = 0, \qquad \left[\frac{\partial \dot{A}_4}{\partial z}\right]_{z=0} = 0. \qquad (17)$$

На поверхностях $x=0$, $z > \delta'$ и $x = 2p\tau$, $z > \delta'$ имеем

$$\dot{B}_z = 0.$$

Поэтому

$$\left[\frac{\partial \dot{A}_5}{\partial x}\right]_{x=0} = 0, \qquad \left[\frac{\partial \dot{A}_6}{\partial x}\right]_{x=2p\tau} = 0. \qquad (18)$$

Поскольку на поверхности касательные составляющие индукции равны нулю, то:

$$\left[\frac{\partial \dot{A}_4}{\partial x}\right]_{x=2p\tau+T} = 0, \quad \left[\frac{\partial \dot{A}_3}{\partial x}\right]_{x=-T} = 0. \qquad (19)$$

В зонах 5 и 6 при $z = \infty$ индукция должна равняться нулю и поэтому там должны равняться нулю значения векторного потенциала и его производные по координатам.

На границах зон 2,3 и 2,4 должны быть равны как касательные B_z, так и нормальные $\dot{B}_x$ составляющие индукции, поскольку во всех ~~этих зонах~~ μ одинакова.

Из условия

$$\left[E_{2y}\right]_{x=0} = \left[E_{3y}\right]_{x=0}$$

с точностью до постоянных интегрирования получаем

$$[\dot{A}_2]_{x=0} = [\dot{A}_3]_{x=0}. \tag{20}$$

Аналогично

$$[\dot{A}_2]_{x=2p\tau} = [\dot{A}_4]_{x=2p\tau}. \tag{21}$$

В связи с тем, что в областях 5 и 3 в общем случае значения μ могут быть различны, то на границе этих областей должны быть равны нормальные составляющие индукции и касательные составляющие напряженности магнитного поля.

Из условия равенства нормальных составляющих индукции получаем

$$[\dot{A}_3]_{z=\delta'} = [\dot{A}_5]_{z=\delta'} \tag{22}$$

$$[\dot{A}_4]_{z=\delta'} = [\dot{A}_6]_{z=\delta'}. \tag{23}$$

Из условия

$$[\dot{H}_{3x}]_{z=\delta'} = [\dot{H}_{5x}]_{z=\delta'}.$$

получаем:

$$\frac{1}{\mu_3}\left[\frac{\partial \dot{A}_3}{\partial z}\right]_{z=\delta'} = \frac{1}{\mu_5}\left[\frac{\partial \dot{A}_5}{\partial z}\right]_{z=\delta'}, \tag{24}$$

$$\frac{1}{\mu_3}\left[\frac{\partial \dot{A}_4}{\partial z}\right]_{z=\delta'} = \frac{1}{\mu_5}\left[\frac{\partial \dot{A}_6}{\partial z}\right]_{z=\delta'}. \tag{25}$$

На границах зон 2 и 3, 2 и 4 расположены компенсационные элементы обмотки в бесконечно тонком слое с линейными плотностями тока $\dot{J}_{23}$ и $\dot{J}_{24}$. При этом граничные условия на границах этих зон определяются из закона полного тока:

$$\left.\begin{aligned} dz[\dot{H}_{3z}]_{x=0} - dz[\dot{H}_{2z}]_{x=0} &= dz\,J_{23}, \\ dz[\dot{H}_{2z}]_{x=2p\tau} - dz[\dot{H}_{4z}]_{x=2p\tau} &= dz\,J_{24}. \end{aligned}\right\}$$

Учитывая, что

$$\dot{B} = \frac{\partial \dot{A}}{\partial x},$$

получаем

$$\left[\frac{\partial \dot{A}_3}{\partial x}\right]_{x=0} - \left[\frac{\partial \dot{A}_2}{\partial x}\right]_{x=0} = \mu_0 \dot{J}_{23} , \tag{26}$$

$$\left[\frac{\partial \dot{A}_2}{\partial x}\right]_{x=2p\tau} - \left[\frac{\partial \dot{A}_4}{\partial x}\right]_{x=2p\tau} = \mu_0 \dot{J}_{24} . \tag{27}$$

Решение уравнения для активной зоны. Уравнение для активной зоны (10) отличается от канонической формы тем, что в него входит первая производная исксмой функции $\frac{\partial \dot{A}_2}{\partial x}$. Чтобы привести уравнение к каноническому виду, сделаем подстановку [3].

$$\dot{A}_2 = A_2 e^{\eta_2 x} , \tag{28}$$

где η_2 - произвольная пока постоянная, которую подбираем так, чтобы в уравнении члены с первой производной обратились в нуль. При этом для $\dot{A}_{2\eta}$ действительны также граничные условия, как для $\dot{A}_2$.

Согласно (32)

$$\frac{\partial \dot{A}_2}{\partial x} = \frac{\partial \dot{A}_{2\eta}}{\partial x} e^{\eta_2 x} + \eta_2 \dot{A}_{2\eta} e^{\eta_2 x},$$

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \dot{A}_{2\eta}}{\partial x^2} e^{\eta_2 x} + 2\eta_2 \frac{\partial \dot{A}_{2\eta}}{\partial x} e^{\eta_2 x} + \eta_2^2 \dot{A}_{2\eta} e^{\eta_2 x} .$$

Подставляя $\dot{A}_2$ и его производные в (10) и приравнивая сумму коэффициентов при $\frac{\partial \dot{A}_{2\eta}}{\partial x}$ нулю, получим

$$\eta_2 = \frac{\mu_0 \gamma_2 v}{2} . \tag{29}$$

Теперь вместо (10) имеем

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_{2\eta}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_{2\eta}}{\partial z^2} - \lambda_2^2 \dot{A}_{2\eta} = -\mu_0 \dot{J}_{1m} e^{-(i\alpha + \eta_2) x} , \tag{30}$$

где

$$\lambda_2^2 = \eta_2^2 + i\omega_1 \gamma_2 \mu_0 . \tag{31}$$

Уравнение (30) решаем по методу Гринберга Г.А. [4]. Согласно этому методу искомая функция определяется в виде бесконечного ряда по так называемым собственным или фундаментальным функциям, которые являются решениями однородного уравнения при нулевых граничных условиях. В рассматриваемом случае задача является прямоугольной, т.е. область, в которой необходимо определить искомую функцию является прямоугольником. В этом случае собственными функциями являются синусы или косинусы кратных углов, и решение по методу Г.А. Гринберга представляет собой разложение искомой функции в ряд Фурье. Это разложение можно производить вдоль одной или другой стороны прямоугольника, т.е. по одной или другой координате. Существо метода Г.А. Гринберга сводится к способу нахождения коэффициентов ряда искомой функции, в случае прямоугольной задачи - коэффициентов ряда Фурье.

Следуя методу Г.А. Гринберга, разложение ведем по координате z на протяжении промежутка $0 \leq z \leq \delta'$ в ряд по косинусам, так как на границах $z=0$ и $z=\delta'$ известны значения нормальных производных искомой функции (18). За полупериод косинусоидальных функций принимается длина промежутка δ'. Согласно изложенному, решение для $\dot{A}_{z\eta}$ имеет вид:

$$\dot{A}_{z\eta} = \frac{1}{2}\dot{V}_{z0} + \sum_{n=1,2,3\ldots} \dot{V}_{zn} \cos\frac{n\pi z}{\delta'}, \tag{32}$$

причем, согласно теории рядов Фурье

$$\dot{V}_{zn} = \frac{2}{\delta'}\int_0^{\delta'} \dot{A}_{z\eta} \cos\frac{n\pi z}{\delta'}\, dz, \quad (n=0,1,2\ldots). \tag{33}$$

Коэффициенты $\dot{V}_{zn}$ на зависят от z, но являются функциями x.

Далее, следуя Г.А. Гринбергу, продифференцируем (33) дважды по x, затем умножим все члены уравнения (30) на

$$\frac{2}{\delta'}\cos\frac{n\pi z}{\delta'}\, dz$$

и проинтегрируем его по z в пределах от $z=0$ до $z=\delta'$. Учитывая при этом имеющиеся соотношения и граничные условия для $\dot{A}_{z\eta}$ при $z=0$ и $z=\delta'$ получим при $n=0$.

$$\frac{d^2\dot{V}_{z0}}{dx^2} - \lambda_z^2 \dot{V}_{z0} = -2\mu_0 J_{1m} e^{-(\eta_z + i\alpha)x} \tag{34}$$

и при $n = 1,2,3\ldots.$

$$\frac{d^2 V_{zn}}{dx^2} - \kappa_{zn}^2 \dot{V}_{zn} = 0, \tag{35}$$

где

$$\kappa_{zn}^2 = \lambda_z^2 + \frac{n^2\pi^2}{\delta'^2}. \tag{36}$$

Решая уравнения (34) и (35) и учитывая (28), получаем решение для результирующего векторного потенциала активной зоны:

$$\dot{A}_2 = \dot{A}_m e^{-i\alpha x} + C_{210} e^{(\lambda_2+\eta_2)x} + C_{220} e^{-(\lambda_2-\eta_2)x} +$$

$$+ \sum_{n=1,2,3\ldots} \left[C_{21n} e^{(\kappa_{2n}+\eta_2)x} + C_{22n} e^{-(\kappa_{2n}-\eta_2)x}\right] \cos\frac{n\pi z}{\delta'}, \qquad (37)$$

где

$$\dot{A}_m = \frac{-\mu_0 J_{1m}}{\alpha^2(1+i\varepsilon)},$$

причем
$$\varepsilon = \frac{\mu_0 \gamma_\mu s \omega_1}{\alpha^2} \cdot \frac{\Delta}{k_\delta k_\mu \delta},$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\tau}.$$

Решение для зон 5 и 6. Для упрощения математических выражений для зоны 3 и 5 следует вместо координатной оси ввести координатную ось x_3, а для зон 4 и 6 – ось x_4 (фиг. I). Формулы перехода к другим координатам следующие:

$$x_3 = -x$$
$$x_4 = x - 2p\tau.$$

Решение для зон 5 и 6 ищем в виде разложений в ряд Фурье по осям x_3 и x_4. Так как при $x_3 = x_4 = 0$ и $x_3 = x_4 = T$ имеем

$$\frac{\partial \dot{A}_5}{\partial x_3} = \frac{\partial \dot{A}_6}{\partial x_4} = 0,$$

то $\dot{A}_5$ и $\dot{A}_6$ разлагаются в ряды по $\cos\frac{m\pi x_3}{T}$ и $\cos\frac{m\pi x_4}{T}$. Проведя решение аналогично описанным выше при нахождении решения уравнения для зоны 2, находим решение для векторного потенциала для областей 5 и 6 (фиг.I):

$$\dot{A}_5 = \sum_{m=0,1,2\ldots} C_{5m} e^{-\kappa_{5m} z} \cos\frac{m\pi x_3}{T}, \qquad (39)$$

$$\dot{A}_6 = \sum_{m=0,1,2} C_{6m} e^{-\kappa_{5m} z} \cos\frac{m\pi x_4}{T}, \qquad (40)$$

где
$$\kappa_{5m} = \sqrt{i\omega_1 \mu_5 \gamma_5 + \frac{m^2\pi^2}{T^2}}.$$

Постоянные интегрирования определяются из условий на границах 5 и 3, 6 и 4.

Решение уравнений для входной (3) и выходной (4) зон.

Перейдем в уравнении (II) от координаты x к координате x_3 и затем приведем полученное уравнение к каноническому виду, как это было сделано для уравнения (I0). В результате уравнение (II) приобретет вид:

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_{3\eta}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_{3\eta}}{\partial z^2} - \lambda_3^2 \dot{A}_{3\eta} = 0,$$

где

$$\lambda_3^2 = \eta_3^2 + i\omega_1 \mu_3 \gamma_3 , \tag{42}$$

$$\eta_3 = \frac{\mu_3 \gamma_3 u}{2} . \tag{43}$$

Равенство нулю правой части (4I) отражает тот факт, что в зоне 3 первичное поле отсутствует.

Решение уравнения (4I) находится в виде ряда Фурье:

$$\dot{A}_{3\eta} = \frac{1}{2} V_{30} + \sum_{n=1,2,3\ldots} \dot{V}_{3n} \cos\frac{n\pi z}{\delta'} , \tag{44}$$

где аналогично (33):

$$\dot{V}_{3n} = \frac{2}{\delta'} \int_0^{\delta'} A_{3\eta} \cos\frac{n\pi z}{\delta'} dz, \quad (n = 0,1,2,3\ldots). \tag{45}$$

Дифференцируя (45) дважды по x_3, умножая все члены уравнения (4I) на

$$\frac{2}{\delta'} \cos\frac{n\pi z}{\delta'} dz$$

и интегрируя по z в пределах от $z=0$ до $z=\delta'$ получаем:

$$\frac{d^2 \dot{V}_{3n}}{d x_3^2} - \lambda_3^2 \dot{V}_{3n} + (-1)^n \frac{2}{\delta'} \left[\frac{\partial \dot{A}_{3\eta}}{\partial z}\right]_{z=\delta'} - \frac{n^2\pi^2}{\delta'^2} \dot{V}_{3n} = 0 . \tag{46}$$

Третий член уравнения (46) определяется из условия на границе зон 3 и 5 (24). Учитывая равенство (39), по (24) получаем

$$\frac{1}{\mu_3} \left[\frac{\partial A_{3\eta}}{\partial z} e^{-\eta_3 x_3}\right]_{z=\delta'} = -\frac{1}{\mu_5} \sum_{m=0,1,2\ldots} K_{5m} C_{5m} e^{-K_{5m}\delta'} \cos\frac{m\pi x_3}{T} . \tag{47}$$

Обозначим

$$J_{5p\Delta}(x_3) = \sum_{m\ 0,1,2,3\ldots} K_{5m} C_{5m} e^{-K_{5m}\delta'} \cos\frac{m\pi x_3}{T} . \tag{48}$$

Тогда

$$\left[\frac{\partial \dot{A}_{3n}}{\partial z}\right]_{z=\delta'} = -\frac{\mu_3}{\mu_5} J_{5\beta\Delta}(x_3)\, e^{\eta_3 x_3}. \qquad (49)$$

Подставляя (49) в (46) и решая полученное уравнение, находим выражение для векторного потенциала входной зоны 3 в следующем виде:

$$\dot{A}_3 = \sum_{n=0,1,2\ldots} \left[C_{31n} e^{(k_{3n}-\eta_3)x_3} + C_{32n} e^{-(k_{3n}+\eta_3)x_3} - F_{3n}(x_3)\right] \cos\frac{n\pi z}{\delta'}, \qquad (50)$$

где $$F_{3n}(x_3) = \sum_{m=0,1,2\ldots} (-1)^n \sigma_n \left[\frac{(k_{3n}-\eta_3)\cos\frac{m\pi x_3}{T} - \frac{m\pi}{T}\sin\frac{m\pi x_3}{T}}{(k_{3n}-\eta_3)^2 + \frac{m^2\pi^2}{T^2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{(k_{3n}+\eta_3)\cos\frac{m\pi x_3}{T} + \frac{m\pi}{T}\sin\frac{m\pi x_3}{T}}{(k_{3n}+\eta_3)^2 + \frac{m^2\pi^2}{T^2}}\right] C_{5m} k_{5m} e^{-k_{5m}\delta'}. \qquad (5I)$$

где

$$k_{3n} = \sqrt{\lambda_3^2 + \frac{n^2\pi^2}{\delta'^2}},$$

$$\sigma_n = \frac{1}{\delta' k_{3n}} \cdot \frac{\mu_3}{\mu_5},$$

$$\sigma_{00} = \frac{1}{2\delta' k_{3n}} \cdot \frac{\mu_3}{\mu_5}.$$

Решение для выходной зоны 4 получаем по аналогии с решением для зоны 3. Таким образом, векторный потенциал для выходной зоны машины с ограниченной длиной сердечников индуктора имеет вид:

$$\dot{A}_4 = \sum_{n=0,1,2\ldots} \left[C_{41n} e^{(k_{3n}+\eta_3)x} + C_{42n} e^{-(k_{3n}-\eta_3)x_4} - F_{4n}(x_4)\right] \cos\frac{n\pi z}{\delta'}, \qquad (52)$$

где

$$F_{4n}(x_4) = \sum_{m=0,1,2\ldots} (-1)^n \sigma_n \left[\frac{(k_{3n}+\eta_3)\cos\frac{m\pi x_4}{T} - \frac{m\pi}{T}\sin\frac{m\pi x_4}{T}}{(k_{3n}+\eta_3)^2 + \frac{m^2\pi^2}{T^2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{(k_{3n}-\eta_3)\cos\frac{m\pi x_4}{T} + \frac{m\pi}{T}\sin\frac{m\pi x_4}{T}}{(k_{3n}-\eta_3)^2 + \frac{m^2\pi^2}{T^2}}\right] C_{6m} k_{5m} e^{-k_{5m}\delta'}. \qquad (53)$$

В выражения (50) и (52) для векторного потенциала 5 и 6 зон входят члены с положительными и отрицательными экспонентами. Проанализируем их.

Из граничных условий (2I) имеем:

$$\left[\frac{\partial \dot{A}_4}{\partial x_4}\right]_{x_4=T} = 0, \qquad \left[\frac{\partial \dot{A}_3}{\partial x_3}\right]_{x_3=T} = 0.$$

Определим по (56) и (59) $\frac{\partial \dot{A}_4}{\partial x_4}$ при $x_4=T$ и $\frac{\partial \dot{A}_3}{\partial x_3}$ при $x_3=T$ приравняем их нулю. Из получаемых выражений находим

$$\left.\begin{aligned} C_{41n} &= \frac{(k_{3n}-\eta_3)\,C_{42n}\,e^{-2k_{3n}T} + F'_{4n}(T)\cdot e^{-(k_{3n}+\eta_3)T}}{k_{3n}+\eta_3}, \\ C_{31n} &= \frac{(k_{3n}+\eta_3)\,C_{32n}\,e^{-2k_{3n}T} + F'_{3n}(T)\,e^{-(k_{3n}+\eta_3)T}}{k_{3n}-\eta_3}, \end{aligned}\right\} \qquad (54)$$

где $F'_{3n}(T)$ и $F'_{4n}(T)$ - производные по x от $F_{3n}(x_3)$ и $F_{4n}(x_4)$ при $x_3=T$ и $x_4=T$.

Из равенств (54) следует, что при достаточно больших T постоянные C_{41n} и C_{31n} значительно меньше C_{42n} и C_{32n}. Поэтому достаточно точные при определенных условиях и более простые выражения получаются, если при любых x_3 и x_4 положить:

$$C_{31n} = C_{41n} = 0.$$

Тогда выражения для векторного потенциала входной и выходной зон имеют вид:

$$\dot{A}_3 = \sum_{n=0,1,2\ldots}\left[C_{32n}e^{-(k_{3n}+\eta_3)x_3} - F_{3n}(x_3)\right]\cos\frac{n\pi z}{\delta'}, \qquad (55)$$

$$\dot{A}_4 = \sum_{n=0,1,2\ldots}\left[C_{42n}e^{-(k_{3n}-\eta_3)x_4} - F_{4n}(x_4)\right]\cos\frac{n\pi z}{\delta'}. \qquad (56)$$

Выражения для векторных потенциалов отдельных зон (37), (39), (40), (55) и (56) содержат неизвестные постоянные интегрирования C_{210}, C_{220}, C_{30}, C_{40}, C_{21n}, C_{22n}, C_{3n}, C_{4n}, C_{32n}, C_{42n}, C_{5m}, C_{6m}. Использование граничных условий позволяет определить все постоянные.

<u>Определение постоянных интегрирования для зон 2, 3, 4.</u>
На основании граничных условий (20) и (2I) получаем:

$$
\left.\begin{aligned}
&-\dot{A}_m + C_{210} + C_{220} + \sum_{n=1,2,3\ldots} \left(C_{21n} + C_{22n}\right)\cos\frac{n\pi z}{\delta'} = \\
&= C_{320} - F_{30}(0) + \sum_{n=1,2,3\ldots}\left[C_{32n} - F_{3n}(0)\right]\cos\frac{n\pi z}{\delta'}\,. \\
&-\dot{A}_m + C_{210}e^{(\lambda_2+\eta_2)2p\tau} + C_{220}e^{-(\lambda_2-\eta_2)2p\tau} + \\
&+\sum_{n=1,2,3\ldots}\left[C_{21n}e^{(\kappa_{2n}+\eta_2)2p\tau} + C_{22n}e^{-(\kappa_{2n}-\eta_2)2p\tau}\right]\cos\frac{n\pi z}{\delta'} = \\
&= C_{420} - F_{40}(0) + \sum_{n=1,2,3\ldots}\left[C_{42n} - F_{4n}(0)\right]\cos\frac{n\pi z}{\delta'}\,.
\end{aligned}\right\} \qquad (57)
$$

Оба равенства в (57) должны быть справедливы при любых значениях z в интервале $0 \leq z \leq \delta'$ Это возможно только в случае, когда ряды в правых и левых сторонах этих выражений равны почленно. Следовательно, должны быть равны коэффициенты соответствующих членов этих рядов. Поэтому

$$
\left.\begin{aligned}
&-\dot{A}_m + C_{210} + C_{220} = C_{320} - F_{30}(0), \\
&C_{21n} + C_{22n} = C_{32n} - F_{3n}(0),
\end{aligned}\right\} \qquad (58)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
&-\dot{A}_m + C_{210}e^{(\lambda_2+\eta_2)2p\tau} + C_{220}e^{-(\lambda_2-\eta_2)2p\tau} = C_{420} - F_{40}(0), \\
&C_{21n}e^{(\kappa_{3n}+\eta_2)2p\tau} + C_{22n}e^{-(\kappa_{2n}-\eta_2)2p\tau} = C_{42n} - F_{4n}(0).
\end{aligned}\right\} \qquad (59)
$$

Используем граничные условия (26) и (27). В результате получим:

$$
\left.\begin{aligned}
&i\alpha\dot{A}_m + \mu_0\dot{J}_{23} - (\lambda_{3n}+\eta_3)C_{320} - F'_{30}(0) + (\lambda_2+\eta_2)C_{210} - (\lambda_2-\eta_2)C_{220} = 0, \\
&-(\kappa_{3n}+\eta_3)C_{32n} - F'_{3n} + (\kappa_{2n}+\eta_2)C_{21n} - (\kappa_{2n}-\eta_2)C_{22n} = 0
\end{aligned}\right\} (60)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
&i\alpha\dot{A}_m - \mu_0 J_{24} + (\lambda_2+\eta_2)C_{210}e^{(\lambda_2+\eta_2)2p\tau} - (\lambda_2-\eta_2)C_{220}e^{-(\dot{\lambda}_2-\eta_2)2p\tau} + \\
&\qquad + (\lambda_3-\eta_3)C_{420} + F'_{40}(0) = 0 \\
&(\kappa_{2n}+\eta_2)C_{21n}e^{(\kappa_{2n}+\eta_2)2p\tau} - (\kappa_{2n}-\eta_2)C_{22n}e^{-(\kappa_{2n}-\eta_2)2p\tau} + \\
&\qquad + (\kappa_{3n}-\eta_3)C_{42n} + F'_{4n}(0) = 0.
\end{aligned}\right\} (61)
$$

Уравнения (58), (59), (60), (61) служат для определения постоянных C_{210}, C_{220}, C_{30}, C_{40}, C_{21n}, C_{22n}, C_{3n}, C_{4n}. Эти системы уравнений можно решить при помощи определителей и искомые величины можно представить в виде:

$$C_{210}=\frac{D_{210}}{D_0}, \quad C_{220}=\frac{D_{220}}{D_0}, \quad C_{30}=\frac{D_{30}}{D_0}, \quad C_{40}=\frac{D_{40}}{D_0}, \tag{62}$$

$$C_{21n}=\frac{D_{21n}}{D_n}, \quad C_{22n}=\frac{D_{22n}}{D_n}, \quad C_{3n}=\frac{D_{3n}}{D_n}, \quad C_{4n}=\frac{D_{4n}}{D_n}, \tag{63}$$

где D_0 и D_n – определитель системы уравнений соответственно для членов с $n=0$ и $n=1,2,3\dots$,

а $D_{210}, D_{220}, D_{30}, D_{40}$ и т.д. – миноры соответствующих элементов определителя.

<u>Определение постоянных интегрирования для зон 5 и 6</u>. Используем граничные условия (22) и (23):

$$\sum_{n=0,1,2\dots}(-1)^n\left[C_{32n}e^{-(K_{3n}+\eta_3)x_3}-F_{3n}(x_3)\right]=$$
$$=\sum_{m=0,1,2\dots}C_{5m}e^{-K_{5m}\delta'}\cos\frac{m\pi x_3}{T}, \tag{64}$$

$$\sum_{n=0,1,2\dots}(-1)^n\left[C_{42n}e^{-(K_{3n}-\eta_3)x_4}-F_{4n}(x_4)\right]=$$
$$=\sum_{m=0,1,2\dots}C_{6m}e^{-K_{5m}\delta'}\cos\frac{m\pi x_3}{T}, \tag{65}$$

Итак, имеем два уравнения для определения постоянных интегрирования C_{5m} и C_{6m}. Но левые и правые части уравнений (64) и (65) представляют ряды различного характера и почленно их приравнивать нельзя. Поэтому следует умножить левые и правые части (64) и (65) соответственно на

$$\cos\frac{K\pi x_3}{T}dx_3, \quad \cos\frac{K\pi x_4}{T}dx_4, \quad (K=0,1,2,\dots)$$

и проинтегрировать в пределах от $x_3=x_4=T$ до $x_3=x_4=T$. По (64) при этом при $K=m$ получаем:

$$\sum_{n=0,1,2\ldots}(-1)^n C_{32n}\left\{\frac{-(\kappa_{3n}+\eta_3)}{(\kappa_{3n}+\eta_3)^2+\frac{\kappa^2\pi^2}{T^2}}\left[(-1)^\kappa e^{-(\kappa_{3n}-\eta_3)T}-1\right]\right\}-$$

$$-\frac{T}{2}\sum_{n=0,1,2\ldots}\sigma_n\left[\frac{\kappa_{3n}-\eta_3}{(\kappa_{3n}-\eta_3)^2+\frac{\kappa^2\pi^2}{T^2}}+\frac{\kappa_{3n}+\eta_3}{(\kappa_{3n}+\eta_3)^2+\frac{\kappa^2\pi^2}{T^2}}\right]C_{5\kappa}\kappa_{5\kappa}e^{-\kappa_{5\kappa}\delta'}=C_{5\kappa}e^{-\kappa_{5\kappa}\delta'}\frac{T}{2}. \quad (66)$$

Аналогично при $m=\kappa$ по (65) получаем уравнение для:

$$\sum_{n=0,1,2\ldots}(-1)^n C_{42n}\frac{-(\kappa_{3n}-\eta_3)}{(\kappa_{3n}-\eta_3)^2+\frac{\kappa^2\pi^2}{T^2}}\left[(-1)^\kappa e^{-(\kappa_{3n}-\eta_3)T}-1\right]-\frac{T}{2}\sum_{n=0,1,2\ldots}\sigma_n\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{\kappa_{3n}+\eta_3}{(\kappa_{3n}+\eta_3)^2+\frac{\kappa^2\pi^2}{T^2}}+\frac{\kappa_{3n}-\eta_3}{(\kappa_{3n}-\eta_3)^2+\frac{\kappa^2\pi^2}{T^2}}\right]\cdot C_{6\kappa}\kappa_{5\kappa}e^{-\kappa_{5\kappa}\delta'}=C_{6\kappa}e^{-\kappa_{5\kappa}\delta'}\frac{T}{2}. \quad (67)$$

Уравнения (66) и (67) не зависят от x_3 и x_4. При условии $m\neq\kappa$ выражения (66) и (67) обращаются в нуль.

Эти уравнения еще не определяют C_{5m} и C_{6m} потому, что содержат неизвестные C_{32n} и C_{42n}. Необходимо выразить эти постоянные через C_{5m} и C_{6m}.

Так как во всем интервале x_3 и x_4 от 0 до T положили $C_{41n}=C_{31n}=0$, то из граничных условий (19) по (63) и (64) получаем:

$$C_{32n}=-\frac{F'_{3n}(T)}{(\kappa_{3n}+\eta_3)e^{-(\kappa_{3n}+\eta_3)T}}=$$

$$=\frac{-\sum\limits_{m=0,1,2\ldots}(-1)^n\sigma_n\left[-\frac{(-1)^m\frac{m^2\pi^2}{T^2}}{(\kappa_{3n}-\eta_3)^2+\frac{m^2\pi^2}{T^2}}+\frac{(-1)^m\frac{m^2\pi^2}{T^2}}{(\kappa_{3n}+\eta_3)^2+\frac{m^2\pi^2}{T^2}}\right]C_{5m}\kappa_{5m}e^{-\kappa_{5m}\delta'}}{(\kappa_{3n}+\eta_3)e^{-(\kappa_{3n}+\eta)T}}. \quad (68)$$

$$C_{42n}=\frac{-\sum\limits_{m=0,1,2\ldots}(-1)^n\sigma_n\left[\frac{-(-1)^m\frac{m^2\pi^2}{T^2}}{(\kappa_{3n}-\eta_3)^2+\frac{m^2\pi^2}{T^2}}+\frac{(-1)^m\frac{m^2\pi^2}{T^2}}{(\kappa_{3n}-\eta_3)^2+\frac{m^2\pi^2}{T^2}}\right]C_{6m}\kappa_{5m}e^{-\kappa_{5m}\delta'}}{(\kappa_{3n}-\eta_3)e^{-(\kappa_{3n}-\eta_3)T}}. \quad (69)$$

Подставляя (68) в (66) и (69) в (67) получаем два уравнения: одно для определения C_{5m}, второе – для определения C_{6m}. Полученную пару уравнений можно записать для $m=0$, затем для $m=1$, $m=2$, $m=3$ и т.д. При этом при $m=\infty$ получаем бесконечную систему уравнений для определения постоянных интегрирования C_{5m} и C_{6m}. Но можно ограничиться конечным членом $k=i$, так чтобы,

$$C_{5m_i} \leq 5\% \, C_{51} .$$

Все расчеты целесообразно проводить на вычислительных машинах.

Определив из системы уравнений C_{5m} и C_{6m}, можно вычислить $\dot{A}_5$ и $\dot{A}_6$ затем F_{3n} и F_{4n} и их производные, при помощи которых определяем C_{32n}, C_{42n}, C_{210}, C_{220}, C_{30}, C_{40}, C_{21n}, C_{22n}, C_{3n}, C_{4n}, после чего определяем векторный потенциал для активной, входной и выходной зон.

Выражения для векторного потенциала всех рассматриваемых областей получились сложными, так как выражения для постоянных интегрирования сложны. В общем случае, при $C_{41n} \neq 0$ и $C_{31n} \neq 0$, решение получается еще более сложным.

Литература

1. А.И. Вольдек. Продольный краевой эффект во вторичной цепи линейных индукционных магнитогидродинамических машин. Труды ТПИ, серия А, № 266, 1968.

2. А.И. Вольдек, Л.Ф. Лазаренко. Продольные краевые эффекты в линейных индукционных магнитогидродинамических машинах. Электричество, 1969 (в печати).

3. В.С. Смирнов. Курс высшей математики, т.II, ГИТТЛ, 1954.

4. Г.А. Гринберг. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Изд-во АН СССР, 1948.

A. Voldek, L. Lazarenko

Two-Dimentional Problem of Longitudinal Edge Effect of the Linear Magnetohydrodynamic Machine

S u m m a r y

In this work the solution of magnetic field of the linear machine with finite length and infinite width is presented. On the ends of winding are compensating winding elements, carrying different rates of currents.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 284 1970

УДК 621.318.38

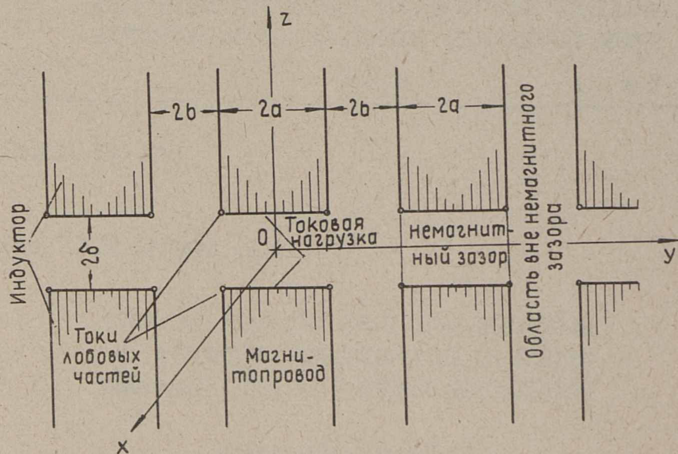
Л.В. Валдур, Х.И. Янес

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ХОЛОСТОГО ХОДА ПЛОСКОГО ЛИНЕЙНОГО ДВУХСТОРОННЕГО ИНДУКТОРА В НЕМАГНИТНОМ ЗАЗОРЕ И ЗА ЕГО ПРЕДЕЛАМИ

I. Постановка задачи

Магнитное поле между магнитопроводами линейного плоского двухстороннего индуктора изменяется у краев индукторов из-за выпучивания магнитных линий из немагнитного зазора (область прямоугольного сечения между магнитопроводами) и вследствие замыкания магнитных линий токов лобовых частей через немагнитный зазор и через боковые поверхности индуктора. Конфигурация магнитного поля вне немагнитного зазора, что также может представлять интерес, зависит от размеров немагнитного зазора и, главным образом, от токов лобовых частей обмоток. Поскольку известно, до сих пор нет аналитического решения этого поля с учетом влияния лобовых токов и ограниченности полюсного деления. Задачей данной работы было определение магнитного поля плоского линейного двухстороннего индуктора в немагнитном зазоре и за его пределами при холостом ходе.

Для определения распределения магнитного поля принимается следующая расчетная модель (фиг. I).Бесконечное большое число двухсторонних индукторов с бесконечно тонкими обмотками расположено друг от друга на расстоянии $2b$ в направлении оси y. Толщина немагнитного зазора равна 2δ, Ширина магнитопровода $2a$. Высота магнитопроводов в направлении оси z и длина индукторов в направлении оси x бесконечно велики.



Фиг. 1.

Вместо нормальной двухсторонней обмотки, рассматриваются обмотки, активные части которых занимают бесконечно тонкие слои на поверхностях магнитопроводов. Лобовые части обмоток расположены вдоль ребер магнитопроводов в виде бесконечно тонких проводов. Токи близлежащих лобовых частей соседних индукторов находятся в фазе, а токовые нагрузки соседних индукторов в противофазе.

2. Исходные предположения и уравнения

При решении уравнений электромагнитного поля вышеуказанной модели используются следующие предположения:

I. Магнитная проницаемость стали индуктора бесконечно велика. В пространстве вне магнитопроводов магнитная проницаемость принимается равной $\mu_0 = 4\pi\, 10^{-7}$ гн/м.

2. Не учитывается влияние токов электрического смещения.

3. Токовая нагрузка A_y на одной половине индуктора, расположенного симметрично относительно плоскости $y=0$ изменяется во времени и вдоль оси x синусоидально.

$$A_y = I_m \left[A_{my}\, e^{\,j(\omega t - \alpha x)} \right], \qquad (2\text{-}I)$$

где τ - полюсное деление,

$\alpha = \frac{\pi}{\tau}$

ω - угловая частота,

A_{my} - амплитуда линейной токовой нагрузки.

Ток лобовых частей A_x одной половины этого индуктора на плоскости $y=a$ выражается формулой

$$A_x = Im\left[\frac{jA_{my}}{\alpha} e^{j(\omega t - \alpha x)}\right]. \qquad (2\text{-}2)$$

Ток лобовых частей той же половины индуктора на плоскости $y=-a$ находится в противофазе.

При вышеуказанных предположениях все электромагнитное поле можно считать изменяющимся во времени и вдоль оси x синусоидально. Таким образом вектор напряженности магнитного поля можно записать в комплексной форме:

$$\bar{H} = Im\left[\dot{\bar{H}}_m e^{j(\omega t - \alpha x)}\right]. \qquad (2\text{-}3)$$

Уравнения Максвелла в развернутом виде для комплексного вектора напряженности магнитного поля будут:

$$\frac{\partial \dot{H}_{mz}}{\partial y} - \frac{\partial \dot{H}_{my}}{\partial z} = 0, \qquad (2\text{-}4)$$

$$\frac{\partial \dot{H}_{mx}}{\partial z} + j\alpha \dot{H}_{mz} = 0, \qquad (2\text{-}5)$$

$$j\alpha \dot{H}_{my} + \frac{\partial \dot{H}_{mx}}{\partial y} = 0, \qquad (2\text{-}6)$$

$$-j\alpha \dot{H}_{mx} + \frac{\partial \dot{H}_{my}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{H}_{mz}}{\partial z} = 0. \qquad (2\text{-}7)$$

Из уравнений (2-4) по (2-7) следует однородное волновое уравнение для комплексного вектора напряженности магнитного поля [I]

$$\Delta\left(\dot{\bar{H}}_m e^{-j\alpha x}\right) = 0. \qquad (2\text{-}8)$$

3. Граничные условия и условия симметрии

Определение граничных условий базируется на работах А.И. Вольдека, Н.М. Охременко, Т.А. Веске и А.Я. Вильнитиса.

Граничные условия на поверхностях магнитопроводов, где $z=\pm\delta$ определяется заданной токовой нагрузкой

$$\dot H_{mx} = \mp A_{my}, \tag{3-I}$$

отсутствием тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля

$$\dot H_{my} = 0. \tag{3-2}$$

Из (3-I) и (3-2) использованием $\operatorname{div}\overline{H} = 0$ следует

$$\frac{\partial \dot H_{mz}}{\partial z} = \mp j\alpha A_{my}. \tag{3-3}$$

Граничные условия на боковых поверхностях магнитопроводов определены отсутствием тангенциальных составляющих напряженности магнитного поля и из условия $\operatorname{div}\overline{H}=0$:

$$\dot H_{mx} = 0, \tag{3-4}$$

$$\frac{\partial \dot H_{my}}{\partial y} = 0, \tag{3-5}$$

$$\dot H_{mz} = 0. \tag{3-6}$$

Граничные условия при $z=\pm\infty$ принимаются:

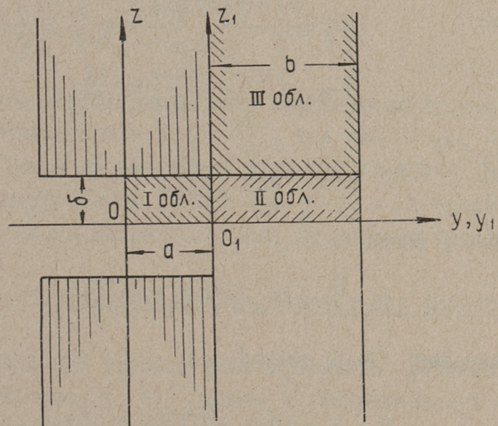
$$\dot H_{mx}=0, \quad \dot H_{my}=0, \quad \dot H_{mz}=0. \tag{3-7}$$

Граничные условия для следующих плоскостей определяются из условия симметричного расположения токов относительно этих плоскостей и из (2-4) по (2-7).

Плоскости	Граничные условия		
$y=a+b\pm 2k(a+b)$	$\dot H_{mx}=0$	$\frac{\partial \dot H_{my}}{\partial y}=0$	$\dot H_{mz}=0$
$y=\pm 2k(a+b)$ $\lvert z\rvert\le\delta$	$\frac{\partial \dot H_{mx}}{\partial y}=0$	$\dot H_{my}=0$	$\frac{\partial \dot H_{mz}}{\partial y}=0$
$z=0$	$\dot H_{mx}=0$	$\dot H_{my}=0$	$\frac{\partial \dot H_{mz}}{\partial z}=0$

В таблице k = 0, I, 2, ...

Все немагнитное пространство рассматриваемой модели симметрично относительно плоскостей $y = 0$, $y = a + b$ и $z = 0$. На основе этой симметрии [3] достаточно определить магнитное поле лишь в трех областях, указанных на фиг. 2.



Фиг. 2.

На границе соседних областей тангенциальные и нормальные составляющие напряженности магнитного поля равны между собой.

4. Конструирование решения для области I

Конструирование решения начато с $\dot{H}_{myI}$, так как $\dot{H}_{myI}$ имеет нулевые граничные условия при $z = \delta$ и $z = 0$.

Используя метод разделения переменных, можно искать решение уравнения (2-8) в виде:

$$\dot{H}_{myI} = \sum_n v_{nI}(y) \sin \frac{n\pi}{\delta} z . \qquad (4\text{-}I)$$

Здесь $v_{nI}(y)$ должен удовлетворять уравнению

$$\frac{d^2 v_{nI}}{dy^2} = \rho_n^2 v_{nI} , \qquad (4\text{-}2)$$

где $\rho_n^2 = \alpha^2 + \left(\frac{n\pi}{\delta}\right)^2 .$

Везде $n = I, 2, ... \infty$.

Решением уравнения (4-2) будет

$$v_{nI} = C_n' \operatorname{sh} \rho_n y + D_n' \operatorname{ch} \rho_n y. \tag{4-3}$$

Учитывая граничное условие при $y=0$ можно писать

$$v_{nI} = C_n' \operatorname{sh} \rho_n y \tag{4-4}$$

и

$$\dot{H}_{myI} = \sum_n C_n \frac{\operatorname{sh} \rho_n y}{\operatorname{ch} \rho_n a} \sin \frac{n\pi}{\delta} z, \tag{4-5}$$

где

$$C_n' = \frac{C_n}{\operatorname{ch} \rho_n a}.$$

Если $y=a$, тогда

$$\dot{H}_{myI} = \sum_n C_n \operatorname{th} \rho_n a \sin \frac{n\pi}{\delta} z. \tag{4-6}$$

Из уравнения (2-6) получается

$$\dot{H}_{mxI} = -j\alpha \sum_n C_n \frac{\operatorname{ch} \rho_n y}{\rho_n \operatorname{ch} \rho_n a} \sin \frac{n\pi}{\delta} z + u_I(z). \tag{4-7}$$

Последний член (4-7) определяется из условия, что этот член должен удовлетворять дифференциальному уравнению (2-8) и граничным условиям (3-I), при $z=0$.

После решения для области $y<a$ и $0 \leqslant z \leqslant \delta$ получается

$$\dot{H}_{mxI} = -j\alpha \sum_n C_n \frac{\operatorname{ch} \rho_n y}{\rho_n \operatorname{ch} \rho_n a} \sin \frac{n\pi}{\delta} z - A_{my} \frac{\operatorname{sh} \alpha z}{\operatorname{sh} \alpha \delta}. \tag{4-8}$$

Разлагая $\operatorname{sh} \alpha z$ для области $0 \leqslant z < \delta$ в ряд по $\sin \frac{n\pi}{\delta} z$, получается

$$\dot{H}_{mxI} = -j\alpha \sum_n \left[C_n \frac{\operatorname{ch} \rho_n y}{\rho_n \operatorname{ch} \rho_n a} - \frac{2A_{my} \frac{n\pi}{\delta} (-1)^n}{j\alpha \delta \rho_n^2} \right] \sin \frac{n\pi}{\delta} z. \tag{4-9}$$

Если $y=a$, тогда

$$\dot{H}_{mxI} = -j\alpha \sum_n \left[C_n \frac{1}{\rho_n} - \frac{2A_{my} \frac{n\pi}{\delta} (-1)^n}{j\alpha \delta \rho_n^2} \right] \sin \frac{n\pi}{\delta} z. \tag{4-10}$$

Из уравнений (2-5), учитывая (4-8) при $y<a$ получается

$$\dot{H}_{mzI}=\sum_n C_n \frac{\frac{n\pi}{\delta}\,ch\,\rho_n y}{\rho_n\, ch\,\rho_n a}\cos\frac{n\pi}{\delta}z-\frac{A_{my}\, j\, ch\,\alpha z}{sh\,\alpha\delta}. \qquad (4\text{-}II)$$

Для плоскости $y=a$ согласно (2-5) непосредственным дифференцированием выражения (4-I0) получаем

$$\dot{H}_{mzI}=\sum_n\left[C_n\frac{\frac{n\pi}{\delta}}{\rho_n}+\frac{2jA_{my}(-1)^n\left(\frac{n\pi}{\delta}\right)^2}{\delta\alpha\rho_n^2}\right]\cos\frac{n\pi}{\delta}z. \qquad (4\text{-}I2)$$

Непосредственное дифференцирование справедливо согласно теореме дифференцирования рядов [2], так как $\dot{H}_{mxI}=0$ при $z=\pm\delta$. Такое же выражение для $\dot{H}_{mzI}$ при $y=a$ (4-I2) получается суммированием (4-II) при $y=a$ и z -составляющей напряженности магнитного поля от лобовых токов [4].

5. Конструирование решения для области П

Для областей П и Ш удобнее конструировать решения в координатной системе y_1, z_1 (фиг. 2). Напряженность $\dot{H}_{mxII}$ целесообразно искать в виде следующей суммы двух составляющих:

$$\dot{H}_{mxII}=\dot{H}'_{mxII}+\dot{H}''_{mxII}. \qquad (5\text{-}I)$$

Здесь $\dot{H}'_{mxII}$ имеет нулевое значение при $z_1=\delta$, $0\leq y_1\leq b$ и $\dot{H}''_{mxII}$ имеет нулевое значение при $y_1=0$, $0\leq z_1\leq\delta$. Остальные граничные условия остаются прежними. Используя метод разделения переменных решение уравнения (2-8) для обоих составляющих можно искать в виде:

$$\dot{H}'_{mxII}=\sum_n u_{nII}\sin\frac{n\pi}{\delta}z_1, \qquad (5\text{-}2)$$

$$\dot{H}''_{mxII}=\sum_s u_{sII}\sin\frac{s\pi}{b}y_1. \qquad (5\text{-}3)$$

Везде $s=1, 2, \ldots \infty$. Величина u_{nII} должна удовлетворять уравнению

$$\frac{d^2u_{nII}}{dy_1^2}=\rho_n^2 u_{nII}. \qquad (5\text{-}4)$$

Решением уравнения (5-4) будет

$$u_{nII} = D_n \operatorname{sh}\rho_n y_1 + E_n \operatorname{ch}\rho_n y_1 . \qquad (5\text{-}5)$$

Учитывая граничное условие при $y = a + b$, можно писать

$$u_{nII} = D_n \frac{\operatorname{sh}\rho_n (y_1 - b)}{\operatorname{ch}\rho_n b} \qquad (5\text{-}6)$$

и

$$\dot{H}'_{mxII} = \sum_n D_n \frac{\operatorname{sh}\rho_n (y_1 - b)}{\operatorname{ch}\rho_n b} \sin\frac{n\pi}{\delta} z_1 . \qquad (5\text{-}7)$$

Учитывая граничное условие при $z = 0$, аналогично получается выражение для составляющей H''_{myI} . В этом случае полупериод δ соответствует, разумеется, b .

$$\dot{H}''_{mxII} = \sum_s F_s \operatorname{sh}\rho_s z_1 \sin\frac{s\pi}{b} y_1 , \qquad (5\text{-}8)$$

где

$$\rho_s^2 = \alpha^2 + \left(\frac{s\pi}{b}\right)^2 .$$

Подставляя (5-7) и (5-8) в (5-I) получается

$$\dot{H}_{mxII} = \sum_n D_n \frac{\operatorname{sh}\rho_n (y_1 - b)}{\operatorname{ch}\rho_n b} \sin\frac{n\pi}{\delta} z_1 + \sum_s F_s \operatorname{sh}\rho_s z_1 \sin\frac{s\pi}{b} y_1 . \qquad (5\text{-}9)$$

Из уравнения (2-6) получается

$$\dot{H}_{myII} = \frac{j}{\alpha} \sum_n D_n \frac{\rho_n \operatorname{ch}\rho_n (y_1 - b)}{\operatorname{ch}\rho_n b} \sin\frac{n\pi}{\delta} z_1 + \frac{j}{\alpha} \sum_s F_s \frac{s\pi}{b} \operatorname{sh}\rho_s z_1 \cos\frac{s\pi}{b} y_1 . \qquad (5\text{-}10)$$

Из уравнения (2-5) получается

$$\dot{H}_{mzII} = \frac{j}{\alpha} \sum_n D_n \frac{\frac{n\pi}{\delta} \operatorname{sh}\rho_n (y_1 - b)}{\operatorname{ch}\rho_n b} \cos\frac{n\pi}{S} z_1 + \frac{j}{\alpha} \sum_s F_s \rho_s \operatorname{ch}\rho_s z_1 \sin\frac{s\pi}{b} y_1 . \qquad (5\text{-}11)$$

Выражения напряженности магнитного поля на границах области II: на плоскости $y_1 = 0$

$$\dot{H}_{mxII} = -\sum_n D_n \operatorname{th}\rho_n b \sin\frac{n\pi}{\delta} z_1 , \qquad (5\text{-}12)$$

$$\dot{H}_{myII} = \frac{j}{\alpha} \sum_n D_n \rho_n \sin\frac{n\pi}{\delta} z_1 + \frac{j}{\alpha} \sum_s F_s \frac{s\pi}{b} \operatorname{sh}\rho_s z_1 , \qquad (5\text{-}13)$$

$$\dot H_{mz\,II} = -\frac{j}{\alpha}\sum_n D_n \frac{n\pi}{\delta}\, th\rho_n b \cos\frac{n\pi}{\delta} z_1 , \qquad (5\text{-}14)$$

на плоскости $z_1 = \delta$

$$\dot H_{mx\,II} = \sum_s F_s\, sh\rho_s\delta \sin\frac{s\pi}{b} y_1 , \qquad (5\text{-}15)$$

$$\dot H_{my\,II} = \frac{j}{\alpha}\sum_s F_s \frac{s\pi}{b}\, sh\rho_s\delta \cos\frac{s\pi}{b} y_1 , \qquad (5\text{-}16)$$

$$\dot H_{mz\,II} = \frac{j}{\alpha}\sum_n D_n \frac{\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n sh\rho_n(y_1-b)}{ch\rho_n b} + \frac{j}{\alpha}\sum_s F_s\rho_s ch\rho_s\delta \sin\frac{s\pi}{b} y_1 . \qquad (5\text{-}17)$$

Разлагая $sh\rho_s z_1$ для области $0 \leq z_1 < \delta$ в ряд по $\sin\frac{n\pi}{\delta} z_1$ и $sh\rho_n(y_1-b)$ для области $0 < y_1 \leq b$ в ряд по $\sin\frac{s\pi}{b} y_1$ уравнения (5-13) и (5-17) можно переписать в следующем виде:

$$\dot H_{my\,II} = \frac{j}{\alpha}\sum_n \left\{ D_n\rho_n - \sum_s F_s \frac{2\frac{s\pi}{b}\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n sh\rho_s\delta}{\delta\left[\rho_s^2 + \left(\frac{n\pi}{\delta}\right)^2\right]} \right\} \sin\frac{n\pi}{\delta} z_1 , \qquad (5\text{-}18)$$

$$\dot H_{mz\,II} = \frac{j}{\alpha}\sum_s \left\{ -\sum_n D_n \frac{2\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n \frac{s\pi}{b} th\rho_n b}{b\left[\rho_n^2 + \left(\frac{s\pi}{b}\right)^2\right]} + F_s\rho_s ch\rho_s\delta \right\} \sin\frac{s\pi}{b} y_1 . \qquad (5\text{-}19)$$

6. Конструирование решения для области III

Используя метод разделения переменных и учитывая граничные условия п.3, можно получить решения уравнения (2-8) для комплексных амплитуд составляющих магнитного поля в виде:

$$\dot H_{mx\,III} = \sum_s A_s e^{-\rho_s z_1} \sin\frac{s\pi}{b} y_1 , \qquad (6\text{-}1)$$

$$\dot H_{my\,III} = \frac{j}{\alpha}\sum_s A_s \frac{s\pi}{b} e^{-\rho_s z_1} \cos\frac{s\pi}{b} y_1 , \qquad (6\text{-}2)$$

$$\dot{H}_{mz\text{III}} = -\frac{\dot{j}}{\alpha}\sum_s A_s \rho_s e^{-\rho_s z_1} \sin\frac{s\pi}{b} y_1 . \tag{6-3}$$

Выражения напряженности магнитного поля на границе области III на плоскости $z_1 = \delta$

$$\dot{H}_{mx\text{III}} = \sum_s A_s e^{-\rho_s \delta} \sin\frac{s\pi}{b} y_1 \tag{6-4}$$

$$\dot{H}_{my\text{III}} = \frac{\dot{j}}{\alpha}\sum_s A_s \frac{s\pi}{b} e^{-\rho_s \delta} \cos\frac{s\pi}{b} y_1 , \tag{6-5}$$

$$\dot{H}_{mz\text{III}} = -\frac{\dot{j}}{\alpha}\sum_s A_s \rho_s e^{-\rho_s \delta} \sin\frac{s\pi}{b} y_1 . \tag{6-6}$$

7. Определение коэффициентов интегрирования

На основе непрерывности магнитного поля можно приравнять друг другу выражения составляющих напряженности магнитного поля для областей I и II на плоскости $y = a$ и для областей II и III на плоскости $z = \delta$. Получается система из четырех уравнений для коэффициентов интегрирования:

$$C_n \frac{\dot{j}\alpha}{\rho_n} - \frac{2A_{my}\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n}{\delta\rho_n^2} = D_n \,\mathrm{th}\,\rho_n b , \tag{7-1}$$

$$C_n \,\mathrm{th}\,\rho_n a = D_n \frac{\dot{j}\rho_n}{\alpha} - \frac{2\dot{j}\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n}{\delta\alpha}\sum_s F_s \frac{\frac{s\pi}{b}\,\mathrm{sh}\,\rho_s\delta}{\rho_s^2 + \left(\frac{n\pi}{\delta}\right)^2} , \tag{7-2}$$

$$F_s \,\mathrm{sh}\,\rho_s \delta = A_s e^{-\rho_s \delta} , \tag{7-3}$$

$$\sum_n D_n \frac{2\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n \frac{s\pi}{b}\,\mathrm{th}\,\rho_n b}{b\left[\rho_n^2 + \left(\frac{s\pi}{b}\right)^2\right]} - F_s \rho_s \,\mathrm{ch}\,\rho_s \delta = A_s \rho_s e^{-\rho_s \delta} . \tag{7-4}$$

Решая эту систему уравнений для трех коэффициентов, получаем явные выражения

$$A_s = F_s e^{\rho_s \delta} \,\mathrm{sh}\,\rho_s \delta , \tag{7-5}$$

$$C_n = \frac{\rho_n}{j\alpha}\left[D_n \operatorname{th}\rho_n b + A_{my}\frac{2\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n}{\delta\rho_n^2}\right], \tag{7-6}$$

$$F_s = \frac{2\frac{s\pi}{b}}{b\rho_s e^{\rho_s\delta}}\sum_n D_n \frac{\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n \operatorname{th}\rho_n b}{\rho_n^2+\left(\frac{s\pi}{b}\right)^2}, \tag{7-7}$$

а для D_n выражение

$$D_n a_n + \sum_s \sum_k D_k b_{ns} c_{ks} = d_n . \tag{7-8}$$

Везде $k = 1, 2 \ldots \infty$.

В выражении (7-8)

$$a_n = \frac{\rho_n \delta \operatorname{ch}\rho_n(a+b)}{2\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n \operatorname{ch}\rho_n a \operatorname{ch}\rho_n b},$$

$$b_{ns} = -\frac{\left(1-e^{-2\rho_s\delta}\right)\left(\frac{s\pi}{b}\right)^2}{b\rho_s\left[\rho_s^2+\left(\frac{n\pi}{\delta}\right)^2\right]},$$

$$c_{ks} = \frac{\frac{k\pi}{\delta}(-1)^k \operatorname{th}\rho_k b}{\rho_k^2+\left(\frac{s\pi}{b}\right)^2},$$

$$d_n = \frac{A_{my}\operatorname{th}\rho_n a}{\rho_n}.$$

8. Формулы составляющих напряженности магнитного поля

Подставляя коэффициенты A_s, C_n и F_s (формулы (7-5), (7-6) и (7-7)) в выражения составляющих напряженности магнитного поля трех областей (4-8), (4-5), (4-II), (5-9), (5-IO), (5-II),(6-I), (6-2) и (6-3), получаются формулы составляющих напряженности магнитного поля:

$$\dot{H}_{mxI} = \sum_n\left[-D_n \operatorname{th}\rho_n b - A_{my}\frac{2\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n}{\delta\rho_n^2}\right]\frac{\operatorname{ch}\rho_n y}{\operatorname{ch}\rho_n a}\sin\frac{n\pi}{\delta}z - A_{my}\frac{\operatorname{sh}\alpha z}{\operatorname{sh}\alpha\delta}, \tag{8-I}$$

$$\dot{H}_{myI} = \frac{1}{j\alpha}\sum_n\left[D_n\rho_n \operatorname{th}\rho_n b + A_{my}\frac{2\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n}{\delta\rho_n}\right]\frac{\operatorname{sh}\rho_n y}{\operatorname{ch}\rho_n a}\sin\frac{n\pi}{\delta}z, \tag{8-2}$$

$$\dot H_{mzI} = \frac{1}{j\alpha}\sum_n\left[D_n\frac{n\pi}{\delta}\operatorname{th}\rho_n b + A_{my}\frac{2\left(\frac{n\pi}{\delta}\right)^2(-1)^n}{\delta\rho_n^2}\right]\frac{\operatorname{ch}\rho_n y}{\operatorname{ch}\rho_n a}\cos\frac{n\pi}{\delta}z + A_{my}\frac{\operatorname{ch}\alpha z}{j\operatorname{sh}\alpha\delta}, \qquad (8\text{–}3)$$

$$\dot H_{mxII} = \sum_n D_n\frac{\operatorname{sh}\rho_n(y-a-b)}{\operatorname{ch}\rho_n b}\sin\frac{n\pi}{\delta}z + \sum_s\frac{2\frac{s\pi}{b}}{b\rho_s e^{\rho_s\delta}}\sum_n D_n\frac{\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n\operatorname{th}\rho_n b}{\rho_n^2+\left(\frac{s\pi}{b}\right)^2}\operatorname{sh}\rho_s z\sin\frac{s\pi}{b}(y-a), \qquad (8\text{–}4)$$

$$\dot H_{myII} = -\frac{1}{j\alpha}\sum_n D_n\frac{\rho_n\operatorname{ch}\rho_n(y-a-b)}{\operatorname{ch}\rho_n b}\sin\frac{n\pi}{\delta}z - \frac{1}{j\alpha}\sum_s\frac{2\left(\frac{s\pi}{b}\right)^2}{b\rho_s e^{\rho_s\delta}}\sum_n D_n\frac{\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n\operatorname{th}\rho_n b}{\rho_n^2+\left(\frac{s\pi}{b}\right)^2}\operatorname{sh}\rho_s z\cos\frac{s\pi}{b}(y-a), \qquad (8\text{–}5)$$

$$\dot H_{mzII} = -\frac{1}{j\alpha}\sum_n D_n\frac{\frac{n\pi}{\delta}\operatorname{sh}\rho_n(y-a-b)}{\operatorname{ch}\rho_n b}\cos\frac{n\pi}{\delta}z - \frac{1}{j\alpha}\sum_s\frac{2\frac{s\pi}{b}}{b e^{\rho_s\delta}}\sum_n D_n\frac{\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n\operatorname{th}\rho_n b}{\rho_n^2+\left(\frac{s\pi}{b}\right)^2}\operatorname{ch}\rho_s z\sin\frac{s\pi}{b}(y-a), \qquad (8\text{–}6)$$

$$\dot H_{mxIII} = \sum_s\frac{2\frac{s\pi}{b}\operatorname{sh}\rho_s\delta}{b\rho_s}\sum_n D_n\frac{\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n\operatorname{th}\rho_n b}{\rho_n^2+\left(\frac{s\pi}{b}\right)^2}e^{-\rho_s z}\sin\frac{s\pi}{b}(y-a), \qquad (8\text{–}7)$$

$$\dot H_{myIII} = -\frac{1}{j\alpha}\sum_s\frac{2\left(\frac{2\pi}{b}\right)^2\operatorname{sh}\rho_s\delta}{b\rho_s}\sum_n D_n\frac{\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n\operatorname{th}\rho_n b}{\rho_n^2+\left(\frac{s\pi}{b}\right)^2}e^{-\rho_s z}\cos\frac{s\pi}{b}(y-a), \qquad (8\text{–}8)$$

$$\dot H_{mzIII} = \frac{1}{j\alpha}\sum_s\frac{2\frac{s\pi}{b}\operatorname{sh}\rho_s\delta}{b}\sum_n D_n\frac{\frac{n\pi}{\delta}(-1)^n\operatorname{th}\rho_n b}{\rho_n^2+\left(\frac{s\pi}{b}\right)^2}e^{-\rho_s z}\cos\frac{s\pi}{b}(y-a). \qquad (8\text{–}9)$$

Все формулы (8–I) по (8–9) написаны в системе координат y, z ($y=a+y_1$, $z=z_1$). На границах между областями I, II, III сходимость рядов в приведенных формулах нехорошая.

Литература

I. Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин. Возбуждение электромагнитных волн. Изд. "Энергия". 1967.

2. Г.П. Толстов. Ряды Фурье. Государственное издательство физико-математической литературы. Москва 1960.

3. А.Я. В и л н и т и с. Распределение полей и токов в проводящем теле прямоугольного сечения, помещенном между двумя бесконечными индукторами с синусоидальным бегущим магнитным полем. Известия АН Лат.ССР. Серия физ.и техн.наук № 2, 1965.

4. Л.В. В а л д у р, Х.И. Я н е с. Определение электромагнитного поля плоского линейного двухстороннего индуктора на модели с периодическим двухмерным чередованием индукторов. См. настоящий сборник.

L. Valdur, H. Jänes

The Magnetic Field of a Flat Linear Twosided Idling Inductor in an Air-Gap and Outside it

S u m m a r y

In this paper solution is given to the equations of the electromagnetic field in an air-gap and outside it by a computational model with one-dimensional periodical alternation of inductors in shape of Fourier rows.

At the same time the current of the end-windings and the magnetic field outside an air-gap is taken into account, unlike other authors.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 184 1970

УДК 621.318.38

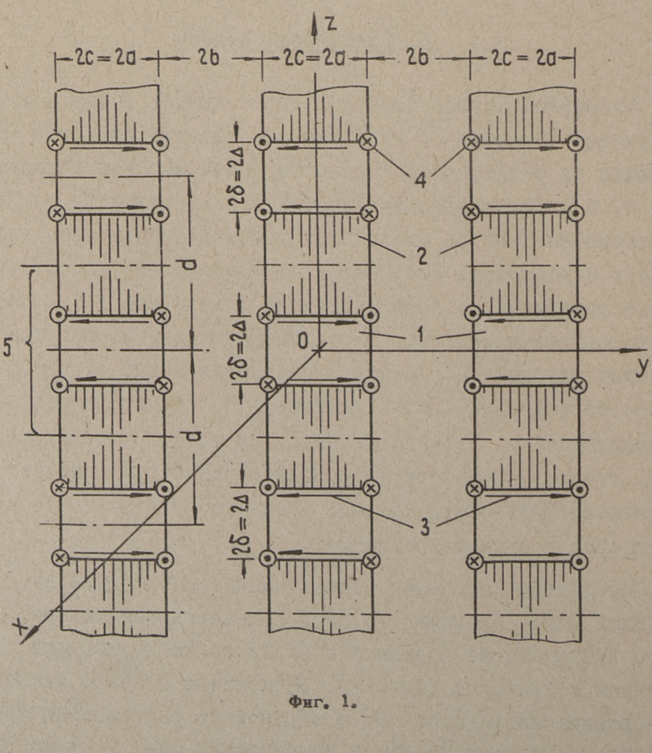
Л.В. Валдур, Х.И. Янес

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ПЛОСКОГО ЛИНЕЙНОГО ДВУХСТОРОННЕГО ИНДУКТОРА НА МОДЕЛИ С ПЕРИОДИЧЕСКИМ ДВУХМЕРНЫМ ЧЕРЕДОВАНИЕМ ИНДУКТОРОВ

I. Постановка задачи

Электромагнитное поле линейного двухстороннего индуктора с учетом поперечного и толщинного краевых эффектов исследовано на различных расчетных моделях многими авторами [2, 3, 4, 5]. Более перспективны из этих моделей те, в которых бесконечно большое число двухсторонних индукторов периодически чередуется. Это позволяет представить составляющие электромагнитного поля индуктора в виде рядов с периодом чередования индукторов и получить достаточно простые граничные условия на плоскости симметрии между индукторами. На расчетной модели Н.М. Охременко [3] индукторы периодически чередуются, но промежутки между магнитопроводами отсутствуют. Это не соответствует реальному случаю. Целесообразно анализировать общий случай, когда имеется чередование индукторов в двух направлениях.

Предметом настоящей статьи является определение составляющих электромагнитного поля в немагнитном зазоре и за его пределами на модели с периодическим двухмерным чередованием индукторов (фиг. I). Бесконечно большое число двухсторонних индукторов 5 с шириной $2c$ расположено друг от друга на расстоянии $2b$ в направлении оси y и на расстоянии d в направлении оси z. Длина индукторов в направлении оси x бесконечно велика. Толщина немагнитного зазора I равна 2δ. Индукторы имеют двухстороннюю бесконечно тонкую обмотку, лобовые части 4 которой расположены вдоль ребер магнитопроводов 2 в виде бесконечно тонких проводов. Токовая нагрузка 3 соседних индукторов по направлениям осей y и z находится в противофазе. В ненамагнитных зазорах согласно этой модели движется проводящая жидкость с электропроводностью γ (вторичная система). Ширина проводящей полосы одного индуктора $2a$ и толщина 2Δ. Проводящая полоса движется как твердое тело со скоростью v в направлении оси x. Рассматривается случай, когда $2\Delta = 2\delta$ и $2a = 2c$.



Фиг. 1.

2. Исходные предположения и уравнения

При решении уравнений электромагнитного поля вышеуказанной модели используются следующие предположения:

I. Магнитная проницаемость стали индуктора бесконечно велика. В пространстве вне магнитопроводов магнитная проницаемость принимается равной $\mu = \mu_0$.

2. Не учитывается влияние токов электрического смещения.

3. Токовая нагрузка A_y на одной половине индуктора, расположенного симметрично относительно плоскостей $y = 0$ и $z = 0$, изменяется во времени и вдоль неподвижной оси x синусоидально:

$$A_y = I_m\left[A_{my}\, e^{j(\omega t - \alpha x)}\right], \qquad (2\text{-}I)$$

где τ - полюсное деление,

$\alpha = \frac{\pi}{\tau}$,

ω - угловая частота,

A_{my} - амплитуда токовой нагрузки.

Ток лобовых частей A_x одной половины этого индуктора в точках $z = \pm\Delta$ и $y = a$ выражается формулой

$$i_x = I_m\left[\frac{jA_{my}}{\alpha}\, e^{j(\omega t - \alpha x)}\right], \qquad (2\text{-}2)$$

а в точках $z = \pm\Delta$ и $y = -a$ ток лобовых частей находится в противофазе. На фиг. I обозначены направления A_y и A_x точками и крестиками для плоскости $x = 0$ в момент времени t, для которого $0 < \omega t < \pi/2$.

Составляющие электромагнитного поля определяются в координатной системе x_2, y, z, связанной со вторичной системой. Эта координатная система движется равномерно относительно индукторов со скоростью движения вторичной системы v (т.е. $x_2 = x - vt$) Угловая частота составляющих поля, движущейся координатной системе будет $\omega_2 = s\omega$, где скольжение

$$s = 1 - v\frac{\alpha}{\omega}.$$

На основе изложенного можно считать, что все составляющие электромагнитного поля изменяются во времени и вдоль оси x_2 синусоидально. Векторы напряженности магнитного и электрического полей можно записать в комплексной форме:

$$\bar{H} = I_m\left[\dot{\bar{H}}_m e^{j(\omega_2 t - \alpha x_2)}\right], \tag{2-3}$$

$$\bar{E} = I_m\left[\dot{\bar{E}}_m e^{j(\omega_2 t - \alpha x_2)}\right]. \tag{2-4}$$

Уравнения Максвелла для комплексных векторов

$$\operatorname{rot}\left(\dot{\bar{H}}_m e^{-j\alpha x_2}\right) = \dot{\bar{\delta}}_m e^{-j\alpha x_2}, \tag{2-5}$$

$$\operatorname{rot}\left(\dot{\bar{\delta}}_m e^{-j\alpha x_2}\right) = -j\omega_2\mu_0\gamma\dot{\bar{H}}_m e^{-j\alpha x_2}, \tag{2-6}$$

$$\operatorname{div}\left(\dot{\bar{H}}_m e^{-j\alpha x_2}\right) = 0, \tag{2-7}$$

$$\operatorname{div}\left(\dot{\bar{\delta}}_m e^{-j\alpha x_2}\right) = 0, \tag{2-8}$$

где вектор плотности тока $\dot{\bar{\delta}}_m = \gamma\dot{\bar{E}}_m$.

Из уравнений (2-5) по (2-8) следуют дифференциальные уравнения для комплексных векторов напряженности магнитного поля и плотности тока [I]:

$$\Delta\left(\dot{\bar{H}}_m e^{-j\alpha x_2}\right) = j\omega_2\mu_0\gamma\dot{\bar{H}}_m e^{-j\alpha x_2}, \tag{2-9}$$

$$\Delta\left(\dot{\bar{\delta}}_m e^{-j\alpha x_2}\right) = j\omega_2\mu_0\gamma\dot{\bar{\delta}}_m e^{-j\alpha x_2}. \tag{2-10}$$

3. Граничные условия и условия симметрии

Граничные условия на поверхностях магнитопроводов, расположенных симметрично относительно плоскости $y = 0$, где $z = \pm\Delta$ будут следующие:

$$\begin{aligned}
&\dot{H}_{mx} = \mp A_{my}, \\
&\dot{H}_{my} = 0, \\
&\frac{\partial\dot{H}_{mz}}{\partial z} = \mp j\alpha A_{my}, \\
&\frac{\partial\dot{\delta}_{mx}}{\partial z} = 0,
\end{aligned} \tag{3-1}$$

$$\frac{\partial \dot{\delta}_{my}}{\partial z} = \mp j\omega_z \mu_0 \gamma A_{my},$$

$$\dot{\delta}_{mz} = 0.$$

На боковых поверхностях магнитопроводов отсутствуют тангенсиальные составляющие магнитного поля. Следовательно

$$\dot{H}_{mx} = 0,$$
$$\frac{\partial \dot{H}_{my}}{\partial y} = 0, \qquad (3\text{-}2)$$
$$\dot{H}_{mz} = 0.$$

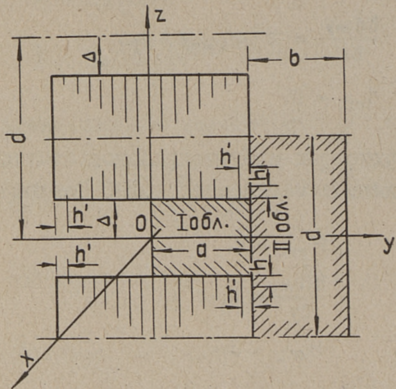
Граничные условия для следующих плоскостей определяются из условия симметричного расположения токов относительно этих плоскостей и из уравнений (2-5) по (2-8).

Плоскости	Граничные условия					
$y = a + b \pm 2k(a-b)$	$\dot{H}_{mx} = 0$	$\frac{\partial \dot{H}_{my}}{\partial y} = 0$	$\dot{H}_{mz} = 0$			
$z = \pm kd$	$\dot{H}_{mx} = 0$	$\dot{H}_{my} = 0$	$\frac{\partial \dot{H}_{mz}}{\partial z} = 0$	$\frac{\partial \dot{\delta}_{mx}}{\partial z} = 0$	$\frac{\partial \dot{\delta}_{my}}{\partial z} = 0$	$\dot{\delta}_{mz} = 0$
$y = \pm 2k(a+b)$	$\frac{\partial \dot{H}_{mx}}{\partial y} = 0$	$\dot{H}_{my} = 0$	$\frac{\partial \dot{H}_{mz}}{\partial y} = 0$	$\dot{\delta}_{mx} = 0$	$\frac{\partial \dot{\delta}_{my}}{\partial y} = 0$	$\dot{\delta}_{mz} = 0$
$z = \frac{d}{2} \pm kd$	$\frac{\partial \dot{H}_{mx}}{\partial z} = 0$	$\frac{\partial \dot{H}_{my}}{\partial z} = 0$	$\dot{H}_{mz} = 0$			

В таблице $k = 0, 1, 2, 3, \ldots \infty$. Разумеется, что за пределами немагнитных зазоров $\dot{\delta}_m = 0$ ($\gamma = 0$).

Все немагнитное пространство рассматриваемой модели симметрично относительно этих плоскостей [5]. На основе этой симметрии достаточно определить магнитное поле лишь в двух, указанных на фиг. 2, областях. Токи лобовых частей целесообразно при этом представить в виде поверхностных токов, занимающих полосу шириной h в направлении оси z (фиг. 2). Такое расположение токов лобовых частей обмотки требует учета z - составляющей напряженности магнитного поля от этих токов при $y = a$.

Второй возможностью является представление лобовых токов в виде поверхностных токов, занимающих полосу шириной h' в направлении оси y.



Фиг. 2

На общей границе рассматриваемых двух областей составляющие напряженности магнитного поля равны между собой и нормальная составляющая плотности тока отсутствует.

4. Конструктивные решения для области I

Используя метод разделения переменных и учитывая граничные условия (п. 3), можно получить решения уравнений (2-9) и (2-10) для комплексных амплитуд в виде:

$$\dot{H}_{mxI} = \frac{-1}{j\omega_2\mu_0\gamma}\sum_{n=1,2,3\ldots}^{\infty}\left[b_n\lambda_n + \frac{2A_{my}j\omega_2\mu_0\gamma(-1)^n\frac{n\pi}{\Delta}}{\Delta\lambda_n^2}\right]\cdot \frac{\mathrm{ch}\,\lambda_n y}{\mathrm{ch}\,\lambda_n a}\sin\frac{n\pi}{\Delta}z - \frac{A_{my}\,\mathrm{sh}\,\lambda z}{\mathrm{sh}\,\lambda\Delta}, \tag{4-1}$$

$$\dot{H}_{myI} = \frac{1}{j\alpha}\sum_{n=1,2,3\ldots}^{\infty}\left[\frac{b_n\alpha_n^2}{j\omega_2\mu_0\gamma} + \frac{2A_{my}\frac{n\pi}{\Delta}(-1)^n}{\Delta\lambda_n}\right]\frac{\mathrm{sh}\,\lambda_n y}{\mathrm{ch}\,\lambda_n a}\sin\frac{n\pi}{\Delta}z, \tag{4-2}$$

$$\dot{H}_{mzI} = \frac{1}{j\omega_2\mu_0\gamma\alpha}\sum_{n=1,2,3\ldots}^{\infty}\left[-jb_n\lambda_n\frac{n\pi}{\Delta} + \frac{2A_{my}\omega_2\mu_0\gamma(-1)^n(\lambda_n^2-\alpha^2)}{\Delta\lambda_n^2}\right]\cdot \frac{\mathrm{ch}\,\lambda_n y}{\mathrm{ch}\,\lambda_n a}\cos\frac{n\pi}{\Delta}z + \frac{A_{my}\omega_2\mu_0\gamma\,\mathrm{ch}\,\lambda y}{\lambda^2\Delta\alpha\,\mathrm{ch}\,\lambda a} - \frac{j\alpha A_{my}\,\mathrm{ch}\,\lambda z}{\lambda\,\mathrm{sh}\,\lambda\Delta}, \tag{4-3}$$

$$\dot{\delta}_{mx1} = \frac{1}{j\alpha} \sum_{n=1,2,3\ldots}^{\infty} \left[b_n \frac{n\pi}{\Delta} + \frac{2A_{my} j\omega_2 \mu_0 \gamma (-1)^n}{\lambda_n \Delta} \right] \cdot \tag{4-4}$$

$$\cdot \frac{sh\lambda_n y}{ch\lambda_n a} \cos \frac{n\pi}{\Delta} z + \frac{\omega_2 \mu_0 \gamma A_{my} sh\lambda y}{\lambda \alpha \Delta ch\lambda a},$$

$$\dot{\delta}_{my1} = \frac{2j\omega_2 \mu_0 \gamma A_{my}}{\Delta} \sum_{n=1,2,3\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^n ch\lambda_n y}{\lambda_n^2 ch\lambda_n a} \cos \frac{n\pi}{\Delta} z - \tag{4-5}$$

$$- \frac{j\omega_2 \mu_0 \gamma A_{my} ch\lambda z}{\lambda sh\lambda \Delta} + \frac{j\omega_2 \mu_0 \gamma A_{my} ch\lambda y}{\lambda^2 \Delta ch\lambda a},$$

$$\dot{\delta}_{mz1} = \sum_{n=1,2,3\ldots}^{\infty} b_n \frac{sh\lambda_n y}{ch\lambda_n a} \sin \frac{n\pi}{\Delta} z, \tag{4-6}$$

где
$$\lambda^2 = \alpha^2 + j\omega_2 \mu_0 \gamma,$$
$$\lambda_n^2 = \lambda^2 + \left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2,$$
$$\alpha_n^2 = \alpha^2 + \left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2.$$

При $y = a$ комплексные амплитуды составляющих напряженности магнитного поля в виде рядов $\sin \frac{n\pi}{\Delta} z$ и $\cos \frac{n\pi}{\Delta} z$ имеют следующий вид:

$$\dot{H}_{mx1} = - \frac{1}{j\omega_2 \mu_0 \gamma} \sum_{n=1,2,3\ldots}^{\infty} b_n \lambda_n \sin \frac{n\pi}{\Delta} z, \tag{4-7}$$

$$\dot{H}_{my1} = - \frac{1}{\alpha \omega_2 \mu_0 \gamma} \sum_{n=1,2,3\ldots}^{\infty} \left[b_n \alpha_n^2 + \frac{2A_{my} j\omega_2 \mu_0 \gamma \frac{n\pi}{\Delta} (-1)^n}{\Delta \lambda_n} \right] \cdot \tag{4-8}$$

$$\cdot th\lambda_n a \sin \frac{n\pi}{\Delta} z,$$

$$\dot{H}_{mz1} = - \frac{1}{\alpha \omega_2 \mu_0 \gamma} \sum_{n=1,2,3\ldots}^{\infty} \left[b_n \lambda_n \frac{n\pi}{\Delta} + \frac{2A_{my} j\omega_2 \mu_0 \gamma (-1)^n}{\Delta} \right] \cdot$$

$$\cdot \cos \frac{n\pi}{\Delta} z - j \frac{A_{my}}{\alpha \Delta}. \tag{4-9}$$

5. Учет z -составляющей напряженности магнитного поля тока лобовых частей на границе между областями

У ребер магнитопроводов на полосах с шириной h (фиг.2), где предполагается токовый слой, заменяющий токи лобовых частей обмотки, z - составляющая напряженности магнитного поля должна равняться линейной плотности тока лобовых частей $\dot{A}_{mx}$, которую можно представить в виде ряда с периодом $2(\Delta + h)$ для интервала $-(\Delta+h)\leq z\leq \Delta+h$. Так как на исходной модели (фиг. I) токи лобовых частей находились на ребрах магнитопроводов, представляет интерес выражение такого ряда при $h \to 0$

$$A_{mx} = \frac{jA_{my}}{\alpha\Delta} + \sum_{n=1,2,3\ldots}^{\infty} \frac{2jA_{my}(-1)^n}{\alpha\Delta} \cos\frac{n\pi}{\Delta}z . \qquad (5\text{-}I)$$

Для дальнейшего приравнивания z -составляющей напряженности магнитного поля двух областей на плоскости $y = a$ $(-\Delta \leq z \leq \Delta)$ суммируем выражения комплексной амплитуды линейной плотности тока лобовых частей (5-I) и выражение комплексной амплитуды z -составляющей напряженности магнитного поля области I (4-9):

$$\dot{H}_{mzI} = -\frac{1}{\alpha\omega_2\mu_0\gamma} \sum_{n=1,2,3\ldots}^{\infty} b_n \frac{n\pi}{\Delta} \lambda_n \cos\frac{n\pi}{\Delta}z . \qquad (5\text{-}2)$$

6. Конструирование решения для области II

Учитывая граничные условия (п. 3) и используя метод разделения переменных, можно получить решения уравнения (2-9) для комплексных амплитуд составляющих напряженности магнитного поля в виде:

$$\dot{H}_{mxII} = \sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty} \frac{c_s \,\mathrm{sh}\,\alpha_s(y-a-b)}{\mathrm{ch}\,\alpha_s(a+b)} \sin\frac{s\pi}{d}z, \qquad (6\text{-}I)$$

$$\dot{H}_{my\,II} = -\frac{1}{j\alpha}\sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty}\frac{C_s\alpha_s \operatorname{ch}\alpha_s(y-a-b)}{\operatorname{ch}\alpha_s(a+b)}\sin\frac{s\pi}{d}z, \qquad (6\text{–}2)$$

$$\dot{H}_{mz\,II} = -\frac{1}{j\alpha}\sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty}\frac{C_s\frac{s\pi}{d}\operatorname{sh}\alpha_s(y-a-b)}{\operatorname{ch}\alpha_s(a+b)}\cos\frac{s\pi}{d}z, \qquad (6\text{–}3)$$

где

$$\alpha_s^2 = \alpha^2 + \left(\frac{s\pi}{d}\right)^2.$$

На границе области (у = а) комплексные амплитуды составляющих напряженности магнитного поля будут:

$$\dot{H}_{mx\,II} = -\sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty}\frac{C_s\operatorname{sh}\alpha_s b}{\operatorname{ch}\alpha_s(a+b)}\sin\frac{s\pi}{d}z, \qquad (6\text{–}4)$$

$$\dot{H}_{my\,II} = -\frac{1}{j\alpha}\sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty}\frac{C_s\alpha_s\operatorname{ch}\alpha_s b}{\operatorname{ch}\alpha_s(a+b)}\sin\frac{s\pi}{d}z, \qquad (6\text{–}5)$$

$$\dot{H}_{mz\,II} = \frac{1}{j\alpha}\sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty}\frac{C_s\frac{s\pi}{d}\operatorname{sh}\alpha_s b}{\operatorname{ch}\alpha_s(a+b)}\cos\frac{s\pi}{d}z. \qquad (6\text{–}6)$$

7. Определение коэффициентов интегрирования

Для определения коэффициентов интегрирования целесообразно выражения (4–7) и (5–2) представить в виде рядов в периодом $2d$, равным периоду рядов составляющих напряженности магнитного поля области II.

После разложения (4–7) и (5–2) в ряд по $\sin\frac{s\pi}{d}z$ и по $\cos\frac{s\pi}{d}z$ получается учитывая граничные условия (3–2)

$$\dot{H}_{mx\,I} = \frac{4}{j\omega_2\mu_0\gamma d}\sum_{n=1,2,3\ldots}^{\infty}\sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty}\frac{b_n\lambda_n(-1)^n\frac{n\pi}{\Delta}\sin\frac{s\pi\Delta}{d}}{\left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2-\left(\frac{s\pi}{d}\right)^2}\sin\frac{s\pi}{d}z, \qquad (7\text{–}I)$$

$$H_{mz\text{I}} = \frac{4}{\alpha\omega_2\mu_0\gamma d}\sum_{n=1,2,3...}^{\infty}\sum_{s=1,3,5...}^{\infty}\frac{b_n\lambda_n\frac{n\pi}{\Delta}(-1)^n\frac{s\pi}{d}\sin\frac{s\pi\Delta}{d}}{\left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2-\left(\frac{s\pi}{d}\right)^2}\cos\frac{s\pi}{d}z. \qquad (7\text{–}2)$$

Чтобы получить одинаковые выражения коэффициентов Фурье этих рядов, для всех n и s введено дополнительное условие

$$\frac{n\pi}{\Delta} \neq \frac{s\pi}{d} .$$

На основе непрерывности магнитного поля, приравниванием рядов (6–4) и (7–I) или (6–6) и (7–2), получается следующее уравнение

$$\frac{4\sin\frac{s\pi\Delta}{d}}{j\omega_2\mu_0\gamma d}\sum_{n=1,2,3...}^{\infty}\frac{b_n\lambda_n(-1)^n\frac{n\pi}{\Delta}}{\left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2-\left(\frac{s\pi}{d}\right)^2} = -\frac{c_s\,\mathrm{sh}\,\alpha_s b}{\mathrm{ch}\,\alpha_s(a+b)} . \qquad (7\text{–}3)$$

Чтобы приравнять на основе непрерывности магнитного поля комплексные амплитуды y-составляющих областей I и П при $y = a$ и $-\Delta < z < \Delta$ целесообразно разложить выражение (6–5) в этом интервале в ряд с периодом 2Δ по $\sin\frac{n\pi}{\Delta}z$. После разложения получается

$$\dot{H}_{my\text{II}} = \frac{2}{j\alpha\Delta}\sum_{n=1,2,3...}^{\infty}\sum_{s=1,3,5...}^{\infty}\frac{c_s\alpha_s\,\mathrm{ch}\,\alpha_s b(-1)^n\frac{n\pi}{\Delta}\sin\frac{s\pi\Delta}{d}}{\mathrm{ch}\,\alpha_s(a+b)\left[\left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2-\left(\frac{s\pi}{d}\right)^2\right]}\sin\frac{n\pi}{\Delta}z. \qquad (7\text{–}4)$$

Приравнением рядов (4–8) и (7–4) получается

$$\left[\frac{b_n\alpha_n^2}{\omega_2\mu_0\gamma}+\frac{2jA_{my}\frac{n\pi}{\Delta}(-1)^n}{\Delta\lambda_n}\right]\mathrm{th}\,\lambda_n a = \frac{2j(-1)^n\frac{n\pi}{\Delta}}{\Delta}\sum_{s=1,3,5...}^{\infty}\frac{c_s\alpha_s\,\mathrm{ch}\,\alpha_s b\sin\frac{s\pi\Delta}{d}}{\mathrm{ch}\,\alpha_s(a+b)\left[\left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2-\left(\frac{s\pi}{d}\right)^2\right]} . \qquad (7\text{–}5)$$

Уравнения (7–3) и (7–5) образуют систему уравнений для определения коэффициентов интегрирования.

Решая эту систему уравнений для коэффициентов c_s и b_n получаются выражения:

$$c_s = -\frac{4\,\mathrm{ch}\,\alpha_s(a+b)\sin\frac{s\pi\Delta}{d}}{j\omega_2\mu_0\gamma d\,\mathrm{sh}\,\alpha_s b}\sum_{n=1,2,3...}^{\infty}\frac{b_n\lambda_n(-1)^n\frac{n\pi}{\Delta}}{\left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2-\left(\frac{s\pi}{d}\right)^2} , \qquad (7\text{–}6)$$

$$b_n e_n + \sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty} \sum_{k=1,2,3\ldots}^{\infty} b_k f_{sn} g_{sk} = h_n. \qquad (7-7)$$

Последнее выражение в развернутом виде представляет бесконечную систему уравнений:

$$\begin{aligned}
&b_1\Big(e_1+\sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty} f_{s1} g_{s1}\Big) + b_2 \sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty} f_{s1} g_{s2} + \cdots + b_k \sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty} f_{s1} g_{sk} + \cdots = h_1, \\
&b_1 \sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty} f_{s2} g_{s1} + b_2\Big(e_2+\sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty} f_{s2} g_{s2}\Big) + \cdots + b_k \sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty} f_{s2} g_{sk} + \cdots = h_2, \qquad (7-8) \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&b_1 \sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty} f_{sn} g_{s1} + b_2 \sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty} f_{sn} g_{s2} + \quad + b_k\Big(e_n + \sum_{s=1,3,5\ldots}^{\infty} f_{sn} g_{sk}\Big) + \cdots = h_n,
\end{aligned}$$

В выражении (7-7) и в бесконечной системе уравнений

$$e_n = \frac{\Delta \alpha_n^2}{2j\omega_2 \mu_0 \gamma \frac{n\pi}{\Delta}(-1)^n},$$

$$f_{sn} = \frac{4\alpha_s \left(\sin \frac{s\pi\Delta}{d}\right)^2}{j\omega_2 \mu_0 \gamma d \, th\lambda_n a \, th\alpha_s b \left[\left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2 - \left(\frac{s\pi}{d}\right)^2\right]},$$

$$g_{sk} = \frac{\lambda_k (-1)^k \frac{k\pi}{\Delta}}{\left(\frac{k\pi}{\Delta}\right)^2 - \left(\frac{s\pi}{d}\right)^2},$$

$$h_n = -\frac{A_{my}}{\lambda_n}.$$

8. Сравнение данной методики и результатов с методикой и с результатами других авторов

Конструировать решения составляющих векторов поля для области I можно и так, как предлагает А.Я. Вильнитис [5]. Путь такого решения соответствует представлению токов лобовых частей обмотки в виде поверхностных токов, занимающих полосу шириной h' (фиг. 2) в направлении оси y при $h' \to 0$. После преобразований из этих решений можно получить такие же выражения для комплексных амплитуд, как и в п. 4.

Если в рассматриваемой модели (фиг. I) расстояние между магнитопроводами приравнивать нулю ($2b \to 0$), то получается модель Н.М. Охременко [3] При $2b \to 0$ в бесконечной системе уравнений (7-8) коэффициенты $f_{sn} \to \infty$ и следовательно решения этой системы $b_1, b_2, \ldots, b_k \ldots \to 0$. Выражения (4-I), (4-2), (4-3), (4-4) и (4-5) при $b_n = 0$. совпадают после некоторых преобразований с выражениями Н.М. Охременко [3] для комплексных амплитуд соответствующих составляющих векторов электромагнитного поля. При этом требуется упрощать выражения статьи [3] для случая, когда немагнитный зазор заполнен однородной вторичной системой (стенки канала и изоляционные слои отсутствуют).

Если в рассматриваемой модели предполагать, что магнитное поле не выходит из немагнитного зазора ($\dot{H}_{myI} = 0$ при $y = a$), то после преобразований из выражений комплексных амплитуд составляющих векторов электромагнитного поля области I (п. 4) получаются выражения, которые совпадают с выражениями, полученными А.Я. Вильнитисом [5] или Т.А. Веске [4].

Литература

1. А.В. Нетушил, К.М. Поливанов. Основы электротехники. Часть третья. Госэнергоиздат, М.-Л, 1956.

2. А.И. Вольдек. Магнитное поле индукторов линейных электромагнитных насосов. Известия высших учебных заведений Электромеханика, № 12, 1958.

3. Н.М. Охременко. Магнитное поле плоского индукционного насоса. Электричество, № 8, 1964.

4. Т.А. Веске. Решение уравнений электромагнитного поля плоской линейной индукционной машины с учетом вторичных поперечного и толщинного краевых эффектов. Магнитная гидродинамика, №I, 1965.

5. А.Я. Вильнитис. Распределение полей токов в проводящем теле прямоугольного сечения, помещенном между двумя бесконечными индукторами с синусоидальным бегущим магнитным полем. Известия АН Латв.ССР, Серия физ. и техн. наук, №2, 1965.

L. Valdur, H. Jänes

Determination of the Electromagnetic Field of a Flat Linear Twosided Inductor on the Computational Model of Two-Dimensional Periodical Alternation of Inductors

S u m m a r y

The paper presents solution of the equations of electromagnetic field in an air-gap (conductive medium) and outside an air-gap (non-conductive medium) in the shape of Fourier rows.

At the same time the current of the end-windings and the magnetic field outside an air-gap is taken into account, unlike other authors.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 284 1970

УДК 621.318.38

Л.В. Валдур, Х.И. Янес

РАСЧЕТНОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ДВУХСТОРОННЕГО ИНДУКТОРА В ХОЛОСТОМ ХОДЕ

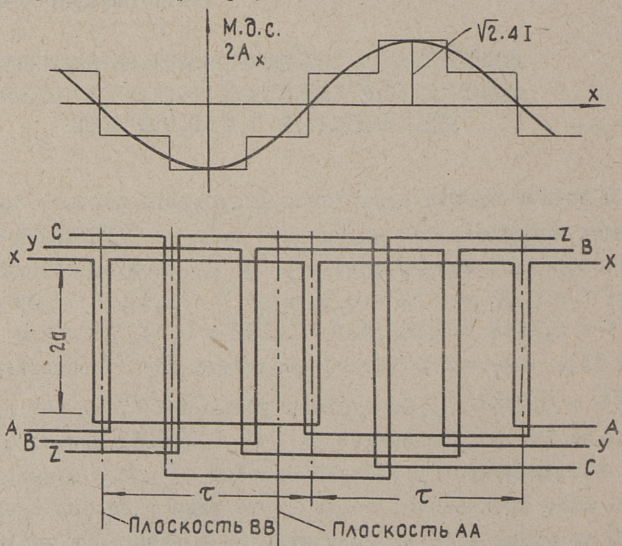
В данной статье приводятся результаты расчета составляющих напряженности магнитного поля на ЭЦВМ Минск-22 для двухсторонней модели индуктора по [4] при следующих данных: $\tau = 0{,}12$ м, $2a = 0{,}12$ м ($a/\tau = 0{,}5$), $2\delta = 35$ мм ($\delta/\tau = 0{,}1458 \approx 0{,}15$, $\delta/a = 0{,}292 \approx 0{,}3$), $2b = 2$ м ($b/\tau = 8{,}33$), $A_{my} = 1$ a/м (т.е. амплитуда двухсторонней м.д.с. $\frac{2A_{my}\tau}{\pi} = 0{,}0764$ a). Из системы уравнений (7-8) [4] определены десять коэффициентов D_n ($n = 1...10$). При определении коэффициентов уравнений системы $\sum_s b_{ns}c_{ks}$ суммирование по s было прекращено, когда s-ый член ряда был меньше чем 0,1% от суммы всех предыдущих членов ряда. Для этого пришлось учесть до семисот пятидесяти членов рядов. Результаты решения системы (7-8) [4] приведены в следующей таблице в единицах a/м.

D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6
0,34643	-0,17739	0,11834	-0,08843	0,07040	-0,05838

D_7	D_8	D_9	D_{10}
0,04980	-0,04338	0,03840	-0,03443

По этим десяти D_n рассчитаны по формулам п. 8 [4] все составляющие напряженности магнитного поля для областей I и II в зависимости от y при z = 0, 0,5, 1,0 и 1,5 см.

Опытная модель индуктора имеет трехфазную шестиполюсную двухстороннюю обмотку с короткими прямолинейными лобовыми частями. На фиг.I представлена двухполюсная часть схемы обмотки. Фазовая зона состоит из двух прямоугольных (I,08 х 2,I мм) проводов, которые находились рядом на поверхности индуктора, а не в пазах.

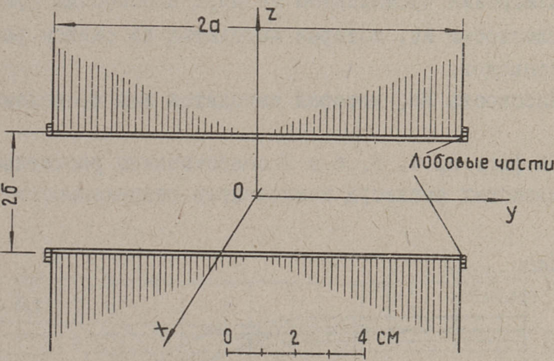


Фиг. 1

Лобовые части плотно прилегают между фазовыми зонами к ребрам магнитопровода, как показано на фиг. 2.

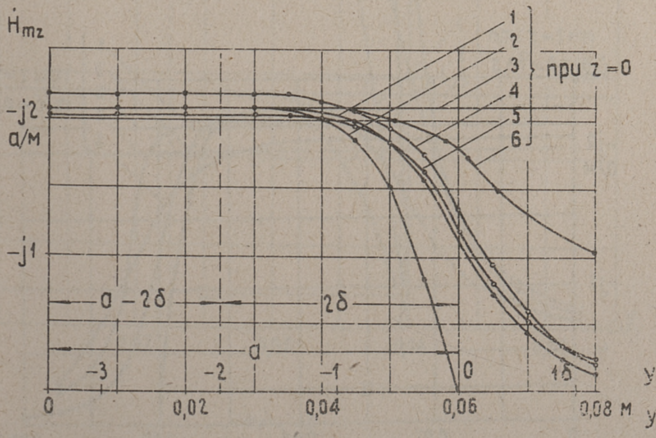
Кривая м.д.с. в немагнитном зазоре такой обмотки имеет ступенчатую форму, точно такую же форму имеет кривая результирующего тока таких лобовых частей.

Кривая м.д.с. или результирующего тока лобовых частей для момента времени, когда ток в фазе A максимальный, представлена на верхней части фиг. I. На этом графике нарисована также эквивалентная синусоида этой ступенчатой кривой.



Фиг. 2.

Для сравнения опытных результатов с данными расчетного примера, ступенчатая кривая м.д.с. и тока лобовых частей эксперимента пересчитаны на эквивалентные синусоиды. Измеренные зондкатушками (диаметр 6 мм), z и y -составляющие напряженности магнитного поля приведены к амплитуде эквивалентной синусоиды м.д.с. 0,0764 а. При токе 21,25 а максимум эквивалентной синусоиды м.д.с. был больше максимума синусоиды м.д.с. расчетного примера в 1570 раз.



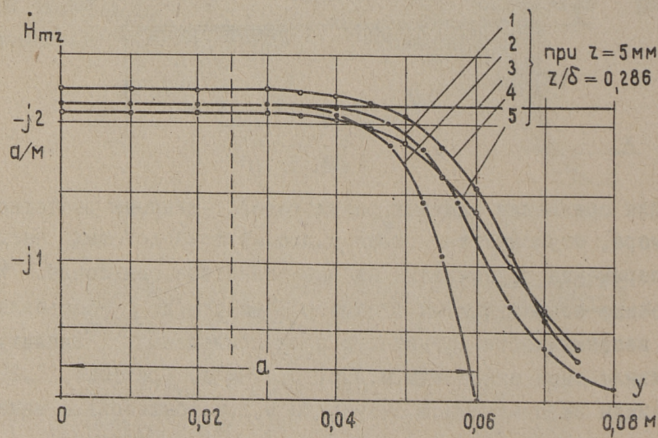
Фиг. 3

Измерения произведены на двух плоскостях (фиг. I):

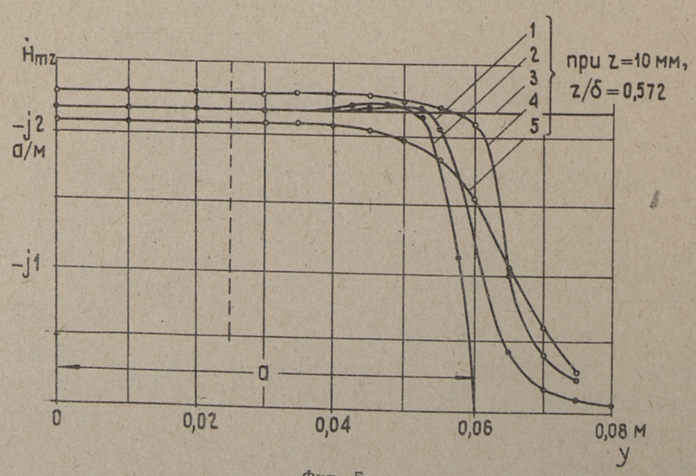
а) Плоскость АА, которая находится на равном расстоянии от проводов.

в) Плоскость ВВ, которая находится над проводами обмотки.

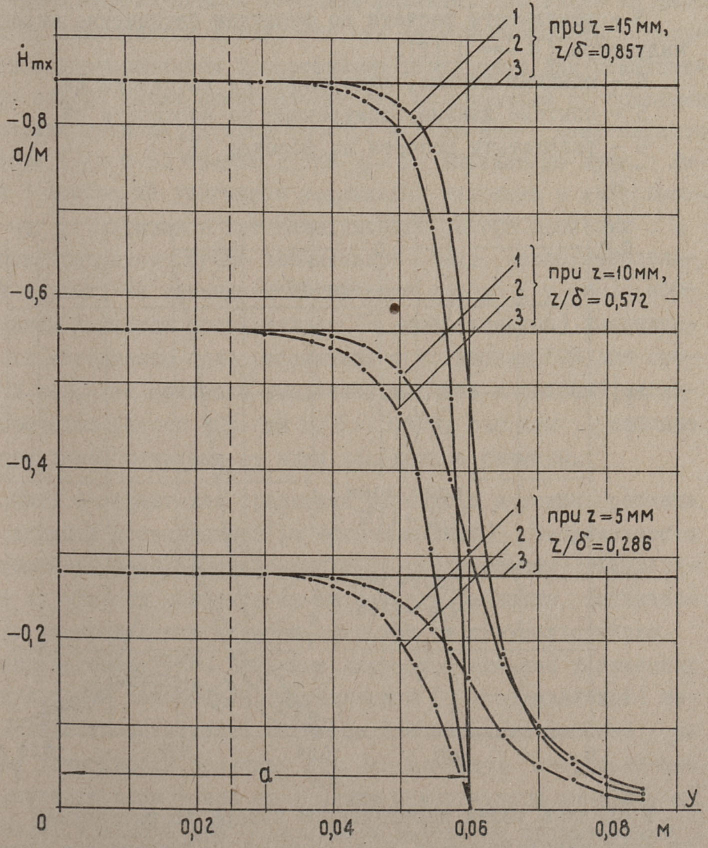
На фиг. 3, 4, 5, 6 и 7 сопоставлены расчетные кривые комплексных амплитуд компонентов напряженности магнит-



Фиг. 4



Фиг. 5


$\dot{H}_{mx}$
−0,8
a/м
−0,6
−0,4
−0,2
0
0,02
0,04
0,06
0,08
м
y
a
1
2
3
при z = 15 мм,
z/δ = 0,857
при z = 10 мм,
z/δ = 0,572
при z = 5 мм
z/δ = 0,286

Фиг. 6

ного поля, рассчитанные по методике данной работы, по методике Н.М. Охременко, по упрощенной методике $a = \infty$ и методике конформных преобразований ($\tau = \infty$) с опытными кривыми амплитуд z и y-составляющих напряженности магнитного поля при разных z . Черные точки - расчетные, кружечки - экспериментальные. Номера кривых на фигурах имеют следующие значения:

I - результаты расчета по формулам п. 8 [4],

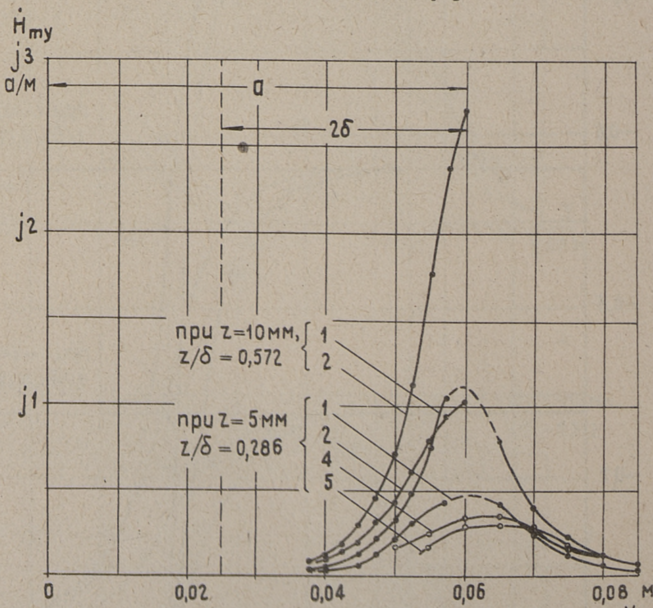
2 - результаты расчета по формулам Н.М.Охременко [I],

3 - результаты расчета по формулам бесконечно широкого индуктора ($a = \infty$) [2],

4 - опытные данные, измеренные на плоскости АА,

5 - опытные данные, измеренные на плоскости ВВ,

6 - результаты расчета по формуле [3] .



Фиг. 7

В средней части немагнитного зазора до расстояния 2δ от края магнитопровода ($-a+2\delta<y<a-2\delta$) расчетные кривые комплексных амплитуд z и x-составляющих напряженности магнитного поля I, 2, 3 на фиг. 3, 4, 5 и 6 и кривая 6 на фиг. 3 практически совпадают. Расхождение этих

кривых от среднего значения опытных кривых 4 и 5 на фиг.3, 4 и 5 отличается не более 2%. Комплексная амплитуда y-составляющей напряженности магнитного поля в средней части немагнитного зазора по данным опыта и расчетного примера практически равна нулю (фиг. 7).

Преимущество данной методики расчета, как видно из фиг.3, 4 и 5, заключается в том, что она даст возможность получить с экспериментом сопоставимые результаты для немагнитного зазора также около плоскости, совпадающей с боковыми поверхностями индукторов ($y = a$) и даже вне немагнитного зазора ($y > a$). Кривая 2 при $y = a$ доходит до нуля. Линия 3 вообще не учитывает уменьшения индукции в зависимости от y. Кривая 6 вне немагнитного зазора проходит в рассматриваемом случае значительно выше экспериментальных кривых. На границе немагнитного зазора ($y = a$) нормальная полезная составляющая (z-составляющая) напряженности магнитного поля рассчитана с точностью 12% для точки $z = 0$. Эта точность уменьшается ближе к ребрам магнитопроводов (около 30% при $z/\delta = 0{,}57$), так как лобовые части имеют отличные от нуля поперечные размеры.

Фиг. 6 служит для сравнения различных методик расчета продольной составляющей (x-составляющей) напряженности магнитного поля. Достоверных экспериментальных результатов не удалось получить из-за резкого различия фактического распределения токовой нагрузки от синусоидального распределения. Фиг. 7 служит для сопоставления полученных результатов поперечной составляющей (y-составляющей) напряженности магнитного поля. Данная методика расчета не даст возможности получить эту составляющую напряженности магнитного поля точно на границе немагнитного зазора ($y=a$). Поэтому кривые 1 при $y = 0{,}06$ м вычерчены прерывистыми линиями. Кривые 2 кончаются при $y = a$. Экспериментальные кривые, полученные для одного z, проходят значительно ниже расчетных и более пологие. Предполагаемый результат по данной методике превышает при $y = a$ экспериментальный около I,7 раза. Это громадное расхождение вызвано, очевидно, фактическими поперечными размерами и фактическим расположением лобовых частей обмотки. Согласно кривой 2, это расхождение еще в 2 раза больше, т.е. около 3,4 раза.

Подытоживая результаты, можно заключить, что предполагаемая методика расчета [4] несколько расширяет возможности аналитического исследования первичного магнитного поля плоских линейных двухсторонних индукторов при холостом ходе. Результаты расчета и эксперимента, в частности для индуктора с геометрическими размерами в отношении $\delta : a : \tau \approx$ I : 3,5 : 7 показывают как изменяется магнитное поле в поперечном сечении рабочей зоны немагнитного зазора $\delta \times 2a$ Принимая нормальную рабочую составляющую напряженности магнитного поля в середине немагнитного зазора за 100%, эта составляющая изменяется от 104% до 53%. Продольная составляющая изменяется в рабочей зоне от 26% при $y = 0$ до 14% при $y = a$. Поперечная составляющая может дойти в рабочей зоне при $y = a$ до величины 50%. Очевидно, при точных расчетах этими составляющими магнитного поля холостого хода пренебречь нельзя.

Недостатками проведенной методики расчета являются громоздкость вычислительных работ, выполнимых только на ЭЦВМ и то важное обстоятельство, что, пока нет возможности учета реальных размеров и конфигурации лобовых частей обмоток. Это сказывается на точности результатов.

Литература

I. Н.М. О х р е м е н к о. Магнитное поле плоского индукционного насоса. Электричество № 8, 1964.

2. Т.А. В е с к е. Решение уравнений электромагнитного поля плоской линейной индукционной машины с учетом поперечного и толщинного краевых эффектов вторичной стороны. Техническая электромагнитная гидродинамика. Материалы республиканского совещания по применению электромагнитной гидродинамики в промышленности. Выпуск 2, Изд. "Металлургия", Москва, 1965.

3. Х.И. Я н е с, Т.А. В е с к е. Учет явления выпучивания магнитного поля из немагнитного зазора плоского линейного двухстороннего индуктора. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 214, Таллин 1964.

4. Л.В. В а л д у р, Х.И. Я н е с. Магнитное поле холостого хода плоского линейного двухстороннего индуктора в немагнитном зазоре и за его пределами. См. наст. сборник.

L. Valdur, H. Jänes

Computing and Experimental Determination of the Magnetic Field Distribution of a Twosided Idling Inductor

Summary

The paper presents the computational curves of a magnetic field by the formulae given in the paper by L. Valdur and H. Jänes "The Magnetic Field of a Flat Linear Twosided Idling Inductor in an Air-Gap and Outside it" in comparison with experimental results.

The curves computed by the formulae of the magnetic field of infinitely wide inductors, by H.M. Ochremenko and by T. Veske are given for the sake of comparison.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 284 1970

УДК 621.318.38

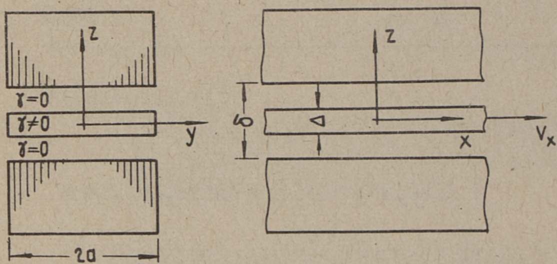
Т.А.Веске, Х.А.Таммемяги, Х.И.Янес

ОБ УПРОЩЕНИИ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ ПЛОСКИХ ЛИНЕЙНЫХ ИНДУКЦИОННЫХ НАСОСОВ С ВВЕДЕНИЕМ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ УДЕЛЬНОЙ ПРОВОДИМОСТИ НЕМАГНИТНОГО ЗАЗОРА

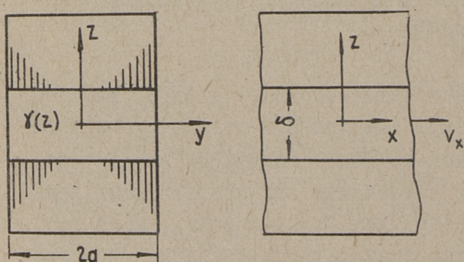
В настоящее время существует несколько методов расчета электромагнитных процессов в немагнитном зазоре плоских линейных индукционных насосов. Более точные из них приводят к довольно громоздким выражениям для составляющих векторов электромагнитного поля, коэффициентов K_{oc}, K_p и т.д., требующих от проектировщика значительной затраты времени при вычислениях. Поэтому для предварительных расчетов целесообразным является применение упрощенных формул, сокращающих вычислительную работу.

В [2,3] рассматривается модель плоского линейного индукционного насоса, где в немагнитном зазоре с постоянной скоростью движется проводящая полоса. Области немагнитного зазора между проводящей полосой и индукторами непроводящие (фиг. I). Для учета обстоятельства $\Delta \neq \delta$ и упрощения анализа вводится эквивалентная удельная проводимость немагнитного зазора $\gamma' = \gamma \frac{\Delta}{\delta}$ и предполагается, что немагнитный зазор заполнен проводящей полосой (с удельной проводимостью γ') без изоляционных промежутков ($\Delta = \delta$) Проанализируем сущность вышеупомянутого упрощения более подробно.

Рассмотрим расчетную модель насоса, приведенную на фиг.2. Немагнитный зазор заполнен проводящей средой с характеристиками $\gamma = \gamma(z) \neq 0$ и $\mu_a = \mu_0$. Проводящая среда движется



Фиг. 1



Фиг. 2

в немагнитном зазоре относительно индукторов равномерно со скоростью $\vec{V} = \vec{e}_x V_x$. Допустим, что электромагнитное поле в немагнитном зазоре можно считать изменяющимся во времени и вдоль оси x синусоидально. Рассматриваем поле в виде суммы двух составляющих:

I) первичное поле (обозначается штрихом),

2) вторичное поле [5,6] (обозначается двумя штрихами).

Анализ удобно провести в движущейся со скоростью $\vec{V}$ координатной системе (т.е. координатная система связана с проводящей средой).

Уравнения для суммарного поля:

$$\mathrm{rot}\left(\dot{\vec{E}}'_m e^{-j\alpha x} + \dot{\vec{E}}''_m e^{-j\alpha x}\right) = -j\omega s\left(\dot{\vec{B}}'_m e^{-j\alpha x} + \dot{\vec{B}}''_m e^{-j\alpha x}\right),$$

$$\mathrm{rot}\left(\dot{\vec{H}}'_m e^{-j\alpha x} + \dot{\vec{H}}''_m e^{-j\alpha x}\right) = \dot{\vec{\delta}}'_m e^{-j\alpha x} + \dot{\vec{\delta}}''_m e^{-j\alpha x},$$

$$\left.\begin{aligned}
&\operatorname{div}\left(\dot{\vec{B}}_m' e^{-j\alpha x} + \dot{\vec{B}}_m'' e^{-j\alpha x}\right) = 0,\\
&\operatorname{div}\left(\dot{\vec{\delta}}_m' e^{-j\alpha x} + \dot{\vec{\delta}}_m'' e^{-j\alpha x}\right) = 0,\\
&\dot{\vec{\delta}}_m' + \dot{\vec{\delta}}_m'' = \gamma(z)\left(\dot{\vec{E}}_m' + \dot{\vec{E}}_m''\right),\\
&\dot{\vec{B}}_m' + \dot{\vec{B}}_m'' = \mu_0\left(\dot{\vec{H}}_m' + \dot{\vec{H}}_m''\right).
\end{aligned}\right\} \qquad (I)$$

По определению первичного поля [5] уравнения его приобретают вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\operatorname{rot}\left(\dot{\vec{E}}_m' e^{-j\alpha x}\right) = -j\omega s \dot{\vec{B}}_m' e^{-j\alpha x},\\
&\operatorname{rot}\left(\dot{\vec{H}}_m' e^{-j\alpha x}\right) = 0,\\
&\operatorname{div}\left(\dot{\vec{B}}_m' e^{-j\alpha x}\right) = 0,\\
&\dot{\vec{B}}_m' = \mu_0 \dot{\vec{H}}_m'.
\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Системы уравнений (I) и (2) можно привести к следующему виду:

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta\left(\dot{\vec{H}}_m' e^{-j\alpha x}\right) = 0,\\
&\Delta\left(\dot{\vec{E}}_m' e^{-j\alpha x}\right) = 0,
\end{aligned}\right\}. \qquad (3)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta\left(\dot{\vec{E}}_m'' e^{-j\alpha x}\right) - j\omega s\mu_0\gamma \dot{\vec{E}}_m'' e^{-j\alpha x} + \operatorname{grad}\left[\frac{1}{\gamma}\left(\dot{\vec{E}}_m'' e^{-j\alpha x}\cdot\operatorname{grad}\gamma\right)\right] =\\
&\qquad = j\omega s\mu_0\gamma \dot{\vec{E}}_m' e^{-j\alpha x} - \operatorname{grad}\left[\frac{1}{\gamma}\left(\dot{\vec{E}}_m' e^{-j\alpha x}\cdot\operatorname{grad}\gamma\right)\right],\\
&\Delta\left(\dot{\vec{H}}_m'' e^{-j\alpha x}\right) - j\omega s\mu_0\gamma \dot{\vec{H}}_m'' e^{-j\alpha x} + \operatorname{grad}\gamma \times \dot{\vec{E}}_m'' e^{-j\alpha x} =\\
&\qquad = j\omega s\mu_0\gamma \dot{\vec{H}}_m' e^{-j\alpha x} - \operatorname{grad}\gamma \times \dot{\vec{E}}_m' e^{-j\alpha x}.
\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Наибольший интерес с энергетической точки зрения представляет первое уравнение из системы (4). Это объясняется тем, что комплексная мощность, передаваемая в немагнитный зазор сквозь поверхности индуктора и обусловленная наличием вторичной системы, определяется по теореме Умова-Пойнтинга составляющим $\dot{E}''_{my}$ вектора $\dot{\vec{E}}''_{m}$ на поверхности индуктора. Рассматривая в качестве первичного поля поле бесконечно широких индукторов $\left(\dot{\vec{E}}'_{m} = \vec{e}_y \dot{E}'_{my}\right)$ [5,6] последний член в правой части первого уравнения (4) равняется нулю (так как $\dot{\vec{E}}'_{m} e^{-j\alpha x} \perp \operatorname{grad}\gamma$). Предполагая далее, что в тех точках немагнитного зазора, где $\operatorname{grad}\gamma \neq 0$ должно соблюдаться условие $\dot{E}''_{mz} = 0$, можем приравнять к нулю и третий член левой части вышеупомянутого уравнения (так как $\dot{\vec{E}}''_{m} e^{-j\alpha x} \perp \operatorname{grad}\gamma$). В реальных устройствах, где вторичная система имеет слоистую структуру, последнее предположение означает, что электрические токи между смежными слоями не существуют.

Учитывая вышеупомянутое, можем уравнение для $\dot{E}''_{my}$ написать в следующем виде:

$$\Delta\left(\dot{E}''_{my} e^{-j\alpha x}\right) - j\omega s\mu_0 \gamma(z) \dot{E}''_{my} e^{-j\alpha x} = = j\omega s\mu_0 \gamma(z) \dot{E}'_{my} e^{-j\alpha x}. \tag{5}$$

Решать уравнение (5) в общем случае при произвольном $\gamma(z)$ вызывает затруднения. Для упрощения задачи проинтегрируем уравнение (5) по толщине немагнитного зазора, т.е. определяем интеграл $\frac{1}{\delta}\int_{-\delta/2}^{\delta/2} (5)\, dz$. Средние значения по толщине немагнитного зазора обозначаем чертой внизу:

$$\frac{1}{\delta}\int_{-\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} \dot{E}''_{my}\, dz = \underline{\dot{E}}''_{my}; \qquad \frac{1}{\delta}\int_{-\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} \frac{\partial^2 \dot{E}''_{my}}{\partial y^2}\, dz = \frac{\partial^2 \underline{\dot{E}}''_{my}}{\partial y^2};$$

$$\frac{1}{\delta}\int_{-\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} \frac{\partial^2 \dot{E}''_{my}}{\partial z^2}\, dz = \frac{1}{\delta} \left.\frac{\partial \dot{E}''_{my}}{\partial z}\right|_{z=-\frac{\delta}{2}}^{z=\frac{\delta}{2}} = 0.$$

Последнее равенство получим из граничных условий на поверхности индуктора. Согласно первым уравнениям систем (I) и (2)

$$\operatorname{rot}\left(\dot{\vec{E}}''_m e^{-j\alpha x}\right) = -j\omega s \dot{\vec{B}}''_m e^{-j\alpha x}$$

и, следовательно,

$$\frac{\partial \dot{E}''_{mz}}{\partial y} - \frac{\partial \dot{E}''_{my}}{\partial z} = -j\omega s \mu_0 \dot{H}''_{mx}.$$

На поверхности **индуктора** $\dot{E}''_{mz} = 0$ (так как поверхность индуктора предполагается непроводящей) и $\dot{H}''_{mx} = 0$ (так как $\dot{H}''_{mx}$ обусловлено индуктированными токами вторичной системы, а последние на поверхности индуктора поверхностных токов не создают). Поэтому на поверхности индуктора $\frac{\partial \dot{E}''_{my}}{dz} = 0$.

Далее получим:

$$\frac{1}{\delta}\int_{-\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} \gamma(z)\dot{E}''_{my} e^{-j\alpha x} dz \approx \underline{\gamma(z)}\,\underline{\dot{E}}''_{my} e^{-j\alpha x} \quad \text{и} \qquad (\text{ж})$$

$$\frac{1}{\delta}\int_{-\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} \gamma(z)\dot{E}'_{my} e^{-j\alpha x} dz \approx \underline{\gamma(z)}\,\underline{\dot{E}}'_{my} e^{-j\alpha x}, \qquad (\text{ж})$$

где

$$\underline{\gamma(z)} = \frac{1}{\delta}\int_{-\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} \gamma(z)\, dz.$$

Приведенные равенства (ж) имеют место, если $\dot{E}'_{my}$ и $\dot{E}''_{my}$ мало изменяются по толщине немагнитного зазора.

Таким образом, получим уравнение для $\underline{\dot{E}}''_{my}$:

$$\frac{d^2 \underline{\dot{E}}''_{my}}{dy^2} - \left(\alpha^2 + j\omega s \underline{\gamma(z)}\right)\underline{\dot{E}}''_{my} = j\omega s \mu_0 \underline{\gamma(z)}\,\underline{E}'_{my}, \qquad (6)$$

Для модели, приведенной на фиг. I, $\underline{\gamma(z)} = \gamma\frac{\Delta}{\delta}$ и уравнение (6) приобретает вид уравнений, применяемых в работах А.И. Вольдека и Х.И. Янеса [I,2].

Уравнение (6) можно решить при различных вариантах граничных условий при $y = \pm a$.

Приводим здесь выражения $\underline{\dot{E}}''_{my}$, K_{oc} и K_p для модели, обозначенной на фиг. I. Обмотка индуктора бесконечно тонкая. Линейная токовая нагрузка $A = A_y\frac{a}{M}$ изменяется во времени и вдоль оси x синусоидально. При решении уравнения (6) воспользуемся т.н. "периодическим чередованием насосов" вдоль оси y [5]. Представим выражения $\underline{\dot{E}}'_{my}$ и $\underline{\dot{E}}''_{my}$ в виде рядов по $\sin\frac{p\pi(y+a)}{2a}$ (выражение $\dot{E}'_{my}$ приведено в [5]):

$$\underline{\dot{E}}'_{my}=\frac{2A_{my}\omega s\mu_0}{j\delta\alpha^2}=\frac{8A_{my}\omega s\mu_0}{j\pi\alpha^2\delta}\sum_{p=1,3,5,\ldots}^{\infty}\frac{1}{p}\sin\frac{p\pi(y+a)}{2a},$$

$$\underline{\dot{E}}''_{my}=\sum_{p=1,3,5,\ldots}^{\infty}\underline{\dot{E}}''_{myp}\sin\frac{p\pi(y+a)}{2a}.$$

Подставляя вышеприведенные ряды в уравнение (6), определяем коэффициенты $\underline{\dot{E}}''_{myp}$ и выражение для $\underline{\dot{E}}''_{my}$:

$$\underline{\dot{E}}''_{my}=-\frac{8A_{my}\omega^2s^2\mu_0^2\gamma\frac{\Delta}{\delta}}{\pi\alpha^2\delta}\sum_{p=1,3,5,\ldots}^{\infty}\frac{1}{p\underline{\lambda}^2_p}\sin\frac{p\pi(y+a)}{2a}.$$

Здесь

$$\underline{\lambda}^2_p=\left(\frac{p\pi}{2a}\right)^2+\alpha^2+j\omega s\mu_0\gamma\frac{\Delta}{\delta}. \tag{7}$$

Пользуясь теоремой Умова-Пойнтинга вычисляем комплексную мощность участка немагнитного зазора длиной (вдоль оси x) 2τ, ограниченного поверхностями $z=\pm\frac{\delta}{2}$ и $y=\pm a$ по следующей формуле:

$$\tilde{S}=2\int_{x=0}^{2\tau}\int_{y=-a}^{a}\underline{\dot{E}}''_y A_y\,dy\,dx. \tag{8}$$

На основе выражения комплексной мощности получим выражения для коэффициентов K_{oc} и K_p:

$$K_{oc}=\frac{32\left(\operatorname{sh}\alpha\frac{\delta}{2}\right)^2}{\pi^2\delta^2}\sum_{p=1,3,5,\ldots}^{\infty}\frac{1}{p^2}\operatorname{Re}\left(\frac{1}{\underline{\lambda}^2_p}\right), \tag{9}$$

$$K_p=\frac{32\left(\operatorname{sh}\alpha\frac{\delta}{2}\right)^2}{\pi^2\delta^2}\sum_{p=1,3,5,\ldots}^{\infty}\frac{1}{p^2}\operatorname{Jm}\left(\frac{1}{\underline{\lambda}^2_p}\right). \tag{10}$$

При выводе выражений для K_{oc} и K_p в качестве базисной была выбрана мощность [5]:

$$P_0=F_{x(0)}\cdot\frac{\omega s}{\alpha}=4B'^2_{mz\delta}\gamma\tau^2a\Delta fs\cdot\frac{\omega s}{\alpha}.$$

При малых значениях $\frac{\alpha\delta}{2}$ можем в формулах (9) и (10) предполагать, что $\frac{\operatorname{sh}\alpha\delta/2}{\alpha\delta/2}=1$ и выразить коэффициенты K_{oc} и K_p как функции от $\frac{a}{\tau}$ и $\varepsilon=\frac{\mu_0 s\omega}{\alpha^2}\gamma\frac{\Delta}{\delta}$ [2,3]:

$$K_{oc} = \frac{8}{\pi^2}\sum_{p=1,3,5,\dots}^{\infty} \mathrm{Re}\, \frac{1}{p^2\left[\frac{p^2}{4\left(\frac{a}{\tau}\right)^2}+1+j\varepsilon\right]}, \tag{II}$$

$$K_p = \frac{8}{\pi^2}\sum_{p=1,3,5,\dots}^{\infty} \mathrm{Jm}\, \frac{1}{p^2\left[\frac{p^2}{4\left(\frac{a}{\tau}\right)^2}+1+j\varepsilon\right]}. \tag{I2}$$

В качестве примера приводим данные расчета K_{oc} и K_p для насоса ЭМН-6 [4] при δ = 35 мм, Δ = 5 мм, $2a$ = I20 мм, $\gamma = 1{,}47 \cdot 10^7 \frac{\text{сим}}{\text{м}}$, $s = 1$, $\frac{a}{\tau} = 0{,}407$, f = 50 герц.

При расчетах толщина немагнитного зазора δ заменена эквивалентной величиной $\delta K'_\delta K'''_\delta$ [4] ($K'_\delta = 1{,}126$, $K'''_\delta = 1{,}019$). По формулам (II) и (I2) получим $K_{oc} = 0{,}237$ и $K_p = -0{,}147$. При расчете учитывались члены, соответствующие $p = 1$ и $p = 3$. Члены при $p > 3$ ввиду хорошей сходимости рядов (II) и (I2) не учитывались. Так, например, K_{oc3} составляет только 2,6% от K_{ocI}. По формулам [I,2,3] соответствующие значения будут: $K_{oc} = 0{,}236$ и $K_p = -0{,}145$. По более точным формулам [5] получим $K_{oc} = 0{,}211$ и $K_p = -0{,}146$.

Литература

I. А.И. Вольдек. Токи и усилия в слое жидкого металла плоских индукционных насосов. ИВУЗ - Электромеханика, № I, 1959.

2. А.И. Вольдек, Х.И. Янес. Поперечный краевой эффект в плоском индукционном насосе с электропроводящим каналом. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 197, 1962.

3. Х.И. Янес. Учет влияния вторичной системы в линейной плоской магнитогидродинамической машине, там же.

4. Х.И. Янес, Х.А. Таммемяги, А.В. Конт. Формуляр контрольного расчета плоского индукционного насоса, там же.

5. Т.А. Веске. Решение уравнений электромагнитного поля плоской линейной индукционной машины с учетом вторичных поперечного и толщинного краевых эффектов. Магнитная гидродинамика, № I, 1965.

6. Т.А. В е с к е. Решение уравнений электромагнитного поля плоской линейной индукционной машины с односторонней обмоткой. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 231, 1965.

T. Veske, H. Tammemägi, H. Jänes

The Simplification of the Calculation of Electromagnetic Processes in the Plane Linear Induction Pumps Introducing the Equivalent Specific Conductivity of Non-magnetic Clearance

S u m m a r y

The article deals with the problem of simplification of the calculation of electromagnetic processes in the plane linear inductive pumps giving also an introduction to the equivalent specific conductivity of non-magnetic clearance.

It also gives an example of the calculation coefficients characteristic to electromagnetic processes.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 284 1970

УДК 621.318,38

Х.А. Лийн, Х.И. Янес

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ РАЗМЕРОВ ПЛОСКОГО ЛИНЕЙНОГО ИНДУКЦИОННОГО НАСОСА, УЧИТЫВАЯ К.П.Д., ЧИСЛО ПАР ПОЛЮСОВ, РЕАКТИВНУЮ МОЩНОСТЬ И ЧАСТОТУ ПИТАНИЯ

В настоящей работе на основании методики определения оптимальных основных размеров для плоского линейного индукционного насоса по к.п.д., приведенной в [1], определены основные размеры насоса для жидкого натрия при температуре 700°C, производительностью 10 м^3/час, давлением 1 атм. и насоса для жидкого магния при температуре 750°C, производительностью 10 м^3/час, давлением 1 атм, при частотах питающей сети 25, 40, 50, 60, 75 и 90 герц.

Исходные данные для обоих насосов приведены в таблице 1.

Таблица 1

№	Наименование величины	Обозначение	Ед. изм.	Натрий при температуре 700°C	Магний при температуре 750°C
1	2	3	4	5	6
1.	Производительность	$Q_м$	м^3/сек	$2{,}78 \cdot 10^{-3}$	$2{,}78 \cdot 10^{-3}$
2.	Давление	$p'_п$	н/м^2	$9{,}81 \cdot 10^4$	$9{,}81 \cdot 10^4$
3.	Линейная нагрузка индуктора	A	а/м	$8 \cdot 10^4$	$8 \cdot 10^4$
4.	Плотность тока	j	а/м^2	$3 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^6$

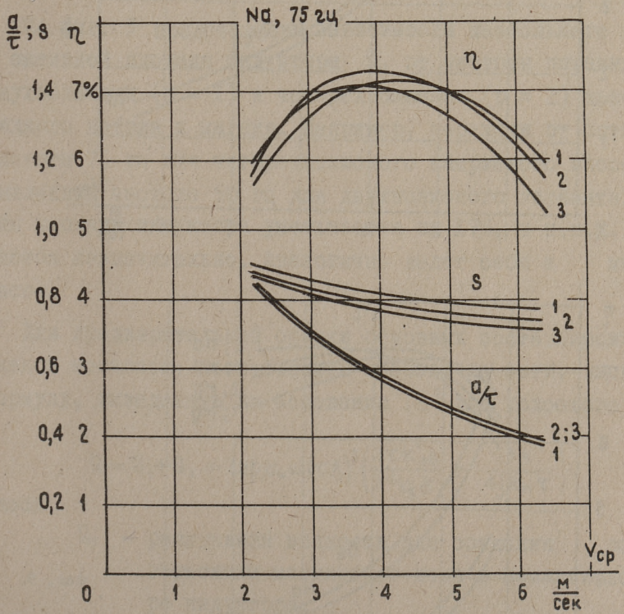
I	2	3	4	5	6
5.	Электропроводность жидкого металла	γ	сим/м	$2{,}58 \cdot 10^{6}$	$3{,}55 \cdot 10^{6}$
6.	Вязкость жидкого металла	ν	$м^2/сек$	$2{,}375 \cdot 10^{-7}$	$6{,}05 \cdot 10^{-7}$
7.	Плотность жидкого металла	$D_м$	$кг/м^3$	$0{,}783 \cdot 10^{3}$	$1{,}47 \cdot 10^{3}$
8.	Толщина стенки канала	d'	м	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$
9.	Материал стенки канала	—	-	сталь Х25Т	сталь Х25Т
I0.	Электропроводность стенки канала	γd	$\frac{сим}{м}$	$8{,}76 \cdot 10^{5}$	$8{,}76 \cdot 10^{5}$
II.	Толщина двухсторонней теплоизоляции со стенками канала $2b_{из} + 2d'$	h	м	$2{,}5 \cdot 10^{-2}$	$2{,}7 \cdot 10^{-2}$
I2.	Частота	f	гц	25, 40,50,	60,75, 90
I3.	Коэффициент	a_0	-	35	35
I4.	Коэффициент	β	-	I,2	I,2
I5.	Коэффициент	k_1	-	I,7	I,7
I6.	Коэффициент	k_2	-	2	2
I7.	Результирующий коэффициент немагнитного зазора	k_δ	-	I,I7	I,I7
I8.	Удельное сопротивление обмоточного провода	ρ_t	ом·м	$2{,}87 \cdot 10^{-8}$	$2{,}87 \cdot 10^{-8}$
I9.	Плотность электротехнической стали Э-II	$D_{ст}$	$кг/м^3$	$7{,}8 \cdot 10^{3}$	$7{,}8 \cdot 10^{3}$
20.	Обмоточный коэф.	$k_{об}$	-	0,966	0,966
2I.	Удельные потери в эл.техн.стали при частоте f = 50 гц и индукции B_I=0,5тл	σ	вт/кг	I	I
22.	Коэф.,учитывающий технологию магнитопровода	$k_{тех}$	-	I	I
23.	Коэф.заполнения стали	$k_{ст}$	-	0,97	0,97
24.	Шероховатость канала	Δ'	м	$5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$

В табл. I приняты такие же обозначения величин, как в [I].

Насосы с заданными исходными данными могут быть использованы в металлургической промышленности.

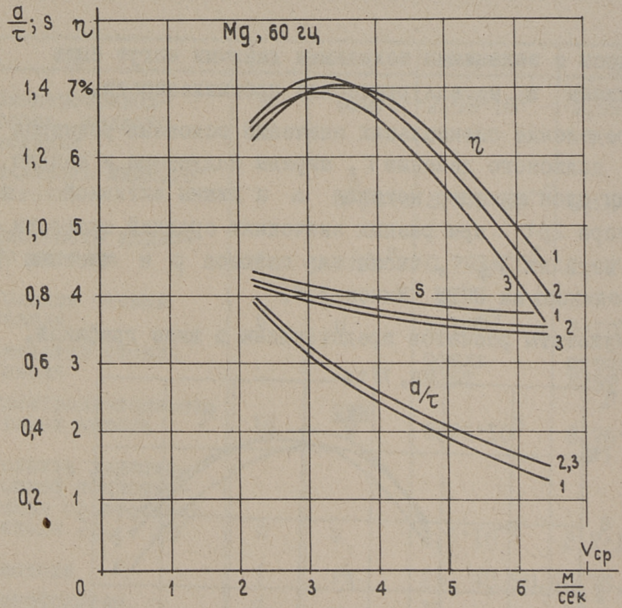
Определение оптимальных значений основных размеров насоса: полюсного деления τ, ширины индуктора и канала 2а, толщины слоя жидкого металла Δ и длины активной зоны индуктора $2p\tau$ при разных значениях средней скорости течения металла $V_{ср}$, числа пар полюсов p и частоты f, производилось на ЭЦВМ "Минск-22".

Результаты расчетов представлены в виде графиков.



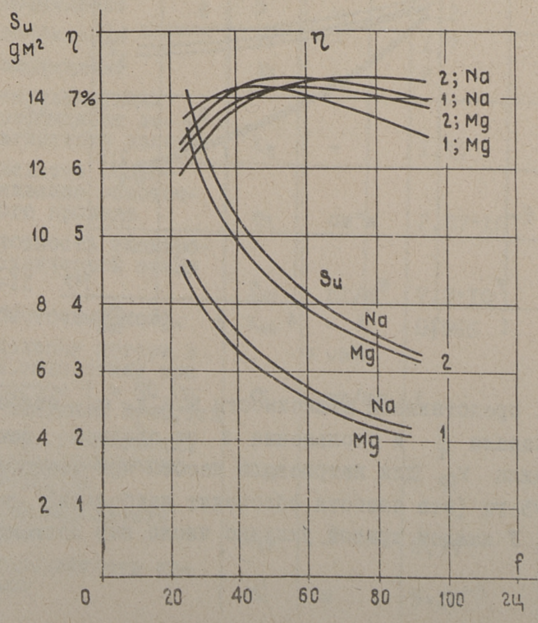
Фиг. 1

На фиг. I представлены зависимости к.п.д. η, относительной ширины канала $\frac{a}{\tau}$ и скольжения s от средней скорости течения металла $V_{ср}$ для натриевого насоса при частоте питания f = 75 гц (эта частота обеспечит наибольший расчетный к.п.д.). У каждой кривой указано число пар полюсов индуктора p.



Mg, 60 гц
η
S
a/τ
1
2
3
2,3
V ср
м/сек

Фиг. 2



S_u gм²
η
2; Na
1; Na
2; Mg
1; Mg
S_u
Na
Mg
2
1
f
гц

Фиг. 3.

На фиг. 2 представлены такие же зависимости для магниевого насоса при частоте питания 60 гц. Для магниевого насоса эта частота является наивыгодной в отношении к.п.д.

Поскольку все варианты рассматриваемых насосов рассчитаны для одинаковой полезной мощности, то при выборе варианта, кроме к.п.д., целесообразно иметь в виду также габариты насоса и потребляемую из сети реактивную мощность.

Габариты насоса, согласно данной методике определения основных размеров ($A = const$, $j = const$ и сталь индуктора не насыщена), характеризуются активной площадью индуктора $S_u = 2a \cdot 2p\tau$.

На фиг. 3 представлены зависимости наибольшего к.п.д. η и активной площади индуктора S_u от частоты питания для двухполюсных (p = I) и четырехполюсных (p = 2) насосов для жидкого натрия и магния. Например, переходя от оптимальной частоты 75 гц для четырехполюсного натриевого насоса к промышленной частоте 50 гц для двухполюсного варианта, активная площадь индуктора уменьшается на 17%, а к.п.д. уменьшается незначительно. Аналогично ведет себя и магниевый насос.

Для предварительной оценки основных составляющих реактивной мощности, потребляемой насосом из сети, используем формулу, выведенную на основании [2] для холостого хода:

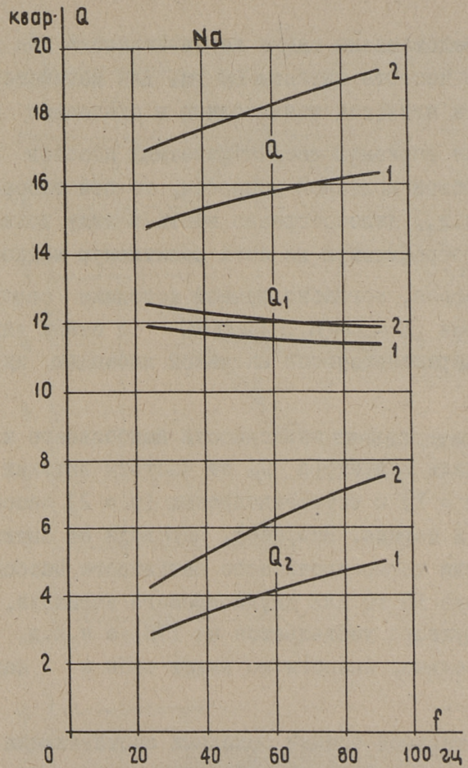
$$Q = Q_1 + Q_2 = 2ap\mu_0\omega(\tau A)^2\left(\frac{2\tau k_{o\delta}^2}{\pi^2 k_\delta \delta} + \frac{3A}{4jk_м\tau}\right).$$

Здесь

Q_1 - реактивная мощность для создания основной гармоники магнитного поля в немагнитном зазоре индуктора,

Q_2 - реактивная мощность, соответствующая магнитному полю рассеяния пазов. При выводе формулы для Q_2 принято, что весь паз в направлении глубины заполнен проводниками однородно, с коэффициентом заполнения $k_м$ (в расчетах принято $k_м = 0,4$).

Результаты расчетов показывают (фиг. 4, насос для натрия), что с увеличением частоты в случае насоса с наи-



Фиг. 4

большим к.п.д., реактивная мощность для создания основной гармоники магнитного поля несколько уменьшается, а реактивная мощность, соответствующая магнитному полю рассеяния пазов, увеличивается. Сумма этих двух составляющих реактивной мощности с увеличением частоты увеличивается.

Для примера сравним сумму этих составляющих реактивной мощности в случае натриевого насоса для промышленной частоты при р = I и р = 2. Согласно расчетам, суммарные реактивные мощности соответственно I5350 и I7950 вар. Следовательно у четырехполюсного варианта реактивная мощность на I7% больше.

При переходе от оптимальной частоты 75 гц для натриевого четырехполюсного варианта насоса к промышленной частоте 50 гц для двухполюсного варианта реактивная мощность индуктора уменьшается на I8%.

Учитывая вышеизложенное нужно при выборе окончательного варианта насоса для жидкого натрия по габаритам и реактивной мощности предпочитать двухполюсный насос для промышленной частоты 50 гц, у которого максимальный к.п.д. 7,258%, т.е. немного меньше максимального к.п.д. четырехполюсного варианта для частоты 75 гц - 7,327%.

У магниевого насоса имеется наибольший к.п.д. 7,17% у варианта: f = 60 гц, $2p = 4$, V_{cp} = 3,25 м/сек, S_u=0,079м^2.

По габаритам и реактивной мощности нужно и в этом случае предпочитать вариант для промышленной частоты 50 гц: η = 7,15%, $2p = 2$, V_{cp} = 3,25 м/сек, S_u = 0,0584 м^2. Разница в к.п.д. незначительная, но активная площадь индуктора при промышленной частоте меньше на 26%. Уменьшение реактивной мощности для этого насоса не рассчитано.

На основании произведенных расчетов и представленных графиков можно сделать следующие выводы:

I. Плоский линейный индукционный насос при рассмотренных исходных данных (Na, Mg, I0 м^3/час, I атм) имеет максимальный к.п.д. при определенной частоте питания. Эта оптимальная по к.п.д. частота много не отличается от промышленной 50 гц. Максимум к.п.д. не острый и предпочитать следует промышленную частоту.

2. Увеличением частоты при заданном числе пар полюсов уменьшаются габариты насоса, но увеличивается реактивная мощность, потребляемая из сети за счет увеличения магнитного поля рассеяния пазов.

3. Увеличением числа пар полюсов индуктора при заданной частоте увеличиваются габариты насоса и реактивная мощность. Предпочитать следует двухполюсный насос.

Литература

I. Х.А. Лийн, М.Х. Мере. Определение основных размеров для плоских линейных индукционных насосов на быстродействующей цифровой вычислительной машине (БЦВМ). Сборник трудов ТПИ, серия А, № 249, Таллин I967.

2. Х.И. Я н е с, Х.А. Т а м м е м я г и, А.В. К о н т, Формуляр контрольного расчета плоского индукционного насоса. Сборник Трудов ТПИ, серия А, № 197, Таллин 1962.

H. Liin, H. Jänes

The Fixing of the Basic Dimensions of the Flat Linear Induction Pump Taking into Account Efficiency, Number of Pole Pairs, Wattless Power and Supply Frequency

S u m m a r y

The paper deals with fixing the optimum design of the pump in dependance of supply frequency, number of pole pairs, needed wattless power and efficiency. The pumps with the productivity 10 m^3/h and pressure $9{,}81 \cdot 10^4$ N/m^2 in the interval of supply frequency from 25 to 90 Hz are discussed.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А № 284 1970

УДК 621.318.38

Э.В. Валласте, Х.И. Янес

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОБМОТКИ ЛИНЕЙНОГО ОДНОСТОРОННЕГО ИНДУКТОРА ОГРАНИЧЕННОЙ ДЛИНЫ

I. Введение

В настоящее время в различных целях применяются электромагнитные устройства в виде односторонних линейных индукторов, создающих бегущее магнитное поле. Методы определения параметров этих индукторов до сих пор недостаточно изучены. Особенно сложным является определение индуктивности обмоток индукторов ограниченных размеров. Сложность задачи заключается в том, что ввиду ограниченных размеров магнитный поток над поверхностью индуктора распределяется по иным закономерностям, чем в случае, когда размеры индуктора бесконечно велики.

В [6] при определении магнитного потока и индуктивностей рассматривается случай, когда ширина индуктора имеет ограниченную величину, а длина индуктора бесконечно велика.

Применяемые в [6] расчетные схемы обмоток упрощают расчетные формулы, но они неприменимы при рассмотрении обмоток и сердечников ограниченной длины. При расчете магнитного потока на поверхности индуктора и индуктивностей обмоток конечной длины можно применить методику, изложенную в [6], если вместо расчетной схемы провести расчет по действительной схеме обмотки.

Так как в практике наиболее распространены двуслойные обмотки с полным или ускоренным шагом, то в настоящей статье рассматривается метод определения параметров обмотки этого типа.

При расчете делаются следующие допущения:

I. Магнитная проницаемость стали сердечника принимается бесконечно большой ($\mu_{ст} = \infty$).

2. При расчете результирующей индуктивности учитывается только I, 3, 5 и 7 гармонические магнитной индукции.

3. При расчете действительные катушки, имеющие сложные пространственные конфигурации, заменяются плоскими прямоугольными катушками эквивалентной длины, оси сторон которых расположены на плоскости активной поверхности магнитопровода на осях пазов.

4. Ток принимается сосредоточенным на осях сторон катушки.

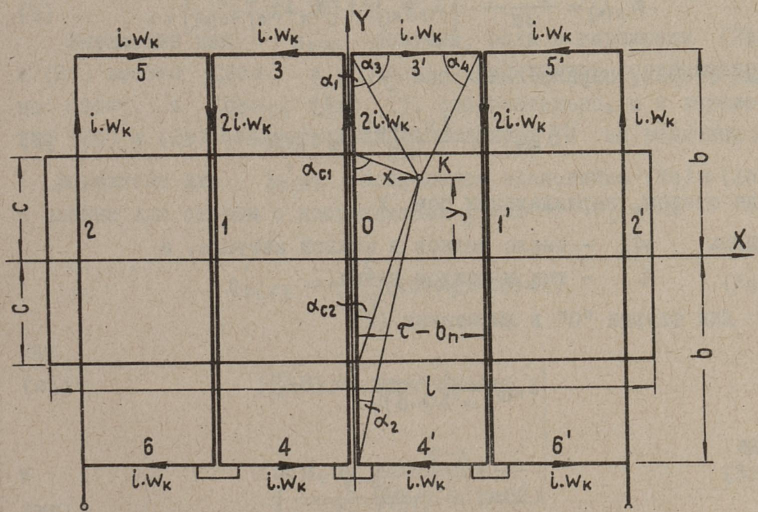
Кроме того предполагается, что обмотка не имеет корригирующих катушек и все стороны катушек обмотки находятся в пазах сердечника, то есть стальной сердечник индуктора длиннее, чем обмотка на нем (фиг. I).

Коэффициент эквивалентного тока сторон катушек, лежащих в пазах сердечника, принимается по [6] равным $\chi_{a} = 2,0$, а для лобовых частей $\chi_{л} = 1,5$.

Как показывают опыты, эти предположения при сделанных допущениях гарантируют хорошее совпадение расчетных и экспериментальных результатов.

Как в [6], так и здесь, принимается, что полная индуктивность обмотки состоит из внешней индуктивности от суммарного потока вне магнитопровода и от индуктивности потока пазового рассеяния. Внутренняя индуктивность лобовых частей обмотки не учитывается ввиду ее малости.

Внешняя индуктивность вместе с индуктивностью пазового рассеяния, которая определяется с учетом числа пар полюсов обмотки, образует индуктивность холостого хода обмотки одностороннего индуктора ограниченной длины.



Фиг. 1 Расположение однофазной двуслойной обмотки из прямоугольных катушек в пазах магнитопровода длиной l и шириной 2c

2. Магнитная индукция на поверхности магнитопровода от однофазной двуслойной обмотки ограниченной длины

Расположим систему осей координат так, что ось y совпадает со сторонами катушек в середине обмотки (фиг. I).

Магнитная индукция в свободно выбранной точке К на поверхности магнитопровода создается токами во всех сторонах катушек обмотки.

Например, для случая с четырьмя катушками, рассматриваемого на фиг. I, имеем

$$B_к = B_{к(0)} + B_{к(1')} + B_{к(2)} + B_{к(3')} + B_{к(4')} + B_{к(5)} + B_{к(6)} -$$

$$- B_{к(1)} - B_{к(2')} - B_{к(3)} - B_{к(4)} - B_{к(5')} - B_{к(6')} = \sum B_{к(к)} . \qquad (I)$$

Здесь аналогично [6]

$$B_{\kappa(\kappa)}=\frac{2\mu_0 w_\kappa i}{4\pi}\left[\chi_\lambda s_{\kappa(\kappa)}+(\chi_a-\chi_\lambda)s_{c(\kappa)}\right], \qquad (2)$$

для сторон, параллельных оси y и

$$B_{\kappa(\kappa)}=\frac{2\mu_0 w_\kappa i}{4\pi}\chi_\lambda s'_{\kappa(\kappa)}, \qquad (3)$$

для сторон, параллельных оси x.

Здесь w_κ - число витков в каждой катушке, а
i - ток в каждом витке.

Для сторон "0" в выражении (2)

$$s_{\kappa(0)}=\frac{1}{x}(\cos\alpha_1+\cos\alpha_2), \qquad (2а)$$

где

$$\cos\alpha_1=\frac{b-y}{\sqrt{(b-y)^2+x^2}}$$

и

$$\cos\alpha_2=\frac{b+y}{\sqrt{(b+y)^2+x^2}} \qquad (2б)$$

Выражения для $s_{\kappa(1)}$, $s_{\kappa(2)}$ и т.д. получим, если вместо x в выражениях (2а) и (2б) подставить соответственно $\tau+x$, $2\tau+x$ и т.д., а в выражения для $s_{\kappa(1')}$, $s_{\kappa(2')}$, если в (2а) и (2б) вместо x подставить соответственно $\tau-x$, $2\tau-x$ и т.д.

Следовательно, в общем случае, когда обмотка состоит из 2p катушек, получается для сторон $x>0$ выражения (2а) в виде:

$$s_{\kappa(\kappa')}=\frac{1}{\kappa\tau-x}\left[\frac{b-y}{\sqrt{(b-y)^2+(\kappa\tau-x)^2}}+\right.$$
$$\left.+\frac{b+y}{\sqrt{(b+y)^2+(\kappa\tau-x)^2}}\right] \qquad (2в)$$

Выражение $s_{\kappa(\kappa)}$ для сторон $x<0$, получим, если в (2в) вместо $\kappa\tau-x$ подставим соответственно $\kappa\tau+x$.

Здесь к - порядковый номер сторон:
$к = 1, 2, \ldots p$.

Выражения для $s_{c(к)}$ получим, если в выражении (2а) и (2б) вместо $\cos\alpha_1$ и $\cos\alpha_2$, подставить соответственно $\cos\alpha_{c1}$ и $\cos\alpha_{c2}$ (фиг. I), следовательно, и в выражении (2б) и (2в) следует заменить величину b на величину c

Выражение для $s'_{к(к)}$ получается аналогично (2а) и (2б), а именно для сторон с координатами $y = const > 0$, $z = 0$

$$s'_{к(3')} = \frac{0{,}5}{b-y}(\cos\alpha_3 + \cos\alpha_4), \tag{3а}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha_3 &= \frac{x}{\sqrt{(b-y)^2 + x^2}} \\ \text{и} \qquad \cos\alpha_4 &= \frac{\tau - x}{\sqrt{(b-y)^2 + (\tau - x)^2}} \end{aligned}\right\} \tag{3б}$$

(α_3 и α_4 см. фиг. I).

Выражения для сторон $5'$ и т.д. получим в виде:

$$s'_{к(к')} = \frac{0{,}5}{b-y}\left[\frac{к\tau - x}{\sqrt{(b-y)^2 + (к\tau - x)^2}} - \frac{(к-1)\tau - x}{\sqrt{(b-y)^2 + [(к-1)\tau - x]^2}}\right], \tag{3в}$$

где $к = 2, 3 \ldots (p-1)$.

Для сторон 3, 5 и т.д. $s'_{к(к)}$ выражается по (3в), если вместо $-x$ везде подставить $+x$. Для этих сторон
$к = 1, 2 \ldots p$.

Для сторон катушек с координатами $y = const < 0$, $z = 0$ выражения для $s'_{к(к)}$ соответствуют выражениям для сторон с координатами $y = const > 0$, $z = 0$, если там везде вместо $b-y$ подставить соответственно $b+y$.

3. Внешняя индуктивность однофазной двуслойной обмотки ограниченной длины

Магнитный поток, пронизывающий внутренний контур катушки, выражается формулой

$$\Phi_{bн} = \frac{2\mu_0 w_к i}{4\pi} \int\limits_{-(b-\frac{b_п}{2})}^{b-\frac{b_п}{2}} \int\limits_{\frac{b_п}{2}}^{\tau-\frac{b_п}{2}} \left[\chi_\lambda (s_{к(к)} + s'_{к(к)}) + (\chi_a - \chi_\lambda) s_{c(к)}\right] dx\,dy, \tag{4}$$

где $b_п$ - ширина паза.

Внешняя индуктивность катушки

$$L_{bн} = \frac{w_к \Phi_{bн}}{i}. \tag{5}$$

Таким образом, перемещая ось y (фиг. I) каждый раз на τ, можно определить внешнюю индуктивность каждой катушки отдельно. Результирующая индуктивность получается суммированием индуктивностей всех последовательно включенных катушек обмотки.

Такая методика определения индуктивности обмотки является очень трудоемкой и для практики мало подходящей, если невозможно пользоваться услугами электронно-вычислительных машин. Расчет внешней индуктивности обмотки может быть значительно упрощен, если не учитывать уменьшение потока сцепления для крайних катушек обмотки. При этом допущении определяется внешняя индуктивность катушки, находящейся в середине обмотки и для получения результирующей внешней индуктивности, полученную величину следует помножить на число катушек. В этом случае, если расчет $L_{bн}$ провести по описанной методике, результат получается несколько увеличенным в случаях, когда $p > I$. Очевидно, что когда $p = I$, то поток сцепления обеих катушек ввиду симметрии одинаков.

Магнитное поле однофазной обмотки, если не учитывать некоторого ослабления поля над крайними катушками, имеет периодический характер с периодом 2τ. Среднее значение магнитной индукции по длине катушки на поверхности магнитопровода ограниченной длины

$$B_{ср\Sigma} = \frac{2\mu_0 i w_к}{4\pi b} \upsilon_{\Sigma 0}, \tag{6}$$

где

$$v_{\Sigma 0} = (\chi_0 - \chi_\Lambda)\, v'_{\Sigma 0} + \chi_\Lambda \left(v'_{b\Sigma 0} + v'''_{\Sigma 0} \right). \tag{6а}$$

Здесь

$$v'_{\Sigma 0} = \frac{1}{x}\left[\sqrt{(c+b)^2+x^2} - \sqrt{(c-b)^2+x^2}\right] + 0{,}5\left\{\frac{1}{p\tau+x}(-1)^p \cdot \left[\sqrt{(c+b)^2+(p\tau+x)^2} - \sqrt{(c-b)^2+(p\tau+x)^2}\right] + \frac{1}{p\tau-x}(-1)^{p+1}\left[\sqrt{(c+b)^2+(p\tau-x)^2} - \sqrt{(c-b)^2+(p\tau-x)^2}\right]\right\} + \sum_{k=1}^{p-1}(-1)^k\left\{\frac{1}{k\tau+x}\left[\sqrt{(c+b)^2+(k\tau+x)^2} - \sqrt{(c-b)^2+(k\tau+x)^2}\right]\right\} + \sum_{k=1}^{p-1}(-1)^{k+1}\left\{\frac{1}{k\tau-x}\left[\sqrt{(c+b)^2+(k\tau-x)^2} - \sqrt{(c-b)^2+(k\tau-x)}\right]\right\}, \tag{6б}$$

$$v'_{b\Sigma 0} = \frac{1}{x}\left(\sqrt{4b^2+x^2} + 0{,}5\left\{\frac{1}{p\tau+x}\left[\sqrt{4b^2+(p\tau+x)^2} - (p\tau+x)\right] + \frac{1}{p\tau-x}\left[\sqrt{4b^2+(p\tau-x)^2} - (p\tau-x)\right]\right\} + \sum_{k=1}^{p-1}(-1)^k\left\{\frac{1}{k\tau+x}\left[\sqrt{4b^2+(k\tau+x)^2} - (k\tau+x)\right]\right\} + \sum_{k=1}^{p-1}(-1)^{k+1}\left\{\frac{1}{k\tau-x}\left[\sqrt{4b^2+(k\tau-x)^2} - (k\tau-x)\right]\right\}, \tag{6в}$$

$$v'''_{\Sigma 0} = 0{,}5\left\{\ln\frac{\left[x+\sqrt{\left(\frac{b_n}{2}\right)^2+x^2}\right]\left[(\tau-x)+\sqrt{\left(\frac{b_n}{2}\right)^2+(\tau-x)^2}\right]\left(2b-\frac{b_n}{2}\right)^2}{\left[x+\sqrt{\left(2b-\frac{b_n}{2}\right)^2+x^2}\right]\left[(\tau-x)+\sqrt{\left(2b-\frac{b_n}{2}\right)^2+(\tau-x)^2}\right]\left(\frac{b_n}{2}\right)^2} + \right.$$

$$+\sum_{k=1}^{p}(-1)^k \ln\frac{\left[(k-1)\tau+x+\sqrt{\left(2b-\frac{b_n}{2}\right)^2+\left[(k-1)\tau+x\right]^2}\right]\left[(k\tau+x)+\sqrt{\left(\frac{b_n}{2}\right)^2+(k\tau+x)^2}\right]}{\left[(k-1)\tau+x+\sqrt{\left(\frac{b_n}{2}\right)^2+\left[(k-1)\tau+x\right]^2}\right]\left[(k\tau+x)+\sqrt{\left(2b-\frac{b_n}{2}\right)^2+(k\tau+x)^2}\right]} +$$

$$+\sum_{k=2}^{p}(-1)^{k+1}\ln\frac{\left[(k-1)\tau-x+\sqrt{\left(2b-\frac{b_n}{2}\right)^2-\left[(k-1)\tau-x\right]^2}\right]\left[(k\tau+x)+\sqrt{\left(\frac{b_n}{2}\right)^2+(k\tau+x)^2}\right]}{\left[(k-1)\tau-x+\sqrt{\left(\frac{b_n}{2}\right)^2+\left[(k-1)\tau-x\right]^2}\right]\left[(k\tau-x)+\sqrt{\left(2b-\frac{b_n}{2}\right)^2+(k\tau-x)^2}\right]}\Bigg\}, \qquad (6г)$$

где к - порядковый номер члена суммы.

р - число пар полюсов обмотки.

На электронно-вычислительной машине Минск-22 рассчитана функция $V_{\Sigma 0}$ (относительная средняя индукция) по формуле (6а) для средней катушки обмотки при различных значениях относительных размеров $\bar{\tau}=\frac{\tau}{c}$ и $\bar{b}=\frac{b}{c}$ и для числа пар полюсов Р = I; р = 2, р = 3, р = 4, р = 5. При этом ширина паза для всех вариантов $b_n=0{,}06\tau$. Полученные кривые подвергались гармоническому анализу до седьмой гармонической включительно. В результате получены кривые

$$D_{\nu 0}=f(\bar{\tau},\bar{b}).$$

Здесь $D_{\nu 0}$ - амплитудное значение ν -той гармонической относительной средней индукции на поверхности индуктора.

Выяснилось, что при $p > I$ эти кривые практически не зависят от числа пар полюсов (расхождение не более $\pm$ I,5%). Это позволяет для случая $p > I$ ограничиться только одними средними кривыми $D_{\nu 0}=f(\bar{\tau},\bar{b})$, при применении которых возможная погрешность расчета при $I < p < \infty$ не превышает $\pm$ I% (фиг. 2-а, б, в, г).

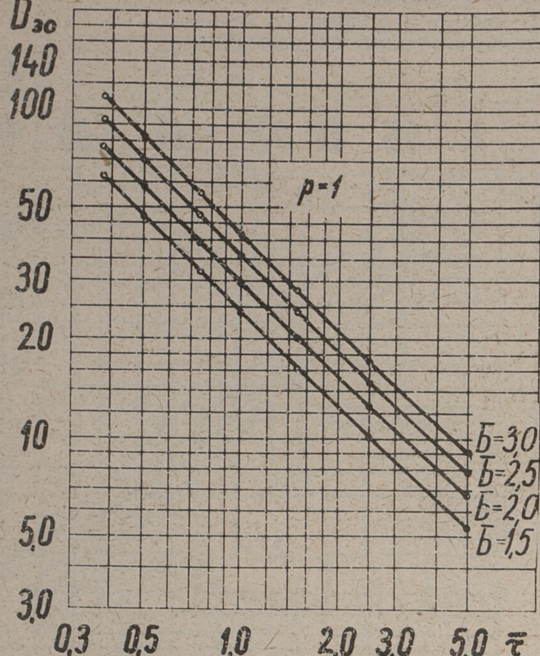
Для случая, когда число пар полюсов р = I, составлены отдельные кривые (фиг. 3-а, б, в, г), так как они уже значительно отличаются от кривых для $p > I$.

Магнитный поток ν -той гармонической, пронизывающий внутренний контур катушки, определяется при помощи этих кривых из формулы:

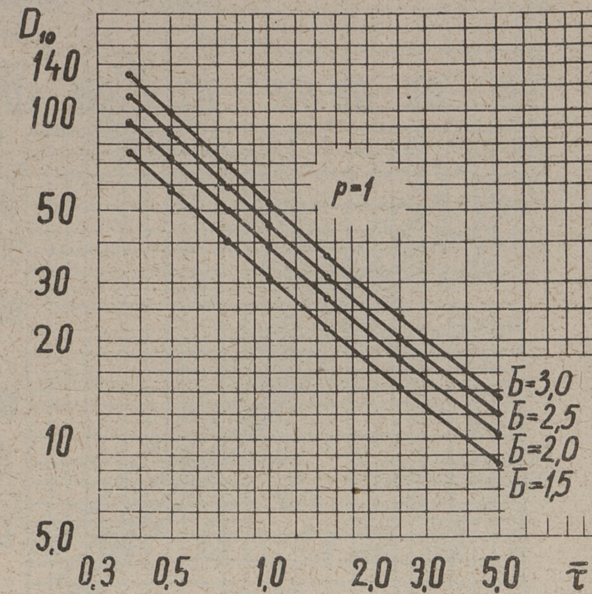
$$\Phi_{бн\nu}=\frac{\mu_0 i w_k \tau}{\nu\pi^2}D_{\nu 0}. \qquad (7)$$

Внешняя индуктивность однофазной обмотки

$$L_{бн}=\frac{\mu_0 w^2\tau}{\pi^2 p}\sum_{\nu=1;3;5;7}D_{\nu 0}\frac{K^2_{об\nu}}{\nu}, \qquad (8)$$

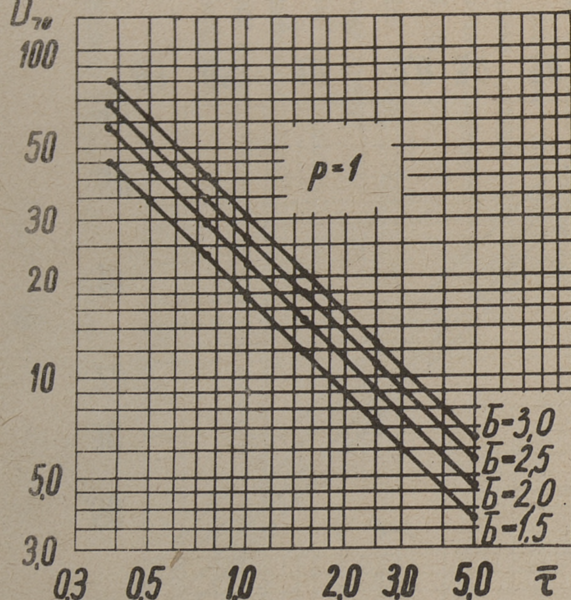


Фиг. 2б

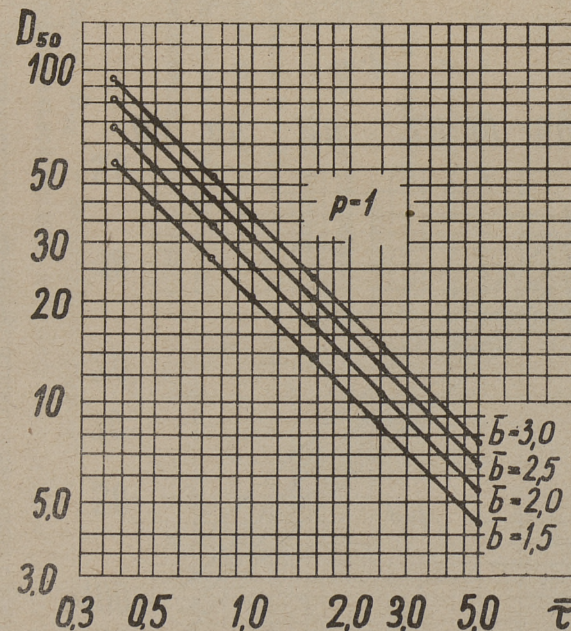


Фиг. 2а

Амплитудные значения гармонических продольного распределения среднего (по ширине 2в) значения магнитной индукции на поверхности индуктора в виде безразмерной величины D_{ν}, при числе пар полюсов $p = 1$.

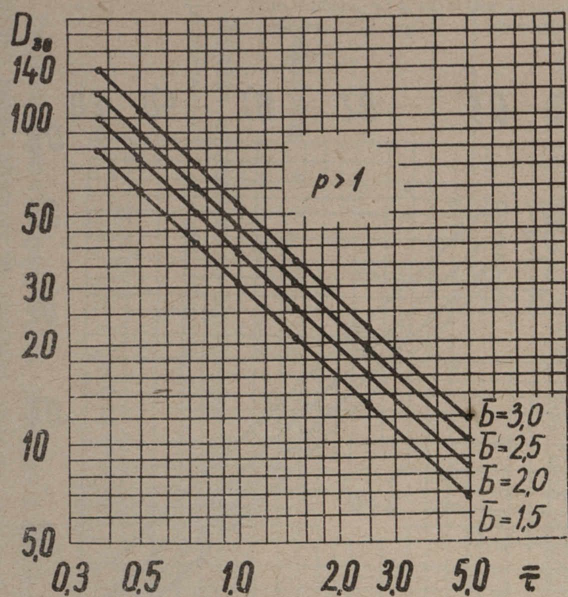


Фиг. 2г

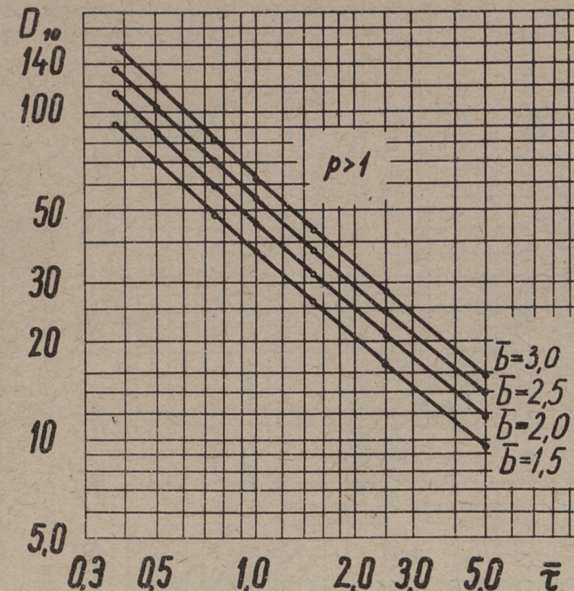


Фиг. 2в

Амплитудные значения гармонических продольного распределения среднего (по ширине 2в) значения магнитной индукции на поверхности индуктора в виде безразмерной величины $\mathcal{D}_{\nu\nu}$ при числе пар полюсов p = 1.

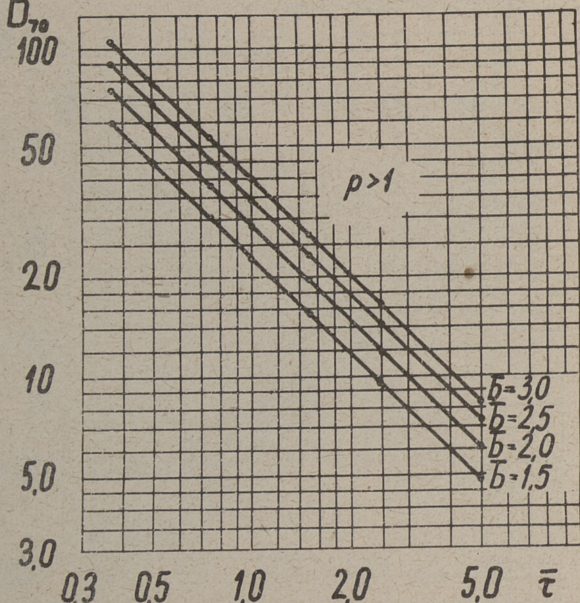


Фиг. 3б

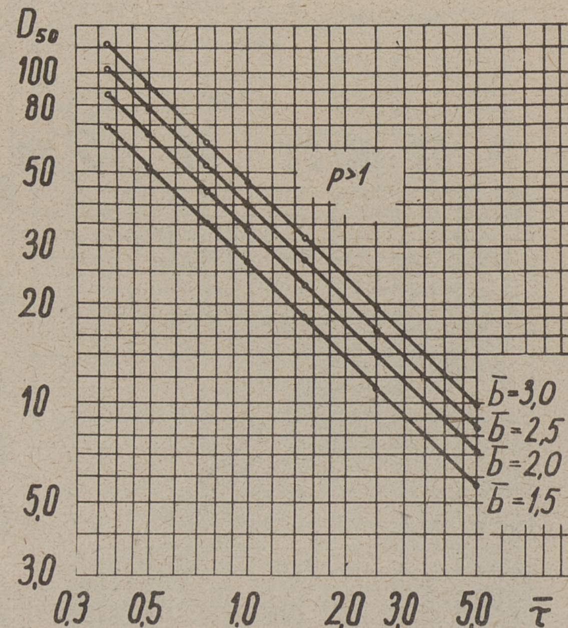


Фиг. 3а

Амплитудное значение гармонических продольного распределения среднего (по ширине 2в) значения магнитной индукции на поверхности индуктора в виде безразмерной величины D_{ν}, при числе пар полюсов р > 1.



Фиг. 3г



Фиг. 3в

Амплитудное значения гармонических продольного распределения среднего (по ширине 2в) значения магнитной индукции на поверхности индуктора в виде безразмерной величины $\mathcal{D}_{\nu n}$ при числе пар полюсов p > 1 где $K_{обν}$ – коэффициент обмотки для ν-той гармонической и

W – число витков фазной обмотки.

Внешняя индуктивность по формуле (8) должна быть несколько увеличена, так как магнитная индукция над крайними катушками несколько меньше, чем над средними катушками. С другой стороны, учитываются не все гармонические магнитной индукции, а только с I до 7-ой. Как показывают эксперименты и расчеты, эти факторы компенсируют друг друга.

На основе расчетных кривых $D_{\nu 0}$ $f(\bar{\tau},\bar{b})$ (фиг.2а ... г и фиг. 3а ... г) получена эмпирическая формула, которая связывает амплитуду относительной средней индукции $D_{\nu 0}$ с относительной шириной полюсного деления и эквивалентной полудлиной катушки $\bar{b}$:

$$D_{\nu 0} = \left(\frac{\tau^*}{\tau}\right)^{\alpha} \left(0{,}38 + 0{,}414\,\bar{b}\right) D^*_{\nu} , \tag{9}$$

где τ^* и D^*_{ν} – координаты базисных точек, выбранные на кривых $D_{\nu 0} = f(\bar{\tau}, \bar{b})$.

Значения D^*_{ν} при τ^* = 5,0, даны ниже в виде таблицы:

Таблица I

	ν = I	ν = 3	ν = 5	ν = 7
p = I	7,8	5,0	4,3	3,7
p > I	9,2	6,6	5,65	4,85

Показатель α = 0,867, при ν = I.
и α = 0,97, при ν > I.

Внешняя индуктивность однофазной обмотки по формуле (9) определяется следующим образом

$$L_{вн} = \frac{\mu_0 W^2 \tau}{\pi^2 p}\left(\frac{\tau^*}{\tau}\right)^{\alpha}\left(0{,}38 + 0{,}414\,\bar{b}\right)\sum_{\nu=1,3,5,7} D^*_{\nu}\,\frac{K^2_{об\nu}}{\nu} . \tag{10}$$

Результирующая индуктивность однофазной обмотки, как было указано выше, состоит из внешней индуктивности и из индуктивности пазового рассеяния. Учитывая, что пазовая проводимость самых крайних сторон катушек двуслойной обмотки отличается от проводимости остальных пазов, так как число проводников там в два раза меньше, результирующая пазовая индуктивность обмотки выражается формулой:

$$L_n = (2p-1)L_n' + 2L_n'', \tag{II}$$

где

$$L_n' = 2\mu_0 \left(\frac{w}{p}\right)^2 c\lambda_n', \tag{IIa}$$

и

$$L_n'' = 2\mu_0 \left(\frac{w}{2p}\right)^2 c\lambda_n''. \tag{IIб}$$

Здесь $2c$ - ширина ферромагнитного сердечника,

λ_n'' - пазовая проводимость крайнего паза,

λ_n' - пазовая проводимость каждого из остальных пазов.

Пазовые проводимости λ_n' и λ_n'' определяются по известной из теории электрических машин методике.

4. Индуктивность трехфазной обмотки индуктора ограниченной длины

Амплитудное значение каждой гармонической магнитной индукции бегущего поля трехфазной симметричной обмотки при симметричных токах, как известно, в 3/2 раза больше амплитудного значения соответствующих гармонических индукций однофазной обмотки. Следовательно, внешняя индуктивность одной фазы трехфазной обмотки будет:

$$L_{вн}^{(3)} = \frac{3}{2}\,\frac{\mu_0 w^2 \tau}{\pi^2 p} \sum_{\nu=1,5,7} D_{\nu 0} \frac{K_{об\nu}^2}{\nu}, \tag{I2}$$

где значение $D_{\nu 0}$ принимается из кривых фиг. 2 или фиг.3 в зависимости от числа пар полюсов р.

При отсутствии расчетных кривых (фиг. 2 и фиг. 3) внешняя индуктивность трехфазной обмотки может быть определена формулой (I0), если не учитывать в сумме 3 гармонической, и полученный результат умножить на 3/2.

Общее индуктивное сопротивление одной фазы обмотки одностороннего линейного индуктора ограниченной длины, учитывая и индуктивность пазового рассеяния

$$X_o = X_{bн} + X_{бп} = 2\pi f \left(L_{bн}^{(3)} + L_п\right), \qquad (13)$$

где $L_п$ определяется по формуле (II).

Активное сопротивление обмотки определяется по известной из теории электрических машин методике.

5. Экспериментальная проверка методики

Для проверки приведенной методики определения индуктивностей проведены измерения индуктивного сопротивления однофазных двуслойных обмоток с разным числом пар полюсов $1 < p \leq 5$. При этом применялись два ферромагнитных сердечника с шириной 2с = 6,I см и 2с = II,2 см. Обмотки были изготовлены разными относительными полюсными делениями ($\bar{\tau}$ = = I,84; 2,03; 3,4I) различными относительными длинами катушек ($\bar{b}$ = I,43, 2,I0, 2,48) и числом витков в каждой катушке $w_к$ = 25 и $w_к$ = 50. Пазы сердечника открытые, глубиной $h_п$ = 26 мм и шириной $b_п$ = 9,0 мм.

Определение индуктивности было проведено расчетным путем по измеренным величинам тока в обмотке, напряжения и мощности.

Значение индуктивного сопротивления X и соответственно индуктивности L для каждого варианта было получено как среднее арифметическое из пяти измерений с разными токами питания обмотки.

Расчетные значения индуктивности обмотки L_1 для всех вариантов получены сложением индуктивности пазового рассеяния $L_п$ (по формуле (II))и внешней индуктивности $L_{bн1}$ (полученной по формуле (8) с применением кривых фиг. 2а... г, 3а ... г). Расчетная индуктивность обмотки L_2 получена тем же путем, но внешняя индуктивность $L_{bн2}$ определена формулой (I0).

Некоторые результаты, полученные экспериментальным и расчетным путем, приведены в таблице II.

Как видно из приведенных данных, результаты расчетов как при использовании кривых фиг. 2 и 3, так и с применением

Т а б л и ц а 2

№	c	$\bar{\tau}$	$\bar{б}$	p	L	$L_п$	$L_{bн1}$	L_1	Погрешность	$L_{bн2}$	L_2	Погрешность
	см	–	–	–	мГн	мГн	мГн	мГн	%	мГн	мГн	%
I				I	3,95	0,86	3,04	3,90	-I,3	2,94	3,80	-4,0
2		3,4I	2,48	2	9,54	2,24	7,45	9,69	I,5	7,25	9,49	-0,5
3				3	I4,60	3,6I	II,50	I5,II	3,4	I0,90	I4,5I	-0,6
4				I	3,I0	0,86	2,23	3,09	-0,3	2,37	3,23	4,0
5	3,05			2	7,60	2,24	5,70	7,94	4,3	5,75	7,99	4,9
6		2,03	2,I0	3	II.73	3,6I	8,55	I2,I6	3,5	8,65	I2,36	4,9
7				4	I6,65	4,99	II,40	I6,39	-I,6	II,5	I6,49	-I,0
8				5	20,50	6,36	I4.30	20,66	0,8	I4.4	20,76	I,3
9				I	5,70	2,45	3,43	5,88	3,I	3,43	5,88	3,I
I0	5,6	I,84	I,43	2	I4,25	6,37	8,50	I4,87	4,2	8,35	I4,72	3,2
				3	23,I0	I0,3	I2,75	23,05	0,2	I2,9	23,2	0,4

формулы (I0), хорошо сходятся с экспериментами. Практически в реальных случаях погрешность не превышает $\pm$ 5%. Было проведено также определение индуктивного сопротивления трехфазной двуслойной обмотки с диаметральным шагом.

Данные обмотки и сердечника:

$2c$ = I4,3 см, $\bar{\tau}$ = 2,06, $\bar{b}$ = I,87, w = I52 - число пазов на полюс и фазу q = 2, p = 2 высота паза $h_п$ = = 5,2 см, ширина паза $b_п$ = I,25 см. Высота сторон катушек в пазу h_1 = 2,37 см (h_2 = 0,6 мм, h_4 = 4,6 мм). Результирующая индуктивность фазовой обмотки по эксперименту $L^{(3)}$ = = II,62 мгн.

Индуктивность пазового рассеяния по формуле (II) получилась 4,I4 мгн. Внешняя индуктивность найдена по формуле (I2), с применением кривых (фиг. 3) получилась 7,26 мгн, а применяя приближенную формулу (I0) $L^{(3)}_{вн}$ = 7,26 мгн.

Следовательно, результирующая индуктивность индуктора по расчету $L^{(3)}$ = 7,26 + 4,I4 = II,40 мгн.

Погрешность в данном случае I,9%.

Такое совпадение экспериментальных и расчетных результатов можно считать удовлетворительным.

Литература

I. Л.П. Нейман, П.Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, ч.Ш, Госэнергоиздат, I959.

2. П.Л. Калантаров, Л.А. Цейтлин. Расчет индуктивностей. Госэнергоиздат, I955.

3. Э.В. Валласте, Х.И. Янес. Распределение магнитного поля прямоугольной катушки. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 2I4. Исследование и проектирование электромагнитных средств перемещения жидких металлов. Сборник трудов П, Таллин, I964.

4. Э.В. В а л л а с т е, Х.И, Я н е с. Определение магнитного поля однофазной обмотки индукционного желоба. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 231. Исследование и проектирование электромагнитных средств перемещения жидких металлов. Сборник трудов Ш, Таллин, 1965.

5. Э.В. В а л л а с т е , Х.И. Я н е с. Магнитное поле трехфазной обмотки индукционного желоба. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 231. Исследование и проектирование электромагнитных средств перемещения жидких металлов. Сборник трудов Ш, Таллин, 1965.

6. Э.А. В а л л а с т е, Х.И. Я н е с. Расчет индуктивности обмотки прямолинейного одностороннего индуктора бесконечной длины. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 249. Исследование и проектирование электромагнитных средств перемещения жидких металлов. Сборник трудов У, Таллин, 1967.

E. Vallaste, H. Jänes

Calculation of Winding Parameters of Linear Onesided Inductors of Finite Length

S u m m a r y

This paper deals with the calculation of parameters of 1-and 3-phase windings of linear inductors with a ferromagnetic core of finite length. In particular, the calculation of inductivity is considered while the resistance is calculated by usual methods of the theory of electric machines.

The resulting inductivity is considered to include external inductivity and the inductivity of the leakage flux of slots.

Formulae are given for the calculation of both components dependant on the size of the core and windings and on the number of pole pairs.

To calculate the external inductivity auxiliary charts have been provided.

This method has been checked experimentally and found to be correct for both 1-and 3-phase windings with discrepancy not exceeding 5 per cent.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 284 1970

УДК 621.318.38

Л.Х. Ранну

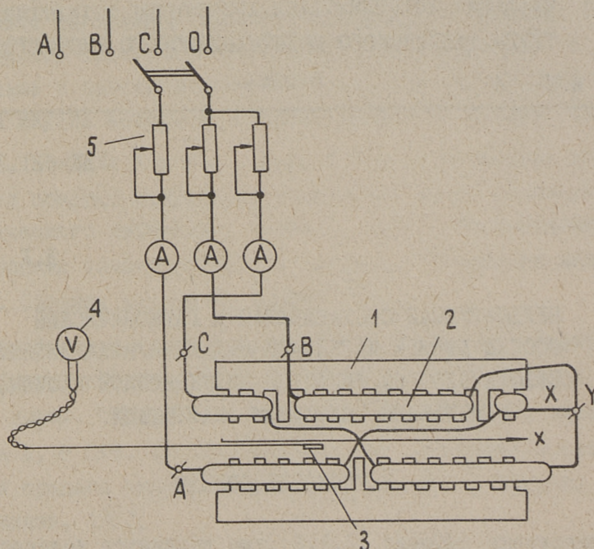
ПУЛЬСИРУЮЩАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ И ГАРМОНИЧЕСКИЙ СОСТАВ КРИВОЙ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ НЕМАГНИТНОГО ЗАЗОРА ПЛОСКОЙ ЛИНЕЙНОЙ ИНДУКЦИОННОЙ МАШИНЫ, ОБМОТАННОЙ ПЛОСКИМИ КАТУШКАМИ

1. Постановка задачи

В некоторых работах [1,2,8] уже выдвинута целесообразность применения для линейной индукционной машины обмоток с так называемыми плоскими катушками. Некоторые из этих обмоток имеют необыкновенный по сравнению с обычными электрическими машинами гармонический состав намагничивающей силы. В работе [8] исследовано влияние высших гармоний на напор индукционной машины. В настоящей работе проводится анализ гармонического состава кривой магнитной индукции в немагнитном зазоре и сопоставление экспериментов с теоретическими результатами. Проводится также оценка степени компенсации пульсирующих полей.

2. Описание эксперимента и результаты измерений

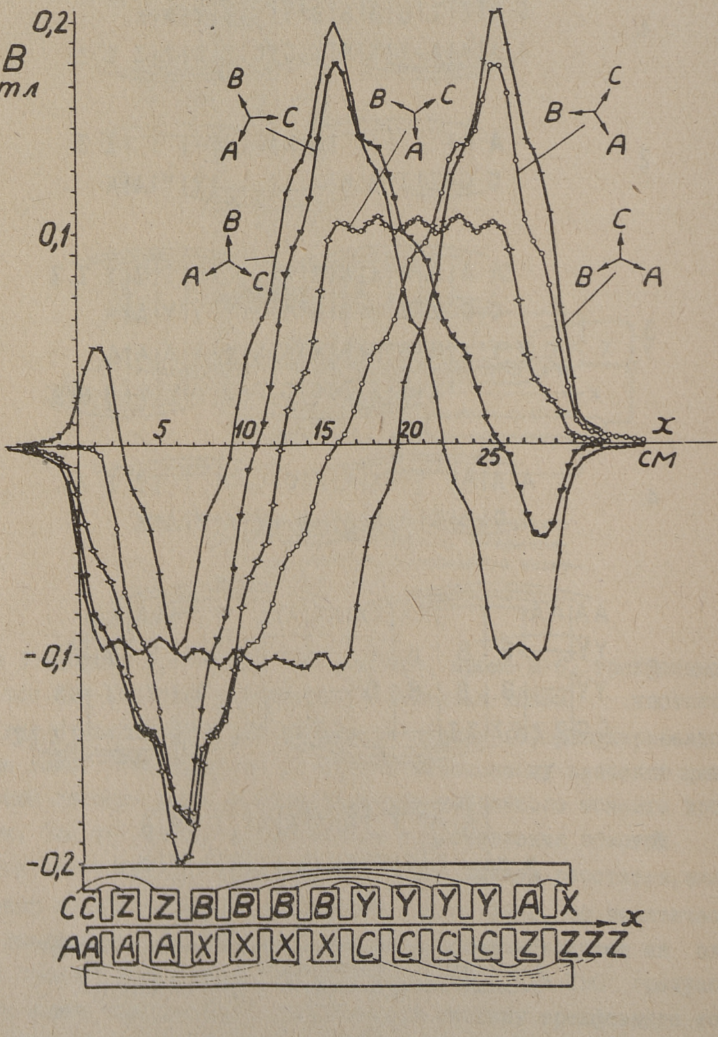
На фиг. 1 представлена схема экспериментальной установки. В пазы пакетов двухстороннего индуктора уложены обмотки (2), распределение катушечных групп по пазам которых представлено на фиг. 2. На фиг. 3 и 4 представлены кривые индукции обмоток № 1 и 3. На фиг. 2 места зубцов показаны вертикальными чертами (сравните схемы обмоток № 1



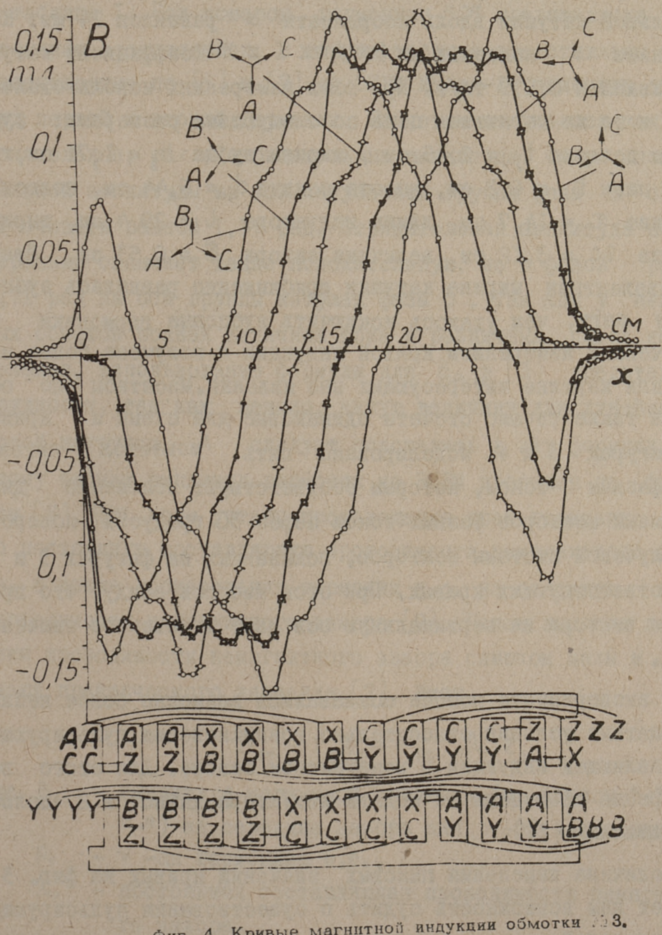
Фиг. 1. Схема экспериментальной установки
1 – индуктор, 2 – обмотка, 3 – измерительная катушка, 4 – ламповый вольтметр, 5 – реостаты

и № 3 на фиг. 2, 3 и 4). Все обмотки, кроме № 6, трехфазные, но все они питались однофазным переменным током частотой 50 гц. В каждой фазе при помощи реостатов (5) регулировалась сила тока. Эти токи соответствуют мгновенному значению трехфазной системы токов в этой фазе для выбранного момента времени. Так как модуль комплексного сопротивления обмотки в нашем опыте мал по сравнению с сопротивлением реостатов, включенных последовательно с обмоткой каждой фазы, то практически диаграммные векторы токов во всех фазах находятся на одной прямой: сдвиг между их направлениями 0 или 180 градусов, и мы можем моделировать симметричную систему трехфазного тока описанным здесь образом. На фиг. I показано питание для случая, когда в фазе А имеется ток условного положительного направления, а в фазах В и С имеется ток условного отрицательного направления. Индуцированная в измерительной

Фиг. 2. Распределения фазовых зон рассмотренных обмоток.
1 - обмотка №1; 2 - обмотка №2; 3 - обмотка №3;
4 - обмотка №4; 5 - обмотка №5; 6 - обмотка №6.



Фиг. 3. Кривые магнитной индукции обмотки № 1



Фиг. 4. Кривые магнитной индукции обмотки №3.

катушке (5) э.д.с. измерялась ламповым вольтметром (4). Все измерения проведены для холостого хода (без вторичной системы). Измерялась составляющая магнитной индукции по оси z в середине зазора. Размер стороны среднего витка измерительной катушки вдоль координаты x равнялся 24 мм. Координата x показана на фигурах I и 3. Коэффициент катушки равнялся 0,079 тл/в. При всех измерениях использовалась одна и та же магнитная цепь со следующими размерами: зубцовое деление $t_з$ = 2,45 см., ширина зубца $h_з$ = I,7I см, глубина паза $h_п$ = 6,2 см, высота спинки $d_{сп}$ = 6,44 см, полюсное деление τ = I4,7 см, длина индуктора l = 29.4 см, ширина пакета $2c$ = 3,I2 см, величина зазора δ = 0,53 см. Итак, эквивалентная ширина катушки приближенно равнялась зубцовому шагу, чем удалось исключить зубцовые гармоники из полученной измерением кривой индукции и получена более наглядная картина интересующих нас явлений. Масштабы по оси x а также начало отсчета одинаковые для схемы и кривых на фигурах 3 и 4. Моделировано пять моментов питания трехфазным током, которым соответствуют положения диаграммных векторов фазных токов через 30 градусов поворота трехлучевой системы векторов, показанных на фигурах 3 и 4 у соответствующих кривых. При этом имелось ввиду, что проекция вектора на вертикальную ось дает мгновенное значение тока.

В эксперименте вообще создавались возможно более неблагоприятные условия относительно возникновения пульсирующей составляющей индукции в немагнитном зазоре. Для этого все измерения проведены на модели индуктора длиной в 2 полюсных деления (2τ).

Величина изменения пиковых значений кривых на фиг. 3 и 4 дает нам возможность судить о существовании пульсирующей составляющей.

Для определения гармонического состава кривых магнитной индукции повторялось снятие кривой при максимальной величине тока в фазе B при помощи измерительной катушки с размером стороны среднего витка измерительной катушки вдоль

координаты x равным 4 мм и коэффициентом, равным 0,263 тл/в
Измерения проведены при двух значениях немагнитного зазора равных $\delta = 5,3$ мм и $\delta = 3,9$ мм. Эти кривые подвергались гармоническому анализу на ЭЦВМ Минск-22 до I5-й гармонической. Результаты анализа до второй гармоники представлены в таблице I. Под номером гармоники "0" представлена постоянная составляющая. В той же таблице представлены также рассчитанные по [5] и [7] на ЭЦВМ Минск-22 величины амплитуд первой и второй гармоник. Расчетом получаются как положительные, так и отрицательные амплитуды. Фазу положительной амплитуды на оси катушечной группы фазы B следует считать равной I,57 рад. Отрицательная амплитуда по содержанию означает также положительную, но с фазой равной 4,7I рад на оси группы катушек фазы B. Так как у некоторых обмоток полная величина тока в различных пазах неодинаковая, использование формулы для B_Δ в [3] представляет трудности, так как неясно, какую величину для линейной токовой нагрузки A следует подставить в эту формулу. Поэтому расчет амплитуд гармоник на ЭЦВМ проведен по формулам [5]. При этом учтены произведения всех гармоник н.с. на постоянную составляющую проводимости немагнитного зазора, а также произведения гармоник н.с. на основную волну проводимости немагнитного зазора [7]. Более высокие гармоники проводимости немагнитного зазора слишком малы и не имеют практического значения [7]. Итак,

$$B_{\Delta\nu} = F_\nu \lambda_0 + F_{|12-\nu|}\lambda_1/2,$$

где $B_{\Delta\nu}$ – амплитуда магнитной индукции (со знаком "+" или "-") на середине зазора для ν-ой гармоники:
F_ν – ν-ая гармоника н.с.,
λ_0 – постоянная составляющая проводимости немагнитного зазора,
λ_1 – амплитуда первой гармоники проводимости немагнитного зазора,
$F_{|12-\nu|}$ – $|12-\nu|$-ая гармоника н.с. ($|12-\nu|$ означает абсолютную величину разности $12-\nu$),
ν – порядок гармоники.

Т а б л и ц а I

Результаты гармонического анализа эксперимен-
тальных кривых и сопоставление с расчетом

№ гармоники	Экспериментальные данные: Амплитуда, мтл	Экспериментальные данные: Амплитуда, % от рассчитанной величины	Фаза на оси фазы В, рад	Амплитуда по расчету, мтл	Примечания
I	2	3	4	5	6
0	2,8				Обмотка № I
I	I40,2	98,9	I,57	I4I,8	δ = 5,3 мм
2	37,8	I02,7	I,54	36,8	
0	I,93				δ = 39 мм
I	23,I0	9I,2	I,53	25,32	
2	6,28	97,4	I,58	6,45	
0	4,7				Обмотка № 2
I	89,I	94,3	I,54	94,5	δ = 5,3 мм
2	2,2		I,80	0	
0	I,4I				δ = 39 мм
I	I5,I6	89,8	I,5I	I6,88	
2	0,65		2,06	0	
0	5,8				Обмотка № 3
I	I39,9	98,7	I,60	I4I,8	δ = 5,3 мм
2	2,8		I,90	0	
0	2,29				δ = 39 мм
I	22,93	90,6	I,58	25,32	
2	0,95		2,0I	0	
0	2,6				Обмотка № 4
I	I26,2	97,8	I,56	I29,I	
2	25,3	I02,8	I,52	24,6	δ = 5,3 мм
0	I,45				δ = 39 мм
I	20,78	90,I	I,55	23,06	
2	4,20	97,7	I,68	4,30	

I	2	3	4	5	6
0	5,0				Обмотка № 5
I	I63,5	99,9	I,55	I63,7	δ = 5,3 мм
2	I,2		I,46	0	
0	2,I0				δ = 39 мм
I	26,I5	89,4	I,55	29,24	
2	I,08		2,I6	0	
0	2,9				Обмотка № 6
I	I07,9	98,9	I,54	I09,I	δ = 5,3 мм
2	I,3		2,64	0	
0	I,5I				δ = 39 мм
I	I7,70	9I,8	I,58	I9,49	
2	0,78		2,I6	0	

Пульсирующая составляющая в этой работе не рассчитывалась, а определялась только экспериментально, так как формулы [5] определяют гармонический состав в случае замкнутых магнитопроводов.

3. Анализ результатов

При движении по направлению оси x вид кривой магнитной индукции обычно более или менее изменяется и тем сильнее, чем больше удельный вес высших гармоник, но подобные друг другу кривые повторяются через определенные равные интервалы (фиг. 3 и 4). Если сравнить эти подобные кривые, замечаем, что их пиковые значения изменяются только на несколько процентов. Такое изменение можно объяснить главным образом, не свойством этих обмоток, а влиянием разомкнутости индуктора. Линии магнитной индукции выпучиваются из немагнитного зазора в концах индуктора. Это явление несколько усилено тем, что по чисто технологическим причинам невозможно поместить стороны крайних катушек в начале и в конце индуктора непосредственно на краю крайнего зубца. Итак, магнитная индукция не обращается в нуль точно в начале и конце активной зоны индуктора, но имеется еще и вне активной зоны.Магнитный поток, соответствующий этой простирающейся вне активной зоны индукции, является главным образом частью основного потока, замыкающегося через обе спинки, один раз через зазор в активной зоне индуктора и второй раз через воздух вне активной зоны в конце индуктора. Гармонический анализ сделан только для части кривой индукции на протяжении активной зоны индуктора 2τ, то естественно, что при этом в кривой обнаруживается постоянная пространственная составляющая. Она изменяется во времени гармонически и вызывает изменение пиковых значений подобных друг другу кривых, упомянутых выше. Такое поле мы называем пульсирующим полем немагнитного зазора. Описанное явление нельзя отождествлять с явлением возникновения пульсирующей составляющей поля в зазоре в результате некомпенсированности обмотки и существования на концах индуктора шунтирующих проводимостей. Исследованные здесь обмотки компенсированные [4] и пакеты стали имеют только минимальную шунтирующую проводимость на их концах, так как они не имеют зубцов вне активной зоны (см, схемы на фиг. 3 и 4). Описанное здесь явление можно скорее сравнить с явлением выпучивания поля из немагнитного зазора в боковое (лобовое) пространство индуктора, изученое в [6], и поэтому называть явлением выпучивания поля из немагнитного зазора в концах индуктора. Вызванная этим эффектом пульсирующая составляющая поля имеет тем больший удельный вес в кривой магнитной индукции, чем меньше число пар полюсов и чем больше величина немагнитного зазора.

Увеличение пульсирующей составляющей магнитного поля при увеличении немагнитного зазора демонстрируется анализом кривых (см. таблица). В то время, когда в случае δ =5,3 мм измеренная амплитуда основной волны составляет 94 до 100 % от расчетной величины, то при δ = 39 мм она составляет только 89 до 92% от расчетной величины.

Случайными причинами, связанными с измерениями, можно объяснить, что совпадение экспериментальной и расчетной величин гармоник тем лучше, чем больше удельный вес гармоники в кривой магнитной индукции, а также то, что в экспериментальной кривой существуют гармоники, величины которых по расчету должны равняться нулю. Величины последних гармоник в экспериментальной кривой составляют малую долю по сравнению с величиной первой гармоники.

Результаты настоящей работы показывают, что кривые магнитной индукции обмоток № I и № 4 имеют четные гармоники, из них особенно значительной является вторая гармоника. Это отрицательно влияет на эффективность машины [8]. Обмотка № 3 свободна от четных гармоник, в том числе и от второй гармоники, так как эта обмотка по существу представляет собой сочетание двух обмоток № I, расположенных на магнитной цепи так, что вторые гармоники кривой магнитной индукции взаимно компенсируются. Обмотка № 2 получена из обмотки № I удалением неэффективных катушек, чем достигается увеличение шага обмотки до полюсного деления и кривая магнитной индукции немагнитного зазора освобождается от второй гармоники. Гармонический анализ показывает, что обмотка № 5 также имеет выгодный гармонический состав кривой индукции: доля высших гармоник в кривой индукции маленькая. Эта обмотка выгодна в тех случаях, когда перекрещивание соединяющих катушечных групп токопроводов также нежелательно, например, в случае использования трубчатых токопроводов с внутренним охлаждением. Эта обмотка имеет на одной плоскости только катушки одной фазы. Двухфазная обмотка (№ 6) также имеет выгодный гармонический состав кривой магнитной индукции немагнитного зазора. Кроме того, на одной плоскости у нее находятся только катушки одной фазы, что создает некоторые преимущества, упомянутые при анализе обмотки № 5. Кроме того симметрирование двухфазной обмотки легче, так как имеется вместо трех фаз только две фазы. Хотя недостатком двухфазных обмоток можно считать трудности при их питании (получение двухфазной системы из трехфазной), однако вышеуказанные положительные стороны позволяют рекомендовать к применению этих обмоток в некоторых специальных случаях.

4. Выводы

I. Компенсированные по [4] обмотки сами по себе не вызывают пульсирующих составляющих.

2. Так называемое явление выпучивания поля из немагнитного зазора в концах индуктора вызывает пульсирующую составляющую и тем большую, чем меньше число пар полюсов и чем больше величина немагнитного зазора.

3. Из обмоток, представленных на фиг. 2, можно рекомендовать обмотки № 2, 3, 5 и 6. Вторая гармоника в кривой магнитной индукции может в некоторых случаях ограничить использование обмоток № I и 4.

4. Совпадение экспериментальных и рассчитанных результатов определения гармонического состава удовлетворительное.

Литература

I. А.И. Вольдек, Л.Х. Ранну, Х.И. Янес. О некоторых новых направлениях в разработке специальных обмоток для устройств с бегущим магнитным полем. Магнитная Гидродинамика № 2, 1966 г.

2. Авторское свидетельство № 202296, кл. 2Id', 5I. Обмотка индукционной машины. Авторы А.И. Вольдек, Х.И. Янес, Л.Х. Ранну.

3. А.И. Вольдек. Некоторые общие соотношения для линейных индукционных насосов. Труды Таллинского политехнического института, I964, серия А, № 2I4.

4. А.И. Вольдек. Компенсация пульсирующего магнитного поля в асинхронных машинах и индукционных насосах с разомкнутым магнитопроводом. Электричество № 4, I965 г.

5. Е.Н. Гришин, Н.Ф. Ильинский, И.П. Копылов. Определение спектра гармоник намагничивающей силы несимметричных обмоток. Электричество № I, I964 г.

6. Х.И. Я н е с, Т.А. В е с к е. Учет явления выпучивания магнитного поля из немагнитного зазора плоского линейного двухстороннего индуктора. Труды Таллинского политехнического института, серия А, 1964, № 214.

7. E.M. F r e e m a n. The Calculation of Harmonics, due to Slotting, in the Flux-density. Waveform of a Dynamo-electric Machine. The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 1962, Volume 109, part C, No. 16, p.581.

8. Л.Х. Р а н н у. О некоторых обмотках для индукционных машин с большим немагнитным зазором. Техническая электромагнитная гидродинамика, 1967, выпуск № 6, стр. 187.

L. Rannu

Magnetic Induction in the Non-magnetic Gap of a Plain Linear Inductive Machine

S u m m a r y

Windings which have been explored in this work are fully compensated. The bending of field lines out of the air gap at the ends of the inductor causes some pulsating component of the magnetic induction curve, as the curve is analysed only within the reach of the active zone.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 284 1970

УДК 621.318.38

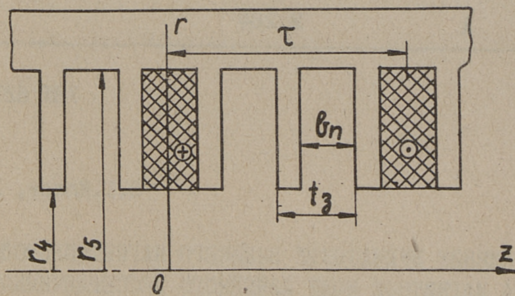
Э.Г.Кюльм, Х.И.Янес

ВЛИЯНИЕ ЗУБЧАТОСТИ ВНЕШНЕГО МАГНИТОПРОВОДА НА МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЛИНЕЙНОГО БЕССЕРДЕЧНИКОВОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ИНДУКТОРА

Электромагнитное поле линейного цилиндрического бесконечно длинного индуктора при наличии зубчатости решено в [I]. Автор статьи выражает векторный потенциал через коэффициенты $C_к$, которые рассчитываются из бесконечной системы алгебраических уравнений. По векторному потенциалу легко найти составляющие магнитной индукции и другие величины электромагнитного поля. В общем случае линейного цилиндрического индуктора, т.е. при наличии вторичной системы и внутреннего магнитопровода цифровой расчет этих коэффициентов представляет большие расчетные трудности даже с использованием ЭЦВМ. В частном случае цилиндрического индуктора без внутреннего магнитопровода и без вторичной системы (фиг. I), что также представляет интерес для практики, упомянутая бесконечная система алгебраических уравнений имеет упрощенную форму. В настоящей работе исследуется именно этот случай.

Из соответствующих выражений [I] после некоторых преобразований и с использованием обозначений согласно фиг.I получим следующую систему уравнений для определения коэффициентов $C_к$:

$$\sum_{k=0}^{\infty} C_k \Theta_{lk} = \frac{2\mu_0 I_m w_n \sin\pi\varepsilon_l}{\pi b_n \varepsilon_l}, \qquad (I)$$



Фиг. 1. Схематический разрез цилиндрического индуктора без внутреннего магнитопровода. Штриховкой показана одна фаза трехфазной обмотки

где

$$
\left.
\begin{aligned}
&\Theta_{lk}=\frac{\tau}{b_n}\alpha_l I_0(\alpha_l r_4)\,\delta_{lk}-I_1(\alpha_k r_4)\sum_{j=1}^{\infty}\left\{\frac{4T_j(\lambda_j)\alpha_{jk}\alpha_{jl}}{P_j(\lambda_j)}+\frac{2T_j(\frac{1}{2}\lambda_j)\beta_{jk}\beta_{jl}}{P_j(\frac{1}{2}\lambda_j)}\right\},\\
&T_j(\lambda_j)=\lambda_j K_0(\lambda_j r_4)\left[\frac{I_0(\lambda_j r_4)}{K_0(\lambda_j r_4)}-\frac{I_0(\lambda_j r_5)}{K_0(\lambda_j r_5)}\right],\\
&P_j(\lambda_j)=I_1(\lambda_j r_4)+\frac{I_0(\lambda_j r_5)}{K_0(\lambda_j r_5)}K_1(\lambda_j r_4),\\
&\alpha_{jk}=\frac{\varepsilon_k}{\pi(\varepsilon_k^2-j^2)}\cos\pi j\,\sin\pi\varepsilon_k,\\
&\beta_{jk}=\frac{4\varepsilon_k}{\pi(4\varepsilon_k^2-j^2)}\left[\cos\pi j\,\sin\pi\left(\varepsilon_k+\frac{2k+1}{3}\right)+\sin\pi\left(\varepsilon_k-\frac{2k+1}{3}\right)\right],\\
&\alpha_k=\frac{\pi}{\tau}(2k+1),\\
&\varepsilon_k=\frac{b_n}{2\tau}(2k+1),\\
&\lambda_j=\frac{2\pi j}{b_n},
\end{aligned}
\right\}\quad (2)
$$

$$\delta_{lk} = 1 \text{ при } l = k, \quad \delta_{lk} = 0 \text{ при } l \neq k,$$

k, l - целые числа от 0 до ∞,
j - целое число от I до ∞,
I_m - амплитуда тока в обмотке индуктора,
w_n - число витков в пазе.
I_0, I_1, K_0, K_1 - модифицированные функции Бесселя.

Выражения для ε_l, α_l, α_{jl} и β_{jl} отличаются от соответствующих выражений (2) только индексом l вместо индекса k. Выражения для $T_j(\frac{1}{2}\lambda_j)$ и $P_j(\frac{1}{2}\lambda_j)$ получаются из $T_j(\lambda_j)$ и $P_j(\lambda_j)$, если в последних λ_j заменить с $\frac{1}{2}\lambda_j$.

Векторный потенциал и составляющие магнитной индукции для немагнитного зазора индуктора в зависимости от r ($r < r_4$) и z выражаются соответственно формулами:

$$\left.\begin{aligned} A &= \sum_{k=0}^{\infty} C_k I_1(\alpha_k r)\cos\alpha_k z, \\ B_z &= \frac{1}{r}A + \frac{dA}{dr} = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k C_k I_0(\alpha_k r)\cos\alpha_k z, \\ B_r &= -\frac{dA}{dz} = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k C_k I_1(\alpha_k r)\sin\alpha_k z. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Следовательно, амплитуды гармоник аксиальной составляющей магнитной индукции на внутренней поверхности индуктора ($r = r_4$) при питании одной фазы трехфазной обмотки индуктора равны

$$B_{z(2k+1)} = \alpha_k C_k I_0(\alpha_k r_4). \qquad (4)$$

При трехфазном питании трехфазной обмотки индуктора амплитуды гармоник, порядковый номер которых не кратен трем, увеличиваются в полтора раза, а гармоники с порядковым номером кратным трем, исчезают.

Бесконечную систему алгебраических уравнений (I) можно решить, если ограничиться конечным числом уравнений. В настоящей работе ограничивались десятью уравнениями. Для цифрового решения системы из десяти алгебраических уравнений (I) ($к=0...9$, $l=0...9$) на ЭЦВМ, целесообразно выражение (I) преобразовать.

Вместо коэффициентов $C_к$ можно сразу, с учетом (4), рассчитать гармоники аксиальной составляющей магнитной индукции на внутренней поверхности индуктора в относительных единицах:

$$B_{z(2k+1)*}=\frac{\alpha_k C_k I_0(\alpha_k r_4)}{\mu_0 A_{m0}}, \tag{5}$$

где

$A_{m0}=\dfrac{I_m w_n\cdot 3}{\tau}$ – максимальное значение линейной плотности тока обмотки, рассчитанное на зубцовый шаг.

С использованием относительных величин уменьшается число переменных, от которых зависит решение системы уравнений.

С учетом сказанного получим из (I) следующую систему уравнений:

$$\sum_{k=0}^{9} B_{z(2k+1)*}\Theta_{lk*}=\frac{4\sin\pi\varepsilon_l}{\pi b_{n*}(2l+1)}, \tag{6}$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&\Theta_{lk*}=\delta_{lk}-\frac{I_1(\alpha_k r_4)}{\pi^2(2k+1)I_0(\alpha_k r_4)}\left[K_{lk}+L_{lk}+M_{lk}\right],\\
&K_{lk}=\sum_{j=1,2,3,\dots}^{\infty}\frac{8\varepsilon_k\varepsilon_l\sin\pi\varepsilon_k\sin\pi\varepsilon_l\cdot jN(\lambda_j)}{(\varepsilon_k^2-j^2)(\varepsilon_l^2-j^2)},\\
&L_{lk}=\sum_{j=2,4,6,\dots}^{\infty}\frac{128\varepsilon_k\varepsilon_l\sin\pi\varepsilon_k\sin\pi\varepsilon_l\cos\frac{\pi(2k+1)}{3}\cos\frac{\pi(2l+1)}{3}jN(\frac{1}{2}\lambda_j)}{(4\varepsilon_k^2-j^2)(4\varepsilon_l^2-j^2)},
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

$$M_{lk}=\sum_{j=1,3,5,\dots}^{\infty}\frac{128\varepsilon_k\varepsilon_l\cos\pi\varepsilon_k\cos\pi\varepsilon_l\sin\frac{\pi(2k+1)}{3}\sin\frac{\pi(2l+1)}{3}j\,N(\frac{1}{2}\lambda_j)}{(4\varepsilon_k^2-j^2)(4\varepsilon_l^2-j^2)},$$

$$N(\lambda_j)=\frac{I_0(\lambda_j r_4)K_0(\lambda_j r_5)-I_0(\lambda_j r_5)K_0(\lambda_j r_4)}{I_1(\lambda_j r_4)K_0(\lambda_j r_5)+I_0(\lambda_j r_5)K_1(\lambda_j r_4)},$$

$b_{n*}=\frac{3b_n}{\tau}$ – относительная ширина паза.

Анализ частных сумм K_{lk} и L_{lk} показывает, что каждый член в сумме L_{lk} равняется соответственному члену сумме K_{lk}, умноженное на величину n,

где
$$n=2\cos\frac{\pi(2l+1)}{3}\cos\frac{\pi(2k+1)}{3}.$$

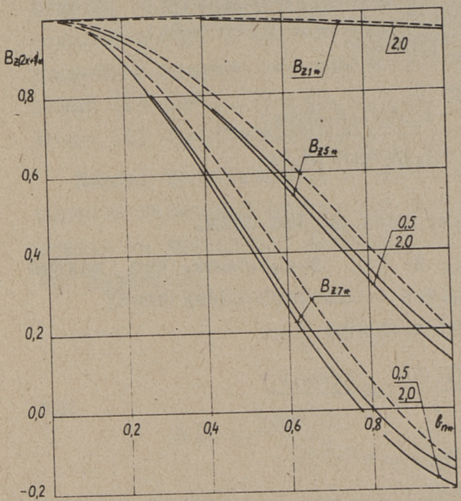
Следовательно частная сумма $L_{lk}=n\cdot K_{lk}$.

Относительные гармоники аксиальной составляющей магнитной индукции на внутренней поверхности индуктора $B_{z(2k+1)*}$ зависят от трех безразмерных величин:

$$\frac{3b_n}{\tau}=b_{n*},\qquad \frac{\pi r_4}{\tau}=r_{4*}\quad и\quad \frac{\pi r_5}{\tau}=r_{5*}.$$

Программа для решения системы уравнений (6) была составлена для ЭЦВМ "Минск-22". Частные суммы K_{lk}, L_{lk} и M_{lk} были рассчитаны с большой точностью: расчет частной суммы был прекращен, когда отношение последнего члена к частной сумме было меньше 10^{-8}. Учет обстоятельства, что $K_{lk}=K_{kl}$, $L_{lk}=L_{kl}$, $M_{lk}=M_{kl}$ позволяет уменьшить машинное время приблизительно вдвое. Еще большую экономию машинного времени можно получить, если рассчитать значения $N(\lambda_j)$ и $N(\frac{1}{2}\lambda_j)$ при различных значениях j (нами рассчитано для j от I до 500) и использовать полученные результаты при расчете всех коэффициентов Θ_{lk*} системы уравнений (6). Учет этих двух обстоятельств уменьшил машинное время для расчета одной точки примерно в I0 раз, и оно составляло около I0 мин.

При расчете сумм K_{lk}, L_{lk} и M_{lk} на ЭЦВМ надо еще учитывать то обстоятельство, что в некоторых случаях числитель и знаменатель в выражениях этих сумм (7) могут одновременно равняться нулю и для расчета этих сумм приходится открывать эти неопределенности.



Фиг. 2. Зависимость $B_{z(2k+1)*}$ от b_{n*} при $\frac{\pi r_4}{\tau} = 0,5$; 2,0

Прерывистая линия – при гладкой поверхности индуктора

На фиг. 2 представлены умноженные на I,5 первая, пятая и седьмая гармоники относительной аксиальной составляющей магнитной индукции на поверхности индуктора в зависимости от относительной ширины паза b_{n*} и относительного внутреннего радиуса индуктора r_{4*}. При $b_{n*} = 0$ имеем индуктор с бесконечно узкими пазами, а при $b_{n*} = I$ – индуктор с бесконечно узкими зубцами. Величина $\frac{\pi r_5}{\tau}$ не влияет на $B_{z(2k+1)}$, так как при общеизвестных практических конструкциях индуктора, глубина паза достаточно большая и ее можно считать бесконечной ($r_5 \to \infty$). Имеется в виду, что ток паза распределен равномерно по поперечному сечению паза.

Величину $N(\lambda_j)$ можно рассчитать по упрощенному выражению:

$$N(\lambda_j) = -\frac{K_0(\lambda_j r_4)}{K_1(\lambda_j r_4)}. \tag{8}$$

В программу введено условие, что глубина паза приравнивается бесконечности, если $\lambda_j r_5 - \lambda_j r_4 \geq 8$, т.е. при $\frac{r_5}{r_4} \geq 1 + \frac{4 b_{n*}}{3 j r_{4*}}$. В этом случае значения $N(\lambda_j)$, рассчитанные по (8) или по (7), совпадают до седьмого цифрового знака.

На фиг. 2 показаны также прерывистыми линиями кривые первой, пятой и седьмой гармоник относительных аксиальных составляющих магнитной индукции на внутренней поверхности индуктора $B_{z\nu *}$, рассчитанные по гармоникам линейной токовой нагрузки на внутренней поверхности гладкого индуктора согласно [2]:

$$B_{z\nu *} = \frac{6 \sin \frac{\nu \pi b_{n*}}{6}}{\nu \pi b_{n*}}, \qquad (9)$$

где ν = I,5,7... порядковый номер гармоники.

При отсутствии пазов ($r_5 \to r_4$) относительные гармоники $B_{z(2k+1)*}$, определяемые из (6) с учетом трехфазного питания обмотки индуктора, совпадают с гармониками, определенными по (9), так как в этом случае $N(\lambda_j) = N(\frac{1}{2}\lambda_j) = 0$ и $\Theta_{lk*} = \delta_{lk}$.

На фиг. 2 видно, что первая и пятая гармоники магнитной индукции, определяемые с учетом зубчатости индуктора, существенно не отличаются от соответствующих гармоник при гладкой поверхности. Это различие не превышает I0% от амплитудного значения гармоник при бесконечно узких пазах.

В некоторых случаях, когда не требуется большой точности при расчете поля, например при задачах оптимизации, можно рассчитывать все гармоники по формулам, относящимся к гладкому индуктору (9).

Литература

I. Ю.Я. Микельсон, Г.Я. Сермонс. Влияние зубчатой поверхности цилиндрического индуктора на распределение электромагнитного поля в проводящем цилиндрическом слое. Известия АН Латв.ССР, серия физ.и техн. наук, №I,I967.

2. Э.Г. Кюльм, Х.И. Янес. Учет высших пространственных гармоник магнитного поля при расчете цилиндрического насоса. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 23I. Сборник трудов Ш, Таллин, I965.

E.Külm, H.Jänes

The Influence of the Teeth of the Outside Magnetic Core to the Magnetic Field of the Linear Cylindrical Inductor without Inside Core

S u m m a r y

The paper deals with the investigation of the influence of the teeth of the outside magnetic core to the magnetic field of the linear cylindrical inductor without inside ferromagnetic core. Calculations have been made by the electronic computer "Minsk-22". The results of the calculations have been presented in relative units in the form of the curves.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 284 1969

УДК 621.318.38

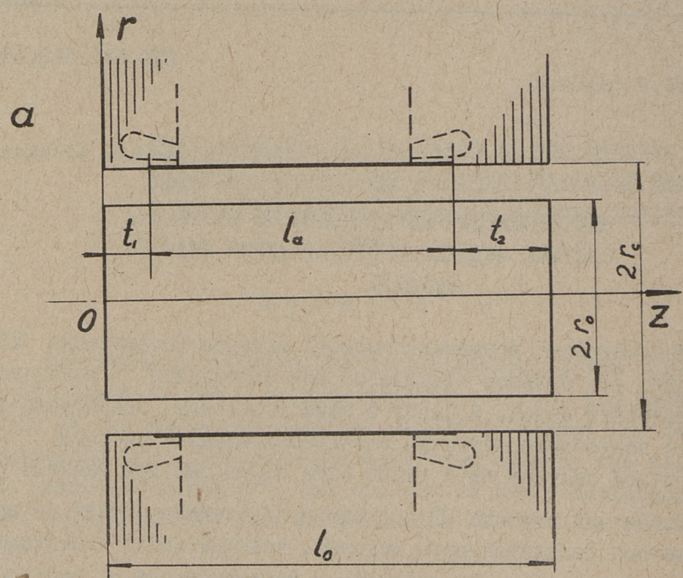
В.Ф. Кескюла

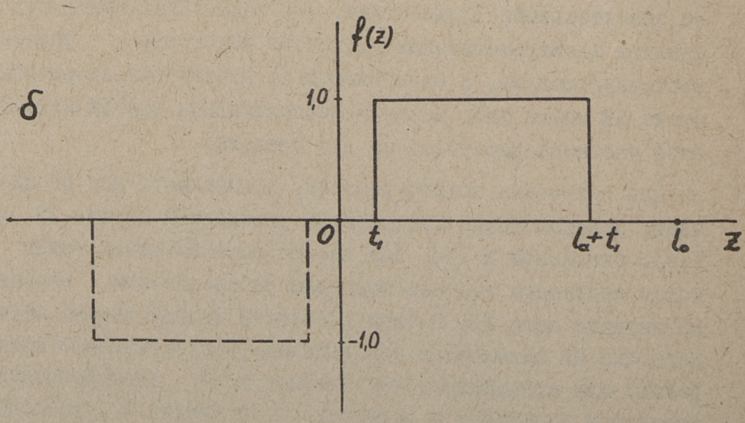
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ ВО ВТОРИЧНОЙ СИСТЕМЕ ИНДУКЦИОННОГО ВРАЩЕНИЯ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА

Индукционные вращатели жидкого металла (сокращенно ИВ) находят все большее применение для выполнения различных технических целей. В связи с этим возникает необходимость более подробного изучения электромагнитных процессов во вторичной системе ИВ и учета этих процессов при расчете ИВ.

Вторичная система ИВ состоит в простейшем случае из вращающегося расплавленного металла, который может иметь сложную конфигурацию тела вращения с изменяющимися в пространстве физическими свойствами. В связи с этим точный анализ электромагнитных процессов во вторичной системе ИВ связан со значительными трудностями, что заставляет применять для анализа электромагнитных процессов некоторую упрощенную расчетную модель. В зависимости от назначения, вторичная система ИВ может либо целиком располагаться внутри индуктора, либо частично выступать за его пределы.

Для получения общего решения, применимого для обоих случаев, целесообразно исходить из упрощенной модели ИВ (фиг. I,а), описанной в [6], где вместо распределения токов обмотки индуктора считаем заданным распределение первичного магнитного поля ИВ. В этой расчетной модели жидкий металл в расточке ИВ заменяется неподвижным (первоначальный пусковой режим) или вращающимся как твердое тело электропроводящим массивным цилиндром с радиусом r_0 и длиной l_0, расположенном в аксиальном направлении несимметрично относительно ин-





Фиг. 1

дуктора. Изоляционный зазор расчетной модели считаем по всей длине l_0 ограниченным с наружной стороны сталью индуктора с радиусом r_c (фиг. I,а). Активный участок индуктора с заданным распределением первичного магнитного поля имеет в аксиальном направлении ширину $l_a \leq l_0$, за пределами которого первичное магнитное поле отсутствует.

Далее предполагаем, что магнитная проницаемость стали ИВ бесконечно велика, внутренняя поверхность расточки ИВ гладка (без пазов), абсолютная магнитная проницаемость жидкого металла и изоляционного зазора равна $\mu_0=4\pi.10^{-7}$ гн/м и токи электрического смещения отсутствуют.

Магнитное поле и вторичные токи ИВ

Считаем, что первичное магнитное поле, создаваемое индуктором ИВ, имеет только две составляющие - радиальную и тангенциальную, закон изменения которых в комплексной форме записи выражается формулами

$$\left.\begin{aligned} H'_r &= Jm\left[\dot{H}'_m f(z)\, e^{j(\omega t+p\alpha)}\right], \\ H'_\alpha &= Jm\left[j\dot{H}'_m f(z)\, e^{j(\omega t+p\alpha)}\right], \end{aligned}\right\} \qquad (I)$$

где $H'_m = H_c\left(\frac{r}{r_c}\right)^{p-1}$ - максимальное значение напряженности первичного магнитного поля при заданном радиусе r [5],

H_c - максимальное значение напряженности магнитного поля на поверхности расточки ИВ,

r, α, z - координаты цилиндрической системы,

p - число пар полюсов магнитного поля,

$\omega = 2\pi f s$ - угловая частота магнитного поля относительно вращающегося цилиндра,

s - скольжение,

$f(z)$ - закон изменения первичного магнитного поля в аксиальном направлении относительно вторичной системы (фиг. I,б).

Результирующее магнитное поле в расточке ИВ при наличии вторичной системы можно рассматривать как сумму первичного и вторичного магнитных полей. При этом распределение первичного магнитного поля задано, а вторичное поле определяется индуктированными во вторичной системе токами по формуле

$$\operatorname{rot} \vec{H}'' = \vec{\delta}, \tag{2}$$

где $\vec{H}''$ - вектор напряженности вторичного магнитного поля,

$\vec{\delta}$ - вектор плотности индуктированных во вторичной системе токов.

Выражая вектор плотности вторичных токов формулой

$$\vec{\delta} = \gamma(\vec{E}' + \vec{E}''), \tag{3}$$

где γ - удельная электропроводность жидкого металла,

$\vec{E}'$ и $\vec{E}''$ - соответственно вектора напряженности первичного и вторичного электрического поля,

можно из уравнений Максвелла [I,2] получить для определения напряженности вторичного магнитного поля следующее оперативное уравнение

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\left(\dot{\vec{H}}''_m e^{jp\alpha}\right) + j\omega\gamma\mu_0 \dot{\vec{H}}''_m e^{jp\alpha} = -j\omega\gamma\mu_0 \dot{\vec{H}}'_m e^{jp\alpha}. \tag{4}$$

Здесь через $\dot{\vec{H}}''_m$ обозначена комплексная амплитуда напряженности вторичного магнитного поля.

В системе цилиндрических координат уравнение (4) распадается на три дифференциальные уравнения для составляющих вектора напряженности вторичного магнитного поля:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \dot{H}''_{mz}}{\partial r}\right) - \left(\frac{p^2}{r^2} + j\omega\gamma\mu_0\right)\dot{H}''_{mz} + \frac{\partial^2 \dot{H}''_{mz}}{\partial z^2} = j\omega\gamma\mu_0 \dot{H}'_{mz},\\
&\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial(r\dot{H}''_{mr})}{\partial r}\right] - \left(\frac{p^2}{r^2} + j\omega\gamma\mu_0\right)r\dot{H}''_{mr} + \frac{\partial^2(r\dot{H}''_{mr})}{\partial z^2} = j\omega\gamma\mu_0 r\dot{H}'_{mr} - 2\frac{\partial \dot{H}''_{mz}}{\partial z},\\
&\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial(r\dot{H}''_{m\alpha})}{\partial r}\right] - \left(\frac{p^2}{r^2} + j\omega\gamma\mu_0\right)\dot{H}''_{m\alpha} + \frac{\partial^2 \dot{H}''_{m\alpha}}{\partial z^2} = j\omega\gamma\mu_0 \dot{H}'_{m\alpha} - j\frac{2p}{r^2}\dot{H}''_{mr}.
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Для решения системы уравнений (5) разложим первичное магнитное поле в ряд Фурье [4]. Разлагая в ряд изображенную на фиг. I,б сплошную кривую $f(z)$ вместе с ее аналитическим продолжением (пунктирная кривая), симметричной относительно начала координат, получим

$$H_c f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} H_{ck} \sin \varkappa_k z = H_c \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin \varkappa_k z , \tag{6}$$

где

$$b_k = \frac{1}{k} \sin k \frac{l_a}{l_o} \frac{\pi}{2} \sin k \frac{l_a + 2t_1}{l_o} \frac{\pi}{2} ; \tag{7}$$

$$\varkappa = k \frac{\pi}{l_o} , \quad k = 1, 2, 3, \ldots \tag{8}$$

В случае, когда вторичная система располагается целиком в активной зоне ИВ, выражение коэффициента b_k приобретает вид

$$b'_k = \frac{1}{k} \sin^2 k \frac{\pi}{2} . \tag{9}$$

Решая теперь систему (5) с учетом, что $\dot{H}'_{mz} = 0$, получим для составляющих вектора напряженности вторичного магнитного поля в области проводящего цилиндра (I0) и в области изоляционного зазора (II) следующие выражения:

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{H}''_{mz1} = \sum_{k=1}^{\infty} C_{k1} I_p(\lambda_k r) \cos \varkappa_k z , \\
&\dot{H}''_{mr1} = \sum_{k=1}^{\infty} \left[G_{k1} \frac{I_p(\lambda_k r)}{\lambda_k r} + C_{k1} \frac{\varkappa_k}{\lambda_k} I'_p(\lambda_k r) - \frac{j\omega\gamma\mu_o}{\lambda_k^2} H_{ck} \left(\frac{r}{r_c}\right)^{p-1} \right] \sin \varkappa_k z , \\
&\dot{H}''_{m\alpha 1} = j \sum_{k=1}^{\infty} \left[G_{k1} \frac{1}{p} I'_p(\lambda_k r) + C_{k1} \frac{\varkappa_k}{\lambda_k} \frac{p}{\lambda_k r} I_p(\lambda_k r) - \frac{j\omega\gamma\mu_o}{\lambda_k^2} H_{ck} \left(\frac{r}{r_c}\right)^{p-1} \right] \sin \varkappa_k z ,
\end{aligned}\right\} \tag{I0}$$

$$\left.\begin{aligned}
\dot{H}''_{mz2} &= \sum_{k=1}^{\infty}\left[C_{k2} I_p(\varkappa_k r) + D_{k2} K_p(\varkappa_k r)\right]\cos\varkappa_k z,\\
\dot{H}''_{mr2} &= \sum_{k=1}^{\infty}\left[C_{k2} I'_p(\varkappa_k r) + D_{k2} K'_p(\varkappa_k r)\right]\sin\varkappa_k z,\\
\dot{H}''_{m\alpha 2} &= j\sum_{k=1}^{\infty}\frac{p}{\varkappa_k r}\left[C_{k2} I_p(\varkappa_k r) + D_{k2} K_p(\varkappa_k r)\right]\sin\varkappa_k z,
\end{aligned}\right\} \quad (II)$$

где

$$\lambda_k = \sqrt{\varkappa_k^2 + j\omega\gamma\mu_0}\,; \qquad (I2)$$

$I_p(\varkappa_k r)$ и $K_p(\varkappa_k r)$ – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода порядка p ;

$I'_p(\varkappa_k r)$ и $K'_p(\varkappa_k r)$ – производные функции Бесселя,

C_{k1}, G_{k1}, C_{k2}, D_{k2} – постоянные интегрирования.

Подставляя выражения составляющих вектора напряженности вторичного магнитного поля из (I0) в уравнение (2), получим для составляющих вектора вторичных токов

$$\left.\begin{aligned}
\dot{\delta}_{mz} &= \sum_{k=1}^{\infty} j\frac{\lambda_k}{p} G_{k1} I_p(\lambda_k r)\sin\varkappa_k z,\\
\dot{\delta}_{mr} &= -j\sum_{k=1}^{\infty}\varkappa_k\left\{G_{k1}\frac{I'_p(\lambda_k r)}{p} - \frac{j\omega\gamma\mu_0}{\lambda_k^2}\left[C_{k1}\frac{p}{\varkappa_k r} I_p(\lambda_k r) + H_{ck}\left(\frac{r}{r_c}\right)^{p-1}\right]\right\}\cos\varkappa_k z,\\
\dot{\delta}_{m\alpha} &= \sum_{k=1}^{\infty}\varkappa_k\left\{G_{k1}\frac{I_p(\lambda_k r)}{\lambda_k r} - \frac{j\omega\gamma\mu_0}{\lambda_k^2}\left[C_{k1}\frac{\lambda_k}{\varkappa_k} I'_p(\lambda_k r) + H_{ck}\left(\frac{r}{r_c}\right)^{p-1}\right]\right\}\cos\varkappa_k z.
\end{aligned}\right\} \quad (I3)$$

Используя обычные граничные условия для магнитного поля на поверхности проводящего цилиндра и на поверхности расточки ИВ [I,2] находим постоянные интегрирования:

$$C_{k1} = \frac{j\omega\gamma\mu_0}{\lambda_k^2} H_{ck}\left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{p-1}\frac{\varkappa_k r_0}{p}\,\frac{2(\bar{a}_k-1)\Delta_{oc}}{I_p(\lambda_k r_0)\Delta_k},$$

$$G_{k1} = \frac{j\omega\gamma\mu_0}{\lambda_k^2} H_{ck}\left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{p-1}\frac{\lambda_k r_0}{(2\bar{a}_k-1) I_p(\lambda_k r_0)}\left[1 + \frac{j\omega\gamma\mu_0}{\lambda_k^2}\,\frac{2(\bar{a}_k-1)\Delta_{oc}}{\Delta_k}\right],$$

$$\left.\begin{aligned} C_{k2} &= -\frac{j\omega\gamma\mu_0}{\lambda_k^2} H_{ck}\left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{p-1} \frac{\varkappa_k r_0}{p}\,\frac{2(\bar{a}_k-1)}{\Delta_k} K_p(\varkappa_k r_c), \\ D_{k2} &= \frac{j\omega\gamma\mu_0}{\lambda_k^2} H_{ck}\left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{p-1} \frac{\varkappa_k r_0}{p}\,\frac{2(\bar{a}_k-1)}{\Delta_k} I_p(\varkappa_k r_c). \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Здесь

$$\bar{a}_k = \frac{\lambda_k r_0 I_{p-1}(\lambda_k r_0)}{2p I_p(\lambda_k r_0)};$$

$$\Delta_{0c} = I_p(\varkappa_k r_c) K_p(\varkappa_k r_0) - I_p(\varkappa_k r_0) K_p(\varkappa_k r_c);$$

$$\Delta_k = (2\bar{a}_k - 1)\frac{\varkappa_k r_0}{p}\left[I_{p-1}(\varkappa_k r_0) K_p(\varkappa_k r_c) + I_p(\varkappa_k r_c) K_{p-1}(\varkappa_k r_0)\right] +$$

$$+ \Delta_{0c}\left[(2\bar{a}_k - 1) + \frac{\varkappa_k^2}{\lambda_k^2}(2\bar{a}_k - 1)^2 + \frac{j\omega\gamma\mu_0}{\lambda_k^2}\right].$$

Вращающий момент

Вращающий момент, действующий на вторичную систему, определяется проще всего через плотность тангенциальных сил, создаваемых взаимодействием первичного магнитного поля и аксиальной составляющей вторичного тока

$$f_\alpha = \mathrm{Re}\left[\frac{1}{2}\dot{\delta}_{mz}\mu_0 \overset{\vee}{H}{}'_{mr}\right]. \tag{15}$$

Согласно (13) и (14), аксиальная составляющая плотности вторичного тока равна

$$\dot{\delta}_{mz} = \sum_{k=1}^{\infty} \dot{\delta}_{0k} \frac{I_p(\lambda_k r)}{I_p(\lambda_k r_0)} \sin\varkappa_k z, \tag{16}$$

где

$$\dot{\delta}_{0k} = j\frac{\lambda_k}{p} G_{k1} I_p(\lambda_k r_0) =$$

$$= -\gamma\frac{\omega r_0}{p}\mu_0 H_{ck}\left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{p-1} \frac{1}{2\bar{a}_k - 1}\left[1 + \frac{j\omega\gamma\mu_0}{\lambda_k^2}\,\frac{2(\bar{a}_k-1)\Delta_{0c}}{\Delta_k}\right]. \tag{17}$$

Следовательно, усредненная по окружности плотность тангенциальных сил равна

$$f_\alpha = -\gamma \frac{\omega r_0}{p} \frac{\mu_0^2 H_c^2}{2} \left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{2p-2} \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} b_k \operatorname{Re} \left\{ \left[\frac{1}{2\bar{a}_n - 1} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{j\omega\gamma\mu_0}{\lambda_k^2} \frac{2(\bar{a}_k - 1)\Delta_{oc}}{(2\bar{a}_k - 1)\Delta_k} \right] \frac{I_p(\lambda_k r)}{I_p(\lambda_k r_0)} \right\} \sin \varkappa_k z. \quad (18)$$

Вращающий момент определяется формулой

$$M = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} \int_{t_1}^{t_1 + l_a} (r \cdot f_\alpha)\, r\, d\alpha\, dr\, dz, \quad (19)$$

откуда, после подстановки (18) и интегрирования, получаем

$$M = \pi r_0^2 l_0 \frac{\gamma\omega\mu_0^2}{2p} H_c^2 \left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{2p-2} \frac{16}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} b_k^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{2(\bar{a}_k - 1)}{\lambda_k^2 (2\bar{a}_k - 1)} \left[1 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{j\omega\gamma\mu_0}{\lambda_k^2} \frac{2(\bar{a}_k - 1)\Delta_{oc}}{\Delta_k} \right] \right\}. \quad (20)$$

Для практических расчетов целесообразно применять наглядную формулу

$$M = M_0 k_{oc}, \quad (21)$$

где M_0 - выражение вращающего момента, получаемого при идеализированных условиях, когда реакция магнитного поля вторичных токов и краевые эффекты отсутствуют

$$M_0 = l_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} r \left[\gamma \frac{\omega r}{p} (\mu_0 H_r')^2 \right] r\, d\alpha\, dr = \pi r_0^2 l_0 \frac{\gamma\omega\mu_0 r_0^2}{p(p+1)} \frac{\mu_0 H_c^2}{2} \left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{2p-2}, \quad (22)$$

k_{oc} - коэффициент ослабления, учитывающий влияние реакции магнитного поля вторичных токов и краевых эффектов.

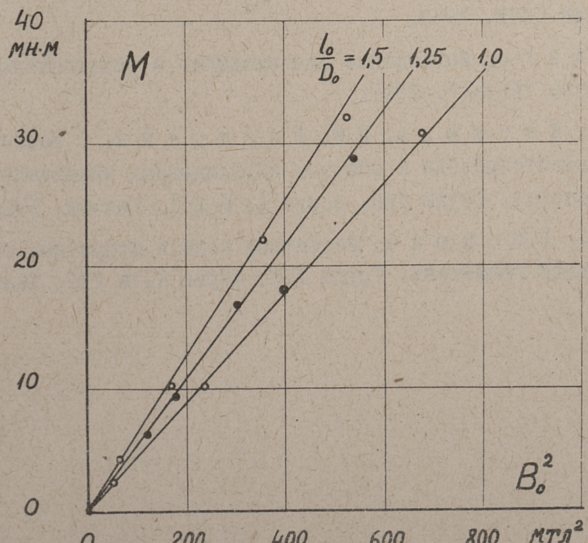
Разделяя (20) на (22), получаем для коэффициента ослабления выражение

$$k_{oc} = p(p+1)\frac{16}{\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty} b_k^2 \,\mathrm{Re}\left\{ \frac{2(\bar{a}_k - 1)}{\lambda_k^2 r_o^2 (2\bar{a}_k - 1)} \left[1 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{j\omega\gamma\mu_o}{\lambda_k^2} \frac{2(\bar{a}_n - 1)\Delta_{oc}}{\Delta_k} \right] \right\}. \qquad (23)$$

Экспериментальная проверка вращающего момента

Для проверки полученных формул было проведено экспериментальное определение момента, действующего на медные цилиндры диаметром D_o = 56 мм различной длины, размещенные в расточке ИВ. В качестве ИВ использовалась магнитная система двухполюсной асинхронной машины АОЛ-32-2 с диаметром расточки D_c = 82 мм и длиной пакета стали l_c = 85 мм. Для измерения вращающего момента медные цилиндры подвешивались на стальную проволоку длиной 3 м, удельный момент сопротивления которой определялся через период колебания и момент инерции цилиндра. Температура испытательных цилиндров практически равнялась комнатной температуре 20°С.



Фиг. 2.

Результаты измерения электромагнитного вращающего момента для различных цилиндров приведены на фиг. 2 в виде точек, а расчетные значения момента, вычисленные на электронновычислительной машине – в виде сплошных линий. Как видно из приведенных кривых, результаты эксперимента совпадают с результатами теоретического расчета с точностью до 5...8 %, что можно считать вполне достаточным. Это позволяет признать приведенные выше зависимости приемлемыми для расчета ИВ.

Литература

I. А.Р. Нейман, П.Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, ч. Ш, Госэнергоиздат,1954.

2. К. Шимони. Теоретическая электротехника. Издательство "Мир", 1964.

3. Г.А. Гринберг. Избранные вопросы математической теории электротехнических и магнитных явлений. Издательство АН СССР, 1948.

4. А. Анго. Математика для электро- и радиоинженеров. Издательство "Наука", 1967.

5. В.Ф. Кескюла, Э.М. Ристхейн. Возможные системы магнитопровода и обмоток индукционных вращателей жидкого металла. Труды ТПИ, серия А, № 231. Таллин, 1965.

6. В.Ф. Кескюла. Магнитное поле и вторичные токи индукционного вращателя. Труды ТПИ, серия А, № 231, Таллин 1965.

V. Kesküla

Electromagnetic Processes in the Secondary System of the Induction Rotator

S u m m a r y

The paper deals with the distribution of the electromagnetic field and Foucault currents in the secondary system of the induction rotator for liquid metals when rotating as a solid body. Solution of the Maxwell's equations have been got in the form of rows. Formulae for determining the influence of the secondary system to the electromagnetic regime of the inductor and the formula of the rotating torque are given. Theoretical results are comapared with experimental data.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 284 1970

УДК 621.318.38

Х.А. Саккос, Х.А. Тийсмус

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ИНДУКЦИОННЫХ НАСОСОВ С РАЗЛИЧНОЙ КОНСТРУКЦИЕЙ МАГНИТОПРОВОДА

Экспериментальное исследование цилиндрических индукционных насосов с различной конструкцией магнитопровода проводилось в лаборатории кафедры электропривода ТПИ с целью разработки наиболее приемлемой конструкции промышленного образца цилиндрического индукционного насоса. Требования, предъявляемые к конструкции магнитопровода цилиндрического индукционного насоса, можно сводить к следующему:

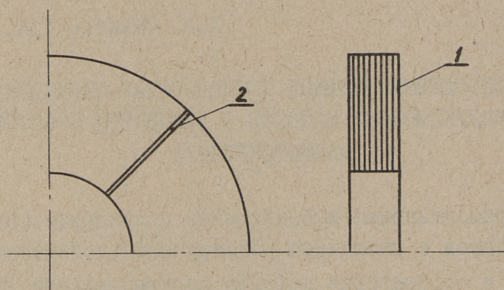
1. Для достижения максимально возможной магнитной индукции в активной зоне насоса магнитопровод должен обеспечить как можно меньшее магнитное сопротивление на пути магнитного потока.

2. Конструкция магнитопровода должна исключить образование малоэффективных лобовых частей.

3. Конструкция магнитопровода должна обеспечить хорошее охлаждение индуктора.

4. Конструкция магнитопровода должна обладать высокой технологичностью изготовления его, что безусловно является важнейшим требованием при внедрении цилиндрических индукционных насосов в процессы транспортировки и перемещения электропроводящих сред.

Ниже приводится анализ нескольких возможных конструктивных решений магнитопроводов цилиндрического индукционного насоса в свете вышеизложенных требований и приводятся результаты их экспериментального исследования, позволяющие сделать количественную оценку различных конструкций магнитопроводов. Были исследованы три различных по конструкции магнитопровода цилиндрических индукционных насосов ЦИНС-4, ЦИНС-5 и ЦИНС-6. Магнитопроводы всех насосов собраны на базе дисковых зубцов (фиг. I), но имеют различную конструкцию спинки.

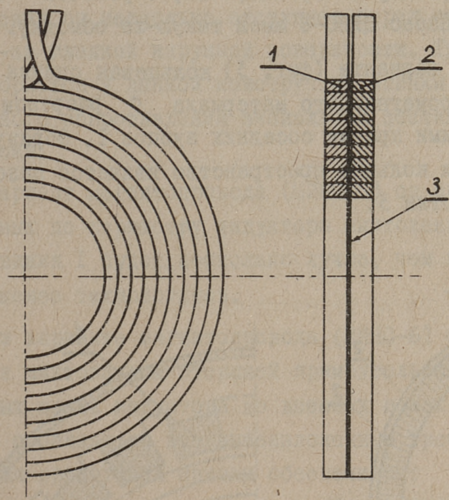


Фиг. 1

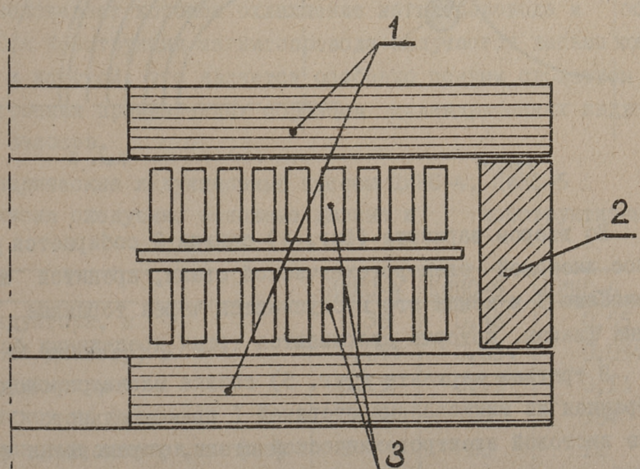
Дисковые зубцы цилиндрических индукционных насосов собраны из листовой электротехнической стали. Количество и толщина дисков I определяет ширину зубца. Диаметр отверстия в зубце несколько превышает диаметр канала насоса, чтобы размещать слой тепловой изоляции. Каждый диск имеет радиальный разрез 2, чтобы исключить образование концентрических токов вокруг канала по зубцу. Для удобства сборки индуктора стальные диски склеиваются в монолитный зубец кремнийорганическим лаком и затем сушатся.

Зубец насоса ЦИНС-4 состоит из IO дисков толщиной 0,5 мм. Зубцы насосов ЦИНС-5 и ЦИНС-6 собраны соответственно из 9 и 8 дисков.

В насосе ЦИНС-4 в качестве материала обмоток использовался алюминиевый ленточный проводник с размерами IOx0,5 мм с оксидной изоляцией. Применение такого проводника обеспечивает весьма высокий коэффициент заполнения паза, превышающий величину 0,8. Обмотка была выполнена в виде отдельных однослойных катушек, которые соединялись в трехфазную обмотку звездой.



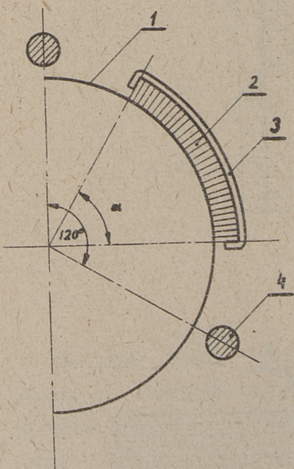
Фиг. 2



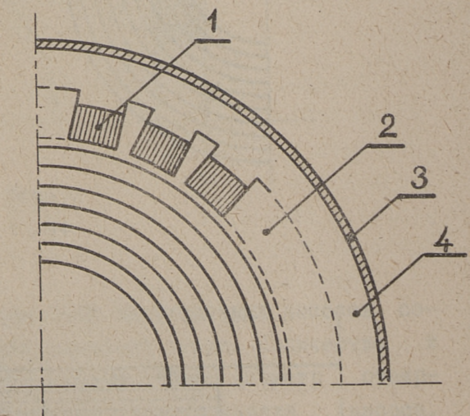
Фиг. 3

Обмотка насоса ЦИНС-5 выполнена в виде двухслойных дисковых катушек (фиг. 2) из жаростойкого обмоточного провода ПОЖ с размерами I,96x4,4 мм, с рабочей температурой до 500°С. Насос ЦИНС-6 имел такую-же обмотку.

В первом варианте (фиг. 3) кольцевая спинка 2 из массивного ферромагнитного материала с разрезом зажимается между внешними краями соседних зубцов I. Образующееся между зубцами и кольцом пространство является пазом для размещения обмотки 3.



Фиг. 4



Фиг. 5

Во втором варианте (фиг. 4) спинка 2 собирается из полос листовой электротехнической стали, крепится в пакет скобами 3 и концы его пропускаются через торцевые крепежные фланцы, которые стягиваются тремя крепежными болтами 4.

В третьем варианте (фиг. 5) спинка магнитопровода, собранная из шихтованных стержней I прямоугольного сечения из листовой электротехнической стали, установлена в наружных пазах дисковых зубцов 2, что образует своего рода магнитное "беличье колесо". Пространство между защитным кожухом 3 и наружной поверхностью магнитопровода является вентиляционным каналом 4.

Первый вариант магнитопровода (ЦИНС-4) с кольцевой спинкой (фиг. 3) из массивного ферромагнитного материала хорошо удовлетворяет вышеизложенные требования 2 и 4, но по условиям охлаждения он несколько отступает перед остальными вариантами из-за гладкой наружной поверхности. Требование I не удовлетворяется у данной конструкции спинки из-за большого магнитного сопротивления аксиальной составляющей магнитного потока.

Второй вариант магнитопровода (ЦИНС-5) со спинкой из распределенных по периметру индуктора шихтованных пакетов, в свете требования I будет несколько лучше, чем первый вариант, но он менее технологичен.

В третьем варианте магнитопровода (ЦИНС-6) со спинкой, собранной из шихтованных стержней прямоугольного сечения и установленных вдоль индуктора во внешних пазах дисковых зубцов, хорошо соблюдаются все вышеизложенные требования. Пространственная ориентация спинки обеспечивает наименьшее магнитное сопротивление для аксиальной составляющей магнитного потока. Обмотка индуктора почти полностью заключена в магнитопровод и образующаяся решетчатая поверхность индуктора обеспечивает хорошее охлаждение магнитопровода и обмотки. Вся конструкция магнитопровода получается весьма компактной и жесткой, что является особенно ценным свойством при построении промышленных образцов цилиндрических индукционных насосов.

Цилиндрические индукционные насосы ЦИНС-4, ЦИНС-5 и ЦИНС-6 имели следующие основные данные и конструктивные размеры:

	ЦИНС-4	ЦИНС-5	ЦИНС-6
Длина индуктора, м	0,38	0,46	0,55
Внутренний диаметр, м	0,054	0,054	0,054
Внешний диаметр, м	0,15	0,15	0,13
Число витков на фазу	542	409	384
Число дисковых катушек на фазу	8	10	12

Испытания насосов с целью количественной оценки различных типов магнитопроводов проводились со вторичной системой из магния в виде стержня с диаметром 0,04 м и с удельной проводимостью $\gamma = 22{,}45 \cdot 10^6$ сим/м. Во время испытаний измерялась сила, развиваемая насосом при различных значениях потребляемого индуктором тока. Испытуемые насосы имели различные конструктивные размеры и данные обмоток. По этой причине для сравнения эффективности различных конструкций магнитопроводов, целесообразно при одинаковой линейной токовой нагрузке индукторов сравнивать развиваемую каждым насосом силу, приведенную к единице длины индуктора.

Приведенная к единице длины индуктора сила

$$F_* = \frac{F}{l} \left[\frac{н}{м}\right],$$

где F - сила, развиваемая насосом во вторичной системе, н,

l - длина индуктора, м.

Линейная токовая нагрузка [I]:

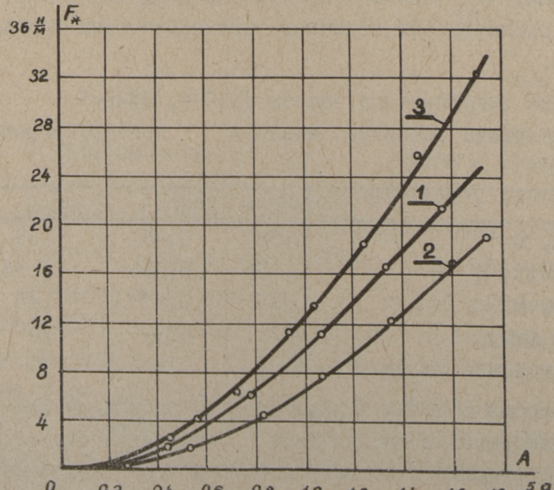
$$A = \frac{m I_ф w_ф}{l} \left[\frac{a}{м}\right],$$

где m - число фаз,

$I_ф$ - ток фазы, а,

$w_ф$ - число витков на фазу..

В результате опытов получены зависимости $F_* = f(A)$, представленные на фиг. 6: кривая I - для ЦИНС-4, кривая 2 - для ЦИНС-5 и кривая 3 - для ЦИНС-6.



Фиг. 6

Сравнение этих зависимостей показывает, что самым эффективным является насос ЦИНС-6, имеющий магнитопровод в виде "беличьего колеса": при одинаковой токовой нагрузке сила, приведенная к длине индуктора, около I,3 раза больше, чем у насоса ЦИНС-5 и более I,7 раза больше силы, развиваемой насосом ЦИНС-4.

Таким образом можно констатировать преимущество магнитопровода в виде "беличьего колеса", применяемого в насосе ЦИНС-6, и его можно рекомендовать для построения полупромышленных образцов цилиндрических индукционных насосов.

Литература

I. А.И. Вольдек. Некоторые общие соотношения для линейных индукционных насосов. Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 214, 1964.

H.Sakkos, H.Tiismus

Experimentelle Untersuchung der zylindrischen Induktionspumpen mit verschiedener Konstruktion des Magnetkreises

Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag werden drei verschiedene Konstruktionen des Magnetkreises von zylindrischen Induktionspumpen beschrieben und deren Eigenschaften auf Grund von Versuchsdaten verglichen. Bei dieser Vergleichung wird auf die im Beitrag formulierten Hauptforderungen für die Konstruktion des Magnetkreises von Induktionspumpen solcher Art Rücksicht genommen. Als Ergebnis der Vergleichung sind Empfehlungen zur Konstruktion des Magnetkreises gegeben.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 284 1970

УДК 621.318.38

Я.К. Лоотус, Х.А. Тийсмус

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСИММЕТРИЧНЫХ РЕЖИМОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ИНДУКЦИОННОГО НАСОСА

1. Введение

В настоящее время многие предприятия интересуются заменой стопоров на разливочных ковшах индукционными насосами. Гибкость управления индукционным насосом не сравнима с возможностями стопоров или кантователей для ковшов. Режим работы электромагнитного насоса легко регулируется путем изменения электрических параметров. В ряде технологических процессов они должны лишь регулировать расход металла, не перекрывая при этом струи полностью. Такие устройства могут работать в режиме насоса с регулируемой производительностью или в режиме подтормаживания струи.

2. Классификация способов регулирования скорости индукционных машин

Регулирование скорости индукционных машин в широких пределах может быть достигнуто различными способами, классификации которых даны многими авторами. Основой настоящего анализа взята классификация проф. Т.П. Губенко [2]. Все эти методы известны и находят применение в конкретных случаях. С точки зрения управления индукционным насосом число возможных методов сокращается. Методы, которые могут найти применение, можно классифицировать следующим образом (сохранены номера, принятые в [2]).

I. Параметрические методы: I3. Переключение числа пар полюсов. I4. Применение дросселей насыщения.

2. Генераторные методы: 2I. Симметричное изменение напряжения статора. 22. Применение генератора переменной частоты. 23. Применение различных преобразователей частоты, в том числе неподвижного преобразующего коллектора. 42. Искажение симметрии статорной обмотки.

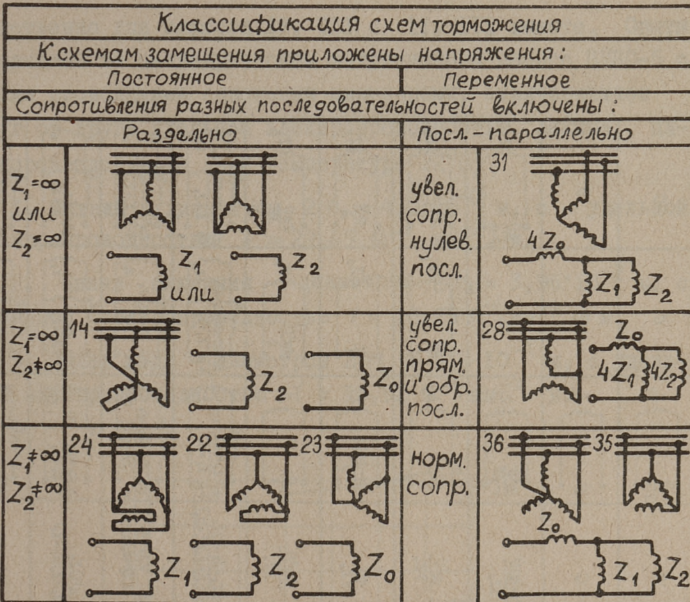
4. Методы наложения характеристик: 43. Искажение симметрии напряжения, подведенного к статору.

5. Импульсные методы: 5I. Путем воздействия на цепь статора.

Практическое применение методов I4, 2I, 22, 23 и 5I целесообразно в закрытой системе автоматического регулирования с датчиком скорости движения жидкого металла или с датчиком уровня. Надо отметить, что в настоящее время еще нет ни разработанных систем автоматической компенсации колебаний уровня, ни датчиков уровня, ни надежных датчиков скорости, пригодных для этой цели. Чтобы исключить необходимость такой компенсации, предлагались различные способы объемного дозирования жидкого металла при помощи промежуточного мерного сосуда. Применение нескольких насосов и дополнительных сосудов делает установку достаточно сложной. Простейшим образом реализуется метод 42 - искажение симметрии статорной (индукторной) обмотки - в разомкнутой релейно-контакторной системе управления. Как известно из [I, 2], максимальное число основных возможных схем искажения равно 36. Если прибавить еще схемы с симметричным включением, то всех возможных схем будет 38.

3. Экспериментальное исследование несимметричных режимов. Сопоставление разных схем искажения

По экспериментальным данным составлена таблица несимметричных схем торможения для цилиндрического индукционного насоса (фиг. I). На основе схем замещения для всех трех последовательностей (таблица I) все несимметричные



Фиг. 1

схемы разбиты на следующие два класса (сохранены классификация и номера схем, принятые проф. Т.П. Губенко в [I,2]).

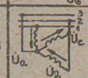
II. Независимое включение сопротивлений всех последовательностей.

III. Последовательно-параллельное соединение сопротивлений, когда Z_0 включено последовательно с сопротивлениями Z_1 и Z_2, соединенными между собой параллельно.

Напряжение, приложенное к схемам замещения II класса, неизменно, к схемам замещения III класса - переменно. Как видно из таблицы I, где приведены схемы замещения, системы уравнений и выражения для токов I_1, I_2, I_0 - напряжение сети U в III классе умножается на некоторый множитель. Множитель (например $Z_1 / Z_1 + Z_2$) является переменной величиной и зависит от изменения величин сопротивлений Z_1 и Z_2.

Сопоставление отдельных схем искажения по эффективности торможения при $s = I$ выполнено на фигурах 2, 3 и 4, сост-

Таблица I

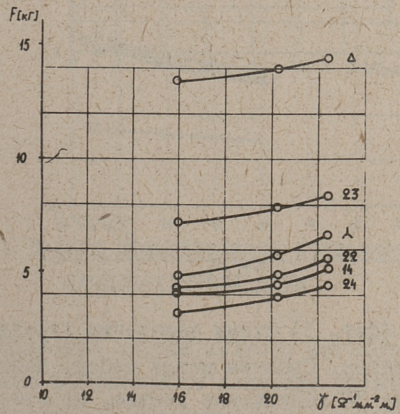
№ п/п	Схема	Система уравнений	$\dot I_1$	$\dot I_2$	$\dot I_0$	Схемы замещения для токов последовательностей: прямой	обратной	нулевой
0		$\dot U_a-\dot U_c=-\dot U$; $\dot U_a-\dot U_b=a^2\dot U$; $\dot I_a+\dot I_b+\dot I_c=0$	$\frac{\dot U}{(1-a)Z_1}$	0	0	$\frac{\dot U}{1-a}$, Z_1	0	0
0'		$\dot U_a=\dot U$; $\dot U_b=a^2\dot U$; $\dot U_c=a\dot U$	$\frac{\dot U}{Z_1}$	0	0	$\dot U$, Z_1	0	0
14		$\dot U_a=-\dot U$; $\dot U_b=a\dot U$; $\dot U_c=0$	$-\frac{\dot U(1-a^2)}{3Z_1}$	0	$\frac{(1-a)\dot U}{3Z_0}$	$\frac{a^2\dot U}{1-a^2}$, Z_1	0	$\frac{a\dot U}{1-a}$, Z_0
22		$\dot U_a=\dot U$; $\dot U_b=0$; $\dot U_c=a\dot U$	$\frac{2\dot U}{3Z_1}$	$-\frac{a\dot U}{3Z_2}$	$-\frac{a^2\dot U}{3Z_0}$	$\frac{2\dot U}{3}$, Z_1	$-\frac{a\dot U}{3}$, Z_2	$-\frac{a^2\dot U}{3}$, Z_0
23		$\dot U_a=-a\dot U$; $\dot U_b=a^2\dot U$; $\dot U_c=-a^2\dot U$	$\frac{(1-2a)\dot U}{3Z_1}$	$-\frac{\dot U}{3Z_2}$	$-\frac{a\dot U}{3Z_0}$	$\frac{(1-2a)\dot U}{3}$, Z_1	$-\frac{\dot U}{3}$, Z_2	$-\frac{a\dot U}{3}$, Z_0
24		$\dot U_a=\dot U$; $\dot U_b=-a^2\dot U$; $\dot U_c=a\dot U$	$\frac{\dot U}{3Z_1}$	$-\frac{2a^2\dot U}{3Z_2}$	$-\frac{2a^2\dot U}{3Z_0}$	$\frac{\dot U}{3}$, Z_1	$-\frac{2a^2\dot U}{3}$, Z_2	$-\frac{2a\dot U}{3}$, Z_0
28		$\dot U_a=-a\dot U$; $-\dot U_b+\dot U_c=a^2\dot U$; $\dot I_b+\dot I_c=0$	$\frac{a\dot U}{1-a}\cdot\frac{Z_0+2aZ_2}{4Z_1Z_2+Z_0(Z_1+Z_2)}$	$\frac{a\dot U}{1-a}\cdot\frac{2(2-a)Z_1+Z_0}{4Z_1Z_2+Z_0(Z_1+Z_2)}$	$\frac{a\dot U}{1-a}\cdot\frac{aZ_2+(a-2)Z_1}{4Z_1Z_2+Z_0(Z_1+Z_2)}$	$\frac{a\dot U}{1-a}\cdot\frac{Z_0+2aZ_2}{Z_1+Z_2}$, Z_0, $4Z_1$, $4Z_2$	$\frac{a\dot U}{1-a}\cdot\frac{2(2-a)Z_1+Z_0}{Z_1+Z_2}$, Z_0, $4Z_1$, $4Z_2$	$\frac{a\dot U}{1-a}\cdot\frac{aZ_2+(a-2)Z_1}{Z_1+Z_2}$, Z_0, $4Z_1$, $4Z_2$
31		$\dot U_a-\dot U_b=\dot U$; $\dot U_b+\dot U_c=a^2\dot U$; $\dot I_a+\dot I_b=\dot I_c$	$\frac{a\dot U}{a-1}\cdot\frac{Z_2-4Z_0}{Z_1Z_2+4Z_0(Z_1+Z_2)}$	$\frac{2\dot U}{a-1}\cdot\frac{Z_1+2Z_0}{Z_1Z_2+4Z_0(Z_1+Z_2)}$	$\frac{2\dot U a^2}{a-1}\cdot\frac{2Z_1+Z_2}{Z_1Z_2+4Z_0(Z_1+Z_2)}$	$\frac{a\dot U}{a-1}\cdot\frac{Z_2-4Z_0}{Z_1+Z_2}$, $4Z_0$, Z_1, Z_2	$\frac{2\dot U}{a-1}\cdot\frac{Z_1+2Z_0}{Z_1+Z_2}$, $4Z_0$, Z_1, Z_2	$\frac{2a^2\dot U}{a-1}\cdot\frac{2Z_1+Z_2}{Z_1+Z_2}$, $4Z_0$, Z_1, Z_2
35		$\dot U_a=\dot U$; $\dot U_c=a\dot U$; $\dot I_b=0$	$\frac{\dot U(Z_2+Z_0)}{Z_1Z_2+Z_0(Z_1+Z_2)}$	$-\frac{a\dot U Z_0}{Z_1Z_2+Z_0(Z_1+Z_2)}$	$-\frac{a^2\dot U Z_2}{Z_1Z_2+Z_0(Z_1+Z_2)}$	$\dot U\frac{Z_2+Z_0}{Z_1+Z_2}$, Z_0, Z_1, Z_2	$-a\dot U\frac{Z_0}{Z_1+Z_2}$, Z_0, Z_1, Z_2	$-a^2\dot U\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}$, Z_0, Z_1, Z_2
36		$\dot U_a=\dot U$; $\dot U_b=-a^2\dot U$; $\dot I_c=0$	$\frac{a^2\dot U}{a-1}\cdot\frac{Z_2-Z_0}{Z_1Z_2+Z_0(Z_1+Z_2)}$	$\frac{a\dot U}{a-1}\cdot\frac{2Z_1+Z_0}{Z_1Z_2+Z_0(Z_1+Z_2)}$	$\frac{a\dot U}{a-1}\cdot\frac{2Z_1+Z_2}{Z_1Z_2+Z_0(Z_1+Z_2)}$	$\frac{a^2\dot U}{a-1}\cdot\frac{Z_2-Z_0}{Z_1+Z_0}$, Z_0, Z_1, Z_2	$\frac{a\dot U}{a-1}\cdot\frac{2Z_1+Z_0}{Z_1+Z_2}$, Z_0, Z_1, Z_2	$\frac{a\dot U}{a-1}\cdot\frac{2Z_1+Z_2}{Z_1+Z_2}$, Z_0, Z_1, Z_2

ветственно для классов II, III и II, III вместе. Опыты проведены на цилиндрическом индукционном насосе ЦИНС-5 с тремя проводящими сплошными цилиндрами, отличающимися друг от друга удельной электропроводностью. Данные цилиндров следующие (при температуре 22°C).

I. Магний - диаметром $2r_3 = 4{,}0 \cdot 10^{-2}$ м, с удельной электропроводностью $\gamma = 22{,}45\ \Omega^{-1} \cdot мм^{-2} \cdot м$.

2. Сплав алюминия - диаметром $2r_3 = 3{,}96 \cdot 10^{-2}$ м, с удельной электропроводностью $\gamma = 20{,}25\ \Omega^{-1} \cdot мм^{-2} \cdot м$.

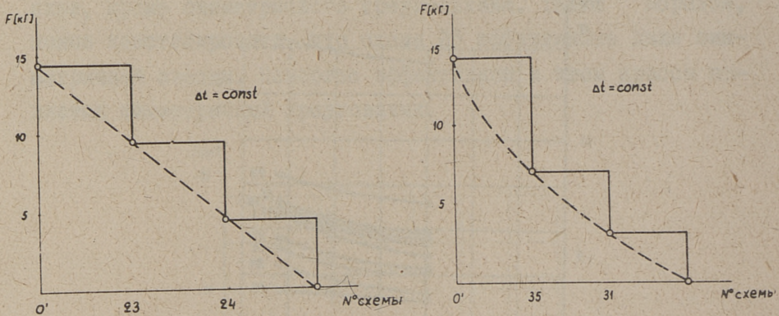
3. Сплав меди - диаметром $2r_3 = 4{,}0 \cdot 10^{-2}$ м, с удельной электропроводностью $\gamma = 15{,}92\ \Omega^{-1} \cdot мм^{-2} \cdot м$.



Фиг. 2

По экспериментам из класса II можно выделить схемы, представленные на фиг. 2: I4, 22, 23, 24, симметричная звезда и симметричный треугольник. Сравнивая выведенные в табл. I формулы для токов прямой последовательности (направление движения вторичной системы взято рабочим направлением насоса), можно установить, например, что напряжение в 22 схеме выше напряжения в I4 схеме, т.е.

$$\frac{2\dot{U}}{3} > \frac{a^2\dot{U}}{1-a^2}.$$



Фиг. 5.

Выводы

Экспериментальные исследования несимметричных схем подтвердили возможность применения их в целях управления индукционными насосами. В ходе опытов было установлено, что наиболее эффективными являются схемы II и III класса. I класс состоит (за исключением схем 9 и 10) только из схем одно- или двухфазного питания, которые по проведенным опытам для индукционного насоса не представляют практического интереса. То же самое можно сказать и о схемах однофазного питания других классов.

Все более эффективные несимметричные схемы торможения являются трехфазными реверсивными. Это вполне естественно, так как во всех остальных схемах величины токов прямой и обратной последовательности (см. [1, 2]) почти равны или точно равные. Благодаря равенству токов прямой и обратной последовательности при $s = 1$ у этих схем нет пускового момента.

В результате проведенной работы можно подобрать такую последовательность схем включения, которая обеспечивает желаемую закономерность изменения тормозящей силы в процессе разливки металла.

Литература

1. Т.П. Губенко. Работа индукционных машин при искажении симметрии статорной обмотки. Научные записки, вып. XXIУ, серия электротехническая, № 8., Изд. Львовского государственного университета, 1955.

2. Т.П. Губенко. Искажение симметрии статорной обмотки и напряжения в целях торможения и регулирования скорости индукционных двигателей. Сессия Академии Наук СССР по научным проблемам автоматизации производства. Научно-технические проблемы автоматизированного электропривода. Изд. АН СССР, 1956.

J.Lootus, H.Tiismus

Experimentelle Untersuchung der asymmetrischen Regime der zylinderförmigen Induktionspumpe

Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag sind Anwendungsmöglichkeiten von asymmetrischen Schaltungen der Induktionspumpe untersucht worden. Von den 36 asymmetrischen und 2 symmetrischen Schaltungen, die bei der Asynchronmaschine üblich sind, wurden 10 Schaltungsmöglichkeiten gewählt. Diese Schaltungen sind bei der Regelung der Metallurgieprozesse vorzuziehen. Die genannten Schaltungsmöglichkeiten sind nach der Bremseffektivität und nach den Ersatzschaltbildern für die symmetrischen Komponenten der Ströme klassifiziert.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 284 1970

УДК 621.318.38

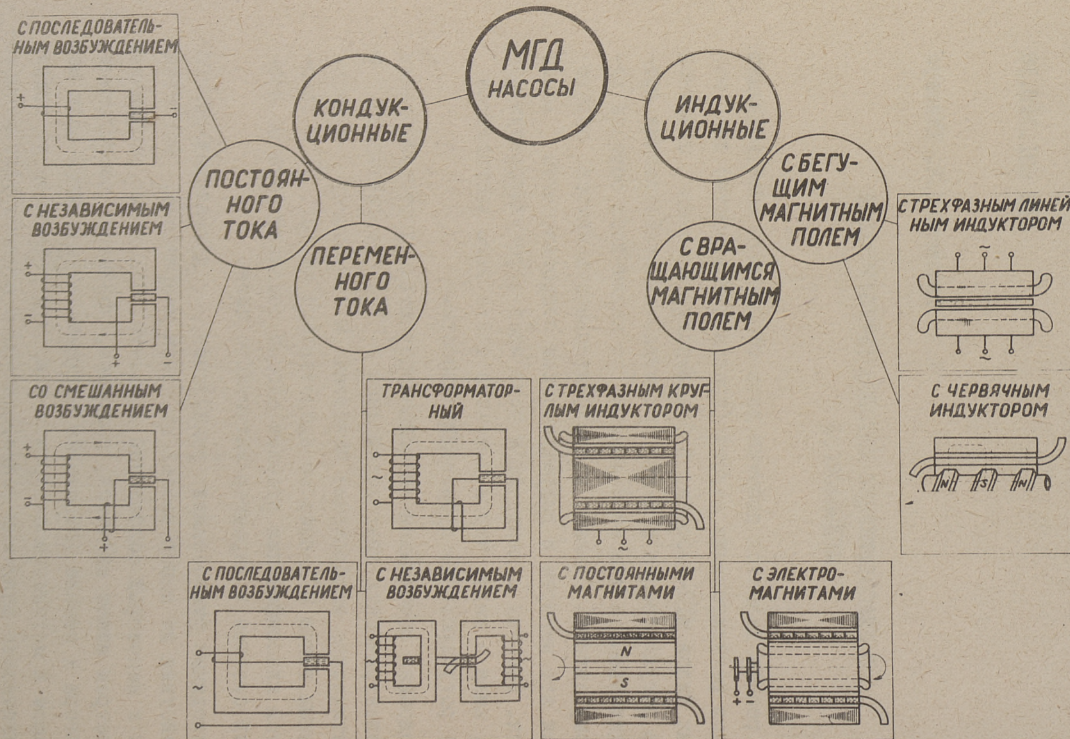
Ю.Я. Лаугис, Х.А. Тийсмус

О КЛАССИФИКАЦИИ МЕТОДОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ МГД-НАСОСОВ

В работе делается попытка дать обобщенную классификацию методов регулирования напора (производительности) для основных типов МГД-насосов. В большинстве случаев конечной целью регулирования МГД-насосов является стабилизация производительности или ее изменение по каким-либо образом заданному закону. Однако, производительность насоса определяется его напором и гидравлическим сопротивлением всего тракта. Поэтому в дальнейшем речь идет о регулировании напора, имея в виду, что в конечном счете этим достигается также регулирование производительности.

Подобная обобщенная классификация методов регулирования для электрических двигателей дана в [1]. Классификация и схематическое изображение известных к настоящему времени основных типов МГД-насосов представлена на фиг. 1. В основу этой классификации положен способ создания тока во вторичной системе и характер магнитного поля.

Исходными физическими величинами целенаправленного воздействия на напор насоса является напряжение, магнитный поток и некоторый обобщенный параметр. При этом обобщенным параметром может являться, например, взаимное расположение индуктора и канала (геометрия активной зоны), угол фазы между током и магнитным потоком и т.д. Эти различные по природе физические величины взаимосвязаны и взаимообусловлены, хотя и неодинаковы в различных магнитогидродинамических системах.



Фиг. 1 Классификация и схематическое изображение основных МГД-насосов

Т а б л и ц а I

			МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ НАСОСЫ										
Способ создания тока во вторичной системе			КОНДУКЦИОННЫЕ						ИНДУКЦИОННЫЕ				
Характер магнитного поля			Постоянного тока			Переменного тока			С вращающимся магнитным полем			С бегущим магнитным полем	
Физическая величина воздействия на напор / Тип насоса			С последовательн.возбуждением	С независимым возбуждением	Со смешанным возбуждением	Трансформаторный	С последовательным возбуждением	С независимым возбуждением	С трехфазным круглым индуктором	С постоянными магнитами	С электромагнитами	С трехфазным линейным индуктором	С червячным индуктором
			I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0	II
Напряжение	Величина или амплитуда (В)	а	+++	+++	+++	0	+++	+++	+++	0	0	+++	0
	Частота или скорость (Ч,С)	б	0	0	0	0	++	++	++	0	0	++	0
	Асимметрия (А)	в	0	0	0	0	0	0	++	0	0	++	0
	Длительность действия (Д)	г	+	+	+	0	+	+	+	0	0	+	0
Поток	В	д	++	+++	+++	+++	+	+++	+++	0	+++	+++	0
	Ч,С	е	0	0	0	++	++	++	++	+++	+++	++	+++
	А	ж	0	0	0	0	0	0	++	0	0	++	0
	Д	з	+	+	+	+	+	+	+	0	+	+	0
Обобщ. парам.	В	и	+	+	+	+	+	++	++	+	+	+	+
	Д	к	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

В общем случае (в насосах переменного тока) мера упомянутых физических величин может содержать до четырех составляющих: величину или амплитуду (В), частоту или скорость (Ч, С), асимметрию (А), длительность действия или продолжительность включенного состояния (Д).

В системах же постоянного тока мера содержит только две составляющие - величину и длительность действия.

Предлагаемая обобщенная классификация методов регулирования напора представлена в форме таблицы. Таблица I состоит из II-ти горизонтальных клеток, каждая для конкретной группы МГД-насосов. По вертикальным клеткам расположены три различные физические величины - напряжение, магнитный поток и обобщенный параметр, а также их меры - величина (амплитуда), частота (скорость), асимметрия и длительность действия. Места перекрещивания вертикальных и горизонтальных строк определяют соответствующие методы регулирования. При оценке методов регулирования введены следующие условные обозначения:

+++ - метод реализуется простыми техническими средствами,

++ - метод реализуется сложными техническими средствами,

\+ - метод принципиально реализуется, но целесообразность применения не установлена,

0 - метод принципиально невозможен.

Далее дается краткая характеристика отдельных методов регулирования и описываются возможности их реализации.

Кондукционные насосы постоянного тока

Методы регулирования от I-а до 3-а реализуются главным образом на базе регулируемых источников постоянного тока, в качестве которых используются, в основном, униполярные и обычные генераторы. Основной характерной чертой униполярного генератора является то, что он может генерировать большие токи при весьма малых напряжениях. В принципе можно применять источники постоянного тока и других типов, удовлетворяющие этим условиям. В некоторых случаях для регулирования применяются дополнительные сопротивления, которые включаются последовательно с насосом. При этом уменьшается напряжение , которое подается к обмоткам насоса. Такой способ регулирования во всяком случае целесообразно отнести к регулированию напряжением, а не к регулированию параметром, так как регулировочные сопротивления находятся вне насоса.

Методы от I-г до 3-г представляют собой повторно-кратковременный режим работы насоса с достаточной частотой для обеспечения непрерывного течения жидкого металла. Они реализуются на базе коммутационной аппаратуры.

Простыми и удобными являются методы 2-д и 3-д. Для реализации названных методов требуются также источники регулируемого напряжения или включаются регулировочные сопротивления последовательно с обмотками возбуждения при источнике питания нерегулируемым напряжением. Основным достоинством этих методов является умеренная мощность источника регулируемого напряжения.

Способом реализации метода I-д может быть шунтирование обмотки возбуждения сопротивлением.

Методы I-з, 2-з и 3-з аналогичны методам I-г, 2-г и 3-г.

Обобщенным параметром методов I-и, 2-и, 3-и, I-к, 2-к и 3-к является взаимное расположение индуктора и канала, которое характеризуется линейным или угловым смещением.

Кондукционные насосы переменного тока

Методы 4-д, 6-д, 5-а и 6-а требуют однофазных источников регулируемого напряжения. В качестве этих источников могут быть применены автотрансформаторы, магнитные усилители, индукционные регуляторы, тиристорные преобразователи и т.д. Кроме этого метод 5-а требует еще специального понизительного трансформатора, так как требуемое напряжение питания кондукционного насоса с последовательным возбуждением обычно находится в пределах нескольких вольт при токе в несколько ка и более.

Для реализации методов 5-б, 6-б, 4-е, 5-е и 6-е понадобится преобразователь частоты. В связи с развитием полупроводниковых преобразователей частоты на базе тиристоров, их актуальность и перспективность возрастает вместе с расширением областей практического применения.

Методы 5-г, 6-г, 4-з, 5-з и 6-з основываются на повторно-кратковременном включении к источнику питания. Единственным способом реализации метода 5-д является шунтирование обмотки возбуждения сопротивлением.

Основой методов 4-и, 5-и и 6-и является изменение величины обобщенного параметра. Обобщенным параметром является здесь взаимное расположение магнитной цепи и канала, кроме метода 6-и, где дополнительно обобщенным параметром может быть еще угол фазы между током и магнитным потоком.

Методы 4-к, 5-к и 6-к основываются на повторно-кратковременном изменении обобщенного параметра.

Индукционные насосы с вращающимся магнитным полем

Метод 7-а требует многофазного источника питания с регулируемым напряжением, например автотрансформатор, магнитный усилитель, индукционный регулятор, тиристорный преобразователь и т.д. Метод 9-д базируется на изменении тока возбуждения электромагнита. Методы 8-е и 9-е основаны на изменении скорости вращения ротора и тем самым магнитного поля. Регулирование скорости вращения ротора можно здесь осуществлять при помощи регулируемого электропривода. Выбор соответствующего электропривода зависит от требуемого диапазона регулирования.

В случае регулирования индукционных насосов надо подчеркнуть еще тот факт, что напряжение и магнитный поток взаимосвязаны и взаимообусловлены. Так, например, увеличение напряжения питания обусловливает увеличение магнитного потока. Изменение частоты напряжения питания приведет также к изменению частоты магнитного потока. На основе вышеизложенного метода 7-а обусловливает метод 7-д.

Метод 7-б требует для реализации источника питания с регулируемой частотой, т.е. преобразователя частоты.

Необходимым условием для реализации метода 7-в является существование возможности асимметрирования напряжения.

Метод 7-е реализован переключением числа пар полюсов индуктора, что приведет к изменению скорости вращения магнитного поля. Условием реализуемости является наличие секционированных обмоток индуктора.

Метод 7-ж основывается на специальном переключении отдельных секций обмотки индуктора, чему соответствует возникновение асимметрии магнитного потока при симметричной системе питающего напряжения.

Методы 7-г и 9-з реализуются при повторно-кратковременном включении питающего напряжения и тока возбуждения. Метод 7-з обусловлен методом 7-г.

Методы 7-и, 8-и, 9-и, 7-к, 8-к и 9-к связаны с обобщенным параметром. Обобщенным параметром у индукционных насосов является только взаимное расположение индуктора и канала.

Индукционные насосы с бегущим магнитным полем

Метод 10-а требует регулируемого источника питания. Методом 10-а обусловлен метод 10-д. Для реализации метода 11-е требуется регулируемый электропривод.

Метод 10-б реализуется на базе преобразователя частоты. Метод 10-в требует несимметричного источника питания. Метод 10-е реализуется переключением числа пар полюсов индукторов. Метод 10-ж основывается на специальном переключении отдельных секций обмотки индуктора, чему соответствует возникновение асимметрии магнитного потока при симметричной системе питающего напряжения.

Вышеизложенную классификацию методов регулирования МГД-насосов следует рассматривать как условную, подверженную изменениям в связи с развитием средств автоматики и преобразовательной техники, а также совершенствования самих МГД-насосов.

Литература

I. П.А. Свириденко. О методах регулирования скорости вращения электрических двигателей, "Электромеханика" № 5, 1963.

2. И.А. Тютин. Электромагнитные насосы. Изд. АН Латвийской ССР, Рига, 1959.

3. И.М. Кирко. Жидкий металл в электромагнитном поле. изд. "Энергия", М.-Л., 1964.

J.Laugis, H. Tiismus

Zur Klassifikation der Regelungsmethoden von MHD-Pumpen

Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag wird der Versuch gemacht, die Regelungsmethoden des Drucks (der Leistungsfähigkeit) für die Haupttypen der MHD-Pumpen zu klassifizieren.

Es wird auch eine kurze Charakteristik der einzelnen Regelungsmethoden gegeben und deren Verwirklichungsmöglichkeiten beschrieben.

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ А № 284 1970

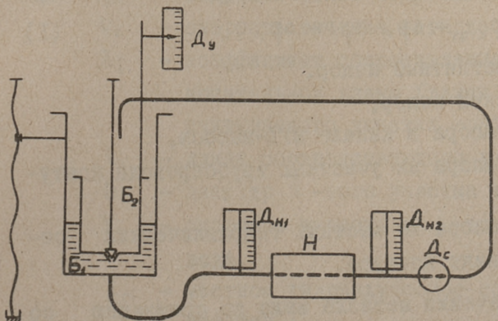
УДК 621.689:538.4.001.5

В.В.Лойгом, Ю.Я.Лаугис, Х.А.Тийсмус

СТЕНД ДЛЯ ИСПЫТАНИЯ МГД-НАСОСОВ И ДАТЧИКОВ СКОРОСТИ

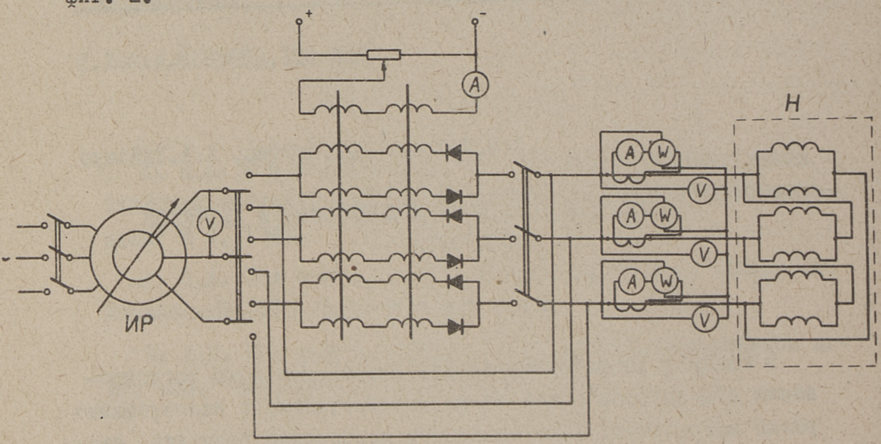
I. Введение

В связи с разработкой систем автоматического регулирования МГД-насосов объем их экспериментального исследования резко возрастает. Так, например, необходимо получить сведения о статических и динамических характеристиках исследуемых объектов при различных возмущениях. Если для этих целей использовать уже существующие стенды, то их нужно дополнить оборудованием для исследования вышеупомянутых характеристик.



Фиг. 1. Принципиальная схема стенда.
$Б_1$ – сливной бак,
$Б_2$ – измерительный бак,
$Н$ – МГД-насос
$Д_у$ – датчик уровня,
$Д_{н1}$, $Д_{н2}$ – датчик давления,
$Д_с$ – датчик скорости

Ниже приведена методика проведения исследований МГД-насосов и датчиков скорости при помощи стенда с плавающим измерительным баком, который обычно используют только для градуировки датчиков скорости. Принципиальная схема стенда приведена на фиг. I, схема питания МГД-насоса - на фиг. 2.



Фиг. 2. Схема питания насоса
ИР - индукционный регулятор,
Н - насос

Развиваемый насосом электромагнитный напор уравновешивается статическим напором и потерями напора на гидравлических сопротивлениях контура.

$$p_{эм} = p_{стат} + \Delta p_к + \Delta p_т + \Delta p_г , \tag{I}$$

где $p_{эм}$ - электромагнитный напор.

$p_{стат}$ - статический напор,

$\Delta p_к$ - потери напора в канале МГД-насоса,

$\Delta p_т$ - потери напора на участках трубопровода контура,

$\Delta p_г$ - потери напора на местных гидравлических сопротивлениях контура.

Так как скорость течения металла мала по сравнению со скоростью электромагнитного поля в МГД-насосе, то для определения электромагнитного напора можно исходить из упрощенной методики, приведенной в литературе. Согласно [I]

$$p_{эм} = sp_0 U^2_{пит} , \tag{2}$$

где s – скольжение,

p_o – единичный электромагнитный напор при $s = 1$,

$U_{пит}$ – напряжение питания насоса.

$$p_o = \frac{p_{s=1}}{U^2_{s=1}}, \tag{3}$$

где $p_{s=1}$ – электромагнитный напор развиваемый насосом при $s = 1$,

$U_{s=1}$ – напряжение, при котором определялось $p_{s=1}$.

Гидравлические потери напора на отдельных участках могут быть определены по методике, изложенной в работе [2]. Потери напора определяются формулой

$$\Delta p = \xi \frac{\rho V^2}{2}, \tag{4}$$

где ξ – гидравлическое сопротивление соответствующего участка,

ρ – плотность жидкости,

V – скорость течения жидкости.

Тогда уравнение (I) приобретает следующий вид:

$$s p_o U^2_{пит} = p_{стат} + \frac{\rho}{2}\left(\xi_к V_к^2 + \sum_{n=1}^{n=i} \lambda \frac{l_i}{D_i} V_i^2 + \sum_{n=1}^{n=i} \xi_{ri} V_{ri}^2\right), \tag{5}$$

где $\xi_к$ – гидравлическое сопротивление канала насоса,

$V_к$ – скорость течения металла в канале,

λ_i – коэффициент сопротивления трения единицы относительной длины (длины в один диаметр) рассчитываемого участка трубопровода,

l_i – длина соответствующего участка трубопровода,

D_i – диаметр i-того участка трубопровода,

V_i – скорость течения в i-том участке трубопровода,

ξ_{ri} – местное гидравлическое сопротивление i-того участка,

V_{ri} – средняя скорость на i-том гидравлическом сопротивлении.

Стенд позволяет произвести следующие экспериментальные исследования:

I) градуировать датчики скорости (расхода) объемным методом и определить величины и источники погрешностей,

2) снять $p-Q$ характеристики МГД-насоса,

3) снять $p-Q$ характеристики системы трубопровода стенда,

4) исследовать статику систем управления МГД-насоса в разомкнутой и замкнутой системах,

5) исследовать магнитогидродинамические переходные процессы.

2. Технические данные стенда

I.	Перекачиваемый металл	ртуть.
2.	Материал трубопровода и бака. . .	сталь XI8HIOT.
3.	Внутренний диаметр трубопровода .	2I мм.
4.	Внешний диаметр трубы	25 мм.
5.	Объем сливного бака.	0,0I45 $м^3$.
6.	Диаметр сливного бака	0,I85 м.
7.	Объем мерного бака	0,005 $м^3$.
8.	Диаметр мерного бака.	0,I60 м.
9.	Тип нагнетательного насоса. . . .	ЭМН-5.
I0.	Датчик скорости.	электромагнитный кондукционного типа.

3. Методика проведения экспериментов

3.I. Градуировка датчика скорости

Градуировка датчика скорости производится объемным методом и средняя скорость в таком случае выражается формулой

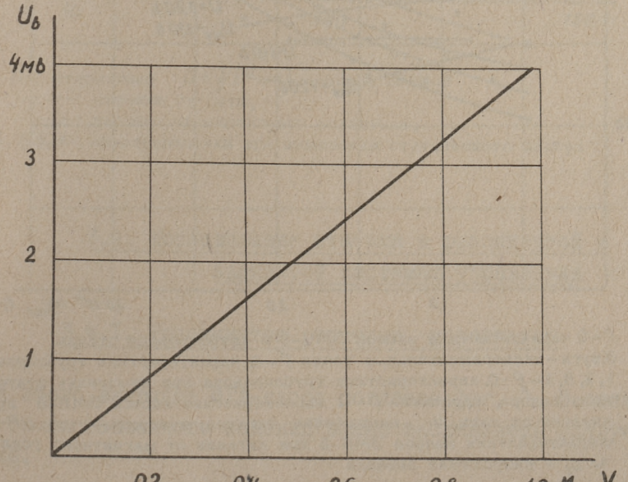
$$V_{cp} = \frac{D_и^2 (h_2 - h_1)}{d^2 (t_2 - t_1)}, \qquad (6)$$

где $D_и$ - внутренний диаметр измерительного бака,
d - внутренний диаметр трубопровода датчика,
h_1 - начальный уровень металла в измерительном баке,

h_2 - конечный уровень металла в измерительном баке,

$t_2 - t_1$ - соответствующий промежуток времени.

Последовательность операции для получения обеих координат одной точки статической характеристики датчика следующая. При пустом измерительном баке производится включение МГД-насоса на неизменное напряжение $U_{пит} = const$. Через некоторое время переходный процесс затухает и наступает установившийся режим. При этом фиксируется начальный уровень металла в измерительном баке и одновременно запускается секундомер. Через некоторое время фиксируется конечный уровень металла в измерительном баке и одновременно выключается секундомер вместе с МГД-насосом. Теперь известны все данные для расчета средней скорости металла по формуле (6). Вторая координата определяется по измерительному прибору во время $t_2 - t_1$ установившегося режима. Ее можно определить так же,как среднее значение на ленте самопишущего прибора.



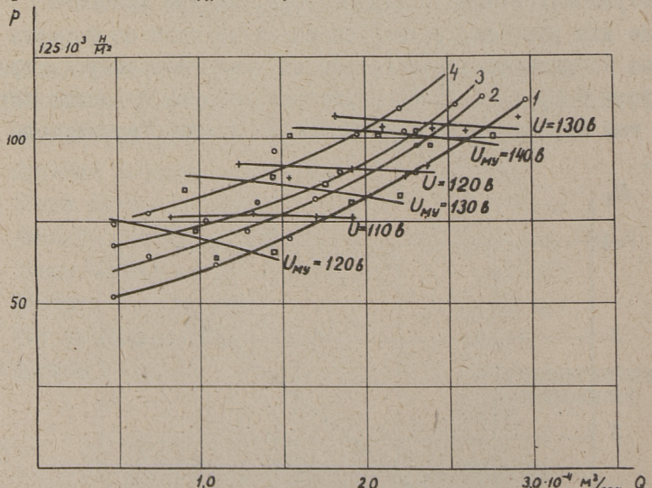
Фиг. 3. Статическая характеристика электромагнитного кондукционного датчика скорости

При градуировке датчика на разных скоростях изменение скорости течения металла достигается регулированием напряжения питания МГД-насоса.

На фиг. 3 приведена статическая характеристика электромагнитного кондукционного датчика скорости, установленного на стенде.

3.2. Снятие $p-Q$ характеристик МГД-насоса

Перед снятием $p-Q$ характеристик удаляется измерительный бак. Снятие характеристики производится при $U_{пит} = const$. Противодавление изменяется изменением положения сливного бака. При снятии характеристик фиксируется скорость течения металла и напор, развиваемый насосом. Изменяя напряжение питания, можно получить семейство $p-Q$ характеристик насоса (фиг. 4).

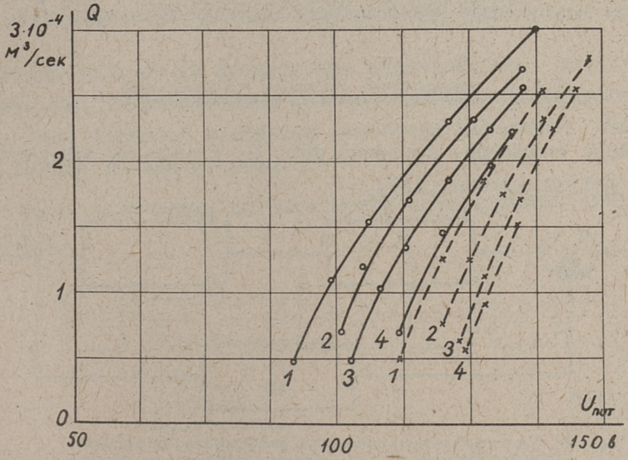


Фиг.4. $p-Q$ характеристика насоса ЭМН-5 и трубопровода стенда. Круги – экспериментальные точки $p-Q$ характеристики трубопровода, 1, 2, 3, 4 – $p-Q$ характеристики трубопровода при изменении статического напора, крестики – $p-Q$ характеристики насоса ЭМН-5 при питании от сети, U – напряжение питания, квадраты – точки $p-Q$ характеристики насоса ЭМН-5 при питании от магнитного усилителя $U_{му}$ – напряжение питания

3.3. Снятие $p-Q$ характеристик трубопровода

В этом режиме статический напор поддерживается постоянным. Изменяя напряжение питания насоса, регистрируется напор, развиваемый насосом, и скорость течения металла. Если дополнительно регистрировать напряжение питания МГД-насоса, можно получить характеристику $Q = f(U_{пит})$,наличие которой необходимо при расчете и создании систем управления МГД-насосами [I].

Соответствующие характеристики стенда и насоса ЭМН-5 приведены на фиг. 4 и 5.



Фиг. 5. Характеристика $Q = f(U_{пит})$ насоса ЭМН-5
——— питание от сети,
– – – – питание от магнитного усилителя,
1, 2, 3, 4 – характеристики при изменении статического напора

3.4. Исследование статики в разомкнутой и замкнутой системах управления

3.4.I. Разомкнутая система управления

Для этого включают МГД-насос согласно фиг. 2. В зависимости от поставленного задания можно исследовать следующие явления.

I. $Q = f(\Delta p_{стат})$ при $U_{пит} = const.$, или
$V = f(\Delta p_{стат})$ при $U_{пит} = const.$.

2. $Q = f(\Delta U_{пит})$ при $p_{стат} = const.$, или
$V = f(\Delta U_{пит})$ при $p_{стат} = const.$.

3. $Q = f(U_{пит})$ или $V = f(U_{пит})$ при различных источниках питания.

Здесь Q – производительность,

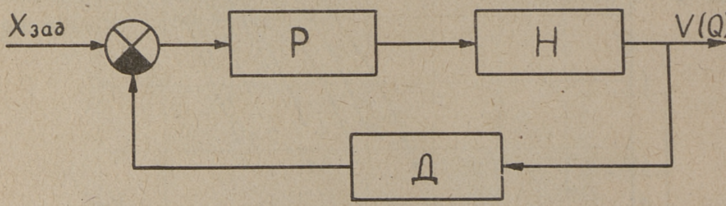
$\Delta p_{стат}$ – изменение статического напора

$\Delta U_{пит}$ – изменение питающего напряжения.

Объектом исследования может быть также развиваемый насосом напор в зависимости от вышеуказанных величин или другие возмущения (температура жидкого металла и т.д.).

3.4.2. Замкнутая система управления

Насос включают, согласно фиг. 6, в систему автоматического регулирования (САР).



Фиг. 6. Система автоматического регулирования насоса: $X_{зад}$ – параметр задавания, P – регулятор, H – насос, $Д$ – датчик.

Тогда можно определить статическую характеристику замкнутой системы, например $Q = f(X_{зад})$. Можно определить также изменение регулируемой величины (Q, v или p) в зависимости от существующих возмущений. Получение этих данных необходимо для оценки точности регулирования.

3.5. Исследование магнитогидродинамических переходных процессов

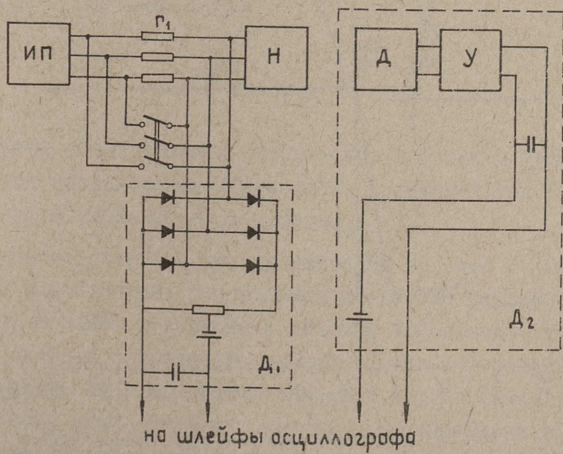
При исследовании магнитогидродинамических переходных процессов, во-первых, необходимо знать динамические характеристики объекта (МГД-насоса). Аналитические методы определения их весьма сложны вследствие нелинейности МГД-насоса и трудностей точного описания гидравлических процессов. Поэтому в начальной стадии исследования целесообразно применять экспериментальные методы для определения динамических характеристик МГД-насоса.

Наиболее распространенным среди других методов являются методы, основанные на снятии переходных и частотных характеристик объекта. Ниже описывается методика снятия этих характеристик.

3.5.1. Снятие переходных характеристик

Метод основан на воздействии однократного постоянного возмущения на исследуемый объект. Типичным возмущением такого типа является внезапное изменение питающего напряжения насоса в виде ступени.

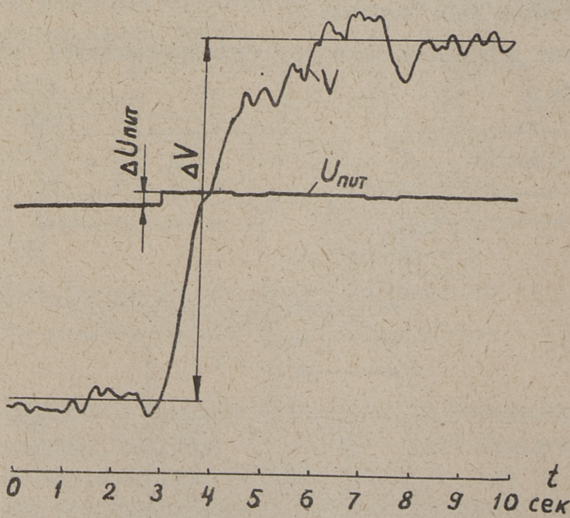
Снятие переходных характеристик производится следующим образом.



Фиг. 7. Схема для снятия переходных характеристик насоса: ИП - источник питания, Н - насос, $Д_1$ - датчик входного сигнала, Д - датчик скорости, У - усилитель $Д_2$ - датчик выходного сигнала

Насос и датчик включают согласно фиг. 7. Возмущение производится при помощи закорачивания или включения сопротивления r_1. Величина r_1 выбирается так, чтобы возмущение составило бы не менее 5...10% от установившейся величины напряжения. На шлейф осциллографа подается входной сигнал напряжения питания насоса, который выпрямляется и сглаживается, а также сигнал от датчика скорости. Для упрощения обработки результатов эксперимента целесообразно принять равными постоянные времени фильтров датчиков входных и выходных сигналов объекта.

На фиг. 8 приведены осциллограммы переходных характеристик насоса ЭМН-5.

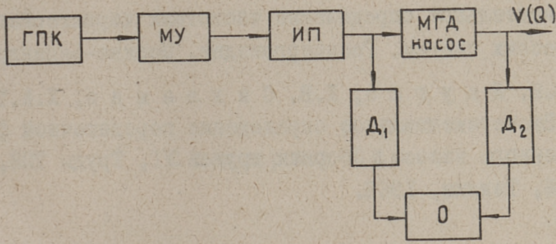


Фиг. 8. Переходная характеристика насоса ЭМН-5
$\Delta U_{пит}$ = 9 в,
ΔV = 0,14 м/сек

3.5.2. Снятие частотных характеристик

При снятии частотных характеристик МГД-насос включают согласно фиг. 9.

Метод основан на воздействии периодического гармонического сигнала на исследуемый объект и на измерение его входных и выходных параметров [3, 4]. Датчики входных и выходных величин исследуемого объекта такие же, как при снятии переходных характеристик.



Фиг. 9. Схема для снятия частотных характеристик насоса
ГПК – генератор периодических колебаний,
МУ – магнитный усилитель,
ИП – источник питания,
$Д_1, Д_2$ – датчики входных и выходных сигналов
О – осциллограф

4. Выводы

Описанный стенд является достаточно простым и универсальным для исследования МГД-насосов в режимах, где скольжение немного отличается от единицы.

Основным недостатком стенда является то, что нельзя проводить исследования при большом диапазоне изменения скоростей, а также в тормозных режимах МГД-насоса. Эти недостатки связаны с принципом работы стенда и устранение их невозможно. Если требуется провести исследования в этих режимах, надо перейти к другим принципиальным и конструктивным решениям.

Литература

1. Ю.Я. Лаугис, Х.А. Тийсмус. Графическое определение статической характеристики системы автоматического регулирования индукционного насоса. Сборник трудов УI. Труды ТПИ, серия А, № 266, Таллин, 1968.

2. И.Е. Идельчик. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. Госэнергоиздат, Москва-Ленинград, 1960.

3. А.А. В а в и л о в, А.И. С о л о д о в н и к о в. Экспериментальное определение частотных характеристик автоматических систем. Госэнергоиздат. Москва-Ленинград,1963.

4. Ю.Я. Л а у г и с, Х.В. С и л л а м а а, Х.А.Т и й с м у с. Экспериментальное определение передаточной функции индукционного насоса. Сборник трудов УI, Труды ТПИ, серия А, № 266, Таллин, 1968.

V.Loigom, J.Laugis, H.Tiismus

The Stand for Testing MHD-Pumps and Flowmeters

S u m m a r y

In this work a stand for testing MHD-pumps and flowmeters is described.

The stand with floating measuring tank is as a rule used for calibration and testing of electromagnetic flowmeters. But it is also usable for testing MHD-pumps and determing its static and dynamic characteristics. The methods of flowmeters calibration and determining of p - Q characteristics of MHD-pumps and of piping of the stand are given. Also are described methods of determining step response and frequency response of MHD-pump automatic control systems.

С о д е р ж а н и е

Стр.

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ
Сборник трудов УII

Редактор Е. Пуусеп
Техн.редактор Г. Гришина

Сдано в набор 15/1X.1969 г.
Подписано к печати 15/1.1970 г.
Бумага 60x90/16. Печ. л. 10,5 + прилож. 0,5.
Учетно-изд. л. 8,5. Тираж 350. МВ-01909.
Зак. № 31 . Ротапринт ТПИ,
Таллин, Коскла 2/9
Цена 85 коп.

Цена 85 коп.

8v