

TALLINNA POLÜTEHNILISE  
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 363

**ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ  
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ**

СБОРНИК ТРУДОВ XI

ТАЛЛИН 1974



УДК 621.313.1.17

## ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Сборник трудов X1

Под общей редакцией докт. техн. наук,  
академика АН ЭССР, проф. А.И.Вольдека

1974

№ 52

УДК 621.372.1.1

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СРЕДСТВ  
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Объем тиража XI

Под общей редакцией проф. Г.И. Давыдова  
издательство АН СССР, проф. А.Н. Волынского

© ТПИ, Таллин, 1974



А.И. Вольдек, Л.Ф. Боронина

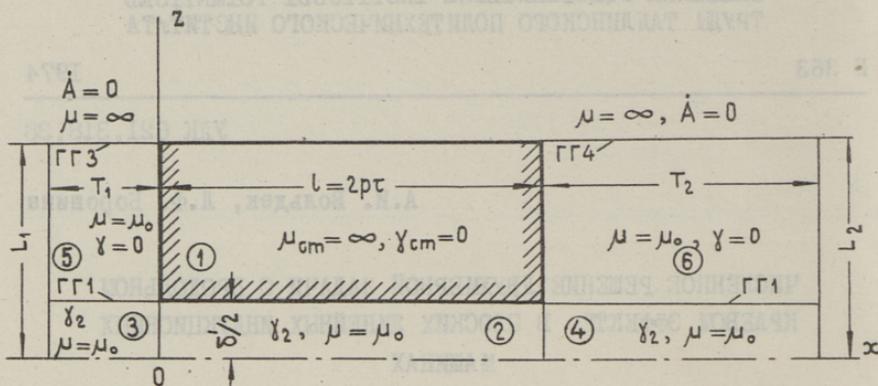
ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУХМЕРНОЙ ЗАДАЧИ О ПРОДОЛЬНОМ  
КРАЕВОМ ЭФФЕКТЕ В ПЛОСКИХ ЛИНЕЙНЫХ ИНДУКЦИОННЫХ  
МАШИНАХ

Вопрос о вторичном продольном краевом эффекте в линейных индукционных машинах в последние годы довольно широко исследован. Полученные аналитические решения позволяют учесть влияние разомкнутости магнитопровода на электромагнитные процессы при движении проводящих сред в магнитном поле.

Тем не менее, полные решения получаются лишь при допущении одномерного характера магнитного поля, когда рассматривается плоская линейная индукционная машина с бесконечно проводящими боковыми шинами и с бесконечно длинными сердечниками, несущими первичную обмотку на ограниченной длине  $l - 2r$ .

Однако в линейных индукционных машинах вследствие ограниченной длины сердечников и большой величины немагнитного зазора магнитное поле в концевых зонах 3, 4, 5, 6 (фиг. 1), а также в зоне 2 вблизи входа и выхода имеет сложную структуру и не является одномерной.

Предыдущая работа посвящена учету конечной длины сердечников индуктора с четным числом пар полюсов [1]. Решения для векторного потенциала в расчетной модели (фиг. 1) получены в виде рядов Фурье, постоянные интегрирования которых определяются из сложной бесконечной системы уравнений. Эта система может быть решена с большими трудностями лишь приближенными методами.



Фиг. 1. Расчетная модель машины.

В связи с этим целесообразно решать задачу в двухмерной постановке численным методом. В основу решения положена расчетная модель фиг. 1, максимально приближающаяся к реальной индукционной машине с разомкнутым магнитопроводом и двусторонним индуктором, причем ось  $Ox$  является осью симметрии. В направлении оси  $y$  поле принимается плоскопараллельным.

Сердечник индуктора занимает область I ( $0 \leq x \leq 2\pi\tau$ ,  $z \geq \delta'/2$ ); активная зона с движущейся проводящей средой занимает область 2 ( $0 \leq x \leq 2\pi\tau$ ,  $0 \leq z \leq \delta'/2$ ); входная зона — область 3 ( $-T_1 \leq x \leq 0$ ,  $0 \leq z \leq \delta'/2$ ); выходная зона — область 4 ( $2\pi\tau \leq x \leq 2\pi\tau + T_2$ ,  $0 \leq z \leq \delta'/2$ ); зона 5 занимает область  $-T_1 \leq x \leq 0$ ,  $\delta'/2 \leq z \leq L_1$ , зона 6 занимает область  $2\pi\tau \leq x \leq 2\pi\tau + T_2$ ,  $\delta'/2 \leq z \leq L_2$ ,

где  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $L_1$ ,  $L_2$  ограничивают рассматриваемые области по осям  $x$  и  $z$  и представляют собой некоторые искусственные границы, где поле можно принять достаточно слабым и положить векторный потенциал  $\dot{A} = 0$ .

Кроме того, принимается, что в направлении оси  $y$  ферромагнитные сердечники с  $\mu_{ст} = \infty$  и  $\gamma_{ст} = 0$  имеют бесконечные размеры, влияние пазов учитывается увеличением зазора до величины  $\delta' = k_\mu k_\delta \delta$ ,

где  $K_M$  - коэффициент насыщения магнитной цепи;  
 $K_\delta$  - коэффициент зазора.

Первичная обмотка создает чисто синусоидальную бегущую волну линейной нагрузки и первичный ток распределен равномерно по всему зазору шириной  $\delta'$ , так что амплитуда плотности тока

$$J_{1m} = \frac{\sqrt{2} A_\Lambda K_{\delta\delta}}{\delta'}$$

где  $A_\Lambda$  - амплитуда линейной плотности тока;  
 $K_{\delta\delta}$  - обмоточный коэффициент;  
 $\delta'$  - немагнитный зазор.

Дифференциальные уравнения относительно комплексного вектора потенциала исследуемых зон с неподвижными и движущимися средами могут быть получены на основе уравнений Максвелла для квазистационарного электромагнитного поля при медленно движущихся средах:

$$\frac{\partial^2 \dot{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}}{\partial z^2} - i\omega \mu_0 \gamma \dot{A} - \mu_0 \gamma u \frac{\partial \dot{A}}{\partial x} = -\mu_0 J_{1m} e^{-i\alpha x}, \quad (1)$$

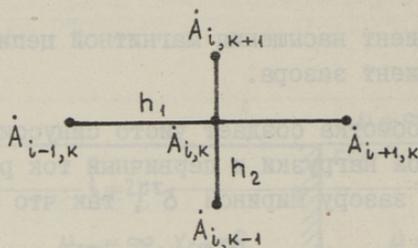
где  $\gamma$  и  $u$  - соответственно электрическая проводимость и скорость вторичной проводящей среды.

Уравнение (1) справедливо для активной зоны 2.

В зонах 3 и 4 первичный ток отсутствует и правая часть уравнения превращается в ноль. В зонах 5, 6 имеем  $\gamma = 0$  и  $u = 0$ , следовательно, справедливо уравнение Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \dot{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}}{\partial z^2} = 0. \quad (2)$$

Дифференциальные уравнения второго порядка (1) и (2) решаются численным методом. Исходные уравнения в частных производных аппроксимируются конечно-разностными уравнениями [2, 3, 4]. Последние получаются заменой частных производных конечно-разностными отношениями. При этом рассчитываемые области двумерного поля разбиты на ячейки прямоугольной формы. Расчетный шаблон сетки несимметричен (фиг. 2)  $h_1 > h_2$ . Это обусловлено различным градиентом поля вдоль осей  $x$  и  $z$ , а также тем, что  $\delta' < 2\tau$ , и ограниченным объемом памяти вычислительной машины.



Фиг. 2. Пятиточечный шаблон сетки ( $h_1 = (0,1 \div 0,2) \tau$ ,  $h_2 = \delta/5$ ).

После замены в (I) производных их выражениями по интерполяционной формуле Стирлинга (ограниченной разностями первого и второго порядка) расчетная формула в разностной форме приобретает вид:

$$\frac{1}{h_1^2} (\dot{A}_{i+1,k} + \dot{A}_{i-1,k} - 2\dot{A}_{i,k}) + \frac{1}{h_2^2} (\dot{A}_{i,k+1} + \dot{A}_{i,k-1} - 2\dot{A}_{i,k}) - i\omega_1 \mu_0 \delta \dot{A}_{i,k} - \mu_0 \gamma u \frac{1}{2h_1} (\dot{A}_{i+1,k} - \dot{A}_{i-1,k}) = -\mu_0 J_{im} e^{-i\alpha x}. \quad (3)$$

Уравнение (2) преобразуется аналогичным образом.

Для реализации решения итерационным методом на ЭВМ уравнения для вещественной и мнимой частей комплексного векторного потенциала должны быть представлены отдельно и искоемое значение  $\dot{A}_{i,k}$  в центральной точке должно быть выделено в явном виде.

Уравнения для всех рассчитываемых областей должны удовлетворять следующим граничным условиям.

На оси симметрии -  $T_1 \leq x \leq 2\pi\tau + T_2$ ,  $z=0$  равны нормальные составляющие индукции, следовательно, для векторного потенциала непрерывна первая производная по  $z$ :

$$\left. \frac{\partial \dot{A}}{\partial z} \right|_{z=0} = 0.$$

В связи с допущением распределения первичного тока по

зазору при  $z = \delta'/2$  и  $0 \leq x \leq 2\pi x$  отсутствует касательная составляющая индукции:

$$\left| \frac{\partial \dot{A}_2}{\partial z} \right|_{z=\delta'/2} = 0.$$

На поверхностях  $x = 0$ ,  $z > \delta'/2$  и  $x = 2\pi\tau$ ,  $z > \delta'/2$  касательные составляющие индукции  $B_z = 0$  и

$$\left| \frac{\partial \dot{A}_5}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left| \frac{\partial \dot{A}_6}{\partial x} \right|_{x=2\pi\tau} = 0.$$

При  $x < 0$ ,  $z = \delta'/2$  и  $x > 2\pi\tau$ ,  $z = \delta'/2$  нормальные составляющие индукции и касательные составляющие напряженности магнитного поля по обеим сторонам границы раздела равны и, следовательно,

$$\frac{1}{\mu_3} \left| \frac{\partial \dot{A}_3}{\partial z} \right|_{z=\delta'/2} = \frac{1}{\mu_5} \left| \frac{\partial \dot{A}_5}{\partial z} \right|_{z=\delta'/2}, \quad \frac{1}{\mu_3} \left| \frac{\partial \dot{A}_4}{\partial z} \right|_{z=\delta'/2} = \frac{1}{\mu_5} \left| \frac{\partial \dot{A}_6}{\partial z} \right|_{z=\delta'/2}.$$

Из условия равенства касательных составляющих напряженности электрического поля на границе раздела сред 3 и 5, 4 и 6:

$$|\dot{E}_{3y}|_{z=\delta'/2} = |\dot{E}_{5y}|_{z=\delta'/2}, \quad |\dot{E}_{4y}|_{z=\delta'/2} = |\dot{E}_{6y}|_{z=\delta'/2};$$

с точностью до постоянных интегрирования, получаем

$$|\dot{A}_3|_{z=\delta'/2} = |\dot{A}_5|_{z=\delta'/2}, \quad |\dot{A}_4|_{z=\delta'/2} = |\dot{A}_6|_{z=\delta'/2}.$$

На вычислительной машине невозможно решить задачу о поле в безграничной области и поэтому рассматриваемая область ограничивается граничными поверхностями  $x = -T_1$ ,  $x = 2\pi\tau + T_2$ ,  $z = L_1$ ,  $z = L_2$ , на которых соблюдаются граничные условия  $\dot{A} = A_y = 0$ . Эти поверхности необходимо располагать на достаточных расстояниях от активной зоны, чтобы поля реальной машины в этих областях были малы и введение этих граничных поверхностей не вызывало бы значительного искажения поля. С другой стороны, слишком далекое расположение этих поверхностей требует увеличения используемого рабочего поля ЭМ. Для выбора расположения этих поверхностей конечно-разностным методом по дополнительной упрощенной программе рассчитывается распределение поля в одномерной постановке задачи, когда сердечники простираются в обе стороны до бесконечности. Выбрав по результатам расчета этой задачи точ-

ки, где поле слабое, можем быть уверенными, что в случае двухмерной задачи с конечными длинами сердечников поле в этих точках будет еще более слабым.

Поля в зонах 5 и 6 представляют собой поля рассеяния машины и в среде с  $\mu_{ст} = \mu_0$  и  $\chi = 0$  невелики и затухают по мере удаления от ферромагнитных сердечников и проводящей среды. Принято, что при  $L_1 = 5\delta'$  и  $L_2 = 7\delta'$  поля затухают настолько, что можно положить  $\dot{A} = 0$ . Как свидетельствуют расчеты, ограничение областей 5  $z = L_1$  и 6  $z = -L_2$  выбрано верно.

Поле во входной зоне 3 распространяется на меньшее расстояние, чем в зоне 4, поэтому можно принять  $T_1 < T_2$  и  $L_1 < L_2$ .

Выполнение граничных условий задачи Дирихле (границы  $x = -T_1$ ,  $0 \leq z \leq L_1$ ;  $x = 2\pi\tau + T_2$ ,  $0 \leq z \leq L_2$ ;  $-T_1 \leq x \leq 0$ ,  $z = L_1$ ;  $2\pi\tau \leq x \leq 2\pi\tau + T_2$ ,  $z = L_2$ , фиг. I) не связано с какими-либо особенностями. Граничные условия второго рода (задача Неймана) на границах  $-T_1 \leq x \leq 0$ ,  $z = \delta'/2$ ;  $2\pi\tau \leq x \leq 2\pi\tau + T_2$ ;  $z = \delta'/2$ ;  $x = 0$ ,  $\delta'/2 \leq z \leq L_1$ ;  $x = 0$ ,  $\delta'/2 \leq z \leq L_2$ ;  $\delta'/2 \leq z \leq L_2$  и  $-T_1 \leq x \leq 2\pi\tau + T_1$ ,  $z = 0$  требуют введения фиктивных точек, значение потенциала которых поддерживается равным потенциалу ближайшей точки, лежащей на границе.

Особыми точками являются углы  $x = 0$ ,  $z = \delta'/2$  и  $x = 2\pi\tau$ ,  $z = \delta'/2$  магнитопровода. При подходе к углу  $x = 0$ ,  $z = \delta'/2$  (на входе активной зоны) из области 2 граничным условием является равенство нулю  $V_x$ , тогда как при подходе со стороны зоны 5 должна быть равной нулю  $V_z$ . Такая же картина наблюдается и для угла  $x = 2\pi\tau$ ,  $z = \delta'/2$  на выходе из активной зоны. В этом случае необходимо рассчитывать значение векторного потенциала угловых точек по приближенным формулам. В данной работе это реализуется при помощи выражения для  $\dot{A}$  по средним магнитным проницаемостям четырех ячеек сетки, окружающих угловую точку [5]. При этом магнитная проницаемость стали магнитопровода принимается бесконечно большой.

Расчетные выражения  $\dot{A}_{i,k}$  для угла на входе в активную зону

$$\begin{aligned} \dot{A}_{i,k} = & \frac{2}{3(h_1^2 + h_2^2)} \left[ \frac{h_2^2}{2} (2\dot{A}_{i-1,k} + \dot{A}_{i+1,k}) + \frac{h_1^2}{2} (2\dot{A}_{i,k-1} + \dot{A}_{i,k+1}) - \right. \\ & - i\omega_1 \mu_0 \gamma h_1^2 h_2^2 \dot{A}_{i,k} - \frac{1}{2} \mu_0 \gamma u h_1 h_2^2 (\dot{A}_{i+1,k} - \dot{A}_{i-1,k}) - \\ & \left. - \frac{\sqrt{2} A_{\lambda k} \mu_0 h_1^2 h_2^2}{4\delta'} e^{-i\alpha x} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Для угла на выходе из активной зоны:

$$\begin{aligned} \dot{A}_{i,k} = & \frac{2}{3(h_1^2 + h_2^2)} \left[ \frac{h_2^2}{2} (\dot{A}_{i-1,k} + 2\dot{A}_{i+1,k}) + \frac{h_1^2}{2} (2\dot{A}_{i,k-1} + \dot{A}_{i,k+1}) - \right. \\ & - i\omega_1 \mu_0 \gamma h_1^2 h_2^2 \dot{A}_{i,k} - \frac{1}{2} \mu_0 \gamma u h_1 h_2^2 (\dot{A}_{i+1,k} - \dot{A}_{i-1,k}) - \\ & \left. - \frac{\sqrt{2} A_{\lambda k} \mu_0 h_1^2 h_2^2}{4\delta'} e^{-i\alpha x} \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

По предложенной математической модели были проведены расчеты на ЭВМ М-220М для линейных индукционных машин с различными параметрами, спроектированных на кафедре "Электрические машины" ЛПИ им. М.И. Калинина. Эти машины имеют двусторонний индуктор и в них предусмотрены короткозамыкающие шины для уменьшения влияния поперечного краевого эффекта.

В таблице I приведены основные характерные параметры этих машин.

Т а б л и ц а I

$\varepsilon_0$	2p	$\gamma_2$
		См/м
0,507	2	$0,585 \cdot 10^6$
7,669	12	$0,382 \cdot 10^7$
28,4	4	$0,534 \cdot 10^8$
65,7	4	$0,382 \cdot 10^7$

Заметим, что характерный параметр  $\varepsilon_0 = \varepsilon/\delta$ ,

где  $\varepsilon$  - магнитное число Рейнольдса по [6]:

$$\varepsilon_0 = \frac{\omega_1 \mu_0 \gamma_2 \tau^2}{\pi^2},$$

где  $\delta$  — скольжение,  
 $\tau$  — полюсное деление машины,  
 $\gamma_2$  — расчетная электрическая проводимость вторичной среды.

Кроме распределения векторного потенциала по исследованным зонам были определены индукции магнитного поля, выраженные через центральные разности:

$$\dot{B}_z = \frac{1}{2h_1} (\dot{A}_{i+1,k} - \dot{A}_{i-1,k}),$$

$$\dot{B}_x = \frac{1}{2h_2} (\dot{A}_{i,k+1} - \dot{A}_{i,k-1}).$$

Результирующие плотности тока в движущейся вторичной среде и их распределения по длине зон определяются выражением:

$$\dot{j} = -\frac{1}{\mu_0} \text{rot rot } \dot{A}.$$

При принятых допущениях:

$$\dot{j} = -\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{\partial^2 \dot{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}}{\partial z^2} \right)$$

или в конечно-разностной форме:

$$\dot{j} = -\frac{1}{\mu_0} \left\{ \frac{1}{h_1^2} (\dot{A}_{i+1,k} + \dot{A}_{i-1,k} - 2\dot{A}_{i,k}) + \frac{1}{h_2^2} (\dot{A}_{i,k+1} + \dot{A}_{i,k-1} - 2\dot{A}_{i,k}) \right\}.$$

Электромагнитные мощности и силы определялись численным интегрированием. Вследствие двумерного характера поля сила, действующая на движущуюся вторичную проводящую среду, имеет две составляющие: составляющую  $F_x$ , направленную по движению среды, и составляющую  $F_z$ , перпендикулярную движению.

Решение конечно-разностных уравнений осуществлялось итерационным методом, который просто реализуется на ЭМ.

В качестве нулевого приближения по всем областям задаются значения векторного потенциала  $\dot{A} = 0$ . Особенность итерационного метода заключается в медленной сходимости. Для улучшения сходимости использован экстраполяционный метод Либмана [7], по которому новое значение векторного потенциала определяется как сумма старого значения и увеличенной в  $G$  раз разности между значениями  $A_{i,k}$ , определенными по данной и предыдущей итерациям:

$$\dot{A}_{i,k}^{n+1} = \dot{A}_{i,k}^n + G(\dot{A}_{i,k}^{n+1} - \dot{A}_{i,k}^n),$$

где  $G$  - коэффициент релаксации.

Для стационарных полей, которые описываются уравнениями Лапласа и Пуассона, значения  $G$  обычно находятся в пределах от 1 до 2. Особенностью рассматриваемой задачи является наличие членов уравнения, характеризующих плотность вихревых токов во вторичной среде  $(i\omega, \mu_0 \gamma \dot{A})$ , и наличие плотностей тока, обусловленных движением проводящей среды относительно поля  $(\mu_0 \gamma_2 u \frac{\partial \dot{A}}{\partial x})$  и периодическим изменением вдоль координаты  $x$  правой части уравнения. Все сказанное совместно с выбранными для расчета параметрами машины, с шагом сетки и смешанными граничными условиями привело к тому, что изменение  $G$  от 1 до 2 оказалось слишком завышенным и решение приобрело колебательный характер. Методом последовательных проб удалось установить оптимальные значения коэффициента релаксации в зависимости от характерных параметров машины, указанных в таблице 2.

Т а б л и ц а 2

$\varepsilon_0$	$\omega, \mu_0 \gamma$	$\mu_0 \gamma u$	$G$	$\delta$	$u$
	$1/\text{м}^2$	$1/\text{м}$			$\text{м/с}$
0,507	220	10,82- - 7,6	0,8	$\delta = 0$ $\delta = 0,3$	14,73- -10,31
7,669	1510	1078- - 75,0	0,75	$\delta = 0$ $\delta = 0,3$	22,4 15,68
28,4	21000	980- - 629	0,5	$\delta = 0$ $\delta = 0,3$	13,1 9,17

Следует отметить, что оптимальный коэффициент релаксации тоже определялся по упрощенной программе для одномерной теории.

Расчеты показали, что при выборе численного метода следует разделить машины с малым  $\epsilon_0$ , малой скоростью движения и низкой электропроводностью вторичной среды и машины с большими вышеперечисленными параметрами. Во втором случае сходимость итерационного процесса плохая.

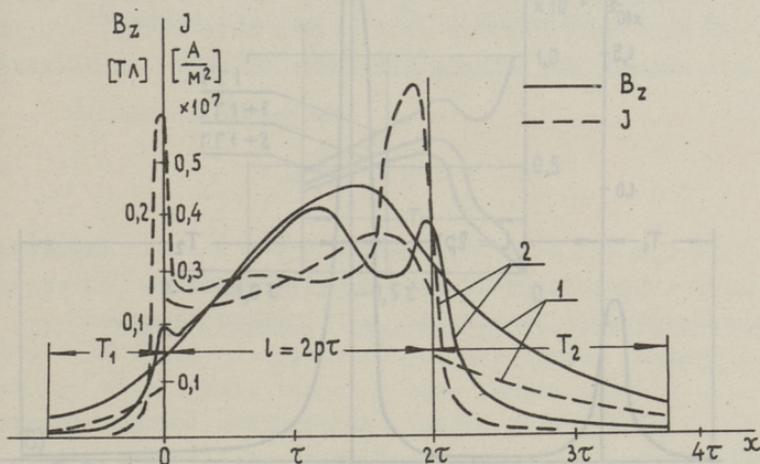
Учет двухмерного характера распределения поля, как следует из фиг. 3, 4 и 5, сказывается, по сравнению с одномерной теорией, главным образом на входном и выходном краях индуктора и в зонах 3 и 4 фиг. 1, мало сказываясь в средней части.

Это различие объясняется наличием в этих зонах составляющей индукции  $B_x$  фиг. 5 и ограниченной длиной сердечников.

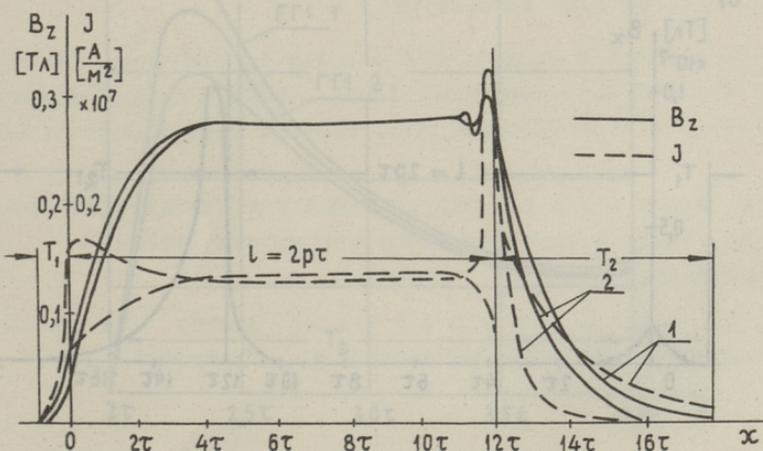
Чем больше  $\epsilon_0$ , скорость движения проводящей среды и длина индуктора, тем меньше выражается изменение составляющей  $B_z$ . Кроме того, значение составляющей  $B_x$  (фиг. 5а,б) в этом случае уменьшается.

Наиболее резкое отличие результатов расчета по двухмерной и одномерной теориям имеют место в выходной (4) и входной (3) областях, что является естественным следствием влияния расположения магнитных сердечников вне активной зоны. Ослабление поля в этих областях, как следует из расчетов, достигает 60-70 % при малых значениях  $\epsilon_0$  (фиг. 3) и не превосходит 20-25 % при больших  $\epsilon_0$  (фиг. 4). Следует отметить, что чем больше проводимость и скорость движения вторичной среды, тем медленнее затухает поле в выходной области вне сердечников ( $T_{2 \text{ фиг.4}} > T_{2 \text{ фиг.5}}$ ) и быстрее — во входной ( $T_{1 \text{ фиг.4}} < T_{1 \text{ фиг.3}}$ ) области.

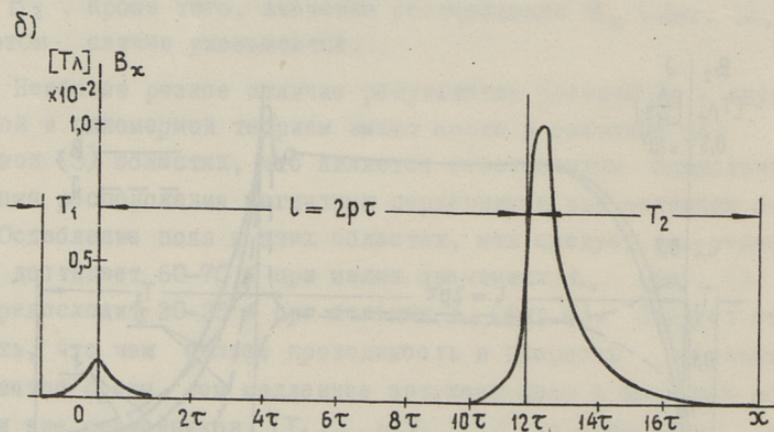
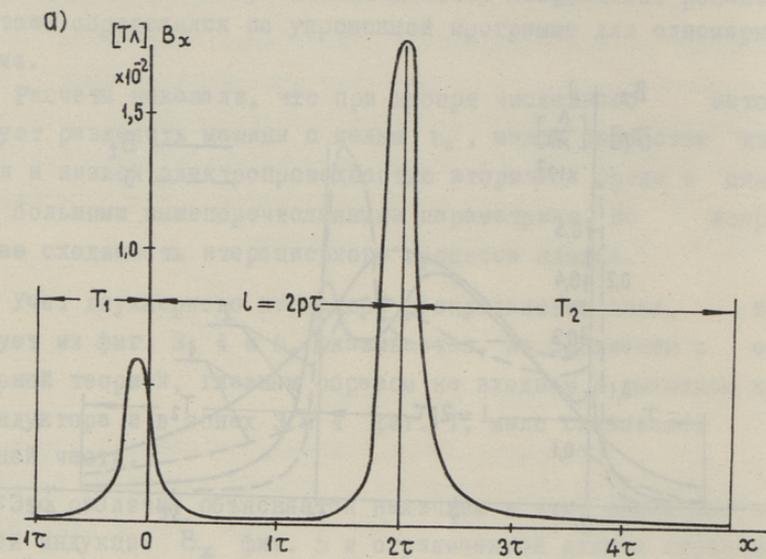
Расчеты показали, что в зоны 5 и 6 поле распространяется весьма незначительно, составляя на границе с проводящей средой 3 - 5 % от основного поля зоны 5 (фиг. 6а) и до 10 % зоны 6 (фиг. 6б), постепенно затухая по мере удаления от этих границ (ГГ1+1, т.е. на шаг сетки дальше от границы ГГ1, ГГ1+2 и т.д.).



Фиг. 3. Распределение  $B_z$  и  $J$  по длине машины при  $\epsilon_0 = 0,507$ ,  
 $\delta = 0,3$ ,  $2p = 2$ ,  $u = 10,31$  м/с  
 1 - одномерная теория, 2 - двухмерная теория.



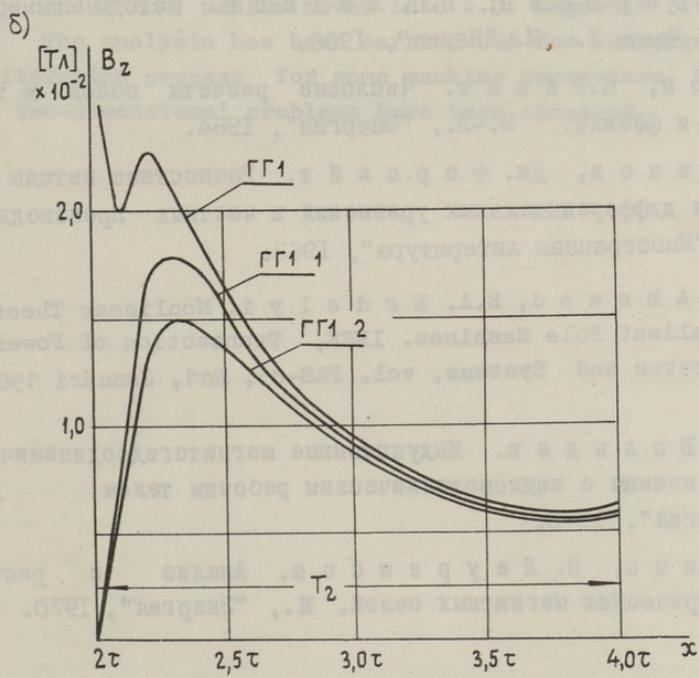
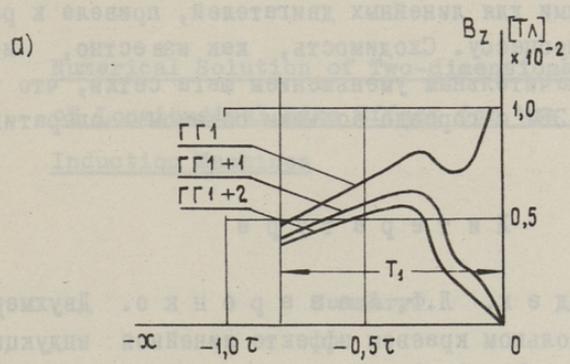
Фиг. 4. Распределение  $B_z$  и  $J$  по длине машины при  $\epsilon_0 = 7,669$ ,  
 $\delta = 0,1$ ,  $2p = 12$ ,  $u = 20$  м/с  
 1 - одномерная теория, 2 - двухмерная теория.



Фиг. 5. Распределение  $B_x$  по длине машины:

а) при  $\epsilon_0 = 0,507$ ,  $2p = 2$ ,  $u = 10,31$ ,  $\delta = 0,3$

б) при  $\epsilon_0 = 7,669$ ,  $2p = 12$ ,  $u = 20$  м/с,  $\delta = 0,1$ .



Фиг. 6. Распределение  $B_z$  по длине машины при  $\xi_0 = 0,507$ :  
 а) в области 5, б) в области 6.

Попытка получить решение на ЭВМ "Минск-22М" для машин с большими параметрами ( $\epsilon_0=65,6$  и  $\omega=63,4$  м/с), т.е. с параметрами, характерными для линейных двигателей, привела к разкочевательному процессу. Сходимость, как известно, может быть улучшена значительным уменьшением шага сетки, что требует применения ЭВМ с гораздо большим объемом оперативной памяти.

### Л и т е р а т у р а

1. А.И. В о л ь д е к, Л.Ф. Л а з а р е н к о. Двухмерная задача о продольном краевом эффекте линейной индукционной МГД машины. — "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 284, 1970.
2. И.С. Б е р е з и н, Н.П. Ж и д к о в. Методы вычислений. Часть I. М., "Наука", 1966.
3. А.Т о м, К.Э й л т. Числовые расчеты полей в технике и физике. М.-Л., "Энергия", 1964.
4. В. В а з о в, Дк. Ф о р с а й т. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., "Иностранная литература", 1963.
5. S.V. A h a m e d, E.A. E r d e l y i. Nonlinear Theory of Salient Pole Mashines. IEEE, Transaction of Power Apparatus and Systems, vol. PAS-85, No1, Januari 1966.
6. А.И. В о л ь д е к. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. Л., "Энергия", 1970.
7. К. Б и н с, П. Л а у р е н с о н. Анализ и расчет электрических магнитных полей. М., "Энергия", 1970.

Numerical Solution of Two-dimensional Problem  
of Longitudinal Edge Effect for the Linear  
Induction Machines

Summary

The paper presents an analysis of two-dimensional problem of field distribution for the linear induction machines with finite inductor core length and the secondary conduction medium moved into A.C. magnetic field.

The analysis has been carried out for convergency of iteration process for some machine parameters. One- and two-dimensional problems have been compared.



Х.И. Янес

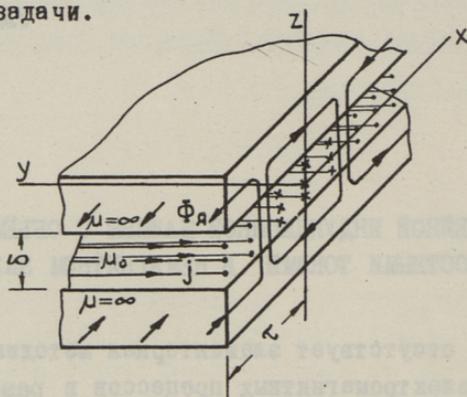
МОДЕЛЬ ЛИНЕЙНОЙ ИНДУКЦИОННОЙ МАШИНЫ С ОБЪЁМНЫМИ И  
ПОВЕРХНОСТНЫМИ ТОКАМИ В НЕМАГНИТНОМ ЗАЗОРЕ\*

До сих пор отсутствует элементарная методика описания даже первичных электромагнитных процессов в разомкнутой линейной индукционной машине. Нет методики, которая наглядно объясняла бы причины возникновения пульсирующих составляющих магнитной индукции в немагнитном зазоре, роль разомкнутости и наличия шунтирующих участков ярма магнитопровода и роль длины обмотанной зоны. Нет ясности в возможностях компенсации пульсирующих составляющих различными комбинациями обмоток.

В данной работе делается попытка создать такую методику для определения пульсирующих составляющих магнитной индукции на весьма идеализированной модели. Рассматривается холостой ход, не учитываются зубчатость, насыщение и конечность магнитной проницаемости материала магнитопровода, а также потери. В данной работе, аналогично некоторым работам академика А.И. Вольдека [1,2], имеется в виду, что линейная токовая нагрузка в виде бегущей токовой волны не располагается на поверхности магнитопровода, а распределена по всему немагнитному зазору в виде объёмной бегущей токовой волны (фиг. 1). Отдельные сосредоточенные токи в поперечном направлении к оси индуктора (корректирующие токи) и в на-

\* Эта статья докладывалась в сентябре 1969 г. на IV Донецком совещании по применению электромагнитной гидродинамики в промышленности.

правлении оси индуктора (лобовые токи) распределены по толщине зазора. Такое расположение токов приводит магнитное поле к чистооднородному, что является весьма существенным облегчением задачи.



Фиг. 1.

### Бегущая волна объёмного тока

Если зазор (фиг. I) между двумя ферромагнитными бесконечными пластинами занят объёмными токами с линейной и поверхностной плотностями

$$\left. \begin{aligned} a &= a_y = A_m \cos(\omega t - \alpha x), \\ j &= j_y = \frac{a}{\delta}, \end{aligned} \right\} \quad (I)$$

где  $\alpha = \frac{\pi}{\tau}$ ,

то в немагнитном зазоре имеем магнитную индукцию в виде бегущей волны

$$\left. \begin{aligned} B &= B_z = B_\delta = B_m \sin(\omega t - \alpha x), \\ B_m &= \frac{\mu_0 A_m}{\alpha \delta}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

При замыкании магнитных линий в пределах  $\tau$  (фиг. I), аналогично тому как это происходит в нормальных цилиндрических машинах, в верхней пластине (яре) имеем поток на ширине  $2c$ :

$$\Phi_{\text{я}} = \Phi_m \cos(\omega t - \alpha x), \quad \left. \vphantom{\Phi_{\text{я}}} \right\} \quad (3)$$

где

$$\Phi_m = \frac{B_m}{\alpha} 2c.$$

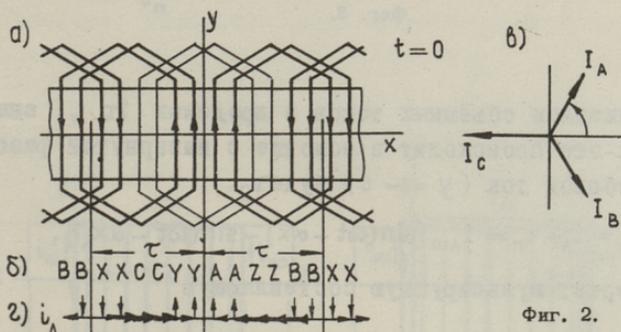
Лобовые и концевые токи при различных моделях обмоток

Если сузить токовую область (в направлении  $y$ ) до ширины  $2c$ , то для замыкания объёмных токов при  $y = \mp c$  придется ввести поверхностные (лобовые) бегущие токи

$$i_{\lambda} = i_{\lambda x} = \pm I_{\lambda m} \sin(\omega t - \alpha x), \quad \left. \vphantom{i_{\lambda}} \right\} \quad (4)$$

где амплитуда  $I_{\lambda m} = \frac{A_m}{\alpha} = \frac{B_m \delta}{\mu_0}$

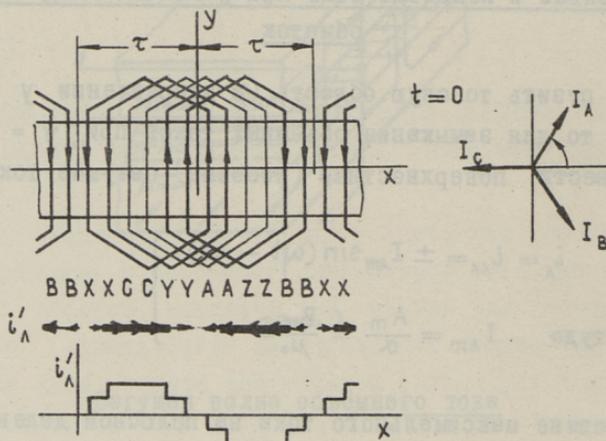
равна половине максимального тока на полюсном делении. Фаза переднего лобового тока ( $y = -c$ ) в точке  $x$  совпадает с фазой линейной токовой нагрузки при координате  $x + \tau/2$ .



Фиг. 2.

Такие бегущие токи образуются, в частности, при выпрямлении и совмещении лобовых соединений или двухслойной, или нормальной однослойной обмотки в виде основной пространственной гармоника. На фиг. 2,а показана часть катушек однослойной трёхфазной многополюсной обмотки со схематическим обозначением фазовых зон ( $\delta$ ). Если питать эти ка-

тушки токами, векторы которых обозначены для момента  $t = 0$  (фиг. 2, в), то основные пространственные гармоники линейной токовой нагрузки, магнитной индукции, магнитного потока и лобовых токов описываются приведёнными выше формулами, при условии, что начало координат расположено между фазовыми зонами  $Y$  и  $A$ . Суммарные лобовые токи для того же момента времени показаны на фиг. 2, г.



Фиг. 3.

Замыканием объёмных токов в пределах  $2\tau$ , аналогично тому, как это происходит в обмотке с вывернутой фазой (фиг. 3 и 4), лобовой ток ( $y = -c$ ) будет

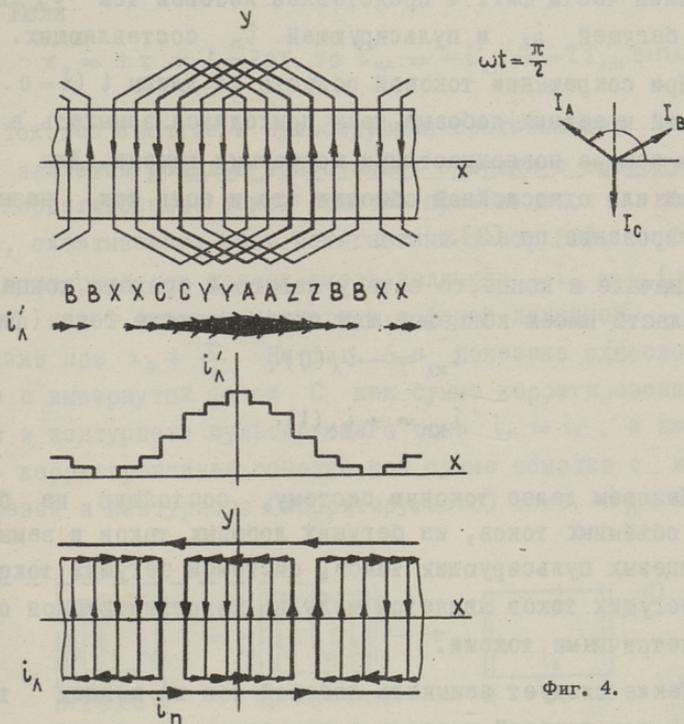
$$i'_\lambda = i_\lambda + i_n = I_{\lambda m} [\sin(\omega t - \alpha x) - \sin(\omega t - \alpha x_0)], \quad (5)$$

т.е. содержит пульсирующую составляющую

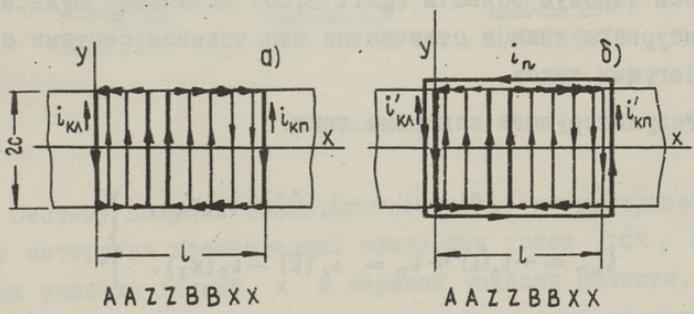
$$i_n = -i_\lambda(x_0) \doteq -I_{\lambda m} \sin(\omega t - \alpha x_0). \quad (6)$$

Координата  $x_0$  обозначает точку (границу между элементарными машинами), где лобовой ток  $i'_\lambda$  постоянно равен нулю. Составляющая  $i_n$  находится в противофазе к линейной токовой нагрузке при  $x_0 + \frac{\tau}{2}$ . Разумно выбрать  $x_0 = 0$  или  $\pm \tau$ , т.е.

$$i_n = \mp I_{\lambda m} \sin \omega t. \quad (6a)$$



Фиг. 4.



Фиг. 5.

На фиг. 3 ( $t = 0$ ) и на фиг. 4 ( $\omega t = \frac{\pi}{2}$ ),  $x_3 = -\tau$ .  
 На нижней части фиг. 4 представлен лобовой ток  $i'_\Lambda$  в виде суммы бегущей  $i_\Lambda$  и пульсирующей  $i_n$  составляющих.

При сокращении токовой области до длины  $l$  ( $x = 0 \dots l$ ) передний и задний лобовые токи приходится замыкать в немагнитном зазоре поверхностными концевыми токами. Для двухслойной или однослойной обмотки это и есть так называемое корректирование по [3].

В начале и конце, то есть у левого и правого конца токовой области имеем концевые или корректирующие токи (фиг. 5а).

$$\begin{aligned} i_{\kappa\Lambda} &= -i_\Lambda(0), \\ i_{\kappa n} &= +i_\Lambda(l). \end{aligned} \tag{7}$$

Назовем далее токовую систему, состоящую из бегущей волны объёмных токов, из бегущих лобовых токов и замыкающих их концевых пульсирующих токов, системой бегущих токов. Система бегущих токов является моделью корректированной обмотки с симметричными токами.

Также следует замыкать лобовой ток на концах токовой области при токовой системе с пульсирующей составляющей лобовых токов  $i_n$ . При этом от пульсирующей составляющей образуется пульсирующий контурный ток  $i_n$ , который охватывает всю токовую область (фиг. 5, б). Наличием пульсирующего контурного тока и отличается эта токовая система от системы бегущих токов.

Результирующие концевые токи:

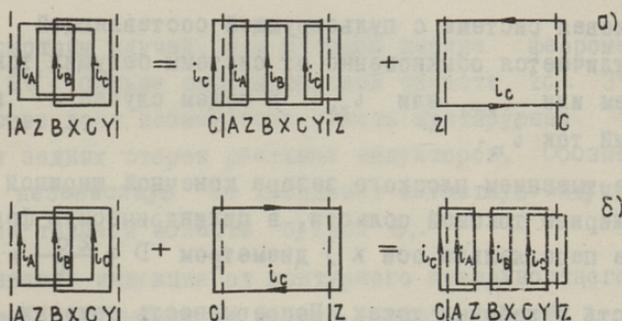
$$\left. \begin{aligned} i'_{\kappa\Lambda} &= -i_\Lambda(0) - i_n = -i_\Lambda(0) + i_\Lambda(x_3), \\ i_{\kappa n} &= +i_\Lambda(l) + i_n = i_\Lambda(l) - i_\Lambda(x_3). \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

В наиболее важном для практики случае, когда  $x_3 = 0$  и  $l = 2\pi\tau$ ,  $i'_{\kappa\Lambda} = i'_{\kappa n} = 0$ . В этом случае имеем в ограниченной области зазора бегущую волну объёмных токов. Другой длины, как  $2\pi\tau$ , плоская токовая область бегущей волны без концевых токов иметь не может. Индуктор с такой длиной токовой

области был впервые рассмотрен в [4]. При другой длине  $l$  и при другом  $x_3$  концевые токи имеют отличные от нуля значения. Если

$$x_3 = \pm \tau \text{ и } l = 2\pi\tau, \text{ то } i'_{к\lambda} = -i'_{к\pi} = -2I_{\text{Лм}} \sin \omega t.$$

Токовая система с пульсирующей составляющей лобовых токов является моделью однослойной обмотки с вывернутой фазой. Корректирование такой обмотки производится контурным током, охватывающим весь немагнитный зазор [5]. Очевидно этот контурный ток должен иметь величину  $-i_n = i_\lambda(x_3)$ , которая имеет фазу, совпадающую с фазой линейной токовой нагрузки при  $x_3 + \frac{\tau}{2}$ . На фиг. 6, а показана однослойная обмотка с вывернутой фазой С как сумма скорректированной обмотки и контурного пульсирующего тока  $i_n = i_c$ , а на фиг. 6, б - скорректированная обмотка как сумма обмотки с вывернутой фазой и контурного (корректирующего) тока  $-i_n = -i_c$ .

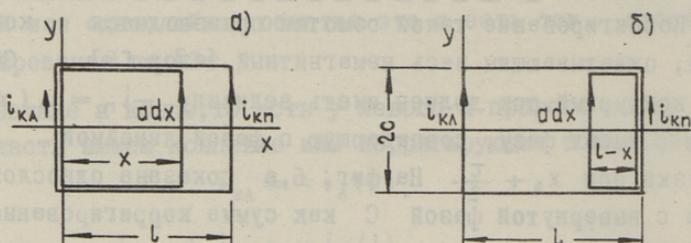


Фиг. 6.

Систему бегущих токов целесообразно рассматривать как сумму интеграла элементарных контурных токов  $sdx$ , охватывающих участки длиной  $x$  и шириной токовой области, и контурного тока  $i_{к\pi}$ , охватывающего всю токовую область (фиг. 7, а), или как сумму интеграла элементарных контурных токов  $sdx$ , охватывающих участки длиной  $(l - x)$  и шириной токо-

вой области, и контурного тока  $i_{кЛ}$ , охватывающего всю токовую область (фиг. 7,б). Справедливость такого рассмотрения ясна из выражения для переднего лобового тока

$$i_{\Lambda}(x) = i_{кп} + \int_x^l \sigma dx = -i_{кЛ} - \int_0^x \sigma dx = I_{\Lambda m} \sin(\omega t - \alpha x). \quad (9)$$



Фиг. 7.

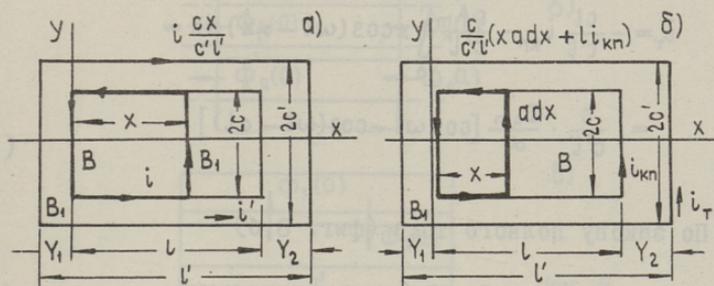
Токовая система с пульсирующей составляющей лобовых токов отличается обыкновенно от системы бегущих токов отсутствием или  $i_{кп}$ , или  $i_{кЛ}$ . В общем случае прибавлен контурный ток  $i_{п}$ .

Свертыванием плоского зазора конечной ширины  $2c$ , равной ширине токовой области, в цилиндрическую форму (ось цилиндра параллельна оси  $x$ ) диаметром  $D = \frac{2c}{\pi}$ , отпадает

надобность в лобовых токах. Непрерывность токовых линий обеспечивается их круглой формой при любой длине токовой области  $l$  без концевых токов. Бегущая волна объёмного тока в цилиндрическом зазоре при конечной длине токовой области является моделью цилиндрической обмотки, которая не имеет концевых (корректирующих) катушек.

Магнитная индукция в плоском зазоре с конечными размерами

Пусть токовая область имеет ширину  $2c$  и длину  $l$ , а ферромагнитные пластины ширину  $2c'$  и длину  $l' = Y_1 + l + Y_2$  (фиг. 8), где  $Y_1$  и  $Y_2$  длины шунтирующих концевых областей, не имеющих токов.



Фиг. 8.

Рассмотрим случай, при котором ширина ферромагнитных пластин  $2c'$  больше ширины токовой области  $2c$ . Это обстоятельство даст возможность учесть шунтирующее влияние боковых и задних сторон реальных индукторов. Обозначим постоянную независящую от координат магнитную индукцию в зазоре вне токовой области буквой  $B_1$ .

Магнитная индукция от контурного поверхностного тока  $i$ , который охватывает из зазора область длиной  $x$  и шириной  $2c$  (фиг. 8, а), будет, если исходить из закона полного тока и из условия, что поток всего зазора равен нулю, в области внутри контурного тока и вне её

$$B = \frac{\mu_0 i}{\delta} \left(1 - \frac{cx}{c'l}\right), \quad (I0)$$

$$B_1 = -\frac{\mu_0 i}{\delta} \frac{cx}{c'l}. \quad (II)$$

Магнитной индукции  $B_1$  вне контура соответствует охватывающий весь зазор контурный поверхностный ток  $i' = -i \frac{cx}{c'l}$

(фиг. 8,а). Токи  $i$  и  $i'$  обратно пропорциональны поверхностям, охватываемым их контурами.

Для определения магнитной индукции от системы бегущих токов целесообразно сперва находить по всем торцам зазора замыкающий контурный ток (фиг. 8,б)

$$i_T = -\frac{cl}{c'l'} i_{кп} - \frac{cA_m}{c'l'} \int_0^l x \cos(\omega t - \alpha x) dx =$$

$$= \frac{c}{c'l'} \cdot \frac{I_{Am}}{\alpha} [\cos \omega t - \cos(\omega t - \alpha l)]. \quad (12)$$

По закону полного тока (фиг. 8,б)

$$B_l = \frac{\mu_0 i_T}{\delta} = \frac{B_m}{\alpha l'} \frac{c}{c'} [\cos \omega t - \cos(\omega t - \alpha l)], \quad (13)$$

$$B = \frac{\mu_0 i_A}{\delta} + B_l = B_m \sin(\omega t - \alpha x) +$$

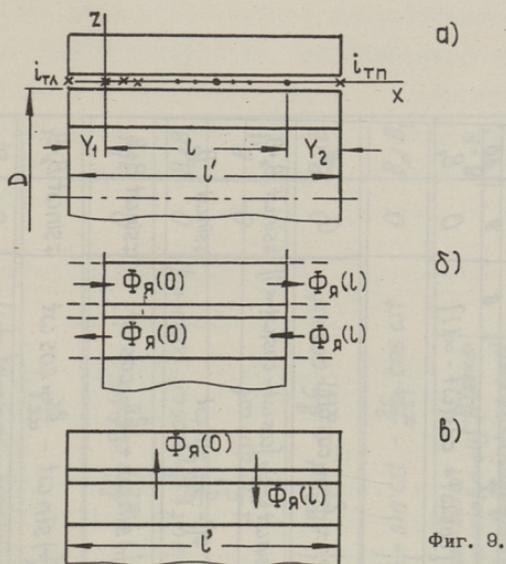
$$+ \frac{B_m}{\alpha l'} \frac{c}{c'} [\cos \omega t - \cos(\omega t - \alpha l)]. \quad (14)$$

Независящая от  $x$  пульсирующая составляющая  $B_l = B_l$  (13) является следствием того обстоятельства, что потоки ярем на границах рассматриваемой области не попадают в рассматриваемую область из смежных участков (фиг. 9,б), а разность этих потоков проходит через весь зазор (фиг. 9,в)

$$B_l = \frac{\Phi_A(0) - \Phi_A(l)}{2c'l'} = \frac{B_m}{\alpha l'} \frac{c}{c'} [\cos \omega t - \cos(\omega t - \alpha l)]. \quad (15)$$

Причина появления этой составляющей магнитной индукции отпадает, если  $l = 2\tau$ . Эту пульсирующую составляющую магнитной индукции целесообразно называть пульсирующей составляющей от не кратности длины токовой области к длине волны  $\frac{2\tau}{c}$ . Эта составляющая ликвидируется, если  $l' \rightarrow \infty$  или  $c' \rightarrow \infty$ .

Составляющая магнитной индукции от пульсирующей составляющей лобовых токов  $i_n$ , которую целесообразно назы-



вать пульсирующей составляющей от лобовых токов, определяется контурным током  $i_n$ , охватывающим всю токовую область. Аналогично (IО) и (II) внутри и вне токовой области магнитная индукция будет:

$$B_{\Lambda} = \frac{\mu_0 i_n}{\delta} \left(1 - \frac{cl}{c'l'}\right) = -B_m \left(1 - \frac{cl}{c'l'}\right) \sin(\omega t - \alpha x), \quad (I6)$$

$$B_{\Lambda 1} = -\frac{\mu_0 i_n}{\delta} \frac{cl}{c'l'} = +B_m \frac{cl}{c'l'} \sin(\omega t - \alpha x_3). \quad (I7)$$

При  $l' \rightarrow \infty$  или  $c' \rightarrow \infty$

$$B_{\Lambda} = -B_m \sin(\omega t - \alpha x_3), \quad B_{\Lambda 1} = 0.$$

При отсутствии шунтирования  $c = c'$  и  $l = l'$ , а  $B_{\Lambda} = 0$ .

Результирующие пульсирующие составляющие магнитной индукции в плоском зазоре представлены для токовой области в таблице I и для начальной и конечной областей в таблице 2. Плоскому случаю относятся позиции с I по 7 и графы 4, 5, 8, 9. Позиция I даёт общие выражения пульсирующих составля-

Таблица I

№ поз	Токовая система название	Магнитопровод		длиной $l' \gg l$		длиной $l' \gg l$	плоский шириной $2c \gg 2c$	плоский шириной $2c \gg 2c$	Обозначения
		длина области, схемы	3	длиной $l' \gg l$	цилиндрический $\pi D = 2c' = 2c$				
1	2								
1	система дегущих токов, ширина токовой области $2c$	длина области, схемы	3	0	6	7	8	9	10
2	система дегущих токов, ширина токовой области $2c$	$2p\tau$ $C_1^i A Z B X C Y; i Z$		0		0	$\frac{c}{\alpha c' \tau} [\cos \omega t - \cos(\omega t - \alpha l)]$	0	$B_l$
3	система с пульсир. составляющей любой ток, ширина токовой области $2c$	$(2p-1)\tau$ $C_1^i A Z B; i X$ $A^i X C Y; i Z$		0		0	$\pm \frac{2c}{\alpha c' \tau} \cos \omega t$	0	$B_l$
4	система с пульсир. составляющей любой ток, ширина токовой области $2c$	$(2p-1)\tau$ $A^i Z B X C Y; i Z$ $X^i A Z B X C Y; i Z$		$\mp \sin \omega t$		$\mp (1 - \frac{c}{c'}) \sin \omega t + \frac{c}{\alpha c' \tau} [\cos \omega t - \cos(\omega t - \alpha l)]$	$\mp \sin \omega t$	$\mp \sin \omega t$	$B_1 + B_l$
5	система с пульсир. составляющей любой ток, ширина токовой области $2c$	$(2p-1)\tau$ $A^i Z B; i X$ $X^i A Z B; i Z$		$\mp \sin \omega t$		$\mp (1 - \frac{c}{c'}) \sin \omega t$	$\mp \sin \omega t$	$\mp \sin \omega t$	$B_2$
6	система с пульсир. составляющей любой ток, ширина токовой области $2c$	$(2p-1)\tau$ $A^i Z B; i X$ $X^i A Z B; i Z$		$\mp \sin \omega t$		$\mp (1 - \frac{c}{c'}) \sin \omega t + \frac{2c}{\alpha c' \tau} \cos \omega t$	$\mp \sin \omega t$	$\mp \sin \omega t$	$B_1 + B_l$
7	система с пульсир. составляющей любой ток, ширина токовой области $2c$	$(2p-1)\tau$ $A^i X C Y; i Z$ $X^i C Y; i Z$		$\mp \sin \omega t$		$\mp (1 - \frac{c}{c'}) \sin \omega t - \frac{2c}{\alpha c' \tau} \cos \omega t$	$\mp \sin \omega t$	$\mp \sin \omega t$	$B_1 + B_l$
8	бегущая волна тока, область цилиндрической $\pi D = 2c$	длина области, схемы	1	$-\frac{1}{2} [\sin \omega t + \sin(\omega t - \alpha l)]$		$-\frac{1}{2} [\chi \sin \omega t + \chi_2 \sin(\omega t - \alpha l)] + \frac{1}{\alpha l} [\cos \omega t - \cos(\omega t - \alpha l)]$			$B_{\text{ок}} + B_l$
9	бегущая волна тока, область цилиндрической $\pi D = 2c$	$2p\tau$ $A^i Z B X C Y; i Z$ $X^i C Y A Z B; i Z$		$\mp \sin \omega t$		$\mp (1 - \frac{1}{\tau}) \sin \omega t$			$B_{\text{ок}} = B_1$
10	бегущая волна тока, область цилиндрической $\pi D = 2c$	$(2p-1)\tau$ $A Z B; i X C Y; i Z$		0		$\chi_1 = \chi_2$ $\pm \frac{2}{\alpha l} \cos \omega t$			$B_l$

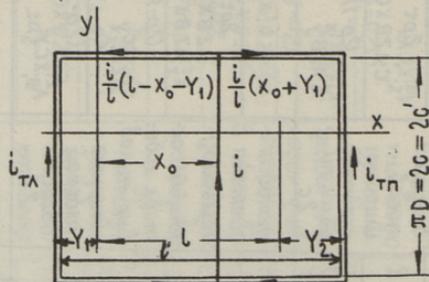
Таблица 2

№ токовой системы	название	Магнитопровод		длиной $\infty$ ( $Y_1 = Y_2 = \infty$ )		длиной $l \geq l$		Обознач.		
		длина области, схемы		плоский $\infty$	цилиндрический $\pi D = 2c' = 2c$	плоский $2c \geq 2c$				
		4	5			7	8			
1	2	3		4	5	6	7	8	9	10
1	система бегущих токов, ширина плоской области $2c$	$l^*$		0	0	$\frac{c}{\alpha c'l} [\cos \omega t - \cos(\omega t - \alpha l)]$	$\frac{c}{\alpha c'l} [\cos \omega t - \cos(\omega t - \alpha l)]$	0	0	$B_l$
2	$2pt$ $AZBXCY; Z$	$2pt$ $AZBXCY; Z$		0	0	$\pm \frac{2c}{\alpha c'l} \cos \omega t$	$\pm \frac{2c}{\alpha c'l} \cos \omega t$	0	0	$B_l$
3	$(2p-1)\tau$ $A; AZB; X; Y; XCY; Z$	$(2p-1)\tau$ $A; AZB; X; Y; XCY; Z$		0	0	$\pm \frac{c}{c'l} \sin \omega t + \frac{c}{\alpha c'l} [\cos \omega t - \cos(\omega t - \alpha l)]$	$\pm \frac{c}{c'l} \sin \omega t + \frac{c}{\alpha c'l} [\cos \omega t - \cos(\omega t - \alpha l)]$	0	0	$B_{л1} B_l$
4	токовая система с пульсацией любой стороны токов, ширина плоской области $2c$	$l$ ( $X_3 = 0$ или $\tau$ )		0	0	$\pm \frac{c}{c'l} \sin \omega t$	$\pm \frac{c}{c'l} \sin \omega t$	0	0	$B_{л1}$
5	$2pt$ $A; AZBXCY; Z$ $X; Y; AZBXCY; A; B$	$2pt$ $A; AZBXCY; Z$ $X; Y; AZBXCY; A; B$		0	0	$\pm \frac{c}{c'l} \sin \omega t + \frac{2c}{\alpha c'l} \cos \omega t$	$\pm \frac{c}{c'l} \sin \omega t + \frac{2c}{\alpha c'l} \cos \omega t$	0	0	$B_{л1} B_l$
6	$(2p-1)\tau$ $A; Z; XCY; X; Y; AZB;$	$(2p-1)\tau$ $A; Z; XCY; X; Y; AZB;$		0	0	$\pm \frac{c}{c'l} \sin \omega t - \frac{2c}{\alpha c'l} \cos \omega t$	$\pm \frac{c}{c'l} \sin \omega t - \frac{2c}{\alpha c'l} \cos \omega t$	0	0	$B_{л1} B_l$
7	$(2p-1)\tau$ $A; XCY; X; Y; AZB;$	$(2p-1)\tau$ $A; XCY; X; Y; AZB;$		0	0	$\pm \frac{c}{c'l} \sin \omega t - \frac{2c}{\alpha c'l} \cos \omega t$	$\pm \frac{c}{c'l} \sin \omega t - \frac{2c}{\alpha c'l} \cos \omega t$	0	0	$B_{л1} B_l$
8	бегущая волна тока, область цилиндрической $\pi D = 2c$	$l$		$B$ начале: $+$ $B$ конце: $-$	$\frac{1}{2} [\sin \omega t - \sin(\omega t - \alpha l)]$	$\frac{1}{2} [\sin \omega t - \sin(\omega t - \alpha l)]$	$\frac{1}{2} [\sin \omega t - \sin(\omega t - \alpha l)]$	$\frac{1}{2} [\sin \omega t - \sin(\omega t - \alpha l)]$	$\frac{1}{2} [\sin \omega t - \sin(\omega t - \alpha l)]$	$B_{ок} + B_l$
9	$2pt$ $A; ZBXCY; XCY; AZB;$	$2pt$ $A; ZBXCY; XCY; AZB;$		0	0	$\pm \frac{1}{l} \sin \omega t$	$\pm \frac{1}{l} \sin \omega t$	$\pm \frac{1}{l} \sin \omega t$	$\pm \frac{1}{l} \sin \omega t$	$B_{ок} + B_{л1}$
10	$(2p-1)\tau$ $A; ZB; XCY;$	$(2p-1)\tau$ $A; ZB; XCY;$		$B$ начале: $+$ $B$ конце: $+$	$\sin \omega t$	$\sin \omega t$	$\sin \omega t$	$\sin \omega t$	$\sin \omega t$	$B_{ок} + B_l$

щих при системе бегущих токов и позиция 4 — при токовой системе с пульсирующей составляющей лобовых токов. Позиции 2, 3, 5, 6, 7 относятся к конкретным длинам токовой области и к конкретным схемам и фазам токовой системы. При двух схемах обмоток (графа 3) выражения пульсирующих составляющих (графы 4 по 9) имеют два знака.

Магнитная индукция в цилиндрическом зазоре конечной длины

Приведенные выражения бегущей и пульсирующих составляющих магнитной индукции справедливы также при цилиндрической форме немагнитного зазора (фиг. 9, а), если токовая система представлена в виде системы бегущих токов или в виде токовой системы с пульсирующей составляющей лобовых токов. При цилиндрическом зазоре важно лишь наличие и величина концевых токов. Единственной разницей является лишь равенство  $c = c'$  (фиг. 10). Специфическим для цилиндрической формы немагнитного зазора является случай с бегущей волной объёмных токов при конечной (любой) длине токовой области  $l$ , т.е. при отсутствии концевых токов. По принципу наложения можно рассматривать бегущую волну токов в конечной по длине области как сумму системы бегущих токов и соответствующих концевых токов, взятых с обратными знаками. Отсутствие концевых токов обеспечивается, таким образом, их учётом один раз в составе системы бегущих токов и другой раз с обратными знаками ( $-i_{кЛ}$  и  $-i_{кП}$ ) в отдельности.



Фиг. 10.

Ток  $i = i_y$  на плоскости  $x = x_0$  (фиг. 10) создает следующие два значения магнитной индукции:

при  $-Y_1 < x < x_0$

$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{\delta l'} (l' - Y_1 - x_0), \quad (18)$$

при  $x_0 < x < l + Y_2$

$$B_2 = -\frac{\mu_0 i}{\delta l'} (x_0 + Y_1). \quad (19)$$

Эти выражения получены на основе закона полного тока и условия, что поток сквозь весь немагнитный зазор равняется нулю.

Для обеспечения одномерности поля при  $x = -Y_1$  и  $x = l + Y_2$  следует ввести на торцах немагнитного зазора поверхностные торцевые токи (фиг. 10)

$$\left. \begin{aligned} i_{\tau\lambda} &= -\frac{i}{l'} (l' - Y_1 - x_0), \\ i_{\tau\mu} &= -\frac{i}{l'} (x_0 + Y_1). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Эти торцевые токи обратно пропорциональны расстояниям торцов от тока в зазоре и в сумме составляют обратный ток, который равен току  $i$ .

Определим пульсирующую составляющую магнитной индукции от отсутствия концевых токов  $i_{\kappa\lambda}$  и  $i_{\kappa\mu}$  (от присутствия концевых токов  $-i_{\kappa\lambda}$  и  $-i_{\kappa\mu}$ )  $B_{ок}$ .

Для области  $-Y_1 < x < 0$

$$\begin{aligned} B_{ок1} &= \frac{\mu_0}{\delta l'} [-i_{\kappa\lambda} (l' - Y_1) - i_{\kappa\mu} Y_2] = \\ &= \frac{B_m}{l'} [(l' - Y_1) \sin \omega t - Y_2 \sin(\omega t - \alpha l)], \quad (21) \end{aligned}$$

для области  $0 < x < l$

$$B_{ок} = \frac{\mu_0}{\delta l'} (i_{кл} Y_1 - i_{кп} Y_2) = -\frac{B_m}{l'} [Y_1 \sin \omega t + Y_2 \sin(\omega t - \alpha l)], \quad (22)$$

для области  $l < x < l + Y_2$

$$\begin{aligned} B_{ок2} &= \frac{\mu_0}{\delta l'} [i_{кл} Y_1 + i_{кп} (l' - Y_2)] = \\ &= \frac{B_m}{l'} [-Y_1 \sin \omega t + (l' - Y_2) \sin(\omega t - \alpha l)]. \end{aligned} \quad (23)$$

Если  $l = 2\pi\tau$ ,

$$B_{ок1} = B_{ок2} = \frac{B_m}{l'} l \sin \omega t, \quad (24)$$

$$B_{ок} = -B_m \left(1 - \frac{l}{l'}\right) \sin \omega t.$$

В этом случае составляющие магнитной индукции от отсутствия концевых токов приравняются составляющим от пульсирующих составляющих лобовых токов  $B_{л1}$  и  $B_{л}$  при  $x_3 = 0$  и  $s' = s$ .

Результирующая пульсирующая составляющая магнитной индукции в токовой зоне будет

$$\begin{aligned} B_n = B_l + B_{ок} &= \frac{B_m}{\alpha l'} [\cos \omega t - \cos(\omega t - \alpha l) - \\ &- \alpha Y_1 \sin \omega t - \alpha Y_2 \sin(\omega t - \alpha l)]. \end{aligned} \quad (25)$$

$$B_n = 0, \quad \text{если при } Y_1 = Y_2 = Y' \quad \alpha Y' = -\operatorname{tg} \frac{\alpha l}{2}.$$

Эта зависимость включает и ранее известные частные случаи [6,7], но является более общей.

Результирующие пульсирующие составляющие магнитной индукции в цилиндрическом зазоре представлены для токовой области в табл. I и для начальной и конечной областей в табл. 2. Цилиндрическому случаю относятся позиции 8,9,10 графы 6 и 7. Позиция 8 даёт общие выражения пульсирующих

составляющих для токовой (табл. I) и начальной и конечной (табл. 2) областей. Позиции 9 и 10 относятся к конкретным длинам токовой области и к конкретным фазам бегущей волны. Двум схемам в графе 3 относятся два знака в графах 6 и 7.

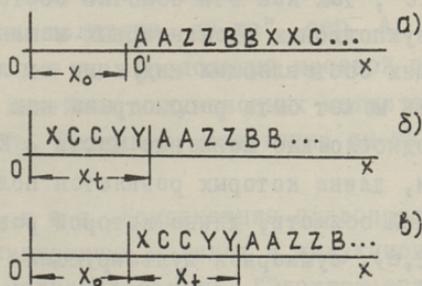
Применение полученных результатов к индукционным машинам с различными двухслойными диаметральными обмотками

Двухслойные диаметральные обмотки и различные комбинации обмоток, предлагаемые для компенсации пульсирующих составляющих магнитной индукции в рабочей области, могут быть рассмотрены в отношении основной пространственной гармоники по принципу наложения соответствующих токовых систем.

Для пространственно сдвинутой обмотки (фиг. II, а) выражения пульсирующих составляющих магнитной индукции не отличаются от вышеприведённых. Выражение бегущей составляющей имеет вид

$$B_{\delta} = B_m \sin[\omega t - \alpha(x - x_0)], \quad (26)$$

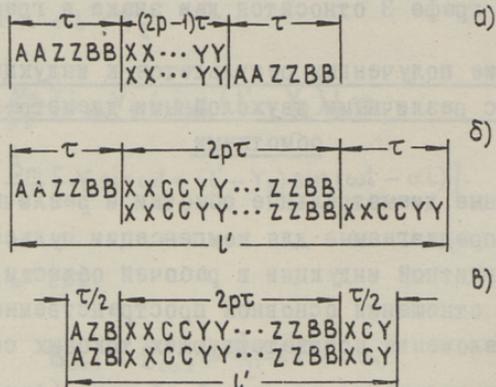
где  $x_0$  — сдвиг обмотки от начала координат.



Фиг. 11.

Если в пространственно не сдвинутой (фиг. II, б) или сдвинутой (фиг. II, в) обмотке токи имеют временной опережающий сдвиг  $\omega t' = \alpha x_t$  по сравнению с рассмотренным выше случаем (фиг. 5), то в приведенных выражениях для пульсирующих и бегущих составляющих индукции следует вместо  $\omega t$  написать всюду  $\omega(t + t')$  или  $\omega t + \alpha x_t$ .

Рассмотрим в качестве примера некоторые двухслойные диаметрально обмотки, применяемые в линейных индукционных машинах.



Фиг. 12.

Бегущие составляющие магнитной индукции обоих слоев двухслойных обмоток с полупустыми пазами на крайних полюсных делениях (фиг. 12, а, б) совпадают по фазе, так как для нижнего слоя  $\chi_0 + \chi_t = 2\tau$ . В этих обмотках отсутствуют составляющие магнитной индукции от некратности длины токовой области к  $2\tau$ , так как эти обмотки состоят из целого числа обмоток двухполюсных элементарных машин. При определении пульсирующих составляющих индукции от лобовых токов, двухслойная часть может быть рассмотрена как скорректированная обмотка, а однослойные концевые части — как обмотки с вывернутой фазой, длина которых равняется полюсному делению. В двухслойной области, длина которой равняется  $(2p - 1)\tau$  (фиг. 12, а), суммарная пульсирующая составляющая индукции от лобовых токов отсутствует, так как эта область зазора находится вне двух одноименных (AZB) полюсных делений с противофазными пульсирующими составляющими лобовых токов (табл. 2 поз. 6). Эта обмотка рассматривается в [8]. В двухслойном участке, длиной  $2p\tau$  (фиг. 12, б), пульсирующая составляющая отлична от нуля, так как пульсирующие составляющие обоих крайних полюсных делений одинаковые (табл. 2, позиции 6 и 7) и двухслойный участок находится как бы вне элементарной машины. При отсутствии шунтирования ( $Y' = 0$ )

$$B_{\Lambda} = \frac{2}{2(p+1)} B'_m \sin \omega t, \quad (27)$$

где  $B'_m$  — амплитуда бегущей составляющей индукции от токов одного слоя.

Если уменьшить длину крайних полюсных делений на половину (фиг. 12, в), то пульсирующая составляющая уменьшается и имеет при отсутствии шунтирования выражение

$$B_{\Lambda} = \frac{B'_m}{2p+1} \sin \omega t. \quad (28)$$

При сокращении крайних полюсов до нулевой ширины или магнитопровода до длины  $2r\tau$ , пульсирующая составляющая магнитной индукции превращается в ноль [3].

#### Л и т е р а т у р а

1. А.И. В о л ь д е к. О некоторых решениях задач об электромагнитных полях в индукционных магнитогидродинамических машинах и соответствующих им физических моделях. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 266, 1968.
2. А.И. В о л ь д е к. Продольный краевой эффект во вторичной цепи линейных индукционных магнитогидродинамических машин. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 266, 1968.
3. А.И. В о л ь д е к. Компенсация пульсирующего магнитного поля в асинхронных машинах и индукционных насосах с разомкнутым магнитопроводом. "Электричество", 1965, № 4.
4. Г.И. Ш т у р м а н. Индукционные машины с разомкнутым магнитопроводом. "Электричество", 1946, № 10.
5. А.И. В о л ь д е к. Пульсирующие составляющие магнитного поля индукционных машин и насосов с разомкнутым магнитопроводом. НДВШ "Электромеханика и автоматика", 1959, № 2.
6. Я.Я. В а л д м а н и с, Я.Я. Л и е л п е т е р. К теории продольного краевого эффекта в линейной индукционной магнитогидродинамической машине. "Магнитная гидродинамика", 1966, № 3.

7. Я.Я. Валдманис, Я.Я. Лиелпетер. Структура магнитного поля в рабочем зазоре линейной МГД-машины при произвольном числе полюсов и конечной длине магнитопровода. "Магнитная гидродинамика", 1967, № 1.
8. L.R. Blake. Conduction and Induction Pumps for Liquid Metals. Proc. IEE, vol. 104, part A, 1957, No 13, 49-63.

H. Jānes

The Model of the Linear Induction Machine with the Volumetric and Surface Currents in the Non-ferromagnetic Gap

Summary

On the proposed model of the linear induction machine which has the specific current loading uniformly distributed in the nonmagnetic gap and the currents of the end windings are replaced with surface currents appears that at the no-load conditions the induction of the gap and the flux of the core consist except the travelling components of following pulsating components: the components of the end winding currents of the one position winding of the flat inductor, the components of the absence of correcting currents of the winding of the annular inductor and the components of the fractional quotient of the length of the current region to the wavelength of the both types of inductors. The analytical formulas of these components are presented in tabular form and shown the possibilities of their compensation.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В НЕМАГНИТНОМ ЗАЗОРЕ ИНДУКЦИОННОГО НАСОСА С КОНЦЕНТРИЧЕСКИМИ КАТУШКАМИ

Схематически индукционный насос с концентрическими катушками для транспортировки жидких металлов представлен на фигуре I. Магнитопровод I насоса состоит из двух ферромагнитных дискообразных пластин ( $\mu = \infty$ ). На поверхностях магнитопровода, прилегающих к немагнитному зазору, находится трехфазная обмотка с концентрическими катушками 2. Обмотка создает слой поверхностного тока в виде бегущей волны:

$$\sqrt{2} A \sin [\omega t + (r - r_1) \alpha] = j m \sqrt{2} \dot{A} e^{j \omega t}, \quad (1)$$

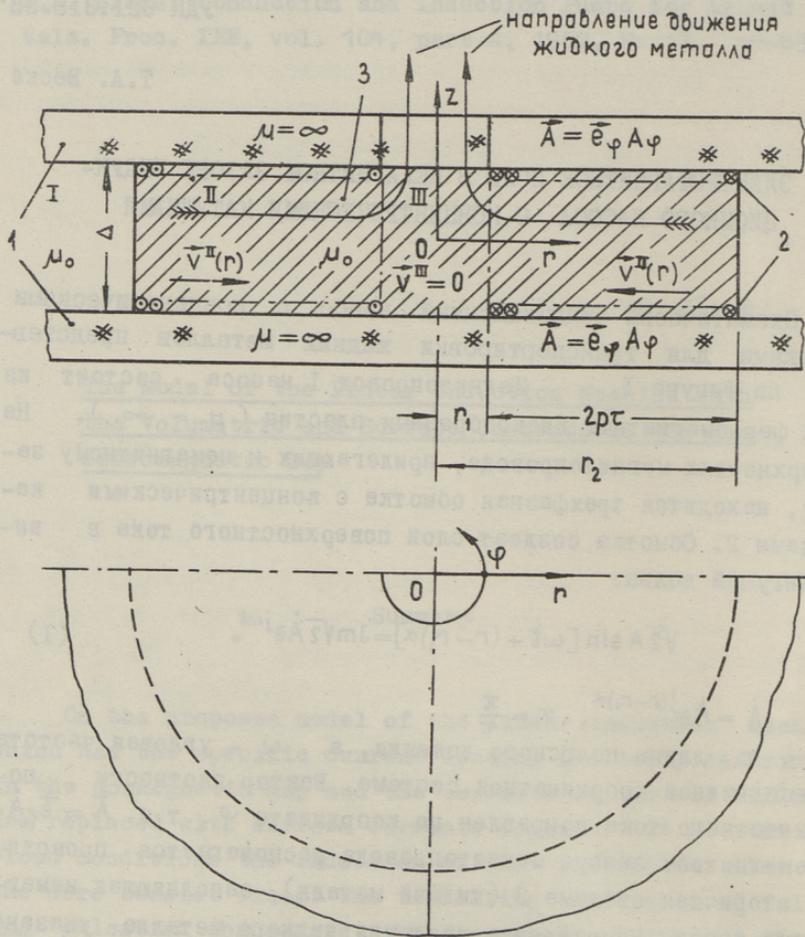
где  $\dot{A} = A e^{j(r - r_1) \alpha}$ ,  $\alpha = \frac{\pi}{\tau}$ .

Здесь  $\tau$  - длина полюсного деления, а  $\omega$  - угловая частота в неподвижной координатной системе. Вектор плотности поверхностного тока направлен по координате  $\varphi$ , т.е.  $\vec{A} = \vec{e}_\varphi \dot{A}$ . В немагнитном зазоре магнитопровода располагается проводящая вторичная система 3 (жидкий металл), заполняющая немагнитный зазор. Направление движения жидкого металла указано на фиг. I стрелками. Немагнитный зазор подразделен на три области (I, II и III). В области I проводящая среда отсутствует. В области II жидкий металл движется со скоростью:

$$\vec{v}^{II}(r) = -\vec{e}_r v^{II}(r) \frac{r_1}{r} = -\vec{e}_r v^{II}(r). \quad (2)$$

Здесь  $v^{II}(r)$  - скорость движения металла при  $r = r_1$ .

В области III образуется сложная картина скоростей, так как здесь сталкиваются встречные струи жидкости и жидкость вы-



Фиг. 1.

ходит из немагнитного зазора. В настоящей работе учитывается только составляющая по координате  $r$  вектора скорости, которая в области III принята равной нулю:

$$\vec{v}^{\text{III}}(r) = -\vec{e}_r v^{\text{III}}(r) = 0. \quad (3)$$

При определении электромагнитного поля, по соображениям симметрии, предполагаем, что все производные по координате  $\varphi$  равны нулю и составляющая напряженности магнитного поля  $H_\varphi = 0$ . С учетом вышеприведенных предположений, уравнения Максвелла, написанные в неподвижной координатной системе, упрощаются и в комплексной форме принимают вид:

$$\frac{\partial \dot{E}_\varphi}{\partial z} = j\omega\mu_0 \dot{H}_r, \quad (4)$$

$$\frac{1}{r} \dot{E}_\varphi + \frac{\partial \dot{E}_\varphi}{\partial r} = -j\omega\mu_0 \dot{H}_z, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \dot{H}_r}{\partial z} - \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} = \dot{\delta}_\varphi, \quad (6)$$

$$\frac{1}{r} \dot{H}_r + \frac{\partial \dot{H}_r}{\partial r} + \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

$$\dot{\delta}_\varphi = \gamma(\dot{E}_\varphi + v(r)\mu_0 \dot{H}_z). \quad (8)$$

Для упрощения решения системы (4) - (8) исключаем зависимость составляющих векторов поля от координаты  $z$ . Для этого предполагаем, что  $\dot{E}_\varphi$ ,  $\dot{\delta}_\varphi$  и  $\dot{H}_z$  (четные функции от  $z$ ) не зависят от  $z$  и в связи с тем выполняются уравнения Максвелла, не содержащие производную по  $z$  от четных функций [1]. При этом окажутся невыполненными уравнения (4) и (7).

Вводим обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{\frac{A}{2}} \dot{H}_z dz = \dot{H}_z \frac{A}{2} = \dot{H}_z; \quad \dot{B}_z = \mu_0 \dot{H}_z; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\int_0^{\frac{\Delta}{2}} \dot{E}_\varphi dz = \dot{E}_\varphi \frac{\Delta}{2} = \dot{E}_\varphi; \quad \dot{\delta}_\varphi = \gamma (\dot{E}_\varphi + v(r) \dot{B}_z). \quad ]$$

Далее возьмем уравнение (6) и проинтегрируем его по  $z$  от 0 до  $\frac{\Delta}{2}$  :

$$\dot{H}_r \Big|_0^{\frac{\Delta}{2}} - \frac{d\dot{H}_z}{dr} = \dot{\delta}_\varphi. \quad (10)$$

Так как  $\dot{H}_r \Big|_{z=\frac{\Delta}{2}} = -\dot{A} = -Ae^{j(r-r_1)\alpha}$  при  $r_1 < r < r_2$   
и  $\dot{H}_r \Big|_{z=\frac{\Delta}{2}} = 0$ , при  $r < r_1$  и  $r > r_2$ , а по соображениям симметрии  $\dot{H}_r \Big|_{z=0} = 0$ , то получим:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d\dot{H}_z^I}{dr} &= 0, && \text{для области I;} \\ -Ae^{j(r-r_1)\alpha} - \frac{d\dot{H}_z^{II}}{dr} &= \dot{\delta}_\varphi^{II}, && \text{для области II;} \\ -\frac{d\dot{H}_z^{III}}{dr} &= \dot{\delta}_\varphi^{III}, && \text{для области III.} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Интегрируя уравнения (5) и (8), получим:

$$\frac{1}{r} \dot{E}_\varphi + \frac{d\dot{E}_\varphi}{dr} = -j\omega\mu_0 \dot{H}_z, \quad \text{для всех областей;} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\delta}_\varphi^I &= 0, && \text{для области I;} \\ \dot{\delta}_\varphi^{II} &= \gamma (\dot{E}_\varphi^{II} + v^{II}(r) \mu_0 \dot{H}_z^{II}), && \text{для области II;} \\ \dot{\delta}_\varphi^{III} &= \gamma \dot{E}_\varphi^{III}, && \text{для области III.} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Уравнения (II) - (I3) можно преобразовать к следующим уравнениям для  $\dot{E}_\varphi$  и  $\dot{H}_z$ :

I) Для области I:

$$\frac{d^2 \dot{E}_\varphi^I}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \dot{E}_\varphi^I}{dr} - \frac{1}{r^2} \dot{E}_\varphi^I = 0 \quad (14)$$

$$\frac{d \dot{H}_z^I}{dr} = 0. \quad (15)$$

2) Для области II:

$$\frac{d^2 \dot{E}_\varphi^{\text{II}}}{dr^2} + \frac{T_1}{r} \frac{d \dot{E}_\varphi^{\text{II}}}{dr} - (\lambda^2 + \frac{T_2}{r^2}) \dot{E}_\varphi^{\text{II}} = j \omega \mu_0 A e^{j(r-r_1)\alpha}, \quad (16)$$

$$\frac{d^2 \dot{H}_z^{\text{II}}}{dr^2} + \frac{T_1}{r} \frac{d \dot{H}_z^{\text{II}}}{dr} - \lambda^2 \dot{H}_z^{\text{II}} = -A e^{j(r-r_1)\alpha} \left( \frac{1}{r} + j\alpha \right), \quad (17)$$

где  $\lambda^2 = j \omega \mu_0 \gamma$ ;  $T_1 = 1 + \gamma v^{\text{II}}(r_1) r_1 \mu_0$ ;  
 $T_2 = 1 - \gamma v^{\text{II}}(r_1) r_1 \mu_0$ .

3) Для области III:

$$\frac{d^2 \dot{E}_\varphi^{\text{III}}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \dot{E}_\varphi^{\text{III}}}{dr} - (\lambda^2 + \frac{1}{r^2}) \dot{E}_\varphi^{\text{III}} = 0, \quad (18)$$

$$\frac{d^2 \dot{H}_z^{\text{III}}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \dot{H}_z^{\text{III}}}{dr} - \lambda^2 \dot{H}_z^{\text{III}} = 0. \quad (19)$$

Рассмотрим далее общие решения уравнений (14) - (19).

С помощью подстановки  $r = e^u$  уравнение (14) упрощается и его общее решение можем представить в виде  $\dot{E}_\varphi^I = C_1 r + C_2 \frac{1}{r}$ . Так как при  $r \rightarrow \infty$   $\dot{E}_\varphi^I$  должен оставаться конечным, то  $C_1 = 0$  и

$$\dot{E}_\varphi^I = \frac{C_2}{r}. \quad (20)$$

Общее решение уравнения (15):

$$\dot{H}_z^I = C_3. \quad (21)$$

Воспользуясь подстановкой  $r = \frac{s}{\lambda}$ , уравнения (18) и (19) преобразуем в уравнения Бесселя и их общие решения можем представить в виде:

$$\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{\text{III}} = C_4 I_1(\lambda r) + C_5 K_1(\lambda r), \quad (22)$$

$$\dot{\underline{H}}_z^{\text{III}} = C_6 I_0(\lambda r) + C_7 K_0(\lambda r). \quad (23)$$

Поскольку  $\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{\text{III}}$  и  $\dot{\underline{H}}_z^{\text{III}}$  при  $r \rightarrow 0$  не могут стать бесконечными, то  $C_5 = 0$  и  $C_7 = 0$ .

Подстановками  $\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{\text{II}} = r^{\beta}$  и  $r = \frac{s}{\lambda}$  однородное уравнение (16) преобразуется в уравнение Бесселя и общее решение можем представить в виде:

$$\dot{\underline{E}}_{\varphi}^{\text{II}} = r^{\beta} [C_8 I_{\beta+1}(\lambda r) + C_9 K_{\beta+1}(\lambda r)], \quad (24)$$

где

$$\beta = \frac{1 - T_1}{2}.$$

Частное решение неоднородного уравнения (16) определяем методом вариации произвольных постоянных и общее решение неоднородного уравнения (16) получим в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{E}}_{\varphi}^{\text{II}} = r^{\beta} [C_8 I_{\beta+1}(\lambda r) + C_9 K_{\beta+1}(\lambda r) + \\ + w_1(r) I_{\beta+1}(\lambda r) + w_2(r) K_{\beta+1}(\lambda r)]. \end{aligned} \quad (25)$$

функции  $w_1$  и  $w_2$  определяем с помощью следующих интегралов:

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= \int j\omega\mu_0 A e^{j(r-r_1)\alpha} r^{1-\beta} K_{\beta+1}(\lambda r) dr, \\ w_2 &= -\int j\omega\mu_0 A e^{j(r-r_1)\alpha} r^{1-\beta} I_{\beta+1}(\lambda r) dr. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Так как определение интегралов (26) аналитическими методами вызывает затруднения, целесообразно подынтегральные функции разложить в ряд Тейлора и определить приближенные выражения интегралов.

Аналогично определению общего решения уравнения (16) определяем и решение уравнения (17):

$$\dot{\underline{H}}_z^{\text{II}} = r^\beta [C_{10} I_\beta(\lambda r) + C_{11} K_\beta(\lambda r) + w_1'(r) I_\beta(\lambda r) + w_2'(r) K_\beta(\lambda r)], \quad (27)$$

где:

$$\left. \begin{aligned} w_1' &= -\int A e^{j(\sigma-r)\alpha} \frac{1+jr\alpha}{r^\beta} K_\beta(\lambda r) dr, \\ w_2' &= \int A e^{j(\sigma-r)\alpha} \frac{1+jr\alpha}{r^\beta} I_\beta(\lambda r) dr. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$w_1'$  и  $w_2'$  можно также определить приближенными методами.

Подстановка найденных общих решений (20), (21), (22), (23), (25) и (27) в уравнении (11), (12) и (13) дает возможность установить дополнительные зависимости между постоянными интегрирования и переписать решения в следующем виде:

$$\dot{\underline{E}}_\varphi^{\text{I}} = \frac{C_2}{r}, \quad (29)$$

$$\dot{\underline{H}}_z^{\text{I}} = 0, \quad (30)$$

$$\dot{\underline{E}}_\varphi^{\text{II}} = r^\beta [(C_8 + w_1(r)) I_{\beta+1}(\lambda r) + (C_9 + w_2(r)) K_{\beta+1}(\lambda r)], \quad (31)$$

$$\dot{\underline{H}}_z^{\text{II}} = r^\beta [(-C_8 \frac{\lambda}{j\omega\mu_0} + w_1'(r)) I_\beta(\lambda r) + (C_9 \frac{\lambda}{j\omega\mu_0} + w_2'(r)) K_\beta(\lambda r)], \quad (32)$$

$$\dot{\underline{E}}_\varphi^{\text{III}} = C_4 I_1(\lambda r), \quad (33)$$

$$\dot{\underline{H}}_z^{\text{III}} = -C_4 \frac{\lambda}{j\omega\mu_0} I_0(\lambda r). \quad (34)$$

Вышеупомянутая подстановка показывает также, что  $w_1(r)$  и  $w_1'(r)$ , а также  $w_2(r)$  и  $w_2'(r)$ , зависят друг от друга:

$$\left. \begin{aligned} \lambda w_1(r) + j\omega\mu_0 w_1'(r) &= -\frac{A e^{j(\sigma-r)\alpha} j\omega\mu_0}{r^{\beta-1}} K_\beta(\lambda r), \\ \lambda w_2(r) - j\omega\mu_0 w_2'(r) &= -\frac{A e^{j(\sigma-r)\alpha} j\omega\mu_0}{r^{\beta-1}} I_\beta(\lambda r). \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Следовательно, нам надо определить путем интегрирования, например,  $w_1(r)$  и  $w_2(r)$  (по формулам (26)), а  $w_1'(r)$

и  $w_2'(r)$  определяются по (35).

Постоянные интегрирования  $C_2$ ,  $C_4$ ,  $C_8$  и  $C_9$  определяем из условия непрерывности электрического и магнитного полей на границах областей I, II и III:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\underline{E}}_{\varphi}^I(r_2) &= \dot{\underline{E}}_{\varphi}^{II}(r_2); & \dot{\underline{H}}_z^I(r_2) &= \dot{\underline{H}}_z^{II}(r_2); \\ \dot{\underline{E}}_{\varphi}^{II}(r_1) &= \dot{\underline{E}}_{\varphi}^{III}(r_1); & \dot{\underline{H}}_z^{II}(r_1) &= \dot{\underline{H}}_z^{III}(r_1). \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Решение системы (36) дает следующие выражения для постоянных:

$$C_2 = \frac{r_2^{\beta} [-w_1(r_1)A_1 - w_2(r_1)A_2 + w_1(r_2)A_1 + w_2(r_2)A_2]}{\lambda [A_1 K_{\beta}(\lambda r_2) + A_2 I_{\beta}(\lambda r_2)]}; \quad (37)$$

$$C_4 = \frac{r_1^{\beta-1} [w_1(r_1)I_{\beta}(\lambda r_2) - w_2(r_1)K_{\beta}(\lambda r_2) - w_1(r_2)I_{\beta}(\lambda r_2) + w_2(r_2)K_{\beta}(\lambda r_2)]}{[A_1 K_{\beta}(\lambda r_2) + A_2 I_{\beta}(\lambda r_2)] \lambda I_1(\lambda r_1)}; \quad (38)$$

$$C_8 = \frac{-w_1(r_1)A_1 K_{\beta}(\lambda r_2) - w_2(r_1)A_2 K_{\beta}(\lambda r_2) - w_1(r_2)A_2 I_{\beta}(\lambda r_2) + w_2(r_2)A_2 K_{\beta}(\lambda r_2)}{A_1 K_{\beta}(\lambda r_2) + A_2 I_{\beta}(\lambda r_2)}; \quad (39)$$

$$C_9 = \frac{-w_1(r_1)A_1 I_{\beta}(\lambda r_2) - w_2(r_1)A_2 I_{\beta}(\lambda r_2) + w_1(r_2)A_1 I_{\beta}(\lambda r_2) - w_2(r_2)A_1 K_{\beta}(\lambda r_2)}{A_1 K_{\beta}(\lambda r_2) + A_2 I_{\beta}(\lambda r_2)}. \quad (40)$$

В выражениях (37) — (40) коэффициенты  $A_I$  и  $A_2$  имеют значения:

$$A_1 = \frac{I_{\beta+1}(\lambda r_1) I_0(\lambda r_1)}{I_1(\lambda r_1)} - I_{\beta}(\lambda r_1); \quad (41)$$

$$A_2 = K_{\beta}(\lambda r_1) + \frac{K_{\beta+1}(\lambda r_1) I_0(\lambda r_1)}{I_1(\lambda r_1)}. \quad (42)$$

В заключение следует отметить, что приведенные в работе выражения, несмотря на их громоздкость, имеют довольно приближенный характер. Причинами погрешностей являются неучет изменения электромагнитного поля по координате  $z$  (и связанное с этим неудовлетворение уравнений (4) и (7)), приближенный учет распределения скоростей жидкого металла в немагнитном зазоре (особенно в области III), некорректно выбранные граничные условия для  $\dot{H}_r$  в области выхода жидкого металла из немагнитного зазора (в области III предполагалось, что  $\dot{H}_r|_{z=\frac{L}{2}} = 0$ ) и т.д. Поэтому можно полагать, что приведенные в работе результаты пригодны только для предварительных расчетов.

#### Л и т е р а т у р а

1. А.Я. В и л н и т и с. Поперечный краевой эффект в плоском индукционном насосе с учетом стенок канала и короткозамыкающих шин. Приближенное решение в элементарных функциях. "Магнитная гидродинамика", № 3, Рига, 1970.
2. И.С. Г р а д ш т е й н, И.М. Р ы ж и к. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1963.
3. Э. К а м к е. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., "Наука", 1965.

T. Veske

The Electromagnetic Field in the Nonmagnetic Gap  
of the Induction Pump with Concentric Windings

Summary

The paper deals with electromagnetic field in the nonmagnetic gap of the induction pump with concentric windings. Maxwell's equations are solved, and formulae are obtained which describe the electromagnetic field of the device.

УДК 621.318.38

В.Ф. Кескюла, И.Р. Тергем

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ДВУХСЛОЙНОЙ ВТОРИЧНОЙ  
СИСТЕМЕ ИНДУКЦИОННОГО ВРАЩАТЕЛЯ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА

Введение

Индукционные вращатели жидкого металла (сокращенно ИВ) находят все большее применение для выполнения различных технических задач. В связи с этим возникает необходимость более подробного изучения электромагнитных процессов во вторичной системе ИВ и учета этих процессов при расчете ИВ [1].

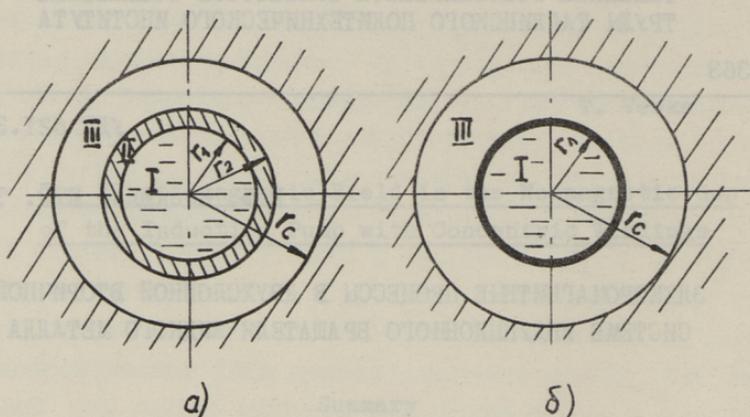
В данной статье представлены результаты исследования электромагнитных процессов в двухслойной цилиндрической вторичной системе ИВ.

Внутренний цилиндрический слой радиусом  $r_1$  (фиг. 1, а) является жидким металлом, который обладает удельной электропроводностью  $\gamma_1$ , и предполагается вращающимся как твердое тело со скольжением  $s_1$  относительно первичного магнитного поля.

Внешний цилиндрический слой внутренним радиусом  $r_1$  и внешним радиусом  $r_2$  обладает удельной электропроводностью  $\gamma_2$  и может служить неподвижным (или вращающимся со скольжением  $s_2$ ) кристаллизатором для жидкого металла.

Вторичная система отделена от индуктора ИВ воздушным зазором шириной  $\delta = r_c - r_2$  (фиг. 1, а).

Магнитная проницаемость стального индуктора ИВ принята  $\mu_c = \infty$ , абсолютная магнитная проницаемость вторичной



Фиг. 1.

системы и воздушного зазора  $\mu_d = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Г/м. Внутренняя поверхность индуктора считается гладкой (т.е. без зубцов и пазов) поверхностью, на которой расположена обмотка в виде бесконечно тонкого токового слоя.

Линейная плотность тока обмотки имеет только аксиальную составляющую, которая изменяется во времени и по окружности по синусоидальному закону:

$$\sigma = \sigma_m \sin(\omega t + \rho \alpha), \quad (I)$$

где  $\sigma_m$  - амплитуда линейной плотности тока.

Торцовые эффекты в данной работе не рассматриваются, система считается бесконечно длинной или снабженной сверхпроводящими торцовыми дисками.

С целью получения более простых расчетных формул исследована возможность замены вышеописанной модели упрощенной моделью, в которой слой кристаллизатора заменен бесконечно тонким токовым слоем на поверхности внутреннего цилиндра (фиг. 1, б). Эквивалентная удельная электропроводность токового слоя:

$$\gamma_\Delta = \gamma_2 (r_2 - r_1). \quad (2)$$

Расчет ведется с использованием векторного потенциала  $\vec{A}$ .

Электромагнитное поле в двухслойной  
вторичной системе

На основе уравнений Максвелла дифференциальное уравнение векторного потенциала, описывающее электромагнитное поле ИВ, выражается формулой:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = -\gamma \mu_0 \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (3)$$

Поскольку торцовые эффекты не учитываются, то электромагнитное поле в расточке ИВ является двумерным, которое характеризуется только аксиальной составляющей  $A_z$  векторного потенциала  $\vec{A}$ . Поэтому векторное уравнение (3) заменяется одним скалярным уравнением, которое в цилиндрической системе координат  $(r, \alpha, z)$  имеет вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \alpha^2} = \gamma \mu_0 \frac{\partial A_z}{\partial t}. \quad (4)$$

Предположение о гармоническом распределении линейной плотности тока индуктора, записываемой в комплексной форме в виде:

$$\sigma = \operatorname{Im} [\dot{\sigma}_m e^{j(\omega t + p\alpha)}], \quad (5)$$

позволяет представить векторный потенциал  $A_z$  также в комплексной форме

$$A_z = \operatorname{Im} [\dot{A}_m e^{j(\omega t + p\alpha)}], \quad (6)$$

где  $\dot{A}_m$  — комплексная амплитуда векторного потенциала, зависящая от радиуса  $r$ .

Подставляя  $A_z$  из (6) в уравнение (4) и проводя дифференцирование по  $\alpha$ , получим дифференциальное уравнение для комплексной амплитуды  $\dot{A}_m$ :

$$\frac{d^2 \dot{A}_m}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \dot{A}_m}{dr} - \frac{p}{r^2} \dot{A}_m = j\omega \gamma \mu_0 \dot{A}_m. \quad (7)$$

Решение уравнения (7) для областей I и II на фиг. 1, а имеет вид [2]

$$\dot{A}_{mk} = C_k I_p(\lambda_k r) + D_k K_p(\lambda_k r), \quad (8)$$

где  $I_p(\lambda_k r)$  и  $K_p(\lambda_k r)$  - модифицированные функции Бесселя первого и второго рода порядка  $p$ ,

$$\lambda_k = \sqrt{j\omega s_k \gamma_k \mu_0}, \quad (9)$$

$C_k$  и  $D_k$  - постоянные интегрирования; индекс  $k$  равняется 1 для первой области и 2 - для второй области.

В области воздушного зазора, где  $\gamma = 0$ , имеем

$$\dot{A}_{m3} = C_3 r^p + D_3 r^{-p}. \quad (10)$$

Используя обычные граничные условия для магнитного поля на поверхностях раздела соседних областей вторичной системы и поверхности индуктора ИВ, получим для постоянных интегрирования следующие выражения:

$$C_1 = \dot{F}_m r_{2*}^p \frac{(\bar{a}_{21} + \bar{b}_{21})}{\Delta_0} \frac{I_p(\lambda_2 r_1)}{I_p(\lambda_2 r_2)} \frac{1}{I_p(\lambda_1 r_1)}; \quad (11)$$

$$C_2 = \dot{F}_m r_{2*}^p \frac{(\bar{a}_{11} + \bar{b}_{21})}{\Delta_0} \frac{1}{I_p(\lambda_2 r_2)}; \quad (12)$$

$$D_2 = -\dot{F}_m r_{2*}^p \frac{(\bar{a}_{11} - \bar{a}_{21})}{\Delta_0} \frac{I_p(\lambda_2 r_1)}{I_p(\lambda_2 r_2)} \frac{1}{K_p(\lambda_2 r_1)}; \quad (13)$$

$$C_3 = \dot{F}_m \frac{r_c^{-p}}{\Delta_0} [(\bar{a}_{11} + \bar{b}_{21}) \bar{a}_{22} + (\bar{a}_{11} - \bar{a}_{21}) \bar{b}_{22} F_{12}]; \quad (14)$$

$$D_3 = \dot{F}_m r_c^p \left\{ \frac{1}{\Delta_0} [(\bar{a}_{11} + \bar{b}_{21}) \bar{a}_{22} + (\bar{a}_{11} - \bar{a}_{21}) \bar{b}_{22} F_{12}] - 1 \right\}; \quad (15)$$

где  $\dot{F}_m = \mu_0 \dot{\sigma}_m \frac{r_c}{p}; \quad (16)$

$$\Delta_0 = (\bar{\sigma}_{11} + \bar{b}_{21}) [(1 + r_{2*}^{2p}) \bar{a}_{22} - r_{2*}^{2p}] +$$

$$+ (\bar{a}_{11} - \bar{a}_{21}) [1 + r_{2*}^{2p}] \bar{b}_{22} + r_{2*}^{2p} F_{12}; \quad (I7)$$

$$\bar{a}_{ki} = \frac{\lambda_k r_i}{2p} \frac{I_{p-1}(\lambda_k r_i)}{I_p(\lambda_k r_i)}; \quad (I8)$$

$$\bar{b}_{ki} = \frac{\lambda_k r_i}{2p} \frac{K_{p-1}(\lambda_k r_i)}{K_p(\lambda_k r_i)}; \quad (I9)$$

$$F_{12} = \frac{I_p(\lambda_2 r_2) K_p(\lambda_2 r_2)}{I_p(\lambda_2 r_2) K_p(\lambda_2 r_2)}; \quad (20)$$

$$r_{2*} = \frac{r_2}{r_c}. \quad (21)$$

#### Влияние вторичной системы на режим работы индуктора

Для учета влияния вторичной системы на режим работы первичной цепи удобно использовать понятия коэффициента размагничивания и вносимых в цепь индуктора активного и реактивного сопротивлений.

Коэффициент размагничивания, показывающий изменение магнитного потока индуктора от вторичного поля, можно в данном случае найти как соотношение комплексных амплитуд радиальных составляющих магнитной индукции результирующего поля  $\dot{B}_{mrc}$  и первичного поля  $\dot{B}'_{mrc}$  на поверхности расточки индуктора ИВ ( $r = r_c$ ) при неизменном значении линейной плотности тока индуктора:

$$K_p = \frac{\dot{B}_{mrc}}{\dot{B}'_{mrc}} \Big|_{\sigma_m = \text{const}} = K_{pr} + jK_{pi}, \quad (22)$$

где  $K_{pr}$  и  $K_{pi}$  — действительная и мнимая части коэффициента размагничивания.

Определяя  $B_{mrc}$  через векторный потенциал

$$\dot{B}_{mrc} = j \frac{p}{r_c} A_{m3}(r_c) = j \frac{p}{r_c} (C_3 r_c^p + D_3 r_c^{-p}) \quad (23)$$

и учитывая, что согласно [4] индукция  $\dot{B}'_{mrc}$  на поверхности пустой расточки ИВ равна

$$\dot{B}'_{mrc} = [j \mu_0 \dot{\sigma}_m (r/r_c)^{p-1}]_{r=r_c} = j \mu_0 \dot{\sigma}_m, \quad (24)$$

получим для коэффициента размагничивания выражение

$$K_p = \frac{C_3 r_c^p + D_3 r_c^{-p}}{\mu_0 \dot{\sigma}_m \frac{r_c}{p}} \quad (25)$$

или, с учетом (14) и (15),

$$K_p = \frac{2}{\Delta_0} [(\bar{a}_{11} + \bar{b}_{21}) \bar{a}_{22} + (\bar{a}_{11} - \bar{a}_{21}) \bar{b}_{22} F_{12}] - 1. \quad (26)$$

Вносимые в цепь индуктора активное и реактивное сопротивления  $\Delta r$  и  $\Delta x$  можно, согласно [3], определить из выражения падения напряжения, вызываемого в первичной цепи ИВ потокоцеплением магнитного потока вторичных токов с обмоткой индуктора  $\dot{\Psi}'_{12}$

$$(\Delta r + j \Delta x) \dot{I} = j \omega \frac{\dot{\Psi}'_{12}}{\sqrt{2}}, \quad (27)$$

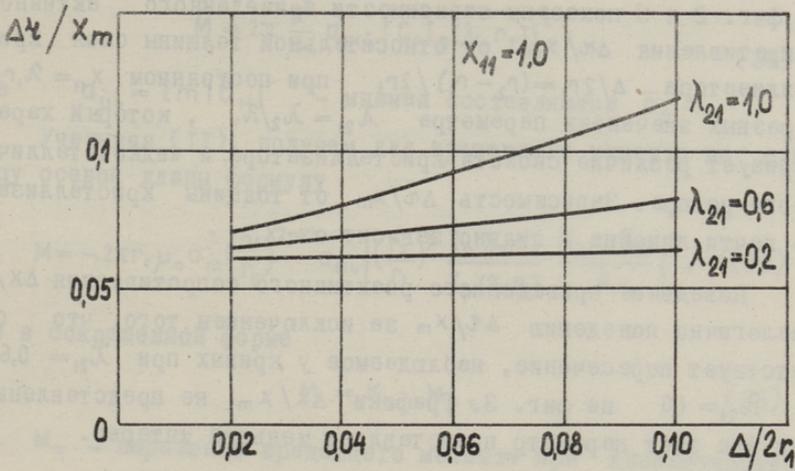
где  $\dot{I}$  - фазный ток обмотки индуктора.

Выражая потокоцепление обмотки индуктора от вторичных токов  $\dot{\Psi}'_{12}$  через потокоцепление первичного поля  $\dot{\Psi}'_1$  и результирующего поля  $\dot{\Psi}_1 = K_p \dot{\Psi}'_1$ , получим

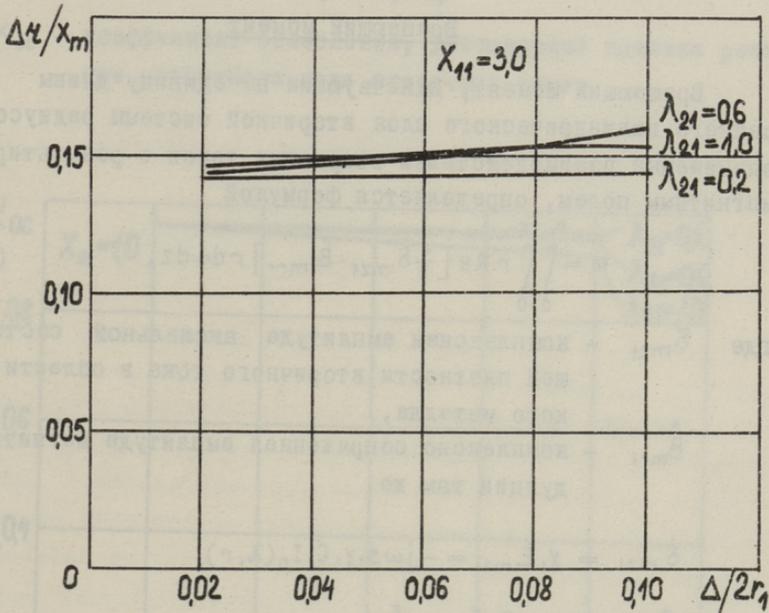
$$\Delta r + j \Delta x = j \omega \frac{\dot{\Psi}'_1}{\sqrt{2} \dot{I}} (K_p - 1) = j x_m (K_p - 1), \quad (28)$$

где  $x_m = \frac{\omega \dot{\Psi}'_1}{\sqrt{2} \dot{I}}$  - главное индуктивное сопротивление расточки ИВ.

Из (28) с учетом выражения  $K_p$  получим для приведенных активного и реактивного вносимых сопротивлений формулы



Фиг. 2.



Фиг. 3.

$$\frac{\Delta r}{x_m} = -I_m [K_p - 1] = -K_{pi} \quad (29)$$

$$\frac{\Delta x}{x_m} = \text{Re}[K_p - 1] = K_{pr} - 1 \quad (30)$$

На фиг. 2 и 3 показаны зависимости приведенного активного сопротивления  $\Delta r / \chi_m$  от относительной толщины слоя кристаллизатора  $\Delta / 2r_1 = (r_2 - r_1) / 2r_1$  при постоянном  $\chi_{11} = \lambda_1 r_1$  и разных значениях параметра  $\lambda_{21} = \lambda_2 / \lambda_1$ , который характеризует различие свойств кристаллизатора и жидкометаллического ротора. Зависимость  $\Delta r / \chi_m$  от толщины кристаллизатора почти линейна и сильно зависит от  $\chi_{11}$ .

Поведение приведенного реактивного сопротивления  $\Delta x / \chi_m$  аналогично поведению  $\Delta r / \chi_m$  за исключением того, что отсутствует пересечение, наблюдаемое у кривых при  $\lambda_{21} = 0,6$  и  $\lambda_{21} = 1,0$  на фиг. 3. Графики  $\Delta x / \chi_m$  не представлены, так как этот параметр представляет меньший интерес.

### Вращающий момент

Вращающий момент, действующий на единицу длины внутреннего цилиндрического слоя вторичной системы радиусом  $r_1$ , вызываемый взаимодействием вторичных токов с результирующим магнитным полем, определяется формулой

$$M = \int_0^{r_1} \int_0^{2\pi} r \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{2} \dot{\delta}_{mz1} \cdot \dot{B}_{mr1}^* \right] r d\alpha dz, \quad (31)$$

где  $\dot{\delta}_{mz1}$  - комплексная амплитуда аксиальной составляющей плотности вторичного тока в области жидкого металла,  
 $\dot{B}_{mr1}^*$  - комплексно сопряженная амплитуда магнитной индукции там же.

$$\dot{\delta}_{mz1} = \gamma_1 \dot{E}_{mz1} = -j \omega s_1 \gamma_1 C_1 I_p(\lambda_1 r), \quad (32)$$

$$\dot{B}_{mr1}^* = -j \frac{p}{r} \dot{C}_1^* I_p(\lambda_1 r), \quad (33)$$

где  $\dot{C}_1^*$  и  $\lambda_1^*$  - комплексно сопряженные выражения  $C_1$  и  $\lambda_1$ .

Подставляя выражения  $\dot{\delta}_{mz1}$  и  $\dot{B}_{mr1}^*$  в уравнение вращающего момента и проводя интегрирование, придем к зависимости

$$M = 2\pi \frac{\rho^2}{\mu_0} a_{11i} |C_1 I_p(\lambda_1 r_1)|^2, \quad (34)$$

где  $a_{11i} = \text{Im} |\bar{a}_{11}|$  - мнимая составляющая  $\bar{a}_{11}$ .

Учитывая (II), получим для вращающего момента на единицу осевой длины формулу

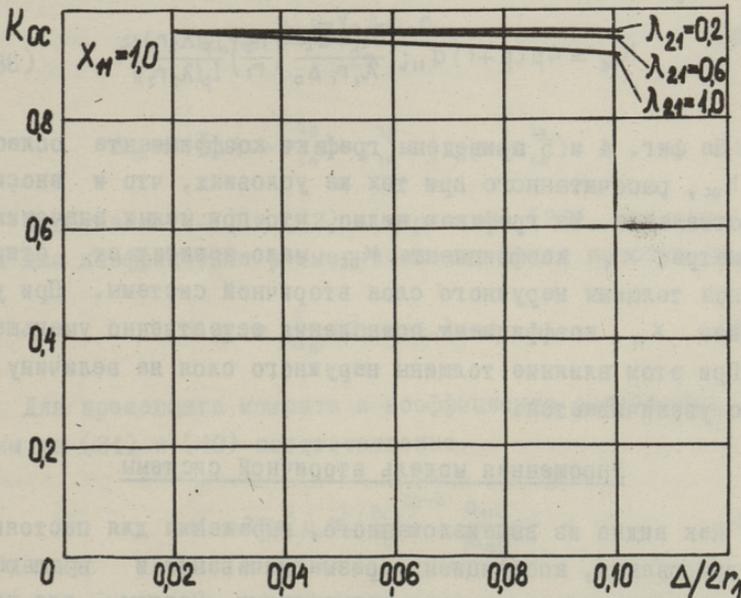
$$M = -2\pi r_1 \mu_0 \sigma_m^2 \left(\frac{r_1}{r_c}\right)^{2p-2} a_{11i} \left|\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^p \frac{I_p(\lambda_2 r_1)}{I_p(\lambda_2 r_2)} \frac{\bar{a}_{21} + \bar{b}_{21}}{\Delta_0}\right|^2, \quad (35)$$

или в сокращенной форме

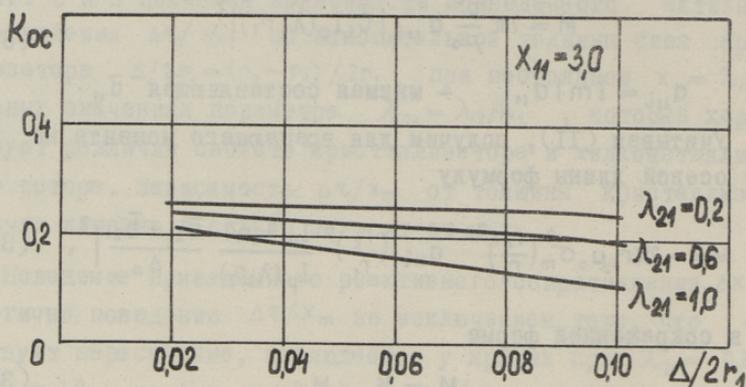
$$M = K_{oc} \cdot M_0, \quad (36)$$

где  $M_0$  - выражение вращающего момента при идеализированных условиях, когда реакция магнитного поля вторичных токов отсутствует;

$K_{oc}$  - коэффициент ослабления, учитывающий влияние реакции магнитного поля вторичных токов.



Фиг. 4.



Фиг. 5.

Согласно [1]  $M_0$  равен

$$M_0 = -\pi r_1^2 \frac{\omega s_1 \gamma_1 \mu_0 r_1^2}{p(p+1)} \frac{\mu_0 \sigma_m^2}{2} \left(\frac{r_1}{r_c}\right)^{2p-2}. \quad (37)$$

Разделяя (35) на (37), получим для коэффициента ослабления выражение

$$K_{oc} = 4p(p+1) a_{11} i \left| \frac{\bar{a}_{21} + \bar{b}_{21}}{\lambda_1 r_1 \Delta_0} \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^p \frac{I_p(\lambda_2 r_1)}{I_p(\lambda_2 r_2)} \right|^2. \quad (38)$$

На фиг. 4 и 5 приведены графики коэффициента ослабления  $K_{oc}$ , рассчитанного при тех же условиях, что и вносимые сопротивления. Из графиков видно, что при малых значениях параметра  $X_{11}$  коэффициент  $K_{oc}$  мало зависит от относительной толщины наружного слоя вторичной системы. При увеличении  $X_{11}$  коэффициент ослабления естественно уменьшается. При этом влияние толщины наружного слоя на величину  $K_{oc}$  резко увеличивается.

#### Упрощенная модель вторичной системы

Как видно из вышеизложенного, выражения для постоянных интегрирования, коэффициента размагничивания и вращающего момента получились довольно громоздкими. Поэтому, для упрощения этих формул рассмотрим возможность замены наружного проводящего слоя вторичной системы с эквивалентным беско-

нечно тонким проводящим слоем. Такая постановка вопроса оправдывается тем, что обычно толщина наружного слоя вторичной системы мала.

Проводя анализ, аналогичный приведенному выше, и учитывая, что на поверхности раздела I и III слоя тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля должна претерпевать скачок на величину линейной плотности тока в этом слое

$$\dot{\sigma}_{m0} = -j\omega s_1 \gamma_1 \Delta_1 \dot{A}_m(r_1), \quad (39)$$

получим для коэффициентов интегрирования в I и III области следующие выражения:

$$C_{01} = \dot{F}_m r_{1*}^p \frac{1}{\Delta_{01} I_p(\lambda_1 r_1)}, \quad (40)$$

$$C_{03} = \dot{F}_m \frac{r_c^{-p}}{\Delta_{01}} (\bar{a}_{11} + j\varepsilon_0), \quad (41)$$

$$D_{03} = -\dot{F}_m \frac{r_c^p}{\Delta_{01}} r_{1*}^{2p} (\bar{a}_{11} - 1 + j\varepsilon_0), \quad (42)$$

где 
$$\varepsilon_0 = \frac{\omega s_2 \gamma_2 \Delta_2 \mu_0 r_1}{2p}, \quad (43)$$

$$\Delta_{01} = \bar{a}_{11} (1 + r_{1*}^{2p}) - r_{1*}^{2p} + j\varepsilon_0 (1 + r_{1*}^{2p}). \quad (44)$$

Подставляя (41) и (42) в выражение (25), получим теперь для коэффициента размагничивания более простую формулу

$$K_{op} = \frac{2}{\Delta_{01}} (\bar{a}_{11} + j\varepsilon_0) - 1. \quad (45)$$

Для вращающего момента и коэффициента ослабления получим из (34) и (40) соответственно

$$M_1 = 2\pi r_1^2 \mu_0 \sigma_m^2 \left(\frac{r_1}{r_c}\right)^{2p-2} \frac{a_{11} i}{|\Delta_{01}|^2}, \quad (46)$$

$$K_{oc1} = \frac{4p(p+1) a_{11} i}{|\lambda_1 r_1 \Delta_{01}|^2}. \quad (47)$$

Сравнение результатов расчета по формулам  
трехслойной и упрощенной модели

Для выявления условий применения упрощенной модели по формулам обеих моделей рассчитано и произведено сравнение вносимых сопротивлений, а также коэффициентов ослабления.

При расчетах учтена связь между характеристическими параметрами  $\epsilon_0$  упрощенной модели и  $\chi_{21} = \lambda_2 r_1$  трехслойной модели, которая с учетом (9) и (43) выражается формулой

$$j\epsilon_0 = \frac{\chi_{21}^2}{2p} \left( \frac{r_2}{r_1} - 1 \right). \quad (48)$$

На фиг. 6 и 7 приведены зависимости соотношения вносимых активного сопротивления упрощенной модели  $\Delta \tau_0$  и трехслойной модели  $\Delta \tau$  от относительной толщины слоя кристаллизатора  $\Delta/2r_1$  при разных значениях параметров  $\chi_{11}$  и  $\lambda_{21}$ . Задаваясь допустимым расхождением по этим графикам, можем выявить применимость упрощенной модели.

Расхождение результатов расчета можно уменьшить, если в формулы коэффициентов размагничивания и ослабления подставить вместо  $\epsilon_0$  расчётный параметр

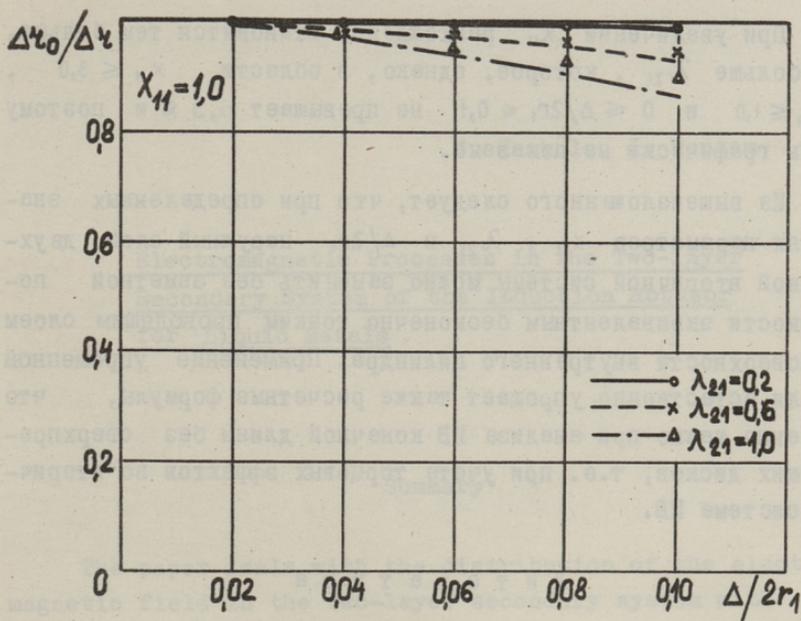
$$\epsilon_p = \frac{\omega s_2 \gamma_2 \Delta \mu_0}{2p} r_0, \quad (49)$$

определяемый средним радиусом наружного слоя вторичной системы

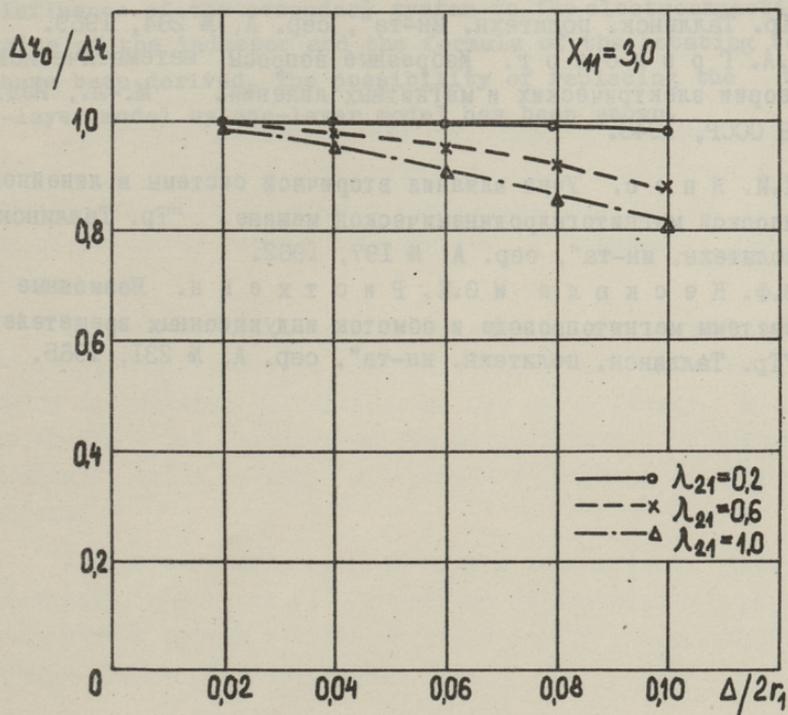
$$r_0 = \frac{r_1 + r_2}{2}. \quad (50)$$

На графиках фиг. 6 и 7 кружочками, крестиками и треугольниками отмечены точки, рассчитанные по  $\epsilon_p$  вместо  $\epsilon_0$ . По рисункам видно, что введение  $\epsilon_p$  уменьшает расхождение только в случае малых  $\chi_{11}$ .

Значения коэффициента ослабления  $K_{oc}$ , рассчитанные по обеим моделям при малых значениях  $\chi_{11}$ , практически совпадают.



Фиг. 6.



Фиг. 7.

При увеличении  $x_{11}$  расхождение становится тем больше, чем больше  $\lambda_{21}$ , которое, однако, в области  $x_{11} \leq 3,0$ ,  $\lambda_{21} \leq 1,0$  и  $0 \leq \Delta/2r_1 \leq 0,1$  не превышает 5,5 % и поэтому здесь графически не показано.

Из вышеизложенного следует, что при определенных значениях параметров  $x_{11}$ ,  $\lambda_{21}$  и  $\Delta/2r_1$  наружный слой двухслойной вторичной системы можно заменить без заметной погрешности эквивалентным бесконечно тонким проводящим слоем на поверхности внутреннего цилиндра. Применение упрощенной модели естественно упрощает также расчетные формулы, что особенно важно при анализе ИВ конечной длины без сверхпроводящих дисков, т.е. при учете торцовых эффектов во вторичной системе ИВ.

#### Л и т е р а т у р а

1. В.Ф. К е с к ю л а. Электромагнитные процессы во вторичной системе индукционного вращателя жидкого металла. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 284, 1969.
2. Г.А. Г р и н б е р г. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.-Л., Изд. АН СССР, 1948.
3. Х.И. Я н е с. Учет влияния вторичной системы в линейной плоской магнитогидродинамической машине. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 197, 1962.
4. В.Ф. К е с к ю л а и Э.М. Р и с т х е й н. Возможные системы магнитопровода и обмоток индукционных вращателей. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 231, 1965.





Х.А. Лийн

К ОПТИМИЗАЦИОННОМУ РАСЧЕТУ ПЛОСКИХ ИНДУКЦИОННЫХ  
НАСОСОВ БЕЗ БОКОВЫХ ПРОВОДЯЩИХ ШИН

В настоящее время среди электромагнитных средств для перекачивания жидких металлов по простоте конструкции и изготовления известное внимание заслуживают плоские линейные индукционные насосы.

При проектировании индукционных насосов возникает вопрос об определении их основных размеров и параметров с точки зрения оптимального решения. Критерием оптимальности можно выбрать максимум к.п.д., минимум потребляемой реактивной мощности, минимум массы активных материалов, минимум стоимости и т.д.

Поскольку индукционные насосы имеют сравнительно низкий к.п.д. и большой немагнитный зазор, то практический интерес представляет задача о нахождении оптимума по к.п.д., по потребляемой реактивной мощности и по массе активных материалов.

Задачей данной работы и является определение основных геометрических размеров плоских линейных индукционных насосов без боковых токопроводящих шин по максимуму к.п.д., но вместе с тем учитываются еще потребляемая реактивная мощность, масса активных материалов и коэффициент мощности насоса.

Для решения поставленной задачи используется формуляр контрольного расчета [1]. В отличие от названного формуляра учитываются потери в стали, согласно работе [2], и гидравлические потери, согласно работе [4].

Задача решается применением электронно-цифровой вычислительной машины. Учитывая быстродействие ЭЦВМ, берутся в расчет все виды потерь. При этом гидравлические потери определяются по длине прямой части канала по формулам обыкновенной гидродинамики, без учета влияния магнитного поля [4]. Пренебрегают влиянием продольного краевого эффекта как в первичной, так и во вторичной цепи, а также толщинного поверхностного эффекта на давление и потери. Для подавления пульсирующих полей обмотка индуктора имеет с обеих сторон корректирующие концевые катушки.

Вычисления при проведении оптимизационного расчета ведутся с несколько иной последовательностью, чем в формуляре контрольного расчета, так как заданными являются линейная токовая нагрузка  $A$  и плотность тока  $j$ , которые при проведении контрольного расчета в обычном порядке получаются в результате вычислений.

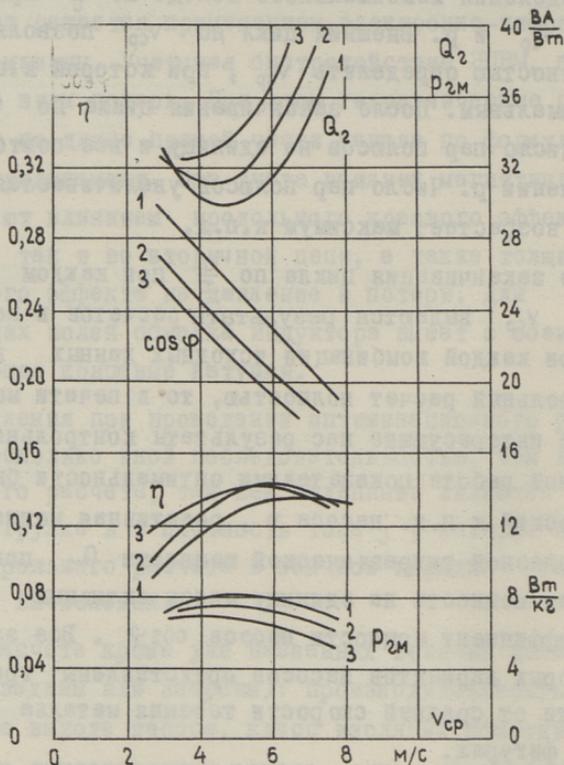
Для расчета кроме уже названных величин должны быть известны (заданы или выбраны): производительность насоса, давление на выходе насоса, класс изоляции обмотки индуктора, толщина теплоизоляции канала, относительный шаг обмотки индуктора, относительный вылет лобовых частей обмотки, число пазов на полюс и фазу, коэффициент заполнения паза, физические параметры перекачиваемого металла и канала насоса, параметры электротехнической стали, частота сети, допускаемые значения индукции в спинке и зубцах индуктора.

В ходе выполнения оптимизационного расчета для насоса с заданными производительностью и давлением изменяются следующие величины: число пар полюсов индуктора  $p$ , средняя скорость течения металла  $V_{ср}$ , относительная ширина канала  $\frac{a}{\tau}$  ( $a$  — половина ширины канала и индуктора,  $\tau$  — полюсное деление индуктора) и толщина слоя жидкого металла  $\Delta$ . Изменение перечисленных величин производится с определенным шагом, начиная с исходного значения. Расчеты выполняются циклически. При выполнении самого внутреннего цикла изменяется толщина слоя жидкого металла  $\Delta$  для достижения заданного давления на выходе насоса. Внутренний цикл по  $\frac{a}{\tau}$  выполняет-

ся до определения максимального к.п.д. по  $\frac{d}{t}$  при зафиксированных  $v_{cp}$  и  $p$ . Внешний цикл по  $v_{cp}$  позволяет с заданной точностью определить  $v_{cp}$ , при которой к.п.д. является максимальным. После заканчивания цикла по  $v_{cp}$  увеличивается число пар полюсов на единицу и все повторяется при новом значении  $p$ . Число пар полюсов увеличивается до тех пор, пока возрастает максимум к.п.д.

После заканчивания цикла по  $\frac{d}{t}$  при каждом значении выбранной  $v_{cp}$  выдартся результаты расчетов в печать. Поскольку при каждой комбинации исходных данных выполняется весь контрольный расчет полностью, то в печати можно получать любые интересующие нас результаты контрольного расчета. В данной работе показателями оптимальности были выбраны: гидравлический к.п.д. насоса  $\eta$ , реактивная мощность на единицу полезной гидравлической мощности  $Q_2$ , полезная гидравлическая мощность на единицу массы активных материалов  $p_{2m}$  и коэффициент мощности насоса  $\cos\varphi$ . Все эти величины для некоторых вариантов насосов представлены графически в зависимости от средней скорости течения металла  $v_{cp}$ , на следующих фигурах.

На фиг. 1 представлены названные зависимости насоса для перекачивания жидкого натрия при температуре  $700^\circ\text{C}$  с производительностью  $Q_T = 30 \text{ м}^3/\text{час}$  и давлением на выходе  $p = 2 \text{ атм}$ . Номером у каждой кривой обозначено число пар полюсов индуктора насоса. Наибольший к.п.д. имеет четырехполюсный вариант насоса при скорости  $v_{cp}$  около  $6 \text{ м/с}$ . По остальным критериям наилучшие показатели имеет двухполюсный вариант насоса. У этого варианта наименьшее потребление реактивной мощности и минимум массы встречаются при скорости несколько ниже  $5 \text{ м/с}$ . Коэффициент мощности у всех вариантов при уменьшении скорости возрастает. Аналогичные результаты получены и для насосов с производительностью  $Q_T = 20 \text{ м}^3/\text{час}$  и  $Q_T = 50 \text{ м}^3/\text{час}$  и давлением на выходе  $p'_n = 2 \text{ атм}$ . Результаты расчетов для вариантов  $Q_T = 50 \text{ м}^3/\text{час}$  представлены на фиг. 2.

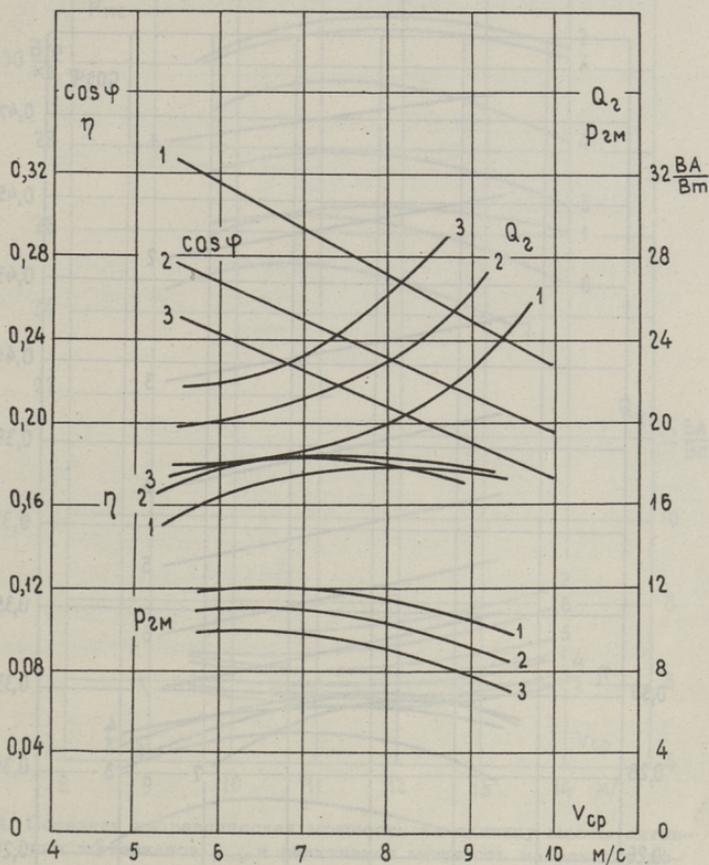


Фиг. 1. Характеристика насосов для жидкого Na при температуре  $700^{\circ}\text{C}$ . Производительность  $Q_T = 30 \text{ м}^3/\text{час}$ , давление  $p'_H = 2 \text{ атм}$ .

У насосов с большей мощностью картина несколько изменяется. Во-первых, можно заметить, что у всех кривых максимумы и минимумы выражены менее остро (см. фиг. 3 и 4). По-прежнему при увеличении числа пар полюсов максимальные значения к.п.д. увеличиваются и наибольший к.п.д. для насоса с  $Q_T = 500 \text{ м}^3/\text{час}$  и  $p = 2 \text{ атм}$  имеется у варианта с числом пар полюсов  $p = 6$  при скорости около  $10,8 \text{ м/с}$ .

Также сохраняется характер изменения  $\cos \varphi$  (фиг. 3).

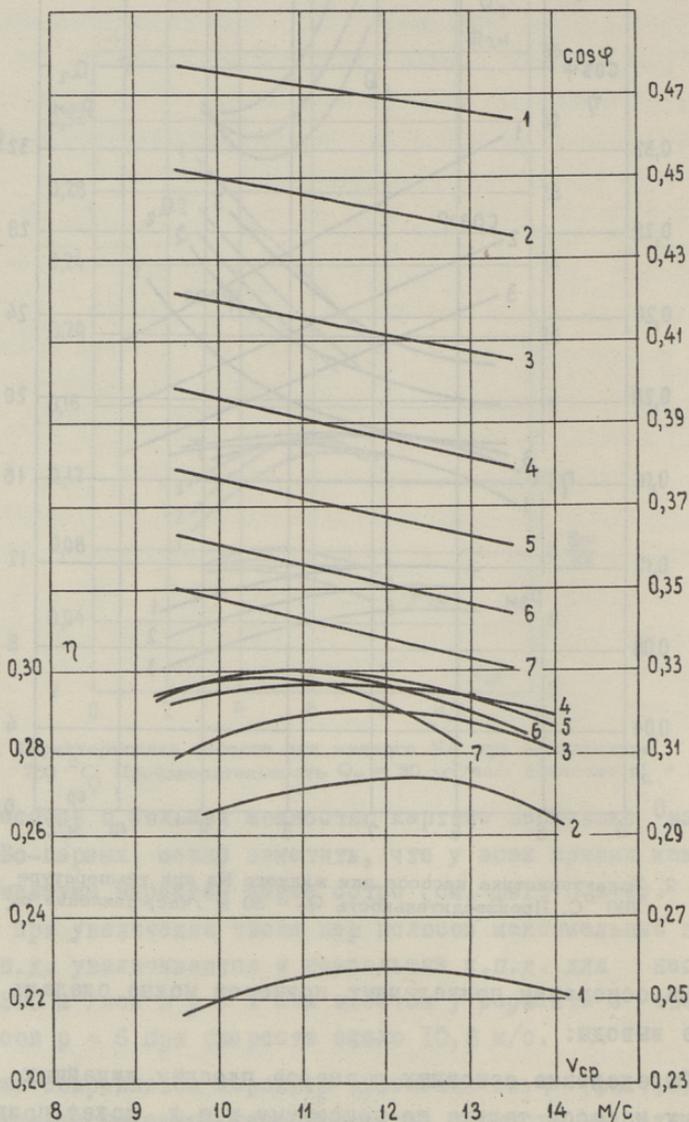
Но кривые полезной гидравлической мощности на единицу массы активных материалов  $p_{2m}$  и потребляемой насосом реактивной мощности на единицу полезной гидравлической мощности  $Q_2$  имеют соответственно максимумы и минимумы как по скорости  $v_{cp}$ , так и по числу пар полюсов  $p$  (фиг. 4). Для представленных вариантов наилучшие результаты по последним двум показателям получаются при числе пар полюсов  $p = 2$  и очень близкие результаты при  $p = 3$  и скорости около  $11,8 \text{ м/с}$ .



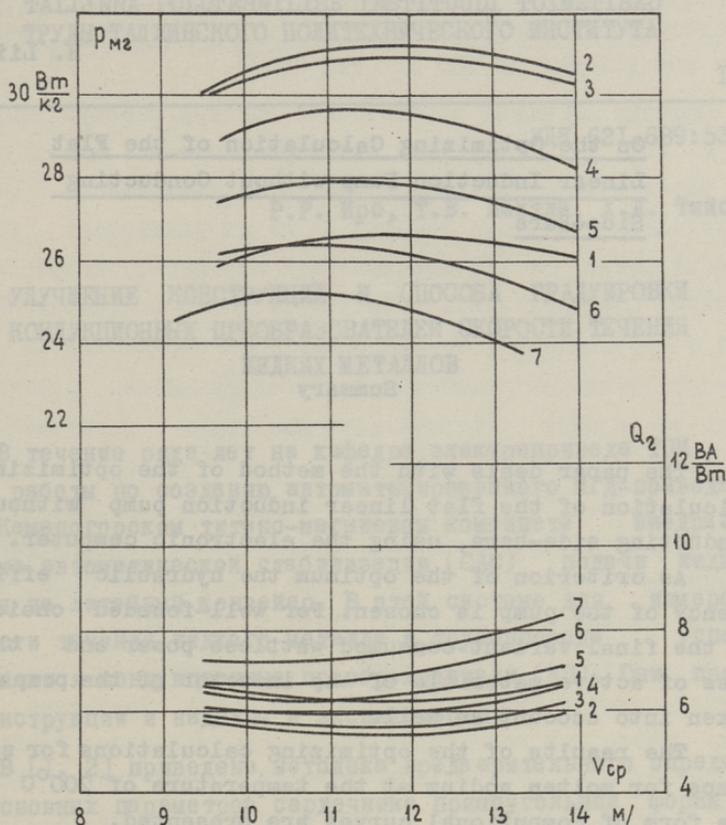
Фиг. 2. Характеристика насосов для жидкого  $Na_3$  при температуре  $700^\circ C$ . Производительность  $Q_T = 50 \text{ м}^3/\text{час}$ , давление  $p'_k = 2 \text{ атм}$ .

На основании приведенных примеров можно сделать следующие выводы:

Определение основных размеров плоских линейных индукционных насосов только по максимуму к.п.д. может привести к нерациональной конструкции насоса по остальным параметрам оптимальности и в связи с тем к чрезмерному увеличению габаритов и потребляемой реактивной мощности насоса. Как из приведенных примеров выясняется, особенно важным окажется учет потребляемой реактивной мощности и массы активных материалов для насосов большой мощности.



Фиг. 3. Гидравлический к.п.д.  $\eta$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  в зависимости от средней скорости течения металла насосов для жидкого Na при температуре  $700^{\circ}\text{C}$ . Производительность насосов  $Q_T = 500 \text{ м}^3/\text{час}$ , давление  $p'_H = 2 \text{ атм}$ .



Фиг. 4. Полезная гидравлическая мощность на единицу массы активных материалов  $P_{mg}$  и реактивная мощность на единицу полезной гидравлической мощности  $Q_2$  в зависимости от средней скорости течения металла насосов для жидкого Na при температуре  $700^\circ\text{C}$ . Производительность насосов  $Q_T = 500 \text{ м}^3/\text{час}$ , давление  $p'_n = 2 \text{ атм}$ .

### Л и т е р а т у р а

1. Х.И. Я н е с, Х.А. Т а м м е м я г и, А.В. К о н т. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 197, 1962.
2. А.В. К о н т, Х.И. Я н е с. Техническая электромагнитная гидродинамика. М., "Металлургия", 1967.
3. Р.В. Х е м м и н г. Численные методы. М., "Наука", 1968.
4. Х.А. Л и й н, М.Х. М е р е. "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 249, 1967.

On the Optimizing Calculation of the Flat  
Linear Induction Pump without Conducting  
Side-Bars

Summary

The paper deals with the method of the optimizing calculation of the flat linear induction pump without conducting side-bars, using the electronic computer.

As criterion of the optimum the hydraulic efficiency of the pump is chosen. For well-founded choice of the final variant consumed wattless power and the mass of active materials of the inductor of the pump are taken into account as well.

The results of the optimizing calculations for some pumps for molten sodium at the temperature of  $700^{\circ}\text{C}$  in the form of computational curves are presented.

УДК 621.689:538.4

Р.Р. Ирс, Т.В. Лехтла, Х.А. Тийсмус

УЛУЧШЕНИЕ КОНСТРУКЦИИ И СПОСОБА ГРАДУИРОВКИ  
КОНДУКЦИОННЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ СКОРОСТИ ТЕЧЕНИЯ  
ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

В течение ряда лет на кафедре электропривода ТПИ ведутся работы по созданию автоматизированного МГД-привода. На Усть-Каменогорском титано-магниевом комбинате внедряется система автоматической стабилизации (САС) подачи жидкого магния на литейный конвейер. В этой системе для измерения скорости течения жидкого металла в трубопроводе успешно применяются кондукционные преобразователи (КП). Они просты по конструкции и надежны в эксплуатации.

В [1, 2] приведена методика предварительного определения основных параметров сердечника прямоугольной формы КП, а также методика контрольного расчета его магнитной цепи. Показано, что общий коэффициент рассеяния для сердечников прямоугольной формы (если ширина полюсного наконечника приблизительно равна величине немагнитного зазора) находится в пределах  $K_p = 10 \div 20$ , причем меньшая величина относится к зазорам порядка 15 мм, а большая — к зазорам порядка 60 — 70 мм. С увеличением немагнитного зазора свыше 70 мм коэффициент рассеяния может превысить значение 20; это влечет за собой увеличение мощности, потребляемой обмоткой, а также увеличение габаритов и веса КП. С увеличением мощности значительно усложняются и проблемы стабилизации тока для питания обмоток КП.

Наиболее эффективные стабилизаторы тока собираются на базе мощных транзисторов. Допустимая мощность потерь на

транзисторе обычно равна 50 Вт, а для некоторых транзисторов она доходит до 100 Вт (тип П208).

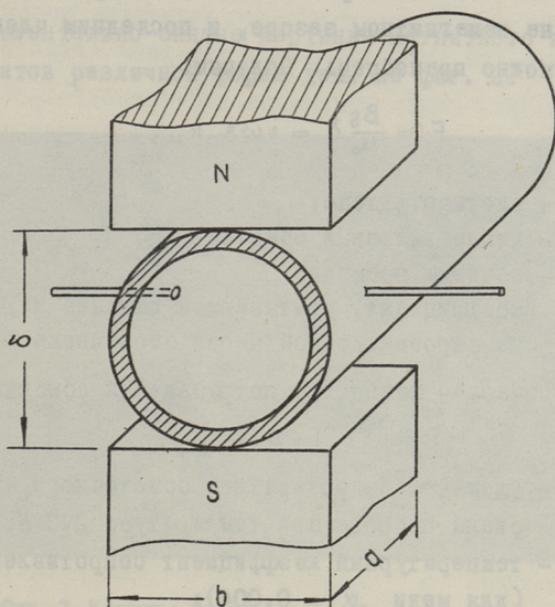
Обмотка КП имеет относительно высокую рабочую температуру (+ 200 °С). Вследствие этого потребляемая мощность датчика увеличивается при нагревании приблизительно в 1,5 раза. При холодном состоянии обмотки КП на стабилизаторе потери мощности равны  $\approx 1/3$  максимальной мощности, потребляемой обмоткой. Следовательно, если учесть также колебания напряжения в сети питания, то без применения параллельного или последовательного соединения транзисторов можно стабилизировать ток в цепи электромагнита мощностью приблизительно 150 Вт. По предварительным расчетам электромагнит КП с сердечником прямоугольной формы с немагнитным зазором, например, 0,1 м потребляет мощность приблизительно 2,0 – 2,3 кВт. Реализация стабилизатора тока такой мощности на базе транзисторов является чрезвычайно сложной задачей.

Тиристорные стабилизаторы тока с широтно-импульсной модуляцией можно построить практически любой требуемой мощности. Однако при коммутации тиристоров пульсация тока в обмотке вызывает значительную пульсацию магнитного потока в немагнитном зазоре, что в свою очередь приводит к наведению значительной э.д.с. помех на контактах КП.

Оптимизация геометрических размеров сердечника прямоугольной формы может уменьшить коэффициент рассеяния и таким образом уменьшить электрическую мощность, потребляемую обмоткой. Но эффект уменьшения мощности, достигаемый таким путем, незначительный. При этом габариты и вес могут не только не уменьшиться, но даже и увеличиться.

В настоящей статье рассматриваются электромагниты КП, предназначенные для измерения расхода в круглых сечениях (трубах), т.е. электромагниты с квадратичным немагнитным зазором ( $b = \delta$ ). Ширина сердечника вдоль течения металла  $a$  выбирается, исходя из магнитогидродинамических эффектов (искажение магнитного поля в быстротекущих электропроводящих средах). По данным, приведенным в литературе [3],  $a = (0,5$

-1,0)  $\delta$ . Таким образом, размеры немагнитного зазора полностью определены диаметром трубопровода (фиг. 1).



Фиг. 1. Полюсные наконечники КП.

Магнитная индукция выбирается, исходя из требуемой точности регулирования САС (магнитная индукция в немагнитном зазоре квадратичной формы не превышает значения 0,3 - 0,4 Т).

Индукция в немагнитном зазоре связана с м.д.с. обмотки следующей формулой (закон полного тока):

$$F = H_{\delta} \cdot \delta + \sum H_{ji} L_{ji}, \quad (I)$$

- где
- $F$  - м.д.с. обмотки;
  - $H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0}$  - напряженность магнитного поля в немагнитном зазоре;
  - $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  - магнитная проницаемость вакуума;
  - $\delta$  - длина немагнитного зазора;
  - $H_{ji}$  - напряженность магнитного поля  $i$ -го участка сердечника;
  - $L_{ji}$  - длина  $i$ -го участка сердечника.

В ненасыщенном сердечнике падение м.д.с. на ферромагнитных участках магнитопровода мало, по сравнению с падением м.д.с. на немагнитном зазоре, и последним членом в выражении (1) можно пренебречь. Получим:

$$F = \frac{B\delta}{\mu_0} \delta = i\omega s_n \kappa_\mu, \quad (2)$$

где  $i$  - плотность тока;  
 $\omega$  - число витков в обмотке;  
 $s_n$  - сечение провода;  
 $\kappa_\mu$  - коэффициент, учитывающий падение м.д.с. на ферромагнитной части сердечника.

Электрическая мощность, потребляемая обмоткой, равна:

$$P = iF\rho(1 + \Delta T\alpha) l_{cp}, \quad (3)$$

где  $\rho$  - удельное сопротивление обмоточного материала провода при температуре 293 К;  
 $\alpha$  - температурный коэффициент сопротивления (для меди  $\alpha = 0,004$ );  
 $l_{cp}$  - средняя длина одного витка обмотки;

Масса меди

$$\Delta T = T - 293.$$

$$G_M = l_{cp} \omega s_n \gamma_M, \quad (4)$$

где  $s_n$  - сечение обмоточного провода;  
 $\gamma_M$  - плотность меди.

Учитывая выражения (2), (3) и (4), можем сделать следующие выводы:

1. М.д.с. обмотки не зависит (если сердечник не насыщен) от конструктивных параметров сердечника и полностью определяется немагнитным зазором.

2. Для обеспечения ненасыщенности сердечника по всей его длине надо изготовить сердечник с переменным сечением, учитывая потоки рассеяния. Большему коэффициенту рассеяния соответствует большая неравномерность сечения сердечника, а также большие размеры и масса сердечника.

3. Единственным конструктивным параметром (при  $F = \text{const}$ ) в выражениях мощности (2) и массы меди (3) является средняя

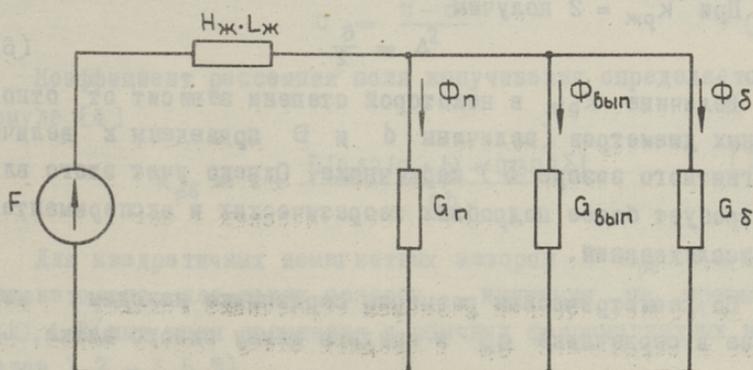
длина одного витка  $l_{\text{ср}}$ . С увеличением  $l_{\text{ср}}$  пропорционально увеличивается мощность и масса меди.

Экспериментально снятые картинки магнитного поля около электромагнитов различной формы даны на фиг. 2.



Фиг. 2. Картинки магнитных полей тороидального и прямоугольного сердечников КП.

Магнитную цепь тороидального сердечника можно представить следующей схемой замещения (фиг. 3).



Фиг. 3. Схема замещения магнитной цепи КП.

На фиг. 3.  $G_n$ ,  $G_{\text{вып}}$  и  $G_{\delta}$  обозначают соответственно магнитные проводимости: поля боковых граней полюсных наколенников, поля выпучивания и немагнитного зазора.  $\Phi_n$ ,  $\Phi_{\text{вып}}$  и  $\Phi_{\delta}$  обозначают соответствующие магнитные потоки,  $H_{ж}L_{ж}$  — падение м.д.с. на ферромагнитных участках магнитной цепи.

Аналогичная схема замещения для прямоугольного сердечника, но с указанием большего количества элементов, предложена В.В. Лойгомом. Обе схемы замещения дают лишь приближительные результаты, поскольку сама магнитная цепь имеет распределительные параметры, а в схеме замещения используются сосредоточенные параметры.

Экспериментально установлено, что в ферромагнитной (подобмоточной) части тороидального сердечника коэффициент рассеяния равен  $k_{рж} \approx 2$ , т.е. во избежание насыщения сечение А-А необходимо изготавливать приблизительно в 2 раза больше, чем сечение В-В.

Для сердечника тороидальной формы, показанной на фиг. 4, сдвиг центров  $\Delta$  (эксцентриситет) окружностей  $D$  и  $d$  определяется выражением:

$$\Delta = \delta \frac{k_{рж} - 1}{2}, \quad (5)$$

где  $k_{рж}$  — коэффициент рассеяния ферромагнитной части сердечника, т.е. отношение магнитных потоков в сечениях А-А и В-В.

При  $k_{рж} = 2$  получим

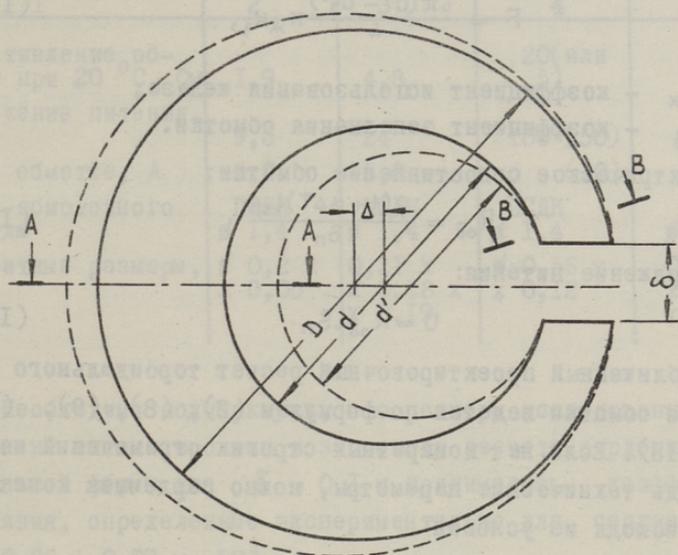
$$\Delta = \frac{\delta}{2}. \quad (6)$$

Величина  $k_{рж}$  в некоторой степени зависит от относительных диаметров (величины  $d$  и  $D$  приведены к величине немагнитного зазора  $\delta$ ) сердечника. Однако учет этого влияния требует более подробных теоретических и экспериментальных исследований.

По геометрическим размерам сердечника находим массу железа в сердечнике  $G_{ж}$  и среднюю длину одного витка  $l_{ср}$

$$G_{ж} = \left\{ \pi a [d(\Delta + \delta) + (\Delta + \delta)^2 - a\delta^2] \right\} \gamma_{ж}, \quad (7)$$

где  $\gamma_{ж}$  — плотность железа;



Фиг. 4. Эскиз тороидального сердечника КП.

$$l_{cp} = 7,2 \left( \frac{2\Delta}{\delta} + 1 \right) (\delta + d) \left( 1 + \frac{d}{D} \right) \kappa_{об}, \quad (8)$$

где  $\kappa_{об}$  выбирается из условия эксцентриситетности обмотки  $\kappa_{об} = 0,75 \div 0,85$  (большие значения  $\kappa_{об}$  соответствуют большей эксцентриситетности, т.е. обмотка размещена в задней части сердечника), а постоянная

$$c = \frac{d - d_1}{2}. \quad (9)$$

Коэффициент рассеяния поля выпучивания определяется по формуле [4]

$$\kappa_{p\delta} = 1 + \frac{\delta [0,52(a+b) + 0,308\delta]}{ab}. \quad (10)$$

Для квадратных немагнитных зазоров  $\kappa_{p\delta} = 3 \div 4$ . Следовательно, для таких зазоров индукция не превышает 0,3–0,4 Т (индукция насыщения у обычных ферромагнитных материалов 1,2 – 1,5 Т).

Намагничивающая сила связана с геометрическими размерами обмотки и сердечника следующим выражением:

$$F = \frac{i\pi(d^2 - d_1^2)}{4} k_{ж} k_3, \quad (II)$$

где  $k_{ж}$  - коэффициент использования железа;  
 $k_3$  - коэффициент заполнения обмотки.

Электрическое сопротивление обмотки:

$$R_{об} = \frac{\rho(1 + \alpha \Delta T) l_{ср}}{S_n}. \quad (I2)$$

Напряжение питания:

$$U = R_{об} i S_n. \quad (I3)$$

Приближенный проектировочный расчет тороидального сердечника и обмотки ведется по формулам (2), (8), (9), (II), (I2) и (I3). Если нет конкретных строгих ограничений на какие-нибудь технические параметры, можно сердечник конструировать, исходя из условия

$$d = 3\delta, \quad (I4)$$

которое дает достаточно хорошие результаты.

Для сравнения в таблице I приведены параметры исследованных электромагнитов, имеющих сердечник прямоугольной и тороидальной формы.

Т а б л и ц а I

Технические данные	Немагнитный зазор 0,025 м		Немагнитный зазор 0,1 м	
	Тороидальный	Прямоугольный	Тороидальный	Прямоугольный (рассчитанный по 2)
1	2	3	4	5
Индукция в немагнитном зазоре, Т	0,25	0,25	0,2	0,2
Потребляемая электромагнитная мощность при 20 °С, Вт	48	120	500	1750
Масса железа, кг	2,5	4,6	60	240
Масса меди, кг	2,4	6,5	22	80
Общая масса, кг	5,0	11,2	88	320

1	2	3	4	5
Сопротивление обмотки при 20 °С, Ом	1,9	4,8	20(или 5)	70(или 17,5)
Напряжение питания, В	9,6	24	100 (50)	350 (150)
Ток в обмотке, А	5,0	5,0	5 (10)	5 (10)
Марка обмоточного провода	ПСДК ∅ 1,4	ПСДК ∅ 1,4	ПСДК ∅ 1,4	ПСДК ∅ 1,4
Габаритные размеры, м	∅ 0,2 x x 0,05	0,21 x x 0,18 x x 0,19	∅ 0,56 x x 0,12	0,9 x x 0,67 x x 0,2

Необходимо подчеркнуть, что размеры исследованных тороидов не оптимизированы и за основу расчета сердечника прямоугольной формы для  $\delta = 0,1$  м принимались коэффициенты рассеяния, определенные экспериментально для сердечников с  $\delta = 0,06 \div 0,07$  м [2].

**Выводы.** Для получения одной и той же величины индукции в немагнитном зазоре электромагниты тороидальной формы имеют общий вес в 2 — 4 раза и потребляемую мощность электромагнитом в 2,5 — 3,5 раза меньше (в пределах немагнитного зазора 0,025 — 0,1 м), чем электромагниты с сердечником прямоугольной формы.

Таким образом, при применении тороидальных сердечников существенно уменьшаются габариты и вес КП, упрощается схема и уменьшается стоимость стабилизатора тока, питающего электромагнит.

Способ градуировки кондукционных преобразователей скорости течения жидких металлов. Применять КП для измерения скорости течения жидких металлов без эффективного способа их градуировки невозможно.

Известно, что определение постоянной кондукционного преобразователя связано с измерением скорости течения жидкого металла в трубопроводе между магнитными полюсами КП. Для измерения скорости течения металла применяются два способа — способы объемной и сравнительной градуировки. При

объемной градуировке измеряется объем жидкого металла, протекающего с постоянной скоростью в течение заданного времени через преобразователь. Для объемной градуировки необходимы либо специальные устройства и уровнемеры в металлотрактах, либо специальные лабораторные стенды. Процесс объемной градуировки трудоемкий и связан со значительными затратами времени. Проведение частых контрольных градуировок, которые необходимы из-за значительного изменения в течение времени параметров трубопровода в зоне преобразователя, невозможно.

При способе сравнения в трубопроводе последовательно с кондукционным преобразователем используется прибор, постоянная которого известна. В качестве измерительных приборов используются обычно устройства с дифманометрами. Сужающие устройства сами требуют градуировки и применимы обычно в лабораторных условиях для измерения скорости течения чистых и неагрессивных металлов.

Во многих случаях, а именно в замкнутых и малообъемных металлотрактах и в теплообменниках, для измерения агрессивных и взрывоопасных в жидком состоянии металлов и т.д., из-за вышеуказанных недостатков известных способов градуировки КП применять нельзя.

Ниже предлагается способ градуировки КП без непосредственного определения скорости течения жидкого металла. Способ применим в тех случаях, когда трубопровод в зоне измерения КП возможно изготовлять из токонепроводящего материала (например, из керамики при высоких температурах, из фторопласта при температуре до  $250^{\circ}\text{C}$  и т.п.). Сущность предлагаемого способа градуировки состоит в том, что величина наводимой между контактами КП э.д.с. не зависит от того, движется ли жидкий металл в неподвижном относительно трубопровода магнитном поле, движется ли магнитное поле относительно неподвижного металла или же металл и магнитное поле движутся относительно неподвижного металла или же металл и магнитное поле движутся относительно неподвижных контактов.

Поэтому, приводя магнит КП в движение с известной относительно неподвижных контактов и трубопровода скоростью и обеспечивая параллельность движения к оси трубопровода, получим в момент, когда магнит находится в положении, соответствующем стационарному положению, в жидком металле э.д.с., величина которой пропорциональна:

а) скорости движения магнита относительно неподвижного металла, т.е.

$$e = \frac{1}{K} v_{\text{маг}}, \quad (15)$$

где  $K$  - постоянная датчика;

$v_{\text{маг}}$  - скорость движения магнита;

б) сумме скоростей металла и магнита при их встречном движении, т.е.

$$e_1 = \frac{1}{K} (v_{\text{мет}} + v_{\text{маг}}), \quad (16)$$

где  $v_{\text{мет}}$  - скорость течения металла в трубопроводе;

в) разности скоростей металла и магнита при совпадении направлений их движения, т.е.

$$e_2 = \frac{1}{K} (v_{\text{мет}} - v_{\text{маг}}). \quad (17)$$

Следует обратить внимание на то, что измерения в пунктах "б" и "в" проводились при постоянной скорости течения жидкого металла в трубопроводе. При движении магнита наводится э.д.с. также в неподвижных контактах преобразователя. Величина этой э.д.с. зависит от скорости перемещения магнита преобразователя, от величины потока магнита, от конструкции контактов и, следовательно, является постоянной. Поэтому, при проведении опытов "а", "б" и "в" на контактах преобразователя измеряются э.д.с., которые являются соответственно суммой:

$$e' = e + e_k,$$

$$e'_1 = e_1 + e_k,$$

$$e'_2 = e_2 + e_k,$$

где  $e_k$  - э.д.с., наводимая в контактах и контактных выводах датчика.

Амплитудные значения  $e'$ ,  $e'_1$  и  $e'_2$  фиксируются либо при помощи осциллографа с послесвечением, либо при помощи специального милливольтметра.

Вычитая из величины э.д.с., измеряемой при встречном движении металла и магнита, величину э.д.с., измеренную при совпадении направлений их движения, получим величину э.д.с., соответствующую двукратной скорости движения магнита, т.е.

$$e_1 - e_2 = 2 \frac{1}{k} v_{\text{маг}},$$

откуда

$$k = \frac{2v_{\text{маг}}}{e_1 - e_2}. \quad (18)$$

В измерительном режиме магнит КП неподвижен и фиксирован в том положении относительно контактов и трубопровода, в котором проводились во время градуировки измерения максимальной э.д.с. преобразователя.

#### Л и т е р а т у р а

1. В.В. Л о й г о м. Методика контрольного расчета магнитной цепи электромагнитного кондукционного датчика скорости для жидких металлов. — "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 301, 1970.
2. В.В. Л о й г о м. Предварительное определение основных параметров электромагнитного кондукционного датчика скорости для жидких металлов. — "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 301, 1970.
3. Б.Б. Б о л ь ш а к о в, А.М. К о р с у н о в с к и й. Об оптимальной протяженности полюсов магнитной системы электромагнитных расходомеров. — "Магнитная гидродинамика", № 1, 1968, с. 141-146.
4. В.В. Л о й г о м, Х.А. С а к к о с. К расчету магнитных проводимостей воздушных зазоров. — "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 264, 1968.

The Improvement of the Construction and Graduating  
Method of the Liquid Metal Conduction Velocity  
Transformer

Summary

The calculation formulae for the toroidal type d.c. electromagnet of the conduction velocity transformer are given in this paper.

The comparison of the toroidal and right-angled types of electromagnets indicates the advantages of the toroidal type with respect to the right-angled.

The main essence of the graduating method of the conduction velocity transformer is the following: the d.c. magnet relative motion with respect to motionless contacts by the velocity  $V_{\text{Mar}}$  induced an e.m.f.  $e_2$  if the magnet moves towards the metal flow, and  $e_1$ , if it moves to the other direction. The transformer constant

$$K = \frac{2 V_{\text{Mar}}}{e_1 - e_2} .$$



УДК 621.318.38

Я.К. Лоотус, В.Н. Пэрк, Х.А. Тийсмус

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ИНДУКТОРА  
В НЕСИММЕТРИЧНЫХ РАБОЧИХ РЕЖИМАХ

Разработка описанной в [1] системы автоматического управления МГД-приводом сопровождается контрольным тепловым расчетом индуктора МГД-двигателя. Для правильного использования его в несимметричных режимах целесообразно требовать, чтобы установившаяся температура индуктора была равна значению, допустимому для её изоляции. Поэтому за счет недогрузки одной фазы следует увеличить нагрузку других. Граничным случаем несимметричной нагрузки является однофазное питание: нагруженной катушке следуют две ненагруженные. Тепловая нагрузка всех других вариантов находится между случаями однофазного и трехфазного питания.

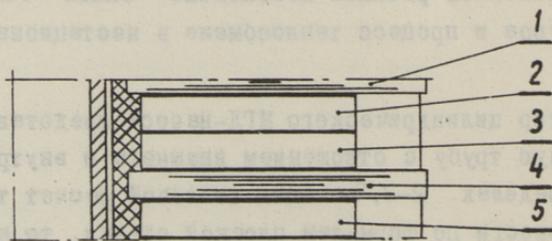
Во многих случаях работа прекращается раньше, чем будет достигнута установившаяся температура. Для определения допустимой перегрузки индуктора в несимметричных и повторно-кратковременном режимах необходимо знать температурное поле индуктора и процесс теплообмена в нестационарном режиме.

Индуктор цилиндрического МГД-насоса представляет собой толстостенную трубу с отношением внешнего и внутреннего диаметров в пределах 2-2,5. Если тепловой расчет такого индуктора провести по формулам плоской стенки, то пренебрежение влиянием кривизны вызывает ошибку порядка 5 %, что является вполне допустимой. С целью упрощения расчетов в работе принят еще ряд допущений, среди которых следует отметить следующие:

1. Температура канала по длине индуктора постоянна.
2. Теплоотдача через торцы отсутствует.
3. Не учитываются тепловое сопротивление стенки канала и тепловое сопротивление от жидкого металла к внутренней стенке канала.
4. Не учитывается неодинаковость температуры экранирующей трубы над катушкой и над зубцами, так как тепловые потоки от жидкого металла к катушке и к зубцам отличаются приблизительно на 0,4 %.
5. Количество выделяющегося на наружной поверхности обмотки тепла полностью передается охлаждающему воздуху.
6. Не учитывается тепловое сопротивление стенок, они учитываются как дополнительная поверхность теплообмена зубцов с охлаждающим воздухом.
7. Не учитывается тепловое сопротивление зубцов в аксиальном направлении ввиду их малой толщины по сравнению с шириной.
8. Не учитываются потери в стали.

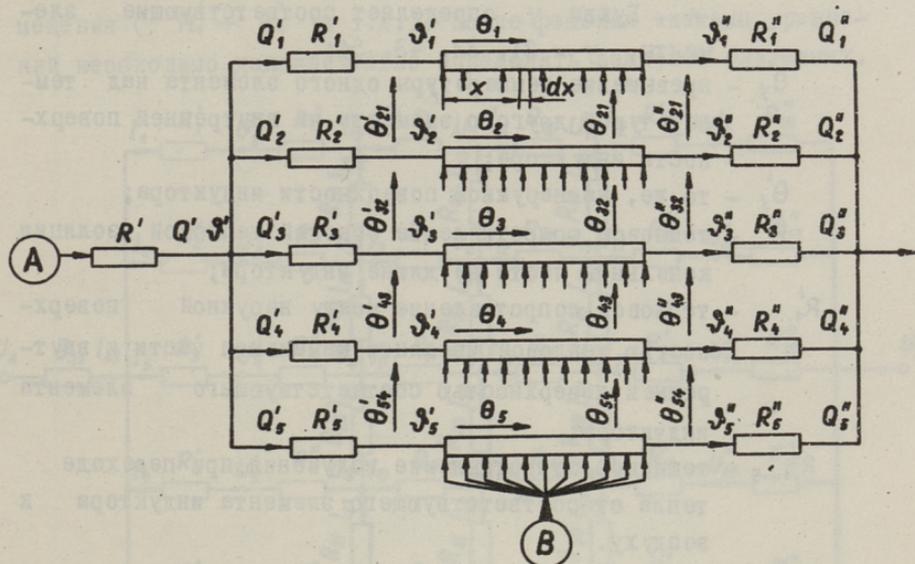
В случае однофазного питания необходимо исследовать часть индуктора, представленную на фиг. 1, где цифрам соответствуют следующие элементы индуктора:

- 1 - половина зубца, находящегося между двумя ненагруженными катушками,
- 2, 3 - половины ненагруженной катушки,
- 4 - зубец рядом с нагруженной катушкой,
- 5 - половина нагруженной катушки.



Фиг. 1.

Тепловая схема замещения, соответствующая этой части индуктора, показана на фиг. 2. На этой фигуре использованы



Фиг. 2.

следующие обозначения:

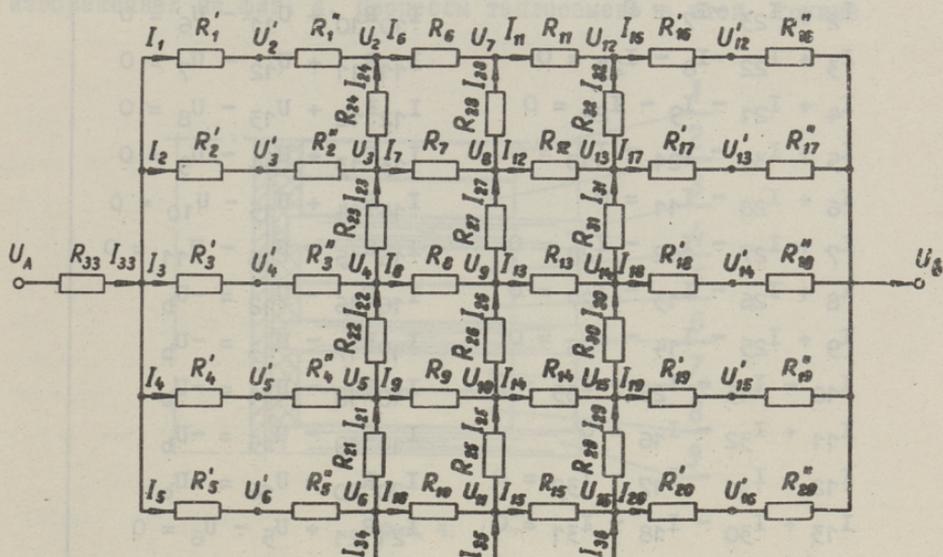
- A - жидкий металл;
- B - обмотка;
- $Q'_i$  - тепловой поток от жидкого металла к индуктору;
- $Q'_{1...5}$  - тепловой поток от жидкого металла к соответствующим элементам индуктора (согл. фиг. I);
- $Q''_{1...5}$  - тепловой поток от соответствующих элементов индуктора к воздуху;
- $z''_i$  - температура на наружной поверхности тепловой изоляции;
- $z'_{1...5}$  - температура на внутренней поверхности соответствующих элементов индуктора;
- $z''_{1...5}$  - температура на наружной поверхности соответствующих элементов индуктора;
- $z''_6$  - температура охлаждающей среды;
- $\theta_{1...5}$  - превышение температуры внутренней поверхности соответствующих элементов индуктора над температурой в тех же элементах на глубине  $x$ ;

- $\Theta_y$  - превышение температуры в одном элементе индуктора над температурой в другом элементе на глубине  $x$ . Буква  $y$  определяет соответствующие элементы,  $y = 21, 32, 43, 54$ ;
- $\Theta'_y$  - превышение температуры одного элемента над температурой другого элемента на внутренней поверхности индуктора;
- $\Theta''_y$  - то же, на наружной поверхности индуктора;
- $R'$  - тепловое сопротивление боковой тепловой изоляции канальной части на длине индуктора;
- $R'_{1...5}$  - тепловое сопротивление между наружной поверхностью тепловой изоляции канальной части и внутренней поверхностью соответствующего элемента индуктора;
- $R''_{1...5}$  - тепловое сопротивление излучения при переходе тепла от соответствующего элемента индуктора к воздуху.

Процессы теплообмена между всеми параллельными ветвями описывает система дифференциальных уравнений высшего порядка и расчет индуктора по такой схеме замещения становится весьма сложным. В настоящей работе задача решается методом электротепловой аналогии [2], согласно которому действительные тепловые сопротивления между обмоткой и зубцом, а также сопротивления обмотки и зубца в радиальном направлении заменяются рядом сопротивлений, равномерно распределенных по глубине паза. Точность такой модели зависит от количества сопротивлений, но, с другой стороны, увеличение их количества увеличивает количество неизвестных, а следовательно, и количество уравнений. Полученная система алгебраических уравнений весьма проста, однако, решается на ЭЦВМ. Такой метод позволяет рассчитать температурное поле любой несимметричной нагрузки.

Упрощенная тепловая схема замещения для однофазного питания показана на фиг. 3. Для наглядности температуры обозначены как напряжения, тепловые потоки - как токи. Тепловое сопротивление между обмоткой и зубцом разделено на три части. Процессы теплообмена по этой схеме замещения описы-

вает система из 49 линейных алгебраических уравнений. С целью уменьшения количества уравнений и исходных величин, целесообразно объединить сопротивления на концах схемы замещения ( $R'_1 + R''_1$  и т.д.). После решения системы уравнений необходимо дополнительно определить величины слагаемых.



Фиг. 3.

Потери в меди введены в схему замещения в качестве токов  $I_{34}$ ,  $I_{35}$  и  $I_{36}$ . Согласно схеме замещения на фиг. 3 получим систему уравнений (I).

Для элементов упрощенной тепловой схемы замещения применяются следующие единицы измерения:

- токи - Вт,
- напряжения - К,
- сопротивления - К/Вт.

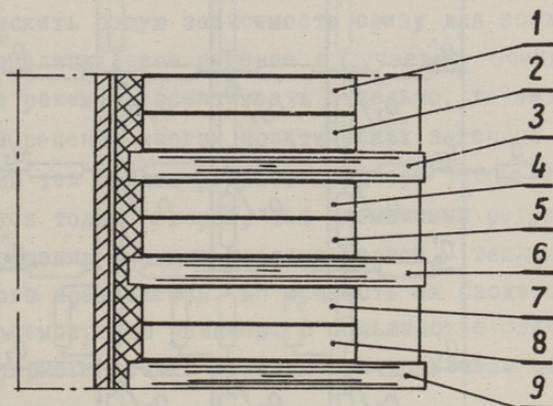
В отличие от полной схемы замещения при трехфазном симметричном питании, где все элементы рассчитаны для всего индуктора, в упрощенной схеме замещения значения элементов действительны только для исследуемой группы катушек и зубцов. Чтобы получить сопротивления для всего индуктора, не-

$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 - I_{33} = 0$	
$I_1 + I_{24} - I_6 = 0$	$I_9 R_9 + U_{10} - U_5 = 0$
$I_2 + I_{23} - I_7 = 0$	$I_{10} R_{10} + U_{11} - U_6 = 0$
$I_3 + I_{22} - I_8 - I_{23} = 0$	$I_{11} R_{11} + U_{12} - U_7 = 0$
$I_4 + I_{21} - I_9 - I_{22} = 0$	$I_{12} R_{12} + U_{13} - U_8 = 0$
$I_5 + I_{34} - I_{21} - I_{10} = 0$	$I_{13} R_{13} + U_{14} - U_9 = 0$
$I_6 + I_{28} - I_{11} = 0$	$I_{14} R_{14} + U_{15} - U_{10} = 0$
$I_7 + I_{27} - I_{12} - I_{28} = 0$	$I_{15} R_{15} + U_{16} - U_{11} = 0$
$I_8 + I_{26} - I_{13} - I_{27} = 0$	$I_{16} R_{16} - U_{12} = -U_b$
$I_9 + I_{25} - I_{14} - I_{26} = 0$	$I_{17} R_{17} - U_{13} = -U_b$
$I_{10} - I_{15} - I_{25} + I_{35} = 0$	$I_{18} R_{18} - U_{14} = -U_b$
$I_{11} + I_{32} - I_{16} = 0$	$I_{19} R_{19} - U_{15} = -U_b$
$I_{12} + I_{31} - I_{17} - I_{32} = 0$	$I_{20} R_{20} - U_{16} = -U_b$
$I_{13} + I_{30} - I_{18} - I_{31} = 0$	$I_{21} R_{21} + U_5 - U_6 = 0$
$I_{14} + I_{29} - I_{19} - I_{20} = 0$	$I_{22} R_{22} + U_4 - U_5 = 0$
$I_{15} + I_{36} - I_{20} - I_{29} = 0$	$I_{23} R_{23} + U_3 - U_4 = 0$
$I_{33} R_{33} - U_A + U_1 = 0$	$I_{24} R_{24} + U_2 - U_3 = 0$
$I_1 R_1 + U_2 - U_1 = 0$	$I_{25} R_{25} + U_{10} - U_{11} = 0$
$I_2 R_2 + U_3 - U_1 = 0$	$I_{26} R_{26} + U_9 - U_{10} = 0$
$I_3 R_3 + U_4 - U_1 = 0$	$I_{27} R_{27} + U_{18} - U_9 = 0$
$I_4 R_4 + U_5 - U_1 = 0$	$I_{28} R_{28} + U_7 - U_8 = 0$
$I_5 R_5 + U_6 - U_1 = 0$	$I_{29} R_{29} + U_{15} - U_{16} = 0$
$I_6 R_6 + U_7 - U_2 = 0$	$I_{30} R_{30} + U_{14} - U_{15} = 0$
$I_7 R_7 + U_8 - U_3 = 0$	$I_{31} R_{31} + U_{13} - U_{14} = 0$
$I_8 R_8 + U_9 - U_4 = 0$	$I_{32} R_{32} + U_{12} - U_{13} = 0$

I

обходимо умножить величины, найденные для полной схемы замещения, на соответствующие поправочные коэффициенты.

В самом общем случае несимметрии все фазы находятся под напряжением и исследованию подлежит часть индуктора, изображенная на фиг. 4. Процессы теплообмена в этой группе



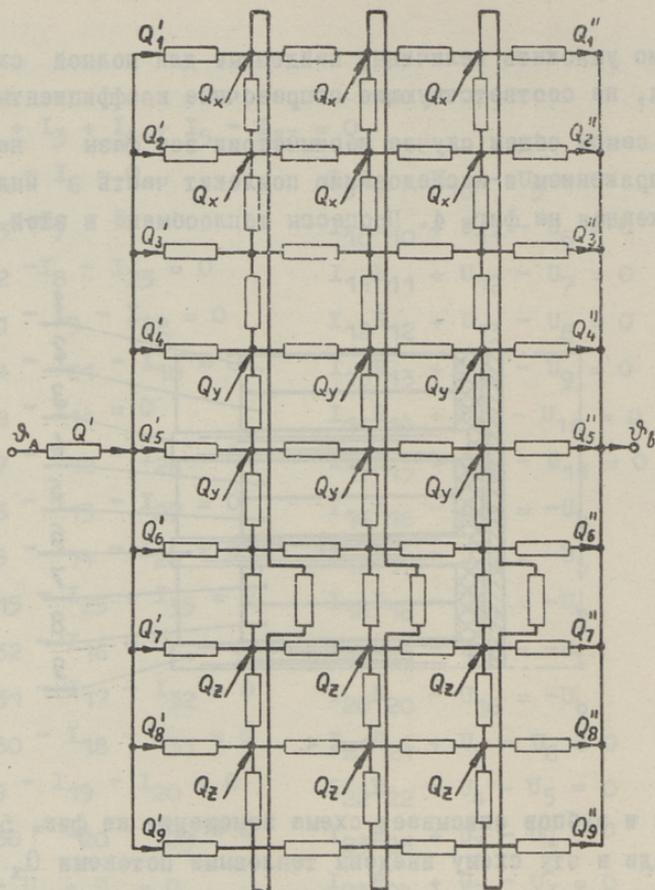
Фиг. 4.

обмоток и зубцов описывает схема замещения на фиг. 5. Потери в меди в эту схему введены тепловыми потоками  $Q_x$ ,  $Q_y$ ,  $Q_z$ . Если существенную роль играют и потери в стали, то они могут быть учтены введением дополнительных тепловых потоков в ветви 3, 6 и 9.

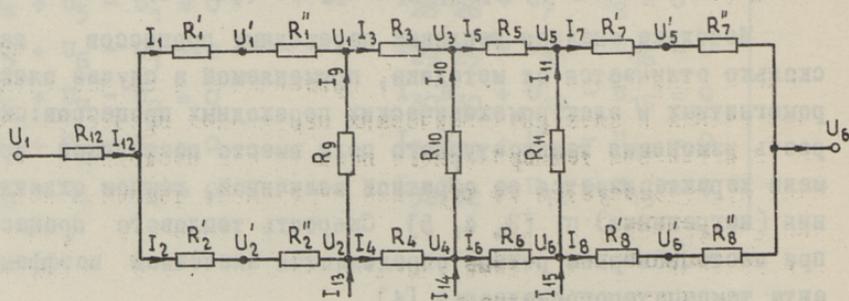
Весьма простой оказывается составленная описанным методом модель для симметричной нагрузки (фиг. 6).

Методика анализа тепловых переходных процессов несколько отличается от методики, применяемой в случае электромагнитных и электромеханических переходных процессов: скорость изменения температурного поля вместо постоянной времени характеризуется ее обратной величиной, темпом охлаждения (нагревания)  $m$  [3, 4, 5]. Скорость теплового процесса при нестационарном режиме определяется значением коэффициента температуропроводности [4]

$$a = \frac{\lambda}{c\gamma}, \quad (2)$$



Фиг. 5.



Фиг. 6.

где  $c\gamma$  - объемная теплоемкость.

Любой процесс нагревания и охлаждения тела можно разделить на три режима [4]:

- а) режим неупорядоченного процесса,
- б) режим упорядоченного процесса,
- в) стационарный режим - тепловое равновесие.

Если искать общую зависимость сразу для всех трех режимов, то аналитическое решение получается очень сложным. Если же все режимы рассматривать отдельно, то задача упрощается. При решении многих практических задач по охлаждению и нагреванию тел первым режимом процесса можно пренебречь [4]. Остается только второй, так называемый регулярный режим. По упрощению расчета нестационарной теплопроводности имеется много предложений, но сущность их сводится к разделному рассмотрению режимов. В большинстве случаев это метод регулярного режима в различной трактовке [4].

С момента наступления регулярного режима температура убывает во времени по экспоненциальному закону [4]

$$\ln \delta = -mt + C, \quad (3)$$

где  $\delta$  - разность между температурой тела и температурой окружающей среды,

$m$  - положительное число, сохраняющее одно и то же значение для любой точки тела; оно характеризует скорость изменения температуры и называется темпом охлаждения,

$t$  - время охлаждения,

$C$  - постоянная интегрирования.

Если применить уравнение к двум произвольным моментам времени  $t_1$  и  $t_2$ , получим

$$m = \frac{\ln \delta' - \ln \delta''}{t_2 - t_1}. \quad (4)$$

В общем случае значение  $m$  определяется уравнением [4]

$$m = \psi F \frac{\alpha}{C_V}, \quad (5)$$

где  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  
 $F$  - поверхность тела, м<sup>2</sup>;  
 $C_V$  - теплоемкость тела, Дж/К;  
 $\psi$  - безразмерный коэффициент, характеризующий неравномерность температурного поля.

Постоянная  $m$  не зависит ни от координат, ни от времени.

Разработанная проф. Кондратьевым теория регулярного режима [3, 5] применима к телам как без внутренних источников тепла, так и с ними. Согласно этой теории темп охлаждения не зависит от мощности и месторасположения внутреннего источника тепла.

Для неоднородного тела

$$m = \psi F \cdot \frac{\alpha}{\sum_{i=1}^k c_i \rho_i v_i}, \quad (6)$$

где  $c_i, \rho_i, v_i$  - соответственно удельная теплоемкость, плотность и объем отдельных частей.

Полная теплоемкость индуктора состоит из следующих составляющих: теплоемкость магнитной цепи, теплоемкость меди обмотки, теплоемкость межвитковой изоляции, теплоемкость изоляции между обмоткой и зубцом.

Коэффициент неравномерности температурного поля обычно дается таблицей функции  $\psi = f(p)$ , где переменная  $p$  выражается формулой

$$p = R \sqrt{\frac{m}{\alpha}}, \quad (7)$$

где  $R$  - внешний радиус цилиндра.

Использование формулы (7) требует следующих упрощений: 1) индуктор считается однородным цилиндром; 2) охлаждение его происходит по внешней цилиндрической поверхности.

Количество тепла, получаемое индуктором от канала, можно рассматривать как внутренний источник тепла в дополнение к потерям в меди.

Как уже показано, индуктор состоит из многих различных материалов, поэтому при расчете необходимо ввести понятие об эквивалентном коэффициенте температуропроводности. Объемная теплоемкость в (2)

$$c\gamma = \frac{C_{\text{инд}}}{V_{\text{инд}}}, \quad (8)$$

где  $V_{\text{инд}}$  - объем индуктора.

Тепловой расчет цилиндрических индукторов показывает, что основное количество тепла, выделяющееся в индукторе, передается охлаждающему воздуху через магнитопровод. Для определения коэффициента температуропроводности поэтому рекомендуется использовать параметры стали с следующей корректировкой:

1. Коэффициент теплопроводности стали  $\lambda_c$  необходимо уменьшить на величину  $1 + \frac{R_{\text{вс}}}{R_{\text{сэф}}}$ , учитывающую тепловое сопротивление изоляции между медью и зубцом, где  $R_{\text{вс}}$  - тепловое сопротивление изоляционного слоя между медью обмотки и зубцом,  $R_{\text{сэф}}$  - эффективное тепловое сопротивление зубца.

2.  $\lambda_c$  необходимо уменьшить на величину  $1/(1+z)\delta_z$ , учитывающую, что суммарная ширина зубцов составляет лишь часть длины индуктора, где  $l$  - длина индуктора,  $z$  - количество зубцов,  $\delta_z$  - ширина зубца.

Эквивалентный коэффициент температуропроводности

$$\alpha_{\text{экв}} = \frac{\lambda_c}{\left[1 + \frac{R_{\text{вс}}}{R_{\text{сэф}}}\right] \left[\frac{1}{(1+z)\delta_z}\right]} \cdot \frac{V_{\text{инд}}}{C_{\text{инд}}}. \quad (9)$$

Темп охлаждения определяется методом последовательных приближений. Сперва берется  $\psi = 1$ , затем определяется для этого значения  $m$  и  $r$ , уточняется  $\psi$  и определяется снова  $m$  и  $r$ .

Уравнение, определяющее закон изменения превышения температуры индуктора над начальной температурой  $\Delta\theta'$

$$\lambda_f = \lambda_f'' - (\lambda_f'' - \lambda_f') e^{-mt}, \quad (10)$$

где  $\lambda_f''$  - установившаяся температура,  
 $\lambda_f'$  - значение установившейся температуры индуктора без электрической нагрузки, достигаемое за счет жидкого металла в канале.

При сравнении рассчитанных по приведенным методикам значений величин с экспериментальными данными, можно заключить, что значения температурного поля расходятся в среднем на 10 - 12 %, причем в наиболее интересующей нас точке - на внутренней поверхности обмотки - получаются завышенные, по сравнению с действительными, значения температур. Для достижения большей точности в расчетах, рекомендуется действительные тепловые сопротивления заменять большим количеством электрических сопротивлений, а с целью уменьшения объема работы не определять значения тепловых потоков и температур во всех точках модели.

Точность расчета переходного процесса из-за сделанных упрощений находится в пределах 10 - 15 %.

#### Л и т е р а т у р а

1. Я.К. Л о о т у с и др. МГД-тормоз для регулирования скорости истечения жидкого металла. - Сборник материалов к IV Таллинскому совещанию по электромагнитным расходомерам и электротехнике жидких проводников. Электропривод. Эстонское республиканское правление НПОприборпрома и др. Таллин, 1973.
2. В.П. И с а ч е н к о и др. Теплопередача. М., "Энергия", 1969.
3. Г.М. К о н д р а т ь е в. Регулярный тепловой режим. М., ГИТТЛ, 1954.
4. М.А. М и х е е в. Основы теплопередачи. М., ГЭИ, 1956.
5. Г.Н. Д у л ь н е в, Г.М. К о н д р а т ь е в. Обобщенная теория регулярного теплового режима. Изв. АН СССР, ОТН, № 7, 1956.

Temperature Field of Cylindrical Inductor  
in Unsymmetric Working Regimes

Summary

The methods of checking the thermal estimate of the cylindrical inductor are presented. The principal data and formulae for the estimate of the thermal transient processes are given.

формулы, разработанные в ТИИ в 1962 г. [9]. По сравнению с исходным формуларом [9] в данный формулар введены дополнения по расчету индуктивных сопротивлений расщелин и остер в стале. В формулар включен также расчет гидравлических остер в канале. Приводятся некоторые промежуточные результаты, представляющие в ходе расчета основнo второстепенный интерес, в виде ряда новых таблиц. Известно в виду, что численные расчеты выполняются на ЭИМ и в связи с этим из формулара исключены все графики.

С целью облегчения прикладных расчетов в формуларе излагаются раздельно исходные (п.1,а) и расчетные (п.1,б) данные. К некоторым величинам формулар, порядковые номера которых отмечены звездочкой \*, приводятся дополнительные разъяснения (п.2,а,б). Приводится пример расчета (п.3,а,б) с данными индуктивного насоса ЭИВ-7 [12], который может служить контрольным вариантом для проверки правильности программы ЭИМ.

формулар предназначен для расчета насосов с известными общими характеристиками.

Обозначения: трехфазная, двухсторонняя, двухшаровая, диаметральный, корригирующая, конические стороны корригирующей катушки расположены в дополнительные нормальные вектор, число швов на полюсе в фазу  $\phi$  и  $\psi$  на полюсах  $\rho$  и  $\sigma$  - число



УДК 621. 318.38

Л.В. Валдур, А.В. Конт, Х.И. Янес

ФОРМУЛЯР КОНТРОЛЬНОГО РАСЧЕТА ЛИНЕЙНОГО  
ПЛОСКОГО ИНДУКЦИОННОГО НАСОСА

Вводные замечания

Настоящий формуляр расчета представляет собой усовершенствованный вариант формуляра, разработанного в ТПИ в 1962 г. [9]. По сравнению с исходным формуляром [9] в данный формуляр введены дополнения по расчету индуктивных сопротивлений рассеяния и потерь в стали. В формуляр включен также расчет гидравлических потерь в канале. Исключены некоторые промежуточные результаты, представляющие в ходе расчета обычно второстепенный интерес, и введен ряд новых величин. Имеется в виду, что числовые расчеты выполняются на ЭЦМ и в связи с этим из формуляра исключены все графики.

С целью облегчения организации расчетов в формуляре излагаются отдельно исходные (п.1,а) и расчетные (п.1,б) данные. К некоторым величинам формуляра, порядковые номера которых отмечены звездочкой \*, приводятся дополнительные разъяснения (п.2,а,б). Прилагается пример расчета (п.3,а,б) с данными индукционного насоса ЭМН-7 [12], который может служить контрольным вариантом для проверки правильности программы ЭЦМ.

Формуляр предназначен для расчета насосов с нижеследующими общими характеристиками.

Обмотка: трехфазная, двусторонняя, двухслойная, диаметральной, корригированная, концевые стороны корригирующих катушек расположены в дополнительные нормальные пазы, число пазов на полюс и фазу  $q$ , и число пар полюсов  $p$  - целые

числа, провод тонкий (отсутствует явление вытеснения тока).

Сердечники: с открытыми пазами, зубцы (кроме концевых) одинаковые, пазы одинаковые, шихтованные части натянуты при помощи толстых ферромагнитных нажимных плит (магнитное поле проходит по поверхностям плит).

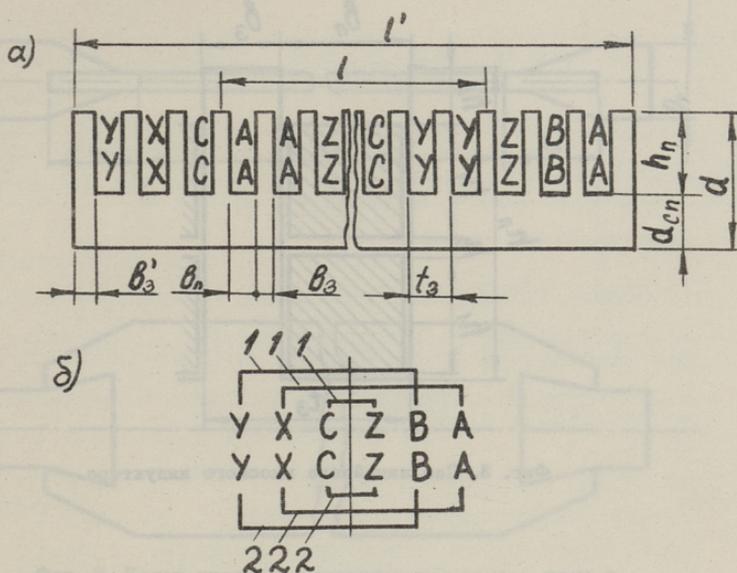
Возможен расчет режимов насоса при отсутствии вторичной среды, при наличии в зазоре пустого электропроводящего канала и при наличии в зазоре жидкого металла в электропроводящем или неэлектропроводящем каналах.

В формуляре не учитываются продольный и толщинный краевые эффекты вторичной цепи. Для определения границ применимости формуляра в отношении продольного краевого эффекта вторичной цепи нет достаточных данных.

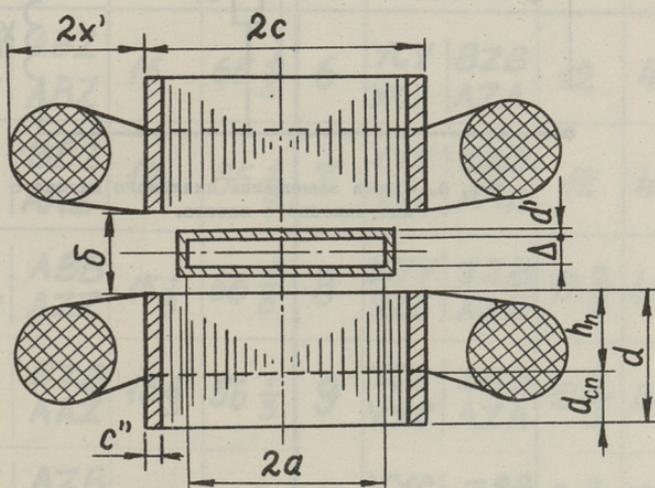
По нашим данным не опубликовано статей, в которых были бы сопоставлены опытные и расчетные силы по выражениям разных авторов при широких пределах отношений  $\Delta/\tau$ ,  $\delta/\tau$ ,  $d/\tau$  и  $\frac{s\omega\mu_0\gamma\tau^2}{\pi^2}$  (фиг. 2 и I,а). Также не выведены границы применимости выражений разных авторов, учитывающие и не учитывающие толщинный краевой эффект. Значение величин  $\Delta$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $\tau$ ,  $\omega$ ,  $s$ ,  $\mu_0$  и  $\gamma$  приведено на фиг. 2 и в п.п. I,а и I,б.

По [15] на основе расчетных результатов не приходится учитывать толщинный краевой эффект в пределах изменения отношений  $0,25 \leq \frac{s\omega\mu_0\gamma\tau^2}{\pi^2} \leq 16$ ,  $0,01 \leq \Delta/\tau \leq 0,02$ ,  $0,2 \leq \leq 2d/\tau \leq 2$  при  $\Delta = \delta$ .

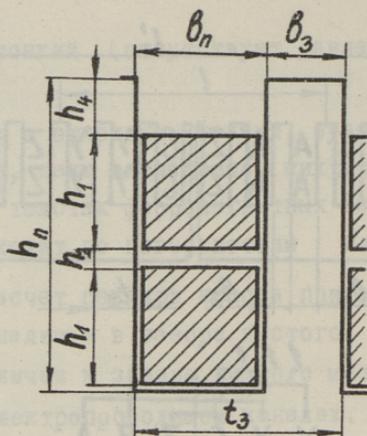
В приведенном в статье примере контрольного расчета сила, рассчитанная по методике А.И. Вольдека, превышает силу, рассчитанную по методике Н.М. Охременко [5] и Т.А. Веске [17], около 5 %.



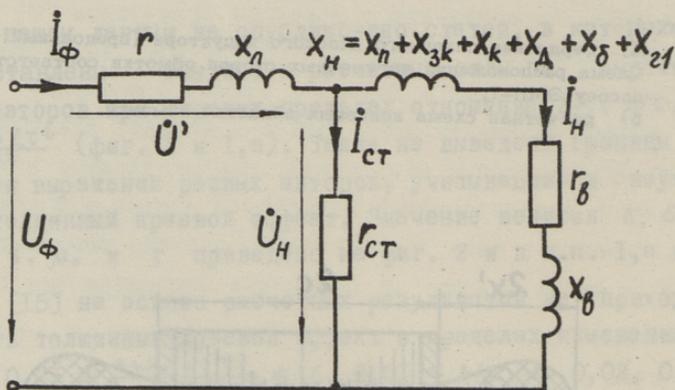
Фиг. 1:  
 а) сердечник линейного плоского индуктора (продольный разрез).  
 Схема расположения катушечных сторон обмотки соответствует  
 насосу ЭМН-7;  
 б) расчетная схема концевых областей обмотки.



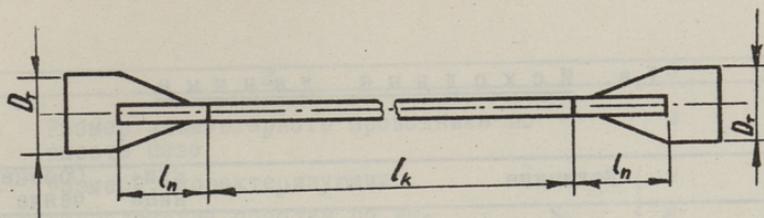
Фиг. 2. Линейный плоский индукционный насос (поперечный разрез).



Фиг. 3. Паз линейного плоского индуктора.



Фиг. 4. Схема замещения линейного плоского индукционного насоса.



Фиг. 5. Канал плоского индукционного насоса ЭМН-7.

Т а б л и ц а I

№ П/П	Расчетная схема концевых областей	$S_{1cpk}$	$S_{2cp}$	№ П/П	Расчетная схема концевых областей	$S_{1cpk}$	$S_{2cp}$
1	СХУ   АВЗ СХУ   АВЗ	16	$65 \frac{1}{3}$	6	УСУ   ВЗВ ХСХ   АЗА	12	48
2	СУУ   ВВЗ СХХ   ААЗ	14	$65 \frac{1}{3}$	7	СУУ   ЗВВ ХХС   ААЗ	12	48
3	ССУ   АВВ ХХУ   АЗЗ	$15 \frac{1}{3}$	$56 \frac{1}{3}$	8	ХУУ   ЗЗВ ХСС   ААВ	$12 \frac{2}{3}$	$40 \frac{1}{3}$
4	СУУ   ВЗВ ХСХ   ААЗ	$13 \frac{1}{3}$	$56 \frac{1}{3}$	9	УСУ   ЗВВ ХХС   АЗА	$10 \frac{2}{3}$	$40 \frac{1}{3}$
5	ХСУ   АЗВ ХСУ   АЗВ	16	48	10	УУС   ЗВВ ХХС   ЗАА	$8 \frac{2}{3}$	$33 \frac{1}{3}$

1,а. И с х о д н ы е д а н н ы е

№ п/п.	Величина	Еди- ница	Обозна- чение
1	2	3	4
1*	Шифр варианта расчета	-	A
I. <u>Данные обмотки и сердечников</u>			
2	Электропроводность материала провода при температуре 20 °С	См/м	$\gamma_2$
3	Температурный коэффициент сопротивления материала провода при температуре 20 °С	I/К	$\alpha_2$
4	Плотность материала провода	кг/м <sup>3</sup>	$\rho_2$
5*	Сечение эффективного проводника	м <sup>2</sup>	$S_{np}$
6	Число эффективных проводников в пазу	-	$s_n$
7	Число пазов на полюс и фазу в активной зоне сердечника	-	$q$
8	Число пар полюсов	-	$p$
9*	Величины, характеризующие рассеяние через немагнитный зазор в концевых областях сердечников	}	$S_{1срк}$
10*			$S_{2ср}$
11	Ширина паза (фиг. 1,а; фиг. 3)	м	$b_n$
12	Ширина зубца (фиг. 1,а; фиг. 3)	м	$b_3$
13	Ширина концевого зубца (фиг. 1,а)	м	$b'_3$
14*	Средняя длина лобовой части с одной стороны катушки	м	$l_n$
15	Половина вылета лобовой части с одной стороны катушки (фиг. 2)	м	$x'$
16*	Удельные потери в электротехнической стали сердечников	Вт/кг	$\sigma$
17	при индукции	Тл	$B_1$
18	и частоте	Гц	$f_1$
19	Плотность электротехнической стали	кг/м <sup>3</sup>	$\rho_1$
20	Толщина листа электротехнической стали	м	$c_{ст}$
21	Число листов электротехнической стали в сердечнике	-	$n_{ст}$
22	Толщина нажимной плиты сердечника (фиг. 2)	м	$c''$
23	Ширина сердечника (фиг. 2)	м	$2c$
24*	Технологический коэффициент	-	$K_{тех}$

1	2	3	4
25	Размер элементарного проводника по высоте паза	м	$b'_{np}$
26	Размеры, характеризующие	{	$h_1$
27	расположение обмотки по вы-		$h_2$
28	соте паза (фиг. 3)		$h_4$
29	Высота паза (фиг. 1,а; фиг. 3)	м	$h_n$
30	Высота сердечника (фиг. 1,а; фиг. 3)	м	$d$
<u>2. Данные и параметры индуктора</u>			
31	Немагнитный зазор (фиг. 2)	м	$\delta$
32	Число параллельных ветвей обмотки	-	$a_w$
33	Рабочая температура обмотки	$^{\circ}C$	$t$
34	Частота	Гц	$f$
<u>3. Данные и параметры вторичной среды</u>			
35*	Шифр вторичной среды	-	$B$
36*	Электропроводность жидкого металла при рабочей температуре	См/м	$\gamma$
37	Динамическая вязкость жидкого металла при рабочей температуре	Па·с	$\eta_t$
38	Плотность жидкого металла при рабочей температуре	кг/м <sup>3</sup>	$\rho_3$
39	Массовый расход жидкого металла	кг/с	$Q'_m$
40	Длина шелевидного участка канала	м	$l_k$
41	Толщина слоя жидкого металла (фиг. 2)	м	$\Delta$
42	Средняя высота бугорков шероховатости стенок канала	м	$\Delta'$
43	Электропроводность материала канала при рабочей температуре	См/м	$\gamma_d$
44	Толщина стенки канала (фиг. 2)	м	$a'$
45	Ширина канала (фиг. 2)	м	$2a$
46*	Длина переходника канала (фиг. 5)	м	$l_n$
47	Внутренний диаметр подводящей трубы (фиг. 5)	м	$D_T$
<u>4. Данные режима</u>			
48*	Шифр соединения обмоток	-	$C$
49	Линейное напряжение	В	$U$

I, б. Расчетные данные

№ п/п	Величина	Едини- цы	Обозна- чение	Формула

I. Данные обмотки и сердечников

I	Обмоточный коэффициент	-	$k_{0\delta}$	
2	Число катушек в обмотке	-	$n$	$\frac{1}{2q \sin(\frac{\pi}{6q})}$
3	Число пазов в активной зоне сердечника	-	$z'$	$6q(2p+1)$
4*	Число пазов на сердечнике при четном $q$ при нечетном $q$	-	$z''$	$6rq$
5	Зубцовое деление (фиг. I, а; фиг. 3)	м	$t_3$	$\frac{n}{2}$
6	Полюсное деление	м	$\tau$	$\frac{n}{2} + 1$
7	Активная длина сердечника (фиг. I, а)	м	$l$	$b_m + b_3$
8	Длина сердечника (фиг. I, а)	м	$l'$	$3qt_3$
9	Ширина сердечника по суммарной толщине листов электротехнической стали	м	$b_0$	$2pt_3$
10	Коэффициент заполнения стали	-	$K_{ст}$	$z''t_3 - b_3 + 2b'_3$
11	Высота спинки (фиг. I, а; фиг. 2)	м	$d_{ст}$	$\frac{b_0}{2c - 2c''}$
12	Масса электротехнической стали зубцов	кг	$G_3$	$2q, [(z'' - 1)b_3 + 2b'_3] b_0 h_n$

1	2	3	4	5
13	Масса электротехнической стали спинок	кг	$G_{сп}$	$2 \rho_1 l' c_0 d_{сп}$
14	Масса электротехнической стали	кг	$G_{ст}$	$G_3 + G_{сп}$
15	Масса материала провода	кг	$G_M$	$n S_n \rho_2 (2c + l_{л}) S_{np}$
16	Масса активных материалов	кг	$G$	$G_{ст} + G_M$
<b>2. Данные и параметры индуктора</b>				
17*	Коэффициент расчетной длины индуктора	-	$\beta'$	$1,60 + \frac{l'}{2c} \cdot 1,66 e^{-\frac{\lambda'}{6}}$
18*	Коэффициент расчетной ширины индуктора	-	$\beta$	$1,60 - 1,66 e^{-\frac{\lambda'}{6}}$
19*	Расчетная длина индуктора	м	$l'_\delta$	$l' + \beta' \delta$
20*	Расчетная ширина индуктора	м	$2c_\delta$	$2c + \beta \delta$
21	Электропроводность материала провода при рабочей температуре обмотки	Ом/м	$\chi_t$	$\frac{\chi_2}{1 + \sigma_2(t - 20)}$
22*	Эквивалентная глубина проникновения поля в материал провода	м	$\delta_{np}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi} \mu_0 \chi_t f}$
23*	Приведенный размер элементарного проводника по высоте паза	-	$\xi_{np}$	$\frac{\delta'_{np}}{\delta_{np}}$
24	Активное сопротивление фазы (фиг. 4)	Ом	$r$	$\frac{n S_n (2c + l_{л})}{3 \sigma_w \chi_t S_{np}}$
25	Скорость магнитного поля	м/с	$v_1$	$2 \tau f$
26	Число последовательно соединенных витков фазы в активной зоне	-	$w$	$\frac{2 p q_s n}{d_w}$

1	2	3	4	5
27	Индуктивное сопротивление лобового рассеяния (фиг. 4) [I]	Ом	$\chi_{л}$	$4\pi\mu_0 f \frac{w^2}{p} (0,175 - 0,15 \frac{\delta}{2}) (L_{л} - 0,64\tau)$
28	Индуктивное сопротивление пазового рассеяния (фиг. 4) [4, I]	Ом	$\chi_{п}$	$\pi\mu_0 f \frac{w^2 2c}{pq} \cdot \frac{n}{z'b_n} (\frac{2}{3}h_1 + \frac{1}{4}h_2 + h_4)$
29	Индуктивное сопротивление рассеяния по коронкам зубцов (фиг. 4) [2, I]	Ом	$\chi_{зк}$	$\mu_0 f \frac{w^2 2c}{pq} \cdot \frac{n}{2z'} [\ln(\frac{\delta^2}{4b_n^2} + \frac{1}{4}) + \frac{2\delta}{b_n} \operatorname{arctg}(\frac{b_n}{\delta})]$
30	Коэффициент зазора, учитывающий зубчатость сердечников [I]	-	$k'_{\delta}$	$\frac{t_3}{t_3 - \frac{2b_n^2}{5\delta + 2b_n}}$
31	Коэффициент зазора, учитывающий рассеяние от основной гармоники поля в зазоре [7, I]	-	$k''_{\delta}$	$\frac{2\pi}{\pi\delta} \operatorname{sh}(\frac{\pi\delta}{2\tau})$
32	Коэффициент, определяющий рассеяние от основной гармоники поля в зазоре [7, I]	-	$k_n$	$\operatorname{ch}(\frac{\pi\delta}{2\tau})$
33*	Коэффициент дифференциального рассеяния	-	$k_A$	$\frac{\pi^2(5 + \frac{1}{qz'})}{54k_{\delta}^2} - 1$
34*	Индуктивное сопротивление рассеяния через немагнитный зазор в концевых областях сердечников (фиг. 4)	Ом	$\chi_k$	$2\pi\mu_0 f \frac{S_n^2 t_3^2 c \delta}{a_w^2 k'_{\delta} \delta} (S_{10рк} - S_{2ер} \frac{t_3}{U_5})$
35	Главное индуктивное сопротивление (фиг. 4)	Ом	$\chi_{21}$	$\frac{12f}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \tau 2c \delta}{k'_{\delta} k''_{\delta} \delta} \cdot \frac{w^2 k_{\delta}^2}{p}$
36	Индуктивное сопротивление дифференциального рассеяния (фиг. 4)	Ом	$\chi_A$	$k_A k''_{\delta} \chi_{21}$
37	Индуктивное сопротивление рассеяния от основной гармоники поля в зазоре (фиг. 4) [I]	Ом	$\chi_5$	$(k_n - 1) \chi_{21}$

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

38	Индуктивное сопротивление нагрузки зочной ветви (фиг. 4)	Ом	$X_n$	$X_n + X_{3k} + X_k + X_A + X_\delta + X_{z1}$
39*	Сопротивление, учитываемое потерями в стали (фиг. 4)	Ом	$r_{ст}$	$\frac{3B_1^2 \sigma_w^2 c^2 X_n^2}{2K_{Тех} \sigma \left(\frac{f}{T}\right)^{1.3} \mu_0^2 S_n^2} \cdot \left[ 1,8 \frac{G_3}{b_3} \right]$
				$\cdot \left[ \frac{2\tau c \sigma_\delta k_n k_{\delta\delta}}{\pi k'_\delta k''_\delta \delta} \right]^2 + \frac{2}{3q} \cdot \frac{2\tau c \sigma_\delta k_n k_{\delta\delta}}{\pi k'_\delta k''_\delta \delta}$
				$\cdot \frac{2ch_n}{b_n} + \frac{2}{15q} \cdot \left( \frac{2ch_n}{b_n} \right)^2 + 1,5 \frac{G_{сн}}{d_{сн}} \left[ 2 \cdot \right.$
				$\left. \cdot \left( \frac{3q}{\pi} \cdot \frac{2\tau c \sigma_\delta k_n k_{\delta\delta}}{\pi k'_\delta k''_\delta \delta} \right)^2 + \frac{3q}{\pi} \cdot \frac{2\tau c \sigma_\delta k_n k_{\delta\delta}}{\pi k'_\delta k''_\delta \delta} \right]$
				$\cdot \left. \frac{2ch_n}{b_n} + \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{2ch_n}{b_n} \right)^2 \right]$

3. Данные и параметры вторичной среды

40*	Кинематическая вязкость жидкого металла при рабочей температуре	$\frac{m^2}{с}$	$\nu_t$	$\frac{\eta_t}{\rho_3}$
41	Объемный расход жидкого металла	$\frac{m^3}{с}$	$Q_M$	$\frac{Q'_M}{\rho_3}$

1	2	3	4	5
42	Средняя скорость жидкого металла	м/с	$V_{cp}$	$\frac{Q_M}{2a\Delta}$
43	Гидравлический диаметр целевидного участка канала	м	$D_2$	$\frac{2.2a\Delta}{2a+\Delta}$
44	Число Рейнольдса	-	Re	$\frac{V_{cp} D_2}{\nu_t}$
45*	Гидравлические потери давления насоса [6, 16]	Па	$P_2$	$\frac{\rho_3 V_{cp}^2}{2} [0,05 + 1,5 \cdot 10^{-3} (\frac{l_n}{D_T - D_2})^2 + 1,25 \frac{D_T - D_2}{l_n} \cdot (1 - \frac{4.2a\Delta}{\pi D_2^2})^2 + \frac{0,1 l_{\kappa}}{D_2} (1,46 \frac{\Delta'}{D_2} + \frac{100}{Re})^{0,25}]$
46	Мощность гидравлических потерь	Вт	$P_2$	$\rho_2 Q_M$
47*	Коэффициент зазора, учитывающий ослабление поля на краях канала	-	$K_5'''$	$2a\delta: [-0,6333(2a-2c)^2 - 0,066\delta^2 + (1,626 \cdot 2a - 0,626 \cdot 2c)\delta]$
48	Главное индуктивное сопротивление от поля на протяжении ширины канала	Ом	$\chi_{\Delta}$	$\chi_{21} \frac{2a}{K_5'' 2c\delta}$
49	Скольжение	-	s	$\frac{V_1 - V_{cp}}{V_1}$
50	Магнитное число Рейнольдса	-	$\xi$	$\frac{2}{\pi} \mu_0 f c^2 \cdot \frac{s \Delta \gamma + 2d' \gamma d}{K_5'' K_5''' K_5^{\text{IV}} \delta}$
51*	Относительные вносимые активное и индуктивное сопротивления [8, 1]	-	$\xi_a + j \xi_p$	$\frac{\xi}{1+j\epsilon} [1 - \frac{2c}{\pi 2a\sqrt{1+j\epsilon}} \cdot \text{th} (\frac{\pi 2a}{2\pi} \sqrt{1+j\epsilon})]$



1	2	3	4	5
69,70	Ток в сопротивлении, учитывая вар- шем потери в стали (фиг. 4)	$A, 0$	$I_{ст} e^{j\psi_{ст}}$	$\frac{U_H e^{j\psi_{0H}}}{\Gamma_{ст}}$
71	Средняя магнитная индукция по ширине канала в середине немаг- нитного зазора	Тл	$B_{\Delta ср}$	$\frac{3\sqrt{2} A_0 w k_{об} I_H}{\pi r k'_s k''_s k'''_s \delta}$
72	Электромагнитная сила, действу- ющая на вторичную среду	Н	$F'$	$\xi_{\sigma 3} \frac{\chi_{\Delta} I_H^2}{V_1}$
73	Электромагнитная сила, действу- ющая на жидкий металл	Н	$F$	$\frac{S \Delta \chi}{S \Delta \chi + 2d' \chi_d} F'$
74	Электромагнитная сила, действу- ющая на стенки канала	Н	$F_d$	$\frac{2d' \chi_d}{S \Delta \chi + 2d' \chi_d} F'$
75	Электромагнитный напор в жидком металле	Па	$p'$	$\frac{F}{2\sigma \Delta}$
76	Полезный гидравлический напор насоса	Па	$p'_2$	$p' - p_2$
77	Полезная электромагнитная сила насоса	Н	$F_n$	$2\sigma \Delta p'_2$
78	Потери в обмотке	Вт	$P_m$	$3I_{\phi}^2 r$
79	Потери в стали	Вт	$P_{ст}$	$3I_{ст}^2 r_{ст}$
80	Электромагнитная мощность	Вт	$P_3$	$V_1 F'$

81	Электромагнитная мощность в жидком металле	Вт	$P_{эд}$	$V_1 F$
82	Электромагнитная мощность в стенках канала	Вт	$P_{эд}$	$V_1 F_d$
83	Механическая мощность насоса	Вт	$P_{мех}$	$V_{ср} F$
84	Мощность потерь в жидком металле	Вт	$P_2$	$P_{эд} - P_{мех}$
85	Полезная гидравлическая мощность насоса	Вт	$P_n$	$V_{ср} F_n$
86, 87	Активная и реактивная мощности насоса	Вт, вар	$P + jQ$	$3 I_{\phi}^2 (n' + jx)$
88	Полная мощность насоса	ВА	$S$	$3 I_{\phi}^2 z$
89	Суммарная мощность потерь	Вт	$P_{пот}$	$P - P_n$
90	Гидравлический к.п.д. насоса	-	$\eta$	$\frac{P_n}{P}$
91	Механический к.п.д. насоса	-	$\eta_{мех}$	$\frac{P_{мех}}{P}$
92	Электромагнитный к.п.д. насоса	-	$\eta_{э}$	$\frac{P_{эд}}{P}$
93	Полезная гидравлическая мощность на единицу массы активных материалов	Вт/кг	$P'_n$	$\frac{P_n}{G}$
94	Коэффициент мощности	-	$\cos \varphi$	$\cos(\psi_{I\phi}^{\circ})$

## 2,а. Примечания к исходным данным

1. Служит для систематизации вариантов расчета.

5. Эффективный проводник обмотки насоса ЭМН-7 образуется из 4-х элементарных проводников  $\varnothing 1,62$  мм (марка провода ПСДК, изоляция класса Н).

9,10. Эти величины определяются на основании схемы обмотки (фиг. 1,а) следующим образом [II, I3] .

а) Из обмотки мысленно вырезается и удаляется активная зона длиной  $l$  (фиг. 1,а). Оставшиеся концевые области обмотки приставляются вплотную друг к другу.

б) Если соединить между собой пофазно части катушек обеих концевых областей в целые катушки, образуется расчетная схема концевых областей (фиг. 1,б). Катушки фаз расчетной схемы рекомендуется пронумеровать (на фиг. 1,б в каждой фазе имеются по две катушки, обозначенные 1 и 2).

в) Определяются вспомогательные величины  $S_{1AK}$ ,  $S_{1BK}$ ,  $S_{1CK}$  и  $S_{1ABK}$ ,  $S_{1BCK}$ ,  $S_{1CAK}$ , представляющие собой алгебраические суммы относительных ширин, взятых на базе зубцового деления  $t_z$ , перекрывающихся частей катушек соответственно фаз А, В, С и пар фаз АВ, ВС, СА расчетной схемы (фиг. 1,б). Каждая из этих сумм содержит  $q^2$  слагаемых. Если две катушки расчетной схемы располагаются так, что их одноименные стороны (А, В, С) обращены к одному и тому же концу схемы, то соответствующая перекрыванию этих катушек слагаемая в соответствующей сумме имеет знак "+". В противоположном случае слагаемая записывается со знаком "-".

При определении каждой суммы рекомендуется составить таблицу. К столбцам ( $q$  шт.) и строкам ( $q$  шт.) таблицы приписываются номера катушек рассматриваемой фазы или пары фаз и на пересечениях столбцов и строк указываются алгебраическими величинами относительные ширины перекрывающихся частей соответствующих катушек. Определяемая сумма получается суммированием всех величин таблицы.

Для расчетной схемы фиг. 1,б имеем:

$$A_1 \begin{array}{|c|c|} \hline A_1 & A_2 \\ \hline 4 & 4 \\ \hline A_2 & 4 & 4 \\ \hline \end{array}$$

$$S_{1AK} = 16,$$

$$B_1 \begin{array}{|c|c|} \hline B_1 & B_2 \\ \hline 4 & 4 \\ \hline B_2 & 4 & 4 \\ \hline \end{array}$$

$$S_{1BK} = 16,$$

$$C_1 \begin{array}{|c|c|} \hline C_1 & C_2 \\ \hline 1 & 1 \\ \hline C_2 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$S_{1CK} = 4,$$

$$B_1 \begin{array}{|c|c|} \hline A_1 & A_2 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline B_2 & 3 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$S_{1ABK} = 12,$$

$$C_1 \begin{array}{|c|c|} \hline B_1 & B_2 \\ \hline -1 & -1 \\ \hline C_2 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$S_{1BCK} = -4,$$

$$A_1 \begin{array}{|c|c|} \hline C_1 & C_2 \\ \hline -1 & -1 \\ \hline A_2 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$S_{1CAK} = -4.$$

г) Определяются вспомогательные величины  $S_{2AK}$ ,  $S_{2BK}$ ,  $S_{2CK}$ , представляющие собой алгебраические суммы относительных ширин, взятых на базе зубцового деления  $t_3$ , катушек соответственно фаз А, В, С расчетной схемы (фиг. 1, б). Все катушки, одноименные стороны (А, В, С) которых обращены к одному и тому же концу схемы, имеют относительные ширины одинакового знака. Остальные катушки, обращенные со сторонами того же характера к другому концу схемы, имеют относительные ширины противоположного знака. При какой из этих групп катушек применяется знак "+" и при какой знак "-", не имеет значения.

Считая на схеме фиг. 1, б положительными относительные ширины, например, тех катушек, которые обращены к левому концу схемы со сторонами, носящими обозначения начал фаз, имеем  $S_{2AK} = S_{2BK} = -4 - 4 = -8$ ,  $S_{2CK} = 1 + 1 = 2$ .

д) Определяются величины  $S_{1срк}$  и  $S_{2ср}$ :

$$S_{1срк} = \frac{1}{3}(S_{1AK} + S_{1BK} + S_{1CK} - S_{1ABK} - S_{1BCK} - S_{1CAK}),$$

$$S_{2ср} = \frac{1}{3}(S_{2AK}^2 + S_{2BK}^2 + S_{2CK}^2 - S_{2AK}S_{2BK} - S_{2BK}S_{2CK} - S_{2CK}S_{2AK}).$$

Для обмотки насоса ЭМН-7 (фиг. 1, а) получим

$$S_{1срк} = 10,67; \quad S_{2ср} = 33,3.$$

В таблице I приведены дополнительно готовые значения величин  $S_{1срк}$  и  $S_{2ср}$  для некоторых расчетных схем концевых областей при  $q = 2$ .

14. Определяется как отношение суммарной длины лобовых  
тей всех катушек с обеих сторон к удвоенному числу кату-  
шек.

16. Сердечники насоса ЭМН-7 собраны из листов электро-  
технической стали марки Э II (толщина листа 0,5мм).

24. Этот коэффициент приписывается к формуле расчета  
потерь в стали. Он учитывает технологию изготовления серд-  
ечников и принципиальные неточности применяемой для расче-  
та потерь в стали методики. По данным экспериментов на ин-  
дукторах насосов ЭМН-5, ЭМН-6 [9] (пазы фрезерованные, после фрезеровки пакеты расшихтовались и каждый лист электро-  
технической стали в отдельности был очищен от заусенцев) и  
ЭМН-7 (пазы выштампованные, дны пазов сровнены напильни-  
ком) этот коэффициент имеет значение  $k_{\text{тех}} = 2,8$ .

35. Служит для систематизации результатов и может быть  
применен в программе ЭЦВМ в качестве переменной для органи-  
зации переходов. Принятые в примере расчета числовые значе-  
ния В соответствуют следующим вариантам вторичной среды:

- а) В = 1 - пустой зазор (вторичная среда отсутствует);
- б) В = 2 - пустой электропроводящий канал;
- в) В = 3 - жидкий металл, неэлектропроводящий канал;
- г) В = 4 - жидкий металл, электропроводящий канал.

36. При отдельных вариантах вторичной среды некоторые  
содержащиеся в исходных данных формуляра величины теряют  
смысл или являются ненужными. С целью унифицирования подго-  
товки исходных данных, однако, целесообразно, чтобы при каж-  
дом варианте вторичной среды общее количество и порядковые  
номера величин являлись бы одинаковыми. Поэтому в исходных  
данных всем таким бессмысленным или ненужным величинам ус-  
ловно заданы нулевые числовые значения. В примере расчета  
все условные нулевые значения исходных данных отмечены звез-  
дочкой.

46. В настоящей статье приняты длины выходного пере-  
ходника (диффизора) и входного переходника (конфузора) рав-  
ными.

48. Может быть применен в программе ЭЦВМ в качестве переменной для организации переходов. В примере расчета применяется соединение звездой.

## 2,6. Примечания к расчетным данным

4. При нечетном  $q$  в каждой концевой области сердечника I паз останется полузаполненным.

17 — 20. Эти формулы получены в предположении, что распределение магнитной индукции между сердечниками около их концов и краев соответствует полю между прямым углом и плоскостью [I, IO], а распределение магнитной индукции на центральной плоскости немагнитного зазора за концами и краями сердечников соответствует предложенной профессором А.И.Вольдеком [I] приближенной формуле

$$B_z = 0,83 B_m e^{-\frac{y}{\delta}},$$

где координата  $y$  считается от конца или края сердечника и  $B_m$  — максимальная магнитная индукция в немагнитном зазоре. Расчетным расстоянием лобовых токов от краев индуктора принималось  $x'$  [IO]. В расчетной длине индуктора учитывается также влияние бокового шунтирования магнитного поля.

22. Магнитная постоянная  $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$  Г/м.

23. Служит для оценки применимости настоящего формуляра, разработанного в предположении, что ток распределен по сечению каждого элементарного проводника равномерно. Явление вытеснения тока в обмотке ничтожно до значений  $\xi_{np} \approx 0,5$ . Предельной границей применимости формуляра следует считать значение  $\xi_{np} \approx 1$ , при котором активное сопротивление пазовой части обмотки под влиянием вытеснения тока увеличивается уже примерно на 10 % [2, 3].

33. Эта формула получена на основании работ [II, I3]. Ее преимуществом перед принятой в теории электрических машин обычной формулой [3, 2] является большая простота. Недостатком этой формулы является то, что коэффициент дифференциального рассеяния вычисляется как разность двух близких друг к другу величин и число значащих цифр результата полу-

чается на 2 — 3 единицы меньше числа значащих цифр уменьшаемого. Учитывая, что уменьшаемое вычисляется на ЭЦВМ с 7-ю значащими цифрами, результат содержит еще вполне достаточное количество значащих цифр и применение этой формулы в настоящем формуляре оправдано.

34. Формула получена на основании работ [11, 13].

39. Формула получена на основании работы [14].

40. При некоторых вариантах вторичной среды некоторые расчетные данные формуляра, аналогично исходным данным, являются бессмысленными или ненужными. С целью унифицирования обработки расчетных данных здесь также целесообразно иметь при каждом варианте вторичной среды одинаковыми и общее количество, и порядковые номера величин. В ряде случаев, с применением условно заданных нулевых значений исходных данных, формулы расчета дают таким бессмысленным или ненужным расчетным величинам условные нулевые значения. В примере расчета все полученные бессмысленные или ненужные условные нулевые значения расчетных данных отмечены звездочкой \*. В некоторых случаях, однако, в программе ЭЦВМ необходимо организовать разветвление и, минуя формулу, задавать той или иной бессмысленной или ненужной величине непосредственно условное нулевое значение. В примере расчета все такие требующие в программе ЭЦВМ разветвления условные нулевые значения расчетных данных отмечены двумя звездочками \*\*. Для организации разветвлений в программе можно использовать переменную В.

Если условные нулевые значения исходных или расчетных данных входят в формулы, по которым рассчитываются нужные и имеющие смысл величины, то результаты получаются всегда правильными.

45. Формула гидравлических потерь давления получена на основе коэффициента гидравлического сопротивления канала по статье [16], в которой рекомендуется использовать этим коэффициентом при отношениях площади сечения подводящей трубы к площади сечения щелевидной части канала в пределах от

1,5 по 4. При этом отношение сторон щелевидной части канала  $(2a/\Delta)$  должно быть в пределах от 3 по 20 для интервала  $0,2 \leq (D_1 - D_2)/l_n \leq 0,7$ , если число Рейнольдса  $Re \geq 0,5 \cdot 10^6$  и длина канала  $l_k > 10 \Delta$ .

При определении коэффициента гидравлического сопротивления щелевидной части канала в настоящем формуляре использована формула Альтшуля [6], которая рекомендована использовать при отношении средней высоты бугорков шероховатости стенок канала к гидравлическому радиусу от 0,00008 по 0,0125. При относительно малых значениях числа Рейнольдса можно обычно полагать  $p_2 = 0$ . Это относится также к расчетному примеру, в котором значения  $p_2$  служат для проверки правильности программы ЭЦВМ.

47. Формула получена на основании работы [10].

51,52. Относительные вносимые активное ( $\xi_a$ ) и индуктивное ( $\xi_p$ ) сопротивления вычисляются как вещественная и мнимая части комплексного выражения. Через  $j$  обозначена мнимая единица. Умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня при комплексных величинах рекомендуется производить, пользуясь их показательными формами. В расчетном примере под порядковым номером 51 дано значение  $\xi_a$  и под порядковым номером 52 - значение  $\xi_p$ .

57,58. Под порядковым номером 57 в расчетном примере дано значение модуля полного сопротивления фазы ( $Z$ ) в омах и под порядковым номером 58 - значение аргумента полного сопротивления фазы ( $\psi_z^\circ$ ) в электрических градусах.

59. Начальная фаза фазного напряжения принята равной нулю.

### 3,а. Пример расчета (исходные данные)

№ п/п	Значение	№ п/п	Значение	№ п/п	Значение
1	2	3	4	5	6
1		13	0,01052	25	0,00162
2	$0,570 \cdot 10^8$	14	0,295	26	0,0276
3	0,00392	15	0,0673	27	0,00065

1	2	3	4	5	6
4	8930	16	3,3	28	0,0053
5	$8,24 \cdot 10^{-6}$	17	1	29	0,062
6	46	18	50	30	0,1264
7	2	19	7800	31	0,039
8	2	20	0,0005	32	2
9	10,67	21	240	33	150
10	33,3	22	0,01165	34	50
11	0,0171	23	0,147		
12	0,0074	24	2,8		

№	Значение			
п/п				
35	1	2	3	4
36	0*	0*	$3,571 \cdot 10^6$	$3,571 \cdot 10^6$
37	0*	0*	$8,9 \cdot 10^{-4}$	$8,9 \cdot 10^{-4}$
38	0*	0*	1470	1470
39	0*	0*	2	2
40	0*	0*	0,76	0,76
41	0*	0*	0,008	0,008
42	0*	0*	$5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$
43	0*	$8,61 \cdot 10^5$	0*	$8,61 \cdot 10^5$
44	0*	0,003	0*	0,003
45	0*	0,14	0,14	0,14
46	0*	0*	0,103	0,103
47	0*	0*	0,04	0,04
48	3	3	3	3
49	380	380	380	380

3,6. Пример расчета (исходные данные)

№	Значение		№	Значение	
п/п	1	2	п/п	3	4
1	0,966		14	117,6	
2	60,0		15	89,8	
3	24,0		16	207,4	
4	30,0		17	3,11	
5	0,0245		18	1,304	
			27		0,363
			28		0,857
			29		0,227
			30		1,116
			31		1,029

1	2	3	4	5	6
6	0,147	19	0,870	32	1,088
7	0,588	20	0,1979	33	0,0284
8	0,749	21	3,78 · 10 <sup>7</sup>	34	0,226
9	0,12	22	0,01158	35	2,46
10	0,970	23	0,1399	36	0,0720
11	0,0644	24	0,327	37	0,217
12	27,3	25	14,7	38	4,06
13	90,3	26	184,0	39	145,2

№ π/π	Значение			
	B=1	B=2	B=3	B=4
40	0**	0**	6,05 · 10 <sup>-7</sup>	6,05 · 10 <sup>-7</sup>
41	0**	0**	1,361 · 10 <sup>-3</sup>	1,361 · 10 <sup>-3</sup>
42	0**	0**	1,215	1,215
43	0**	0*	0,01514	0,01514
44	0**	0**	30400	30400
45	0*	0*	1721	1721
46	0*	0*	2,34	2,34
47	0**	1,059	1,059	1,059
48	0**	1,645	1,645	1,645
49	0**	0**	0,917	0,917
50	0**	0,0941	0,478	0,572
51	0**	0,0372	0,1798	0,211
52	0**	-0,001630	-0,0400	-0,0561
53	0*	0,0611	0,296	0,347
54	0*	-0,00268	-0,0657	-0,0922
55	0,44	0,501	0,731	0,780
56	4,42	4,41	4,34	4,31
57	4,44	4,44	4,4	4,38
58	84,3	83,5	80,4	79,7
59	219	219	219	219
60	49,4	49,4	49,9	50,1
61	-84,3	-83,5	-80,4	-79,7
62	49,4	49,4	49,9	50,1
63	24,1	24,1	24,4	24,5
64	-36,3	-35,5	-32,4	-31,7
65	200	200	199,3	199,0

№ п/п	Значение			
	B=1	B=2	B=3	B=4
66	4,09	4,01	3,76	3,71
67	49,4	49,4	49,8	50,0
68	-85,9	-85,1	-82,0	-81,3
69	1,381	1,379	1,372	1,371
70	4,086	4,01	3,76	3,71
71	0**	0,1569	0,1582	0,1587
72	0*	30,4	149,4	176,7
73	0**	0*	149,4	147,6
74	0**	30,4	0*	29,1
75	0**	0**	133400	131800
76	0*	0*	131700	130100
77	0*	0*	147,5	145,7
78	2390	2390	2440	2460
79	830	828	820	818
80	0*	446	2200	2600
81	0*	0*	2200	2170
82	0*	446	0*	428
83	0*	0*	181,5	179,3
84	0*	0*	2010	1991
85	0*	0*	179,1	177,0
86	3220	3670	5450	5880
87	32400	32300	32300	32400
88	32500	32500	32800	33000
89	3220	3670	5280	5700
90	0*	0*	0,0328	0,0301
91	0*	0*	0,0333	0,0305
92	0*	0,1218	0,403	0,442
93	0*	0*	0,864	0,853
94	0,0991	0,1128	0,1662	0,1782

## Л и т е р а т у р а

1. А.И. В о л ь д е к. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. Л., "Энергия", 1970.
2. А.И. В о л ь д е к. Электрические машины. М.-Л., "Энергия", 1966.
3. М.П. К о с т е н к о, А.М. П и о т р о в с к и й. Электрические машины. Часть П. М.-Л., "Энергия", 1965.
4. Н.В. В и н о г р а д о в, Ф.А. Г о р я н о в, П.С. С е р г е е в. Проектирование электрических машин. М., Госэнергоиздат, 1956.
5. Н.М. О х р е м е н к о. Основы теории и проектирования линейных индукционных насосов для жидких металлов. М., Атомиздат, 1968.
6. И.Е. И д е л ь ч и к. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.-Л., ГЭИ, 1960.
7. А.И. В о л ь д е к. Магнитное поле индукторов линейных электромагнитных насосов. Известия высших учебных заведений. Электромеханика № 12, 1958.
8. Х.И. Я н е с. Учет влияния вторичной системы в линейной плоской магнитогидродинамической машине. — "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 197, 1962.
9. Х.И. Я н е с, Х.А. Таммеяги, А.В. К о н т. Формуляр контрольного расчета плоского индукционного насоса. — "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 214, 1964.
10. Х.И. Я н е с, Т.А. В е с к е. Учет явления выпучивания магнитного поля из немагнитного зазора плоского линейного двустороннего индуктора. — "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 214, 1964.
11. Х.И. Я н е с, А.В. К о н т. Комбинированный расчет главных индуктивностей электрической машины с разомкнутым магнитопроводом. — "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 214, 1964.
12. Э.М. Р и с т х е й н, Х.А. Т и й с м у с, Х.И. Я н е с. Основные данные и конструкционные особенности магниевого насоса ЭМН-7. — "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 214, 1964.

13. А.В. К о н т, Х.И. Я н е с. Комбинированный расчет главных индуктивностей трехфазной индукционной машины с разомкнутым магнитопроводом при недиметральной обмотке. — "Тр. Таллинск. политехн. ин-та", сер. А, № 239, 1966.
14. А.В. К о н т, Х.И. Я н е с. Потери в стали плоского линейного индукционного насоса с учетом пазового рассеяния и разомкнутости магнитопровода. Техническая электромагнитная гидродинамика. Труды № 6. М., "Металлургия", 1967.
15. Я.Я. Л и е л п е т е р, Р.А. П е т р о в и ч, Л.Я. У л м а н и с. О сравнении различных выражений коэффициентов ослабления в плоских индукционных МГД-машинах. — "Магнитная гидродинамика", 1966, № 2.
16. О.А. Л и е л а у с и с, А.В. Г а н а н а е в. Определение гидравлического сопротивления проточной части плоского электромагнитного насоса. — "Магнитная гидродинамика", 1967, № 3.
17. Т.А. В е с к е. Решение уравнений электромагнитного поля плоской линейной индукционной машины с учетом вторичных поперечного и толщинного краевых эффектов. — "Магнитная гидродинамика", 1965, № 1.

L. Valdur A. Kont, H. Jānes,

The List for Checking the Computation  
of the Linear Flat Induction Pump

Summary

More precise formulas taking account of the induction resistance and power losses, and adopted for calculation on computers have been presented.

## СО Д Е Р Ж А Н И Е

1. А.И. В о л ь д е к, Л.Б. Б о р о н и н а. Чис- ленное решение двумерной задачи о продольном краевом эффекте в плоских линейных индукционных машинах .....	3
2. Х.И. Я н е с. Модель линейной индукционной ма- шины с объемными и поверхностными токами в не- магнитном зазоре .....	19
3. Т.А. В е с к е. Электромагнитное поле в немаг- нитном зазоре индукционного насоса с концентри- ческими катушками .....	39
4. В.В. К е с к ю л а, И.Р. Т е р г е м. Электро- магнитные процессы в двухслойной вторичной сис- теме индукционного вращателя жидкого металла ...	49
5. Х.А. Л и й н. К оптимизационному расчету плос- ких индукционных насосов без боковых проводящих шин .....	65
6. Р.Р. И р с, Т.В. Л е х т л а, Х.А. Т и й м у с. Улучшение конструкции и способа градуировки кон- дукционных преобразователей скорости течения жид- ких металлов .....	73
7. Л.К. Л о о т у с, В.Н. П э р к, Х.А. Т и й с- мус. Температурное поле цилиндрического индукто- ра в несимметричных рабочих режимах .....	87
8. Л.В. В а л д у р, А.В. К о н т, Х.И. Я н е с. Формуляр контрольного расчета линейного плоского индукционного насоса .....	101

**ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ  
СРЕДСТВ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ,  
Сборник статей XI**

Таллинский политехнический институт

Редактор Э. Пуусепп

Технический редактор Л. Лоопер

Сборник утвержден коллегией Грудов ТПИ 16 января 1974 года

---

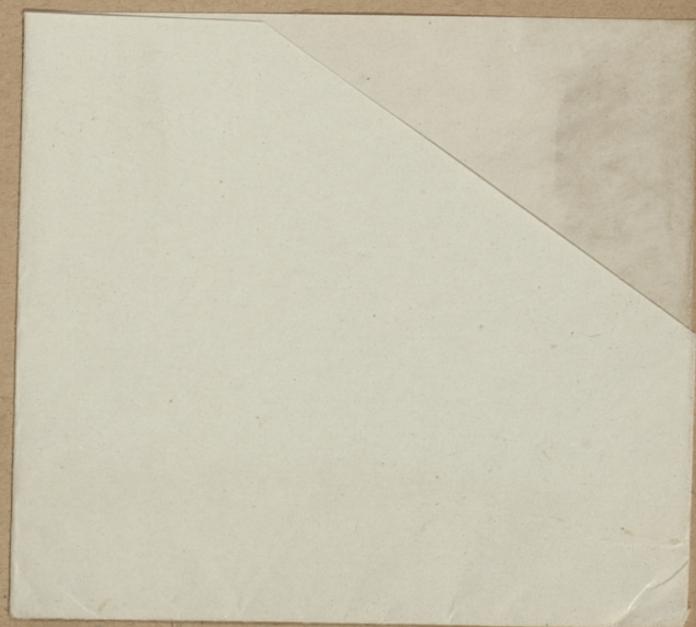
Подписано к печати 31/УП 1974. Бумага 60x90/16.

Печ. л. 8,0 + 0,25 прил. Уч.-изд. л. 5,9.

Тираж 350. МВ-05282. Зак. № 522 .

Ротапринт ТПИ, Таллин, ул. Коскла, 2/9.

Цена 89 коп.



Цена 59 коп.