

р. 6.7  
159

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА  
Серия А № 159 1959

---

А. А. СУМБАК

**РАСЧЕТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК**

ТАЛЛИН, 1959



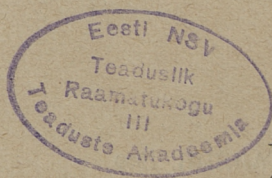
TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА  
Серия А № 159 1959

---

А. А. СУМБАК

**РАСЧЕТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК**

ТАЛЛИН, 1959



77

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время общая линейная теория оболочек основательно и детально изучена; большое значение в этом имеют труды советских ученых — В. З. Власова, А. Л. Гольденвейзера, В. В. Новожилова, А. И. Лурье и др. Также разработаны несколько конкретных инженерных методов расчета (Х. Х. Лауль, А. С. Гильман и др.). Несмотря на то, что в последнее время в строительной технике довольно часто применяются предварительно напряженные железобетонные оболочки, на их расчет все-таки не обращено достаточного внимания. Поскольку известно автору, в отечественной технической литературе эта проблема освещается только Х. Х. Лаулем [4]. Также и в иностранной технической литературе вопросы, касающиеся предварительно напряженных железобетонных оболочек разработаны с пробелами, в частности расчетно-теоретическая сторона вопроса.

В данной статье делается попытка изложить практический метод расчета предварительно напряженных железобетонных цилиндрических оболочек, исходя из основ расчета цилиндрических оболочек без предварительного напряжения, изложенных В. В. Новожиловым [1].

# 1. РАСЧЕТНАЯ СХЕМА

Рассматривается цилиндрическая оболочка с предварительно напряженными бортовыми элементами и торцевыми диафрагмами (рис. 1).

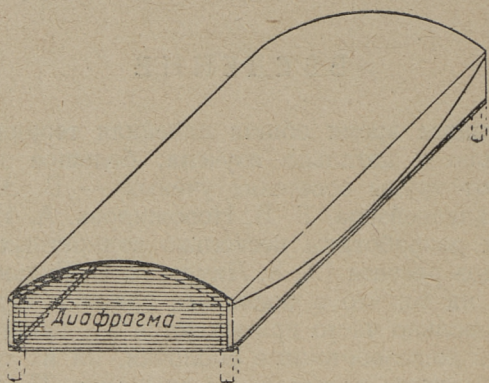


Рис. 1.

Характерные обозначения размеров, усилий и перемещений оболочки даны на рис. 2.

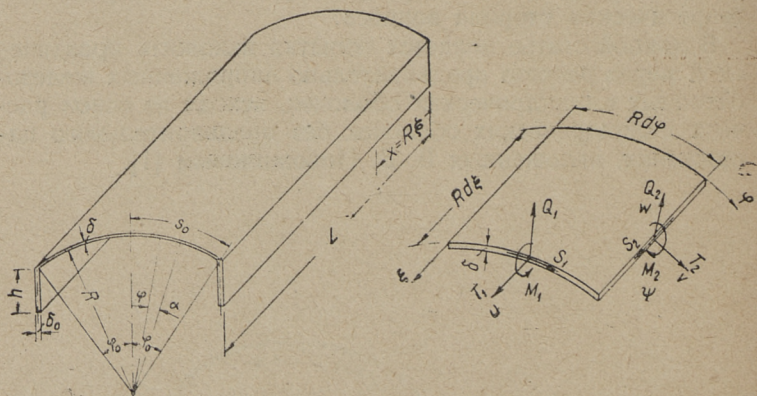


Рис. 2.

В данном обозначении усилия и перемещения цилиндрической оболочки можно выразить формулами, изложенными В. В. Новожиловым [1]:

$$\begin{aligned}
T_{1,m} &= -\frac{E\delta\lambda_m^2}{R\nu_m^2} \left[ B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \cos(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} + \frac{\pi}{4}) - B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \cos(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} + \frac{\pi}{4}) \right] + T_{1,m}^*, \\
T_{2,m} &= -\frac{E\delta\lambda_m^4}{R\nu_m^4} \left[ B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \sin(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m}) - B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \sin(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m}) \right] + T_{2,m}^*, \\
S_m &= -\frac{E\delta\lambda_m^2}{R\nu_m^2} \left[ B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \sin(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} - \frac{\pi}{8}) + B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \cos(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} + \frac{\pi}{8}) \right] + S_m^*, \\
Q_{2,m} &= -\frac{E\delta\nu_m^3}{4Rb^4} \left[ B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \sin(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} + \frac{\pi}{8}) - B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \cos(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} - \frac{\pi}{8}) \right], \\
M_{2,m} &= -\frac{E\delta\nu_m^2}{4b^4} \left[ B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \cos(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} - \frac{\pi}{4}) - B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \cos(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} + \frac{\pi}{4}) \right], \\
U_m &= \frac{\lambda_m}{\nu_m} \left[ B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \cos(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} + \frac{\pi}{4}) - B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \cos(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} - \frac{\pi}{4}) \right] + U_m^*, \\
V_m &= -\frac{1}{\nu_m} \left[ B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \cos(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} + \frac{\pi}{8}) - B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \sin(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} - \frac{\pi}{8}) \right] + V_m^*, \\
W_m &= B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \cos(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m}) + B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \cos(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m}) + W_m^*, \\
\Psi &= -\frac{\nu_m}{R} \left[ B_{1,m} e^{-c_{1,m}\alpha} \cos(d_{1,m}\alpha + \beta_{1,m} - \frac{\pi}{8}) + B_{2,m} e^{-c_{2,m}\alpha} \sin(d_{2,m}\alpha + \beta_{2,m} + \frac{\pi}{8}) \right] + \Psi_m^*,
\end{aligned} \tag{1}$$

где

$$\begin{aligned}
\lambda_m &= (2m-1) \frac{\pi R}{L}, \quad (m=1; 2; 3; \dots), \\
4b^4 &= 12(1-\mu^2) \frac{R^2}{\delta^2}, \\
\nu_m &= \sqrt[4]{2} \sqrt{b\lambda_m}, \\
c_{1,m} = d_{2,m} &= \sqrt{\frac{b\lambda_m}{2}} \sqrt{\sqrt{2}+1} = \nu_m \cos \frac{\pi}{8}, \\
c_{2,m} = d_{1,m} &= \sqrt{\frac{b\lambda_m}{2}} \sqrt{\sqrt{2}-1} = \nu_m \sin \frac{\pi}{8}.
\end{aligned} \tag{2}$$

$B_{1,m}$ ,  $B_{2,m}$ ,  $\beta_{1,m}$ ,  $\beta_{2,m}$  — постоянные, определяемые из двух систем уравнений, составленных при помощи таблицы 1.

Звездочкой обозначены усилия и перемещения начальной задачи (определены по безмоментной теории).

Таблица 1

	$u_m = 1$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 1$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 1$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 1$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$
$B_{1,m} \cos \beta_{1,m}$	0,00	$-0,924 v_m$	-0,707	$-\frac{0,924}{v_m}$	$D_{1,m}$
$B_{1,m} \sin \beta_{1,m}$	$-2,41 \frac{v_m^2}{\lambda_m}$	$-4,08 v_m$	-4,12	$-\frac{2,3i}{v_m}$	$D_{2,m}$
$B_{2,m} \cos \beta_{2,m}$	0,00	$0,924 v_m$	1,707	$\frac{0,924}{v_m}$	$D_{3,m}$
$B_{2,m} \sin \beta_{2,m}$	$\frac{v_m^2}{\lambda_m}$	$2,23 v_m$	1,707	$\frac{0,383}{v_m}$	$D_{4,m}$

Условие непрерывности между криволинейной частью и бортовым элементом оболочки устанавливают при помощи таблиц жесткостей бортового элемента и края оболочки. Таблица жесткости края оболочки (табл. 2), изложенная В. В. Новожиловым, остается неизменной. В таблице жесткости бортового элемента (табл. 3) в данном случае надо учесть влияние предварительного напряжения; притом по упрощению В. В. Новожилова отбрасывают жесткость кручения и жесткость горизонтального изгиба бортовых элементов.

Таблица 2

	$u_m = 1$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 1$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 1$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 1$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$
$\frac{R}{E\delta} S_m$	$a_1 \frac{\lambda_m^2}{v_m}$	$a_2 \frac{\lambda_m^3}{v_m^2}$	$a_1 \frac{\lambda_m^3}{v_m^3}$	$\frac{\lambda_m^3}{v_m^4}$	$A_{1,m}$
$\frac{R}{E\delta} T_{2,m}$	$a_2 \frac{\lambda_m^3}{v_m^2}$	$a_3 \frac{\lambda_m^4}{v_m^3}$	$a_4 \frac{\lambda_m^4}{v_m^2}$	$a_1 \frac{\lambda_m^4}{v_m^3}$	$A_{2,m}$
$\frac{R}{E\delta} Q_{2,m}$	$a_1 \frac{\lambda_m^3}{v_m^3}$	$a_4 \frac{\lambda_m^4}{v_m^4}$	$a_3 \frac{\lambda_m^4}{v_m^3}$	$a_2 \frac{\lambda_m^4}{v_m^6}$	$A_{3,m}$
$\frac{1}{E\delta} M_{2,m}$	$\frac{\lambda_m^3}{v_m^4}$	$a_1 \frac{\lambda_m^4}{v_m^3}$	$a_2 \frac{\lambda_m^4}{v_m^6}$	$a_1 \frac{\lambda_m^4}{v_m^7}$	$A_{4,m}$



В таблице 2

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{\sin \frac{\pi}{8}} \approx 2,613, & a_3 &= \frac{1}{(\sqrt{2}-1)\sin \frac{\pi}{8}} \approx 6,308 \\ a_2 &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \approx 3,414, & a_4 &= \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \approx 5,829. \end{aligned} \quad (3)$$

Для учета влияния предварительного напряжения бортовой элемент рассматривается как балка (рис. 3) из однородного, следующего закону Гука материала.

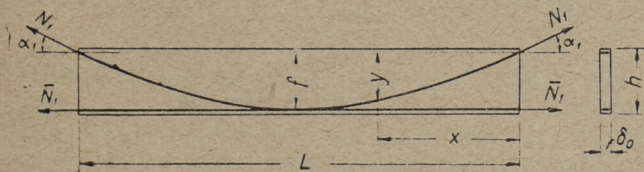


Рис. 3.

Так как при предварительно напряженной оболочке обычно отношение высоты бортового элемента к пролету  $\frac{h}{L} \leq \frac{1}{10}$ , то соблюдается гипотеза плоских сечений, и для определения перемещений применимо дифференциальное уравнение упругой линии, известное из сопротивления материалов:

$$\frac{d^4}{dx^4}(EJy) = \frac{d^3}{dx^3}(EJ\varphi) = \frac{d^2}{dx^2}M(x) = \frac{d}{dx}Q(x) = q(x). \quad (4)$$

Криволинейная арматурная пучка, которая предварительно напряжена силой  $N_1$ , расположена по квадратной параболе

$$y = \frac{4\rho x(L-x)}{L^2} \quad (5)$$

Арматура, предварительно напряженная силой  $\bar{N}_1$  — прямая.

Предварительно напряженная, уложенная по параболе арматура создает в бортовом элементе снизу вверх возмущающую, равномерно распределенную нагрузку

$$q_{0,r} = \frac{8N_1\rho}{L^2}. \quad (6)$$

Поэтому можно нагрузку, созданную предварительным напряжением, рассматривать как состоящую из трех компонентов  $N_1$ ,  $\bar{N}_1$ , и  $q_{0,v}$  (рис. 4).

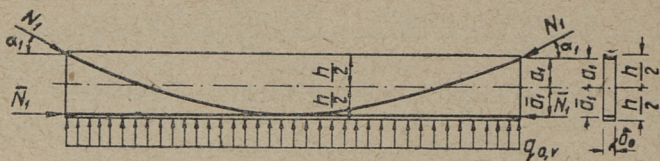


Рис. 4.

Разложив нагрузку, возникшую предварительным напряжением, в ряд Фурье, можно последнюю при помощи уравнения (4) разложить на вертикальную, равномерно распределенную нагрузку  $q_v$  и на центральное нормальное усилие  $Z$ :

$$q_v = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \left[ N_1 \left( \frac{\partial f}{L^2} - \frac{\lambda_m^2}{R^2} a_1 \cos \alpha \right) + \bar{N}_1 \frac{\lambda_m^2}{R^2} \bar{a}_1 \right] \sin \lambda_m \xi, \quad (7)$$

$$Z = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} (N_1 \cos \alpha + \bar{N}_1) \sin \lambda_m \xi. \quad (8)$$

Из формулы (7) определим вертикальное перемещение верхней грани бортового элемента

$$w \cos \varphi_0 - v \sin \varphi_0 = \frac{1}{EJ} \iiint q_v d\xi = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{R^2}{EJ \lambda_m^2} \cdot [N_1 \left( \frac{\partial f}{\pi^2} - a_1 \cos \alpha \right) + \bar{N}_1 \bar{a}_1] \sin \lambda_m \xi. \quad (9)$$

Из формул (7) и (8) получим перемещение  $u$  верхней грани бортового элемента

$$u = - \frac{h}{2EJ} \iiint q_v d\xi + \frac{1}{E\Omega R} \int Z d\xi = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{Rh}{2EJ \lambda_m} \cdot \left\{ N_1 \left[ \frac{\partial f}{\pi^2} - \left( a_1 + \frac{h}{6} \right) \cos \alpha \right] + \bar{N}_1 \left( \bar{a}_1 - \frac{h}{6} \right) \right\} \cos \lambda_m \xi. \quad (10)$$

Из формул (9) и (10) определим перемещения верхней

грани бортового элемента, возникающие предварительным напряжением (для каждого отдельного члена ряда)

$$\begin{aligned}
 u_m &= -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{Rh}{2EJ\lambda_m} \left\{ N_1 \left[ \frac{8f}{\pi^2} - \left( a_1 + \frac{h}{6} \right) \cos \alpha \right] + \bar{N}_1 \left( \bar{a}_1 - \frac{h}{6} \right) \right\}, \\
 v_m &= -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{R^2}{EJ\lambda_m^2} \left[ N_1 \left( \frac{8f}{\pi^2} - a_1 \cos \alpha \right) + \bar{N}_1 \bar{a}_1 \right] \sin \varphi_0, \quad (11) \\
 w_m &= \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{R^2}{EJ\lambda_m^2} \left[ N_1 \left( \frac{8f}{\pi^2} - a_1 \cos \alpha \right) + \bar{N}_1 \bar{a}_1 \right] \cos \varphi_0.
 \end{aligned}$$

Используя формулы (11) и формулы четырех первых столбцов таблицы 3, определяем влияние предварительного напряжения:

$$\begin{aligned}
 \frac{R}{E\delta} S_m &= -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{\lambda_m}{E\delta} (N_1 \cos \alpha + \bar{N}_1), \\
 \frac{R}{E\delta} T_{2,m} &= \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{\lambda_m^2}{2ER\delta} \left\{ N_1 \left[ \frac{16f}{\pi^2} + (h - 2a_1) \cos \alpha \right] + \bar{N}_1 (h + 2\bar{a}_1) \right\} \sin \varphi_0, \\
 \frac{R}{E\delta} Q_{2,m} &= -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{\lambda_m^2}{2ER\delta} \left\{ N_1 \left[ \frac{16f}{\pi^2} + (h - 2a_1) \cos \alpha \right] + \bar{N}_1 (h + 2\bar{a}_1) \right\} \cos \varphi_0, \\
 \frac{1}{E\delta} M_{2,m} &= 0.
 \end{aligned} \quad (12)$$

При расположении предварительно напряженной криволинейной арматуры по нескольким кривым (рис. 5),

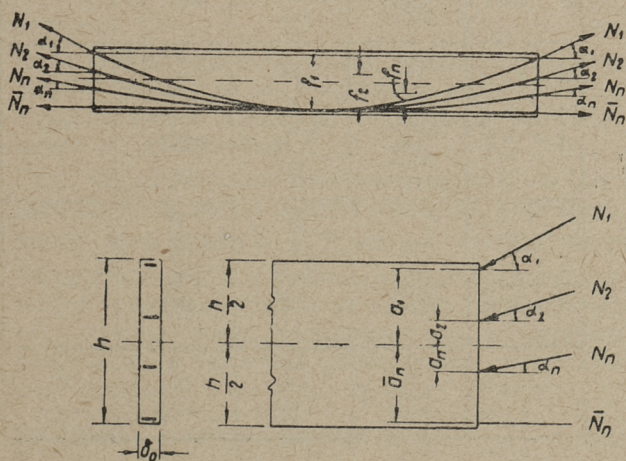


Рис. 5.

Таблица 3

	$U_m = 1$ $V_m = 0$ $W_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$U_m = 0$ $V_m = 1$ $W_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$U_m = 0$ $V_m = 0$ $W_m = 1$ $R\psi_m = 0$	$U_m = 0$ $V_m = 0$ $W_m = 0$ $R\psi_m = 1$	$U_m = 0; V_m = 0; W_m = 0, R\psi_m = 0$
$\frac{R}{E\delta} S_m$	$\frac{\Omega \lambda_m^2}{R\delta}$	$-\frac{\lambda_m^2 h^2 \Omega}{2R^3 \delta} \sin^2 \varphi_0$	$\frac{\lambda_m^2 h \Omega}{2R^3 \delta} \cos \varphi_0$	0	$-\frac{4(-1)^{m+1} \lambda_m}{\pi(2m-1) E\delta} \left( \sum_{n=1}^i N_n \cos \alpha_n + \sum_{n=1}^j \bar{N}_n \right)$
$\frac{R}{E\delta} T_{2,m}$	$-\frac{\lambda_m^3 h \Omega}{2R^3 \delta} \sin^2 \varphi_0$	$\frac{\lambda_m^4 h^3 \Omega}{3R^3 \delta} \sin^2 \varphi_0$	$-\frac{1}{6} \frac{\lambda_m^4 h^2 \Omega}{R^3 \delta} \sin^2 \varphi_0$	0	$-\frac{4(-1)^{m+1} R q_0}{\pi(2m-1) E\delta} \sin \varphi_0 +$ $+\frac{4(-1)^{m+1} \lambda_m^2}{\pi(2m-1) 2ER\delta} \left( \sum_{n=1}^i N_n \kappa_n + \sum_{n=1}^j \bar{N}_n \bar{\kappa}_n \right) \sin \varphi_0$
$\frac{R}{E\delta} Q_{2,m}$	$\frac{\lambda_m^3 h \Omega}{2R^3 \delta} \cos \varphi_0$	$-\frac{1}{6} \frac{\lambda_m^4 h^3 \Omega}{R^3 \delta} \sin^2 \varphi_0$	$\frac{1}{3} \frac{\lambda_m^4 h^2 \Omega}{R^3 \delta} \cos^2 \varphi_0$	0	$\frac{4(-1)^{m+1} R q_0}{\pi(2m-1) E\delta} \cos \varphi_0 -$ $-\frac{4(-1)^{m+1} \lambda_m^2}{\pi(2m-1) 2ER\delta} \left( \sum_{n=1}^i N_n \kappa_n + \sum_{n=1}^j \bar{N}_n \bar{\kappa}_n \right) \cos \varphi_0$
$\frac{1}{E\delta} M_{2,m}$	0	0	0	0	0

формулы (12) могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{R}{E\delta} S_m &= -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{\lambda_m}{E\delta} \left( \sum_{n=1}^i N_n \cos \alpha_n + \sum_{n=1}^j \bar{N}_n \right), \\ \frac{R}{E\delta} T_{2,m} &= \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{\lambda_m^2}{2ER\delta} \left( \sum_{n=1}^i N_n \kappa_n + \sum_{n=1}^j \bar{N}_n \bar{\kappa}_n \right) \sin \varphi_0, \\ \frac{R}{E\delta} Q_{2,m} &= -\frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \frac{\lambda_m^2}{2ER\delta} \left( \sum_{n=1}^i N_n \kappa_n + \sum_{n=1}^j \bar{N}_n \bar{\kappa}_n \right) \cos \varphi_0, \\ \frac{1}{E\delta} M_{2,0} &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$N_n$  — внутренняя сила предварительно напряженной криволинейной арматуры (индекс  $n$  обозначает номер пучка арматуры);

$\bar{N}_n$  — то же при прямолинейной арматуре;

$i$  — количество пучков (каналов) криволинейной предварительно напряженной арматуры;

$j$  — то же при прямой арматуре;

$$\kappa_n = \frac{16f_n}{\pi^2} + (h - 2a_n) \cos \alpha_n; \quad (14)$$

$$\bar{\kappa}_n = h + 2\bar{a}_n. \quad (15)$$

Примечания:

- 1) Если усилие криволинейной предварительно напряженной арматуры  $N_n$  приложено ниже центра тяжести бортового элемента, то в формуле (14) знак перед  $a_n$  изменяется.
- 2) Если предварительно напряженная прямая арматура расположена выше центра тяжести бортового элемента, то в формуле (15) изменится знак перед  $\bar{a}_n$ .
- 3) Формулами (13), а также таблицей жесткости бортовых элементов (табл. 3) можно пользоваться и в тех случаях, когда криволинейная предварительно напряженная арматура расположена не по квадратной параболе, а по иной кривой. В таком случае изменится только первый член  $\frac{16f_n}{\pi^2}$  в формуле (14), который получен от вертикальной нагрузки (6)

криволинейной предварительно напряженной арматуры и, в зависимости от кривизны арматуры, довольно просто вычисляемый.

Как видно из метода расчета, не учитывается влияние изменения нагрузки на величину предварительного напряжения, так как это влияние очень мало. Легко убедиться, что, например, при проценте армирования бортового элемента 0,5%, при изменении величины нагрузки на 100% усилия в предварительно напряженной арматуре изменятся только на 5%. Вообще в практике это изменение еще меньше, так как основной нагрузкой является собственный вес конструкции. Обычно процент армирования ниже вышеуказанного; поэтому изменение величин усилий предварительно напряженной арматуры еще менее значительное и отказ от учета последнего вполне обоснован.

## 2. Численный пример

Рассматривается цилиндрическая оболочка (рис. 1, 2 и 4) с предварительно напряженной арматурой со следующими характерными размерами и нагрузками:

$$\begin{aligned}
 L &= 25,00 \text{ м}, & \Omega &= h\delta_0 = 0,36 \text{ м}^2, & a_1 &= \bar{a}_1 = 0,85 \text{ м}, \\
 R &= 9,3343 \text{ м}, & N_1 &= 65,0 \text{ т}, & q &= 0,325 \text{ т/м}^2, \\
 \delta &= 0,07 \text{ м}, & \bar{N}_1 &= 35,0 \text{ т}, & q_0 &= 0,865 \text{ т/м}, \\
 \delta_0 &= 0,20 \text{ м}, & f &= 1,70 \text{ м}, & & \\
 h &= 1,80 \text{ м}, & \alpha_1 &= 16^\circ 42', & & (16)
 \end{aligned}$$

Учитывая в расчете три первых члена ряда Фурье, вычислим по формулам 2:

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= 1,173, & \nu_1 &= 5,021, \\
 \lambda_2 &= 3,519, & \nu_2 &= 8,698, & b &= 15,20. \\
 \lambda_3 &= 5,865, & \nu_3 &= 11,228, & & (17)
 \end{aligned}$$

Усилия и перемещения начальной задачи определены по безмоментной теории:

$$\begin{aligned}
T_{1,m}^* &= -2Rq_m \frac{1}{\lambda_m^2} \cos \varphi, & u_m^* &= \frac{2Rq_m^2}{E\delta\lambda_m^3} \cos \varphi, \\
T_{2,m}^* &= -Rq_m \cos \varphi, & v_m^* &= \frac{4R^2q_m}{E\delta\lambda_m^2} \left(1 + \frac{1}{2\lambda_m^2}\right) \sin \varphi, \\
S_m^* &= 2Rq_m \frac{1}{\lambda_m} \sin \varphi, & w_m^* &= -\frac{R^2q_m}{E\delta} \left[1 + \frac{4}{\lambda_m^2} \left(1 + \frac{1}{2\lambda_m^2}\right)\right] \cos \varphi, \\
Q_{2,m}^* &= M_{2,m}^* = 0, & \psi_m^* &= -\frac{Rq_m}{E\delta} \sin \varphi,
\end{aligned} \tag{18}$$

где

$$\begin{aligned}
q &= \sum_{m=1}^{\infty} q_m \sin \lambda_m \xi, \\
q_m &= \frac{4}{\pi} \frac{(-1)^{m+1}}{2m-1} Q, \quad (m=1; 2; 3; 4; \dots)
\end{aligned} \tag{19}$$

В соответствии с формулами (18) и (19) получаем усилия и перемещения на контактной линии ( $\varphi = \varphi_0$ ) начальной задачи:

$$\begin{aligned}
\frac{R}{E\delta} S_1^* &= 564,38^1/E, & \frac{R}{E\delta} T_{2,1}^* &= -394,47^1/E, \\
\frac{R}{E\delta} S_2^* &= -62,65^1/E, & \frac{R}{E\delta} T_{2,2}^* &= 131,39^1/E, \\
\frac{R}{E\delta} S_3^* &= 22,63^1/E, & \frac{R}{E\delta} T_{2,3}^* &= -79,03^1/E, \\
u_1^* &= 488,81^1/E, & \omega_1^* &= -1957,77^1/E, \\
u_2^* &= -6,01^1/E, & \omega_2^* &= 175,53^1/E, \\
u_3^* &= 0,79^1/E, & \omega_3^* &= -88,34^1/E, \\
v_1^* &= 1311,90^1/E, & \psi_1^* &= -35,46^1/E, \\
v_2^* &= -37,04^1/E, & \psi_2^* &= 11,81^1/E, \\
v_3^* &= 7,83^1/E, & \psi_3^* &= -7,10^1/E,
\end{aligned} \tag{20}$$

Далее можем заполнить таблицу 1. Величины последнего столбца таблицы  $D_{1,m}$ ,  $D_{2,m}$ ,  $D_{3,m}$  и  $D_{4,m}$ , которые соответствуют абсолютно жесткой заделке криволинейной части нагруженной оболочки, вычисляем следующим образом:

$$\begin{aligned}
 D_{1,m} &= 0,924 \gamma_m \gamma_m^* + 0,707 w_m^* + \frac{0,924}{\gamma_m} R \psi_m^*, \\
 D_{2,m} &= 2,41 \frac{\gamma_m^2}{\lambda_m} u_m^* + 4,08 \gamma_m \gamma_m^* + 4,12 w_m^* + \frac{2,32}{\gamma_m} R \psi_m^*, \\
 D_{3,m} &= -0,924 \gamma_m \gamma_m^* - 1,707 w_m^* - \frac{0,924}{\gamma_m} R \psi_m^*, \\
 D_{4,m} &= -\frac{\gamma_m^2}{\lambda_m} u_m^* - 2,23 \gamma_m \gamma_m^* - 1,707 w_m^* - \frac{0,383}{\gamma_m} R \psi_m^*.
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Результаты вычисления даны в таблице 4.

Т а б л и ц а 4.

	<i>m</i>	$u_m = 1$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 1$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 1$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 1$	$u_m = 0$ $v_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$
$B_{1,m} \cos \beta_{1,m}$	1	0	-4,639	-0,707	-0,184	5205,84 $\frac{1}{E}$
	2	0	-8,037	-0,707	-0,106	-224,58 $\frac{1}{E}$
	3	0	-10,375	-0,707	-0,0823	35,93 $\frac{1}{E}$
$B_{1,m} \sin \beta_{1,m}$	1	-51,795	-20,486	-4,120	-0,462	43585,26 $\frac{1}{E}$
	2	-51,795	-35,488	-4,120	-0,267	-741,71 $\frac{1}{E}$
	3	-51,795	-45,810	-4,120	-0,207	-57,31 $\frac{1}{E}$
$B_{2,m} \cos \beta_{2,m}$	1	0	4,639	1,707	0,184	-2683,41 $\frac{1}{E}$
	2	0	8,037	1,707	0,106	-13,61 $\frac{1}{E}$
	3	0	10,375	1,707	0,0823	75,06 $\frac{1}{E}$
$B_{2,m} \sin \beta_{2,m}$	1	21,492	11,197	1,707	0,0763	-21830,27 $\frac{1}{E}$
	2	21,492	19,397	1,707	0,0440	543,16 $\frac{1}{E}$
	3	21,492	25,038	1,707	0,0341	-59,87 $\frac{1}{E}$

Также заполнена таблица жесткостей края оболочки (табл. 2). Здесь величины последнего столбца определены по формулам (22):



$$\begin{aligned} \frac{R}{E\delta} S_m &= -U_m^* a_1 \frac{\lambda_m^2}{\nu_m} - \nu_m^* a_2 \frac{\lambda_m^3}{\nu_m^2} - w_m^* a_1 \frac{\lambda_m^3}{\nu_m} - R\psi_m^* \frac{\lambda_m^3}{\nu_m^2} + \frac{R}{E\delta} S_m^* = A_{1,m}, \\ \frac{R}{E\delta} T_{2,m} &= -U_m^* a_2 \frac{\lambda_m^3}{\nu_m^2} - \nu_m^* a_3 \frac{\lambda_m^4}{\nu_m^3} - w_m^* a_4 \frac{\lambda_m^4}{\nu_m^4} - R\psi_m^* a_1 \frac{\lambda_m^4}{\nu_m^3} + \frac{R}{E\delta} T_{2,m}^* = A_{2,m}, \\ \frac{R}{E\delta} Q_{2,m} &= -U_m^* a_1 \frac{\lambda_m^3}{\nu_m} - \nu_m^* a_4 \frac{\lambda_m^4}{\nu_m^4} - w_m^* a_3 \frac{\lambda_m^4}{\nu_m^3} - R\psi_m^* a_2 \frac{\lambda_m^4}{\nu_m^3} = A_{3,m}, \\ \frac{1}{E\delta} M_{2,m} &= -U_m^* \frac{\lambda_m^3}{\nu_m^4} - \nu_m^* a_1 \frac{\lambda_m^4}{\nu_m^5} - w_m^* a_2 \frac{\lambda_m^4}{\nu_m^6} - R\psi_m^* a_1 \frac{\lambda_m^4}{\nu_m^5} = A_{4,m}, \end{aligned} \quad (22)$$

Результаты приведены в таблице 5.

Таблица 5

	<i>m</i>	$u_m = 1$ $\nu_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $\nu_m = 1$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $\nu_m = 0$ $w_m = 1$ $R\psi_m = 0$	$u_m = 0$ $\nu_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 1$	$u_m = 0$ $\nu_m = 0$ $w_m = 0$ $R\psi_m = 0$
$\frac{R}{E\delta} S_m$	1	0,716	0,219	0,0333	0,00254	-6,89 <sup>1</sup> / <sub>E</sub>
	2	3,720	1,966	0,173	0,00761	1,32 <sup>1</sup> / <sub>E</sub>
	3	8,005	5,463	0,372	0,0127	7,25 <sup>1</sup> / <sub>E</sub>
$\frac{R}{E\delta} T_{2,m}$	1	0,219	0,0943	0,0174	0,00155	-590,72 <sup>1</sup> / <sub>E</sub>
	2	1,966	1,470	0,156	0,00805	169,40 <sup>1</sup> / <sub>E</sub>
	3	5,463	5,273	0,434	0,0173	-85,13 <sup>1</sup> / <sub>E</sub>
$\frac{R}{E\delta} Q_{2,m}$	1	0,0333	0,0174	0,00374	0,000403	-31,64 <sup>1</sup> / <sub>E</sub>
	2	0,173	0,156	0,0194	0,00121	3,28 <sup>1</sup> / <sub>E</sub>
	3	0,372	0,434	0,0418	0,00202	0,14 <sup>1</sup> / <sub>E</sub>
$\frac{1}{E\delta} M_{2,m}$	1	0,00254	0,00155	0,000403	0,0000615	-2,47 <sup>1</sup> / <sub>E</sub>
	2	0,00761	0,00805	0,00121	0,000106	0,12 <sup>1</sup> / <sub>E</sub>
	3	0,0127	0,0173	0,00202	0,000137	0,04 <sup>1</sup> / <sub>E</sub>

Таблица 5 симметрична относительно нисходящей диагонали, что значительно уменьшает объем вычислений.

Вставляя в таблицу 3 геометрические размеры и нагрузки, получим таблицу жесткости бортовых элементов

(табл. 6). Для получения значений в последнем столбце таблицы предварительно вычисляем по формулам (14) и (15):

$$\begin{aligned} k_1 &= 2,852, \\ \bar{k}_1 &= 3,500. \end{aligned} \quad (23)$$

Для того, чтобы таблицу 6 можно было использовать для расчета оболочки без предварительного напряжения, в таблице приводятся отдельно величины от собственного веса бортового элемента и предварительного напряжения (соответственно предпоследний и последний столбцы). Облегчается, вследствие ее симметричности, также и заполнение таблицы жесткостей бортовых элементов.

На контактной линии оболочки и бортового элемента должны быть соблюдены условия непрерывности:

$$\begin{aligned} U_{m,k} &= U_{m,t}, \quad V_{m,k} = V_{m,t}, \quad W_{m,k} = W_{m,t}, \quad \Psi_{m,k} = \Psi_{m,t}, \\ S_{m,k} &= -S_{m,t}, \quad T_{2,m,k} = -T_{2,m,t}, \quad Q_{2,m,k} = -Q_{2,m,t}, \quad M_{2,m,k} = -M_{2,m,t}, \end{aligned} \quad (24)$$

где индексом  $k$  обозначается оболочка, индексом  $t$  — бортовой элемент.

Из формул (24) следует, что при сложении соответствующих величин таблиц 5 и 6 получаем системы уравнений, определяющие перемещения контактной линии.

Полученные системы уравнений даны в таблице 7.

Системы уравнений также симметричны относительно главной диагонали (см. табл. 7). Вследствие предварительного напряжения изменяются только свободные члены систем уравнений. Заменяя в таблице 7 свободные, соответствующие предварительно напряженной оболочке члены, (последний столбец) членами оболочки без предварительного напряжения (предпоследний столбец), получаем системы уравнений для определения перемещений контактной линии без предварительного напряжения.

Решая в таблице 7 изложенные системы уравнений, получаем перемещения контактной линии предварительно напряженной оболочки:

Таблица 6

	$m$	$u_m = 0$				$u_m = 0$				$u_m = 0$				$u_m = 0$				
		$v_m = 0$	$w_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$v_m = 1$	$w_m = 1$	$R\psi_m = 1$	$R\psi_m = 0$	$v_m = 0$	$w_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$v_m = 0$	$w_m = 0$	$R\psi_m = 0$	$R\psi_m = 1$	
$\frac{R}{E\delta} S_m$	1	0,758		-0,0551	0,0657	0	0	0	0,0657	0	0	0	0	0	0	0	0	-2075,08 <sup>1</sup> /E
	2	6,822		-1,488	1,773	0	0	0	1,773	0	0	0	0	0	0	0	0	2075,08 <sup>1</sup> /E
	3	18,950		-6,889	8,209	0	0	0	8,209	0	0	0	0	0	0	0	0	-2075,08 <sup>1</sup> /E
$\frac{R}{E\delta} T_{2,m}$	1	-0,0551		0,00528	-0,00630	0	0	0	-0,00630	0	0	0	0	0	0	0	0	253,56 <sup>1</sup> /E
	2	-1,488		0,428	-0,510	0	0	0	-0,510	0	0	0	0	0	0	0	0	-760,65 <sup>1</sup> /E
	3	-6,889		3,302	-3,938	0	0	0	-3,938	0	0	0	0	0	0	0	0	1267,58 <sup>1</sup> /E
$\frac{R}{E\delta} Q_{2,m}$	1	0,0657		-0,00630	0,000751	0	0	0	0,000751	0	0	0	0	0	0	0	0	-302,18 <sup>1</sup> /E
	2	1,773		-0,510	0,608	0	0	0	0,608	0	0	0	0	0	0	0	0	906,50 <sup>1</sup> /E
	3	8,209		-3,938	4,693	0	0	0	4,693	0	0	0	0	0	0	0	0	-1510,64 <sup>1</sup> /E
$\frac{1}{E\delta} M_{2,m}$	1	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$m$	$u_m$	$v_m$	$w_m$	$R\psi_m$	$q_0=0,865 \tau/\text{м}$	$q_0=0,865 \tau/\text{м}$ $N_1=65\tau$ $\bar{N}_1=35\tau$
1	1,474	0,164	0,0990	0,00254	6,89 $^1/\text{E}$	2081,97 $^1/\text{E}$
	0,164	0,0996	0,0111	0,00155	685,10 $^1/\text{E}$	431,54 $^1/\text{E}$
	0,0990	0,0111	0,0113	0,000403	-80,83 $^1/\text{E}$	221,36 $^1/\text{E}$
	0,00254	0,00155	0,000403	0,0000615	2,47 $^1/\text{E}$	2,47 $^1/\text{E}$
2	10,542	0,478	1,946	0,00761	-1,32 $^1/\text{E}$	-2073,76 $^1/\text{E}$
	0,478	1,898	-0,354	0,00805	-200,85 $^1/\text{E}$	559,79 $^1/\text{E}$
	1,946	-0,354	0,627	0,00121	34,21 $^1/\text{E}$	-872,29 $^1/\text{E}$
	0,00761	0,00805	0,00121	0,000106	0,12 $^1/\text{E}$	-0,12 $^1/\text{E}$
3	26,955	-1,426	8,581	0,0127	-7,25 $^1/\text{E}$	2067,83 $^1/\text{E}$
	-1,426	8,575	-3,504	0,0173	104,01 $^1/\text{E}$	-1163,57 $^1/\text{E}$
	8,581	-3,504	4,735	0,00202	-22,63 $^1/\text{E}$	1488,01 $^1/\text{E}$
	0,0127	0,0173	0,00202	0,000137	-0,04 $^1/\text{E}$	-0,04 $^1/\text{E}$

$$\begin{aligned}
 u_1 &= -1100,66 \text{ } ^1/\text{E}, & u_2 &= 241,41 \text{ } ^1/\text{E}, & u_3 &= -90,61 \text{ } ^1/\text{E}, \\
 v_1 &= 7398,77 \text{ } ^1/\text{E}, & v_2 &= -280,94 \text{ } ^1/\text{E}, & v_3 &= 107,42 \text{ } ^1/\text{E}, \\
 w_1 &= 33356,69 \text{ } ^1/\text{E}, & w_2 &= -2429,23 \text{ } ^1/\text{E}, & w_3 &= 563,83 \text{ } ^1/\text{E}, \\
 R\psi_1 &= -319431,59 \text{ } ^1/\text{E}, & R\psi_2 &= 38194,13 \text{ } ^1/\text{E}, & R\psi_3 &= -13771,17 \text{ } ^1/\text{E},
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

и для оболочки без предварительного напряжения:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= -282,23 \text{ } ^1/\text{E}, & u_2 &= 42,19 \text{ } ^1/\text{E}, & u_3 &= -9,31 \text{ } ^1/\text{E}, \\
 v_1 &= 10905,58 \text{ } ^1/\text{E}, & v_2 &= -227,23 \text{ } ^1/\text{E}, & v_3 &= 37,11 \text{ } ^1/\text{E}, \\
 w_1 &= -9704,07 \text{ } ^1/\text{E}, & w_2 &= -235,12 \text{ } ^1/\text{E}, & w_3 &= 41,58 \text{ } ^1/\text{E}, \\
 R\psi_1 &= -159415,37 \text{ } ^1/\text{E}, & R\psi_2 &= 15778,60 \text{ } ^1/\text{E}, & R\psi_3 &= -4727,39 \text{ } ^1/\text{E},
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

При помощи таблицы 4 и перемещений (25) или (26), получаем две системы уравнений (для каждого значения  $m$ ), из которых определимы коэффициенты интегрирования  $B_{1,m}$ ,  $B_{2,m}$ ,  $\beta_{1,m}$  и  $\beta_{2,m}$  для оболочек, предварительно напряженных или без предварительного напряжения. Так, например, получены для предварительно напряженной оболочки (при  $m = 1$ ):

$$\begin{aligned}
B_{1,1} \cos \beta_{1,1} &= (0 - 34323 - 23583 + 58775 + 5206)^{1/E} = \\
&= 6075^{1/E}, \\
B_{1,1} \sin \beta_{1,1} &= (57009 - 151571 - 137430 + 147577 + \\
&+ 43585)^{1/E} = -40830^{1/E}, \\
B_{2,1} \cos \beta_{2,1} &= (0 + 34323 + 56940 - 58775 - 2683)^{1/E} = \\
&= 29805^{1/E}, \\
B_{2,1} \sin \beta_{2,1} &= (-23656 + 82844 + 56940 - 24373 - \\
&- 21830)^{1/E} = 69925^{1/E}.
\end{aligned}
\tag{27}$$

Аналогично составляем системы уравнений для других значений  $m$  и для оболочек без предварительного напряжения.

Решая уравнения, получаем для предварительно напряженной оболочки следующие коэффициенты:

$$\begin{aligned}
B_{1,1} &= 41280^{1/E}, & B_{1,2} &= 515^{1/E}, & B_{1,3} &= 446^{1/E}, \\
B_{2,1} &= 76010^{1/E}, & B_{2,2} &= -5204^{1/E}, & B_{2,3} &= 1527^{1/E}, \\
\beta_{1,1} &= 278^\circ 28', & \beta_{1,2} &= 11^\circ 18', & \beta_{1,3} &= 123^\circ 00', \\
\beta_{2,1} &= 66^\circ 54', & \beta_{2,2} &= 52^\circ 24', & \beta_{2,3} &= 48^\circ 12',
\end{aligned}
\tag{28}$$

и для оболочки без предварительного напряжения:

$$\begin{aligned}
B_{1,1} &= -52400^{1/E}, & B_{1,2} &= 1913^{1/E}, & B_{1,3} &= 467^{1/E}, \\
B_{2,1} &= 65520^{1/E}, & B_{2,2} &= -2729^{1/E}, & B_{2,3} &= 596^{1/E}, \\
\beta_{1,1} &= 79^\circ 54', & \beta_{1,2} &= 87^\circ 12', & \beta_{1,3} &= 270^\circ 00', \\
\beta_{2,1} &= 88^\circ 12', & \beta_{2,2} &= 77^\circ 36', & \beta_{2,3} &= 76^\circ 18'.
\end{aligned}
\tag{29}$$

Зная коэффициенты (28) и (29) и определяя по формулам (2) коэффициенты

$$\begin{aligned}
C_{1,1} = d_{2,1} &= 4,639, & C_{1,2} = d_{2,2} &= 8,036, & C_{1,3} = d_{2,3} &= 10,374, \\
C_{2,1} = d_{1,1} &= 1,922, & C_{2,2} = d_{1,2} &= 3,329, & C_{2,3} = d_{1,3} &= 4,297,
\end{aligned}
\tag{30}$$

формулами (1) определим усилия и перемещения оболочек с предварительным напряжением и без предварительного напряжения. Для упрощения и наглядности расчета вычисления производим в табулированном виде; при этом предварительно вычисляем величины  $e^{-c_{1,m}\alpha}$  и  $e^{-c_{2,m}\alpha}$  для каждой рассматриваемой точки.

В таблице 8 приведено примером вычисление первого приближения поперечных моментов  $M_{2,1}$  предварительно

Таблица 8

$\alpha$	$d_{1,1}\alpha + \beta_{1,1} - \frac{\pi}{4} = \gamma_1$	$\cos \gamma_1$	$B_{1,1}e^{-c_{1,1}\alpha}$	$B_{1,1}e^{-c_{1,1}\alpha} \times \cos \gamma_1 = A$	$d_{2,1}\alpha + \beta_{2,1} + \frac{\pi}{4} = \gamma_2$	$\cos \gamma_2$	$B_{2,1}e^{-c_{2,1}\alpha}$	$B_{2,1}e^{-c_{2,1}\alpha} \times \cos \gamma_2 = B$	$A - B$	$(A - B) \left( -\frac{v^2 \delta^4}{4b^4} \right)$	$M_{2,1}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	233°28'	-0,5948	41280	-24553	111°54'	-0,3730	76010	-28352	+3799	-0,0314	-0,0552
5	243°06'	-0,4524	27538	-12458	135°06'	-0,7083	64266	-45520	+33062	-0,2734	-0,2828
10	252°42'	-0,2974	18370	-5463	158°18'	-0,9291	54347	-50494	+45031	-0,3724	-0,3597
15	262°18'	-0,1340	12256	-1642	181°30'	-0,9997	45963	-45949	+44307	-0,3664	-0,3258
20	271°54'	0,0332	8173	+271	204°42'	-0,9085	38856	-35301	+35572	-0,2942	-0,2242
25	281°30'	0,1994	5453	+1087	227°54'	-0,6704	32859	-22029	+23116	-0,1912	-0,0963
30	291°06'	0,3600	3637	+1309	251°06'	-0,3239	27789	-9001	+10310	-0,0853	+0,0224
35	300°42'	0,5105	2427	+1239	274°12'	0,0732	23495	+1720	-481	+0,0040	+0,1045
40	310°18'	0,6468	1618	+1046	297°24'	0,4602	19869	+9144	-8098	+0,0670	+0,1340
45	320°00'	0,7660	1081	+828	320°36'	0,7727	16798	+12980	-12152	+0,1005	
50	329°36'	0,8625	722	+623	343°48'	0,9603	14206	+13642	-13019	+0,1077	
55	239°12'	0,9348	479	+448	7°00'	0,9925	12010	+11920	-11472	+0,0949	
60	348°48'	0,9810	322	+316	30°12'	0,8643	10155	+8777	-8461	+0,0700	
65	358°24'	0,9996	215	+215	53°24'	0,5962	8589	+5121	-4906	+0,0406	
70	8°00'	0,9903	144	+143	76°36'	0,2317	7259	+1682	-1539	+0,0127	
75	17°36'	0,9532	95	+91	99°48'	-0,1702	6142	-1045	+1136	-0,0094	
80	27°12'	0,8894	62	+55	123°00'	-0,5446	5191	-2827	+2882	-0,0238	

напряженной оболочки. Все остальные усилия и перемещения вычисляем аналогично.

Некоторые результаты вычислений представлены на рисунках 6—11.

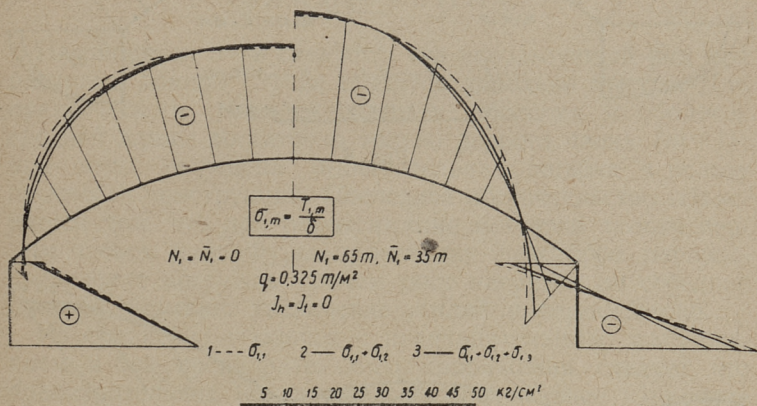


Рис. 6.

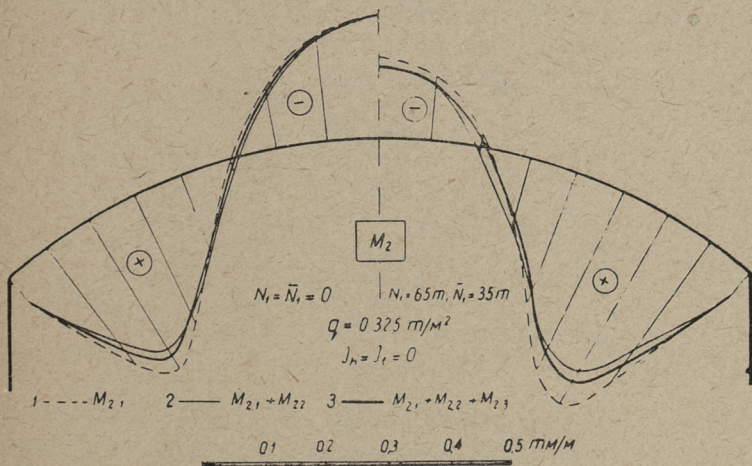


Рис. 7.

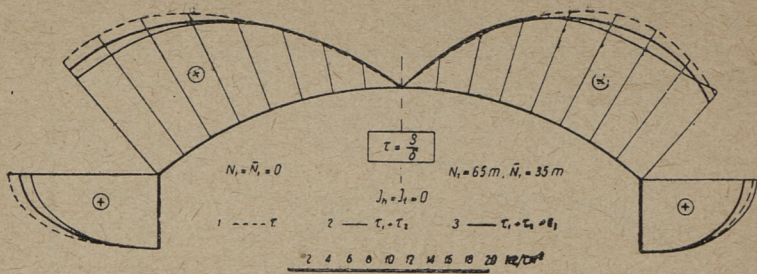


Рис. 8.

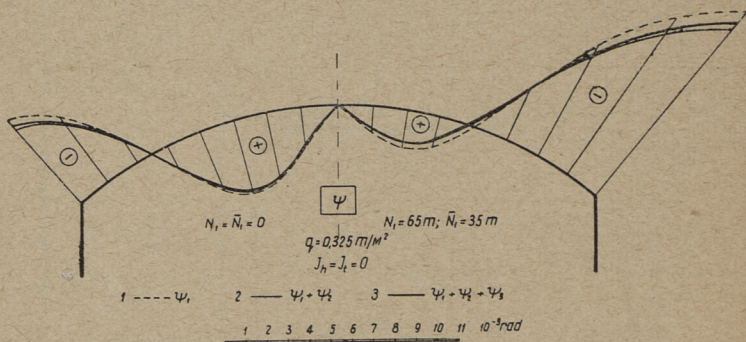


Рис. 9.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из рисунков 6—9 следует, что используемый ряд при расчете в данном случае сходится довольно быстро. Для практического расчета длинных оболочек и оболочек средней длины достаточно только первого члена ( $m=1$ ); при этом допущена незначительная ошибка в пользу прочности конструкции. Последнее обстоятельство объясняется тем, что при аппроксимации нагрузки только первым членом ряда Фурье происходит некоторое перераспределение нагрузки, причем рост нагрузки по середине пролета вызывает увеличение усилий и перемещений.

Из сравнения оболочек с предварительным напряжением и без предварительного напряжения следует, что предварительное напряжение вызывает явное изменение усилий и перемещений. Большие изменения возникают в продольных усилиях  $T_1$  (рис. 10); при этом влияние предварительного напряжения у нижней грани бортового элемента наибольшее, так как там силы предварительного напряжения приложены непосредственно.

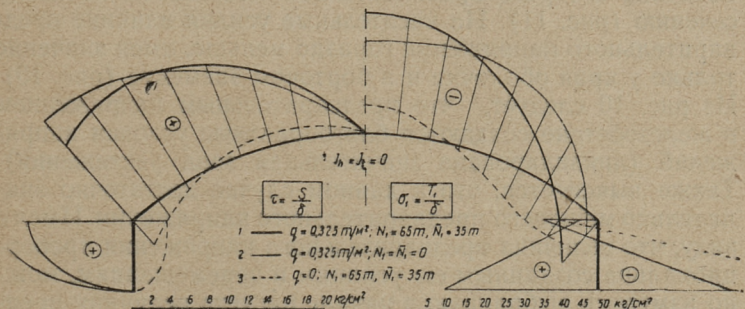


Рис. 10.

Предварительное напряжение вызывает перемещение нейтральной оси по направлению к коньку оболочки. Предварительное напряжение также оказывает значительное влияние на углы поворота  $\psi$  (рис. 11), причем со-

зданные предварительным напряжением отрицательные углы поворота имеют максимальные величины на краю оболочки и уменьшаются приблизительно линейно к коньку оболочки.

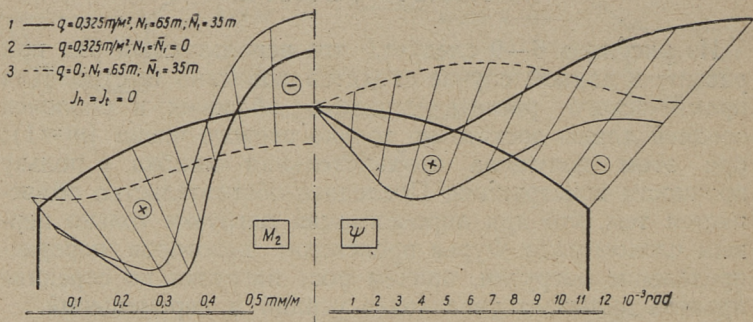


Рис. 11.

Поперечному изгибающему моменту  $M_2$  прибавляется от предварительного напряжения положительный момент, величина которого приблизительно постоянная по всему сечению (рис. 11). На касательные усилия влияние предварительного напряжения гораздо меньше, имея значение только у края оболочки и в бортовом элементе (рис. 10). Из рис. 10 следует, что предварительным напряжением в железобетоне создаются благоприятные условия напряжений (ликвидирована значительная зона растяжения). Также выясняется, что в данном случае достаточно значительно меньшего предварительного напряжения. Имея в виду, что величина предварительного напряжения пропорциональна созданным ею усилиям и перемещениям, можно изменить выбранную в начале расчета величину предварительного напряжения, исходя, например, из благоприятного распределения продольных усилий  $T_1$ .

Понятно также, что выбор какого-либо нового предварительного напряжения не заставит произвести весь расчет снова, а понадобится лишь соответственно уменьшить или увеличить усилия и перемещения, вызванные предва-

рительным напряжением в бетоне (на рис. 10 и 11 эпюры 3). Соответственно изменяется при этом и площадь поперечного сечения предварительно напряженной арматуры.

Из примера вычисления вместе с тем видим, что объем расчета (по изложенному методу) предварительно напряженных оболочек по сравнению с расчетом оболочек без предварительного напряжения практически не увеличится.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек, 1951.
2. Власов В. З. Общая теория оболочек, 1949.
3. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек, 1953.
4. Лаул Х. Х. Цилиндрические железобетонные оболочки с предварительно напряженной арматурой. Труды ТПИ № 45, 1953.
5. Rabich, R. Die Statik der Schalenträger. Bauplanung-Bautechnik, Januar 1956.
6. Rühle, H. Die Rationalisierung des Entwurfs und der Ausführung von Schalenbauten. Bauplanung-Bautechnik. März, 1956.
7. Kirkland, C. W. The Design and Construction of a Large-Span Prestressed Concrete Shell Roof. The Structural Engineer, April, 1951.

А. А. Сумбак

РАСЧЕТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК

Таллинский Политехнический Институт

\*

Редактор Х. Лауль

Технический редактор А. Тамм

Корректор М. Каска

Сдано в набор 22. 05. 1959. Подписано к печати 17. 06. 59. Бумага 54×84  $\frac{1}{16}$ . Печатных листов 1,75. По формату 60×92 печатных листов 1,43. Учетно-издательских листов 0,93. Тираж 500. МВ-06241. Заказ № 3411.

Типография «Коммунист», Таллин, ул. Пикк, 2.

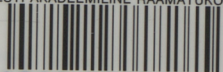
Цена 65 коп.





Цена 65 коп.

EESTI AKADEEMILINE RAAMATUKOGU



1 0200 00134330 4

С 1. I 1961. а.

Цена 0 руб. 07 к.